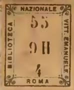

12
30 8
21


NAZIONALE
BIBLIOTECA
VITT. EMANUELE
55
9 H
4
ROMA

OPTICA AGVILONII.



Catalogo Societatis Iesu Collegii Clomuc: inscriptus. Anno 1641. Lib: F. Tit: Phil: Num: 42.

FRANCISCI AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBRI SEX

Ex Fundatione Illustrissimi et Rev.mi Dn. D. Joannis Friderici Breineri.

Philosophis iuxta ac Mathematicis vtiles.

Pomuy J. et M. e Messilez. Orby Li.



ANTVERPIÆ,
EX OFFICINA PLANTINIANA,
Apud Viduam et Filios Io. Moreti.
M. DC. XIII.

ILLVSTRISSIMO
D. INIGO DE BORGIA,
REGI CATHOLICO
A CONSILIIS BELLI,
MILITVM HISPANORVM
CHILIARCHÆ,

ARCIS ANTVERPIENSIS
SVMMO PRÆFECTO.

FACIENDA eſt nobis, VIR ILLVSTRISSIME, pænè dixerim inuitis, exiſtimationis alea; dum OPTICA hæc ſub Illuſtriſſimi Nominis tui ſplendore oculorum arbitrio committimus, æqua atque iniqua variorum iudicia non iniquo animo præſtolaturi. Et latuiſſent illa ſanè cùm ſuo auctore, niſi pertinax amicorũ importunitas, quotidiano pænè conuitio de manibus extorſiſſet: quorum ego ſi auctoritatem æquè ac rationes eneruare potuiſſem, dubio procul obfirmaſſem animum, priuatáq; delectatione contentus illud Antigenidæ vſurpaſſem: *Intus cano mihi & Muſis.* Nam quod nonnulli commemorabant, veſtigium aliquod re-





linquendum esse, quo me posteritati vixisse testarer, *ne totus morerer, magnaque pars mei vitaret Libitinam*; nihil admodum me commouebat, cui sola nominis immortalitas nimis exile præmium tantorum laborum semper est visa. Memineram etiam præclarè illud à Seuerino Boëtio sapienterq; pronuntiatum:

Quòd si putatis longiùs vitam trahi
Mortalis aura nominis;
Cùm sera vobis rapiet hoc etiam dies,
Iam vos secunda mors manet.

Porrò si gloriæ posteritatísque recordationi velificandum est, aliud à Propheta Regio viris religiosis æquor aperitur, vt assidua virtutum solidarum exercitatione numquam interituram nominis immortalitatē consectentur: in memoria enim æterna iustum fore, diuino illius vaticinio multò iam antè didicimus. Plus igitur aliquantò eorum rationes habere videbantur momenti, qui neminem sibi vni natum esse contendebant; ac proinde quæ quis assecutus esset publica luce aliorum iudicio non indigna, non esse publico inuidenda. Fateor lubens, me istiusmodi semper mystas scientiarum auersatum fuisse, qui si quid ingenio nacti fuerint haud ita passim vulgi pedibus obtritum, non secùs habent, atque si Cereris essent mysteria. Sed habebam tamen non pauca quæ his opponerem. Ac primùm quidem tenuitatis meæ conscius non satis incorruptum iudicem esse arbitrabar

trabar amicorum in me beneuolentiam. Et occurrebat illud, quis leget hæc? Neque enim ignorabam acria Criticorum ætatis huius ingenia, & Aristarchis suis hoc sæculum abundare. nam, si presso pede Mathematicorum vestigiis institero, styli barbariem seuerioribus obeliscis iugulabunt: sin aliquantò liberiùs in Philologiæ campos excurrero, Mathematici ampullas proijcere me dictitabunt. Hisce rationibus hoc agebam apud amicos, vt nihil agerem: plus illorum poterat expostulatoria exhortatio, blandiens auctoritas, armata deprecatio, & amica quædam vis: omnes potentes exactores; quibus agentibus perfectum est, vt ego qui popularem auram numquam magno æstimaui, ne maledicentiæ quidem fluctus declinare latendo potuerim: & cùm negotij nihil fuerit silendo sapientem videri, nunc in eam me palæstram dederim, in qua non raro, vt cum Comico loquar, existimationis damno desudascitur. Sed me reficit ac recreat Illustrissimi Nominis tui patrocinium; cuius eximio splendore frontem huius operis vt insignirẽ, variis sum rationibus adductus. In primis ea, cuius me nutibus addixi, hoc à me summo suo iure SOCIETAS exegit, cui auspicatissimum esse nomen BORGIAE nemo ignorat, nisi qui SOCIETATEM ipsam ignorat, quæ FRANCISCVM auum tuum

(Illuſtriſſimum Gandiæ Ducem dicerem, niſi ipſe titulorum abdicatione nobilitari maluiſſet) virum inquam præcipua religione ac pietate pænè alterum ſuum parentem agnoſcit; tantum ſcilicet ſplendoris atque ornamenti ex eius ſeu ſanctimonia ſeu virtutibus accepit. Te verò quid memorem? ordines in Italia, Sabaudia, Gallia, Belgio terra maríque duxiſti: & manent etiamnum factorum vbique fortium veſtigia, quæ animum meum ſuapte ſponte inclinatum, multò maioribus incitamentis eodem impulerunt: ac præcipuè Antuerpia noſtra, quæ non modò nobiliſſimæ arci ſuæ te præeſſe gratulatur, verùm etiam ſalutem ac incolumitatem ciuium ſuorum virtuti auſpiciíſque tuis ſecundùm Deum refert acceptam; cùm nuper diu à Batauis meditata, ac propè ad exitum deducta nobiliſſimi emporij certa pernicies, tua prouidentia armíſque decuſſa eſt;& ſtant etiam aggeres hoſtili pingues ſanguine, retroactis nauibus, & qua via venerant, citatiore fuga quàm procurſu redire iuſſis. Deinde ſeria ſeduláque illa Illuſtriſſimæ D. T. opera Mathematicis diſciplinis impensè nauata, non iniucundum fore hoc munus mihi perſuaſit: præſertim quòd ſi quid ad rem militarem præſidij Matheſis confert, ſiue in caſtrorum metatione, ſiue in aciei inſtructione, ſiue in propugnaculorum, machinarum,

rum, tormentorum collocatione, id omne longè maiori compendio, magísque perſpicua ratione ex OPTICA deduci poſſit. Macte igitur animo non degener auorum maiorúmque virtuti: hiſce tam felicibus initiis ad ſumma ſternitur via, cùm militari robori eruditio & pietas iungitur. Vóſque ite milites, & à BORGIANO vertice bellicam laudem decerpite. Nulla verior, laus nulla maior quàm coniuncta militi ſuo eruditio & pietas. Ad hæc rationum momenta poſtremò acceſſit ſingularis tuus in SOCIETATEM noſtram affectus, cui tametſi ex æquo me reſpondere poſſe diffido, in parte tamen gratiarum reponendum eſt, non ingratum eſſe conari. Quare offero Illuſtriſſimæ D. T. has curarum mearum ſubſeciuarum primitias, quæ ſanè non exigui muneris inſtar habere poterunt, ſi non pretio ſuo, ſed animo affectúque æſtimentur: & affectus quidem plenus eſt gratiarum ſignificatione; animus verò hoc meum ſymbolum in communem vtilitatem conferendi. Cuius fructus quò ad plures dimanaret, non exiſtimaui mihi crudis illis & inſipidis Mathematicorum demonſtrationibus, quæ ad pauciſſimorum palatum faciunt, ſemper eſſe inſiſtendum: ſed interdum è naturalis Philoſophiæ fontibus ſcatebram hauſi: interdum etiam Conſectariis ipſas demonſtrationes locupletaui, & familiare

quod-

quoddam commercium cum iis rebus instituí, quas aliæ sibi scientiæ possunt vindicare, ne eosdem semper propolas A & B, nimis, meo quidem iudicio, ieiunos, in forum producerem. Neque tamen idcircò verborum lenocinia, fucósque, & calamistra sum consectatus: hanc hederam scriptis suis appēdant licet, qui re tota sunt destituti; nobis OPTICE natiuo suo cultu castiùs videtur nitere. Occurret quidem subinde nomen aliquod recentis monetæ, sed indulgebit hoc facilè quilibet æquus rerum æstimator mihi non per omnia tritam axibus orbitam ingredienti, si nouitate rei exigente signatum præsente nota nummum procudo. Et verò non potui non interdum à communibus Philosophorum placitis declinare. Dicam enim ingenuè quod sentio: res indigna mihi semper est visa, hominem natura sua ad indagationem veritatis impulsum, ad alienum arbitrium ingenium semper torquere; in ea præsertim facultate, in qua rationi plurimum, minimum verò aliorum præiudicio aut præscriptioni tribuendum est. Quod si mihi quispiam crimini vertendum putabit, tuo, VIR ILLVSTRISSIME, suffragio contentus (quem idem mecum sentire nihil ambigo) fructum me laboris mei non exiguum consecutum putabo. DEVS te Illustrissimæ familiæ tuæ decus atque ornamentum quàm diutissimè seruet incolumem. Vale.

LE-

LECTORI S.



VLLA omnino res est, amice Lector, quæ magis intuenti obuia sit, & tamen minùs perspecta, suauior cognitu, & parciùs gustu delibata, denique quæ ad Mathematicas disciplinas plus adferat mométi, quàm eximia illa ac propè diuina OPTICE, regina omnium quas Mathesis complectitur scientiarum. Cuius enim in re omni, quam agimus, frequentior est vsura, imò necessitas maior, quàm aspectus, quàm oculorum, *qui lucis vsu vitam distinguunt à morte?* Plin. l. xi. cap. 37. Dixerim verissimè tamen, non rudioribus modò ac plebeiis tantùm hominibus, sed acutissimis etiam philosophis OPTICA nihil minùs esse exploratum. Quam rem ego quidem admirari quàm maximè soleo, quando apud me statuo plurima maximaque eius commoda esse ad perfectam omnis reliquæ Matheseos, philosophiæque cognitionem assequendam: quippe quæ sola adinstar perennis scaturiginis sese in duos maximarum scientiarum amnes effundit, vt quos illæ fundos tenuibus ratiunculis aspergunt singulos, hæc libero campo exspatiata, pleno, vt sic dicam, rationum flumine perfundat vniuersos. Nec his limitibus circumscribi se patitur, nec isto

Riparum clausas margine finit aquas;

verùm ruptis aggeribus in secretiorum naturæ indagationem se proripit. In hoc itaque tam vastum, támque periculosum huius scientiæ pelagus, magnorum ingeniorum bolide numquam non tentatum, at numquam exploratum, candoris ac fauentiæ tuæ aura prouectus inuehor. Facile negotium, nisi plurima me deficerent eorum præsidia, qui multùm etiam in iis rebus volutati sunt, quarum cognitio necessaria instituto meo. Quis enim est, qui in hoc scriptionis cursu non dicam Castoris aut Pollucis mihi vicem lucebit; sed viam etiam suapte natura molestam, vano conatu non efficiet difficiliorem

liorem? Abſit dicto inuidia: non vehementiùs loquor quàm veriùs; neque vt laboris aut ingenij famam maiorem colligam, argumento meo quæſitam appendo difficultatem. Ita res habet, &, quod video, omnes propè quodã veluti impetu, *non quà eundum eſt, ſed quà itur*, vt Seneca loquitur, rapi ſe ſinunt: ſic nimirum abſque rerum perueſtigatione prima dux gregis ceteras oues in præcipitiũ traxit, altera alterius veſtigiis cæco paſſu inſiſtente. Quam imprudentiam lubens pleriſq; ignoſcerem, niſi illorum etiam ſimplicior fides peccaſſet, qui cùm ſummæ eruditionis nomen acceperint, frequentes tamen paralogiſmos pro veris ſinceriſque demonſtrationibus orbi obtruſerunt: Pythagoricos fortaſſis nos eſſe arbitrati, qui ipſorum dictis tamquam oraculis fidem adhiberemus, iiſque velut myſteriis illud identidem acclamaremus, Αὐτὸς ἔφα. Sed deſinant aliquando hanc nobis credendi legem imponere, vt pueri conuitium nobis

Cicero de Inuent. faciant ſcitiſſimo illo Tulliano: *Primò quidem decipi, incommodum eſt; iterùm, ſtultum; tertiùm, planè turpe.* Incumbam igitur in hoc vnum, vt quæ ſola quorumdam auctoritate hactenus pro veris accepta ſunt, quæque obſcuriùs tradita, perſonis detractis fidem apud omnes recipiant, & integritatem. Cuius quidem prouinciæ, quamuis immenſos labores non ignorem; ſciámque quàm arduum ſit doctorum hominum receptas ſententias falſitatis conuincere, obſcuras in veram ſcientiæ lucem vindicare; facit tamen OPTICES ipſius quædam incredibilis dignitas cum fructu ſummo ac voluptate coniuncta, vt moleſtias omnes difficultatéſque nihil perhorreſcam. Illa ſanè quanta ſit, quàm eximia, quàm aliis rebus omnibus præſtans, natura ipſa oſtendit, cùm

Plin. l. xi. cap. 37. oculos, *corporis pretioſiſſimam partem*, vni OPTICÆ tamquam famulos mancupio dedit. Nemo eſt enim qui ignoret, cùm ſcientiarum omnium inuentio humano ingenio tranſcribatur, oculos potiſſimùm in huius gloriæ communionem velut emiſſitios mentis exploratores, & perſpicaces rerum indagatores eſſe adſciſcendos.

Gloſſ. L. Cæcus, π. de Iudicus. Hinc cæcis poſtulare & nouum petere Magiſtratum, legi-

legibus interdictum; quia quem oculorum dignitate casus priuauit, ei non conuenit Magistratus gerere dignitatem. Nec alia de causa vocatum est in contro- *Seneca l.4.* uersiam priuandúsne sacerdotio esset Metellus, vir alio- *Controuersia 2.* qui sanctissimus, quàm quòd oculos, quamuis religiosissima causa amisisset. Quare nihil iam miror, à nonnul- *Celius l.14* lis Roscio histrioni cetera præstantissimo hoc vnum vi- *cap. 17.* tio datum fuisse, quòd personatus veniret in scenam, vitámque omnem actioni eriperet oculorum obuelatione. Quid? an illustrius aliquid ad OPTICES probandam dignitatem excogitari potest, quàm illud ipsum acuminis oculorúmque discrimen, quod in cælestibus rebus ac terrenis contemplandis obseruamus? Si enim *Cal. Rhodig. lib. 15.* in cælum vultum erigimus, totum illud quod stellas *cap. 4.* inter terrámque quantum est spatium intercedit, inoffenso obtutu perlustramus, neque eius hebescit acies etiam remotissimorum siderum immani interuallo. At verò, quàm breui terrarum intercapedine acies obrumpitur, si Horizontem versus oculos intendamus? summum dixero, si quadraginta passuum milia visu complecti quem posse affirmaro. Terram subiectáque humiliùs loca, si profundiùs dehiscant, nec conantes videamus quidem. Nimirum vult Deus eo argumento diuinam prorsus ac cælestem esse OPTICEN demonstrare, longissimeque ab inferiorum rerum contagione familiaritatéque positam. Quamquam quid longè eius è cælo dignitatem arcesso, cùm eam Ægyptij ac Græci *Cyrill. l. 9.* nobiscum iuxtà commendarint? Illi sane præfixo re- *contra Iuliani Apostatam.* gum sceptris oculo, Deum ipsum veluti hieroglyphico quodā expresserunt: hi nihil Deo se facturos acceptius arbitrati sunt, quàm si ab aspectus perspicuitate nomi- *Plutarch.* nis illi etymon deriuarent. Non committam vt Græco- *in Iside & Osiri.* rum mihi potior quàm Latinorum sit auctoritas. Vmber ille Comœdus aurem vellit, atque è Menæchmis quid nescio insusurrat de religioso per oculos iuramen- *Plaut. in* to; *Si voltis*, inquit, *per oculos iurare.* Nec patitur Plinij *Menæchmis.* cura, qui idemtidem suggerit illud: *Morientibus oculos* *Plin. l. 11.* *operire, rursúsq; in rogo patefacere, Quiritium magno ritu sa-* *cap. 37.*

ctum; ita more condito, vt neque ab homine supremùm eos spectari fas sit, & cælo non ostendi nefas. Sed quid etiamnum cæcutimus in meridiana luce? Apud omnes omnino homines in moribus positum est, præstantissimas quasque res oculi nomine designare. An non ratio, quæ potior homini pars est, oculus appellatur? An non solem principem cæli lucem, mundi oculum nuncupamus? Hoc certè (si Macrobio credimus) vult ea Argi fabula, quem

Lib. 1. Saturn. c. 19. Poëtæ oculis plenum comminiscuntur. *Argus*, inquit, *est cælum stellarum luce distinctum, quibus inesse quædam species videtur oculorum. Cælum autem Argum vocari placuit à candore & velocitate, παρὰ τὸ ἀργὸν ϗ ταχύ; & videtur terram desuper obseruare, quam Ægyptij hieroglyphicis litteris cùm signare volunt, ponunt bouis figuram. Is ergo ambitus cæli, stellarum luminibus ornatus, tunc existimatur enectus à Mercurio, cùm sol diurno tempore obseruando, sidera velut enecat, vi luminis sui conspectum eorum auferendo mortalibus.* Hæc licet ingeniosè à Macrobio dicta sint; id tamen existimo potiùs, Argum illum luminibus nobilem, quorum media pars somno indulgebat, ceteris peruigilantibus, ea ratione cælum innumeris stellis ceu oculis insignitum repræsentare, qua pars illarum altera supra Horizontem tamquam in statione excubat, altera subtus procumbit velut consopita. Videor pro scientiæ nostræ dignitate dixisse satis, illique qui eam non videt, audeo exprobrare, quod cuidam Plautinus Pyrgopolynices;

In milite glorioso, actu 4.

— Naso, pol! iam hæc quidem plus videt,
Quàm oculis. —.

Superest, vt quæ innumeræ eius existunt commoditates aliquando dicam: quas ita sigillatim percensere deliberatum mihi non est, vt earum nullam prætercam, quæ Mathematicis disciplinis præsidio esse possit. Prætermittam enim quæcumque ex ea in rem Architectorum bona emanant. Silebo quæ eius vnius ignoratione in ædificiorum distributionibus ex malè coagmentatis partibus monstra, velut præcocium ingeniorum abortiui fœtus pronascuntur, quantæ scaporum cum basibus, quantæ superiorum ordinum cum inferioribus,

quantæ

quantæ proiecturarum & intercolumniorum aſymmetriæ. Nihil dicam de Pictorum erroribus, cùm præfractos toties, abruptoſque, quæ ſenſim cogi debebant, ſpatiorum pingunt anfractus. Nihil de illorum ineptia, qui quas res procul velut à conſpectu ſubmotas effingere conantur, eas aërio quidem colore ôffundunt, tamen ita magnam partem accuratè effingunt, vt homulorum pilos numeres, & à quercu fagum, platanúmque ex fronde diſcernas. Ridiculè profectò ac ſtolidè. Conſtat enim multò antè rerum imagines ac formas quàm colores aſpectui noſtro deperire. Illas præcipuè vtilitates attingam, quas in rebus maximis iuxtà ac minimis, vnius OPTICES beneficio quotidie experimur. Opinor enim omnino nihil eſſe ſiue in priuatis ſiue publicis negotiis, ſiue domi ſiue foris, ſiue militiæ ſiue in vrbe, quod abſque ſcientiæ huius cognitione rectè atque ordine geri poſſit. Nam quid eſt, vt de domeſticis priùs dicam, quo decenter corporibus ſuis homines veſtimenta inducunt, domeſticam ſupellectilem componunt, mēſas quotidianas honeſtè inſtruunt, niſi quoddam quaſi inſitum naturæ iudicium ab hac arte acceptum? Quid foris in Magnatum congreſſibus decenti nos docet diſtare interuallo? quid in ambulationibus atque itineribus mutuas obuiorum corporum offenſiones, quid lapſus, quid præcipitia declinare, niſi matura cautio oculorum? Militiæ verò, quid caſtrorū metatores? quid exploratores in ſpeculis? quid excubitores in vigiliis? quid in poſcendis teſſeris circitores? quid per diem ſublimè erecti dracones à δαρκεῖν ſeu à videndo dicti, quid Aquilæ, quid vexilla? quid noctu in pharis diſpoſitæ faces, niſi quidam velut oculi diſciplinæ militaris? Quis tela vibrare in hoſtem? quis mœnia pulſare baliſtis? quis vrbium portas catapultis effringere niſi aſpectus adminiculo poſſit, certiſſimoque Optici radij præſidio? E diuerſo etiam, quàm acerbæ clades acceptę neglectu contemptúq; opportuniſſimi inſtituti! Numquid Mithridatico bello, cùm in noctē pugna incidiſſet, *& luna Ponticis à tergo, à facie Romanis ſe præbuiſſet; Pontici* Florus l. 3. cap. 5.

per errorem longius cadentes, umbras suas quasi hostiũ corpora petebant? Numquid Romana classis Archimedéo speculo deflagrauit, satagente nequidquam Marcello, quibus artibus incendia amoliretur? Quod quamuis illi peracerbum, militibus funestũ planè acciderit; Syracusas tamen euersurus fertur eam fleuisse priùs, & ante ciuium sanguinẽ suas vrbi lacrymas impendisse. Tantum nempe apud hostes etiam suos valuit vrbis illius memoria, in qua culta fuerat OPTICES nobilissima disciplina. Superuacaneum fuerit, & prorsus inutile, si plura de OPTICES vtilitate disputaro. Rem enim adeò clarã & domi videant Lamiæ, atque ipse vno oculo Polyphemus. Ad eam igitur partem, quæ & facillima & iucundissima est, OPTICES nempe voluptatem accedo, quam ego tantam esse semper mihi habui persuasum, vt qui scientiæ eius bona expertus non sit, eum putarim nullum vmquam veræ solidæque iucunditatis sensum habuisse. OPTICEN vnicam esse Astronomiæ viam, Oryge picto (quo Mathematicum notant) Ægyptij indicarunt. Est ea feræ illius natura vt Sothen Ægyptiorum Deam, nos Caniculam appellamus, quadam veluti συμπαθείᾳ exoriri sentiat. Eam igitur iam ortam ex aduerso Oryx exultabundus intuetur, & perinde quasi numine conspecto (sic illi interpretantur) venerabundus procũbit, festóq; gestu ostendit, qua tandem via in Astronomiæ cognitionẽ veniatur. Et cynocephalus miro quodam consensu ipsa lunæ solísq; coniunctione visu deficit, quasi nulla manifestiore ratione lunæ defectionem dolere possit, quàm aspectus orbitate, quo sub nouæ lunæ principium redeunte ipsa fera erecto corpore, manibúsq; in altum sublatis primum eius exortũ gratulatur. In hac porrò OPTICES scientia illud magni momenti mihi semper est visum, quòd non solùm compendio ad destinatam animo metam perducat; sed etiam adeò perspicua methodo, vt animus eius luce perfusus incredibili voluptate pascatur. Ita enim natura comparatum est, vt intellectus noster sciendi quàm maximè cupidus, quemadmodum tenebris sibi offusis discruciatur, ita rebus

Plutarch. in Marcello.

Aug. l. 1. de ciuitate Dei, cap. 6.

Plutarch. lib. Utra animantium, &c.

Pierius l. 6. hieroglyph.

bus clarè repræſentatis penitúſque perſpectis non ſine grata oblectatione conquieſcat. Accedit ad hunc voluptatis cumulum, quòd ipſamet huic operi ſubſtrata materia abundè ſuo condimento ſapit. Multa enim nouitate prima in lucem proferemus, multa etiam ipſo genere ſingularia, & quæ vel curioſiſſimi cuiuſlibet ingenij ſitim explere queant. Deſinam aliquando de affecta lite contendere, ne anxiè nimiùm laudes omnes colligendo, quam commendandam ſcientiam ſuſcepi, in vilitatis ſuſpicionem adducam. Proponam eam igitur qualis eſt abſque fuco, ne id mihi obueniat, quod Veneri accidiſſe ſcribit Philoſtratus, Momo eam quidem fuiſſe placituram, ſi ſandalias crepitantes non habuiſſet. OPTICE igitur certiſſima quædam ratio eſt ad omnem Matheſeos diſciplinam breuiter complectendam; fax eſt obſcurioribus eius partibus illuſtrandis, ceteriſque molitionibus ſuſtinendis fundamentum. denique vt in exploranda operum ſuorum fide faber *Epiſtola ad vxorem.*

—— oculo rubricam dirigit vno: *Perſius.*

ita accuratus eſſe Mathematicus nemo poteſt, qui tamquam oculum, tamquam amuſſim & obruſſam OPTICEN non vſurpat. Stimulaui iam credo deſiderium tuum, erudite Lector, ſplendoris tanti, tantorúmque commodorum vtilitatúmque commemoratione, vt ſcire aueas, qua via nobiliſſimæ huius ſcientiæ tractationem ingreſſurus ſim. Aduerte pauliſper animum, oppidò noueris voluntatem meam. Nec ſum, mihi crede, is, qui condicam multa, paucorum liberem fidem: repræſentatione ſoluere conſueui; & ne diutiùs te morer, en velut in tabella operis totius inſtar delineatum.

Continetur omnis OPTICE triplici ferè videndi ratione, quam Franciſcus Verinus triplici etiam modo, quo Deum creaturæ cognoſcunt, ingenioſè profectò comparauit. Prima directa, quæ eſt oculi noſtri, ſic, vt in rem propoſitam intendit, cum illa cognitione componitur qua beatorum mentes præſentem Deum, facie ad faciem, vt D. loquitur Paulus, contemplantur. Altera repercuſſa, ſiue earum rerum perceptio, quarum à *Libro de Philoſophiæ præſtantia aduerſus detrectatores, cap. 5.*

 ſpecu-

ſpeculis ad nos imagines reuertuntur, cui non abſimilis eſt illa cognitio, qua Deum per fidem in rebus creatis, veluti quodam ſpeculo aut ænigmate videmus. Tertia denique, quam infractam vocant, ea eſt, qua rerum ſpecies per diſſimilia diaphana tranſmiſſæ, & ab iiſdem quaſi deformatæ ac fractæ in oculos immittuntur. Sic Ethnici diuinitatis notionem aliquam, ſed multis erroribus vitiatam, naturæ ſolius lumine aſſecuti ſunt.

Hos tres vidēdi modos pluribus libris cōplexus ſum

Primus, qui & reliquorum erit veluti fundamentum, & prolegomenôn loco, agit de organi ſiue oculi conſtructione, partibus, & varia qualitate. Atque hæc quidem partem maximam ex propria inueſtigatione ac ſenſu, magnam etiam de principum Anatomicorum ſententia differemus. Cetera de obiecto, vt loquuntur, ac natura aſpectus, è vera atque interiore philoſophia accepta ſunt.

Alter diuerſas iuxtà ac periucundas Optici radij & Horopteris proprietates explanat.

Tertius, qui de communibus obiectis internoſcendis inſcribitur, docet, qua ratione ea quæ pluribus aliis ſenſibus percipiuntur, qualia ſunt Magnitudo, Diſtantia, Figura, Situs, Locus, Continuitas, Diſcretio, Numerus, Motus & Quies, viſu cognoſcantur.

Quartus oculorum illuſiones, quæ in communibus præcipuè obiectis vſu veniunt, exponit.

Quintus naturam declarat effectúſque Luminoſi & Opaci. Huius quinque iſtæ ſunt partes: De luminis profuſione: De luminum concurſu & occurſu: De luminis illapſu: De vmbris: De luminis traiectu.

Sextus complectitur triplex Proiectionis genus, Orthographicen, Stereographicen, & Scenographicen, ex quibus compendio præcipuas Mathematicæ partes addiſcere poſſis.

Atque hi OPTICORVM ſunt libri. Quatuor proximi in CATOPTRICORVM tractatione verſantur, alterúmque videndi modum, qui radiorum repercuſſione fit, declarant.

Septi-

Septimus, qui & CATOPTRICORVM primus, ea tradit, quæ ſpeculis vniuerſè conueniunt.

Octauus agit de ſpeculis planis.

Nonus de conuexis.

Decimus de cauis.

Qui ſequuntur DIOPTRICORVM libri, infractionis naturam, ac varios modos quibus ea fit depromunt. Hinc omne conſtruemus Dioptrarum genus, illúdque præcipuè nuper inuentum, quo res immani interuallo diſtantes, atque adeò extra aſpectus vim conſtitutas, velut intra præfinitos naturæ terminos poſitas, ipſiſque propemodum oculis cohærentes videmur intueri. Planè vt Argonautam illum qui ob intuitus perſpicuitatem Lyncei cognomen accepit, orbi reſtitutum eſſe poſſis ſuſpicari.

Poſtremus denique de iis agit, quæ ſublimè eueniunt, ſolaris radij partim repercuſſione, partim infractione. Hìc Irides, Halones, Parelia, aliaque id genus Meteora ex ſcientiæ huius Poriſmatibus explicantur.

Hæc omnia quia conſtringi in tomum vnum non potuerunt, in duos partitus ſum. Et eccum tibi priorem ſex OPTICORVM libris conflatum, qui omnes in ea, quæ per directos radios fit, viſione verſantur. Reliqui alterum tomum conficient, qui ex his principiis deductus ad alia ſubtilioris inueſtigationis arcana maiori cum voluptate deſcendet: ea verò vt ex OPTICORVM cognitione dependent, ita hoc tomo quaſi in radice ac ſemine fuere præmittenda, vt perceptis rerum principiis, procliuior ad earum tractationem via ſterneretur. Illud poſtremò te moneo, non eſſe quod mireris propoſitiones plurimas, quas alij ferè ſingulariis litteris exponere conſueuerunt, à nobis faciliori quadam iucundiorique ratione demonſtratas eſſe. Nonnullis enim adeò moroſum ac tetricum illud videtur ſcriptionis genus, vt faciliùs [a] Lacedæmonum Scytalen, [b] aut Epheſias litteras, aut [c] Tironis notas, quàm characteres illos toties repetitos expedire ſe poſſe arbitrentur. Conſulto igitur conſilio à me mutata res, & vbi occaſio tulit, vel

[a] Auſonius ep. ad Paulinum. A Gellius lib. 17. c. 9.
[b] Cal. Rhodeginus.
[c] A. Gellius lib. 17. c. 9.

ab ipſius naturæ intimo receſſu, vel ab experientia rationes deprompſi, vt à te gratiam inirem maiorem; alia etiam cauſa non parua, quòd rei, quam tractandam ſuſcepi, ea conditio ſit, vt plerumque connubiali materiæ lege vinciri gaudeat. Non enim facilè Platoni calculum adiecero, qui niſi quod à materia ſeiunctum eſſet, Mathematicum cenſebat nihil: artemque machinalem, & organicum demonſtrandi modum aduerſus Eudoxum & Architam Matheſeos nomine indigna reputabat. Nimis profectò ieiunè: cùm vix appareat, quo pacto quis à turpi otio vindicari poſſit, ſi nihil vmquam ad communem vſum ex illa tetrica ſterilique contemplatione producat. Saniùs hac de re Archimedes, qui rerũ cum materia copulationem non modò nihil Matheſi derogare, ſed verò exornare eam etiam ac perficere exiſtimauit. Cuius nos auctoritate freti hanc Matheſeos partem, quæ vtrumque genus, Philoſophicum ſcilicet & Mathematicum comprehendit, ſuſcepimus excolendam. Quod qui ſeriò etiam atque etiam expenderit, non quouis loco, vt opinor, exangues illas atque exſuccas Euclidis demonſtrationes deſiderabit: ſed pro rerum diuerſitate varios vſurpari explanandi modos maximopere comprobabit. Fruere igitur hiſce lucubrationibus meis: quas ſi laudaris, animos dederis ad CATOPTRICORVM & DIOPTRICORVM libros perficiendos; ſi reprehenderis, audiam cum Apelle poſt tabulam, & pergam porrò alterius tomi ſcriptione meliùs ſtudere palato tuo. Vale.

Plutarch. in Marcello.

ELEN-

ELENCHVS OPERIS.



OPTICORVM LIBER I.

DE ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ. VISVS.

DE ORGANO VISVS PROPOSITIONES.

DE OBIECTO VISVS.

94. *Rem*

OPTICORVM LIBER II.

DE RADIO OPTICO ET HOROPTERE.

DEFINITIONES.

HYPOTHESES.

DE RADIO OPTICO.

PROPOSITIONES.

OPTICORVM LIBER III.

DE COMMVNIVM OBIECTORVM COGNITIONE.

*** Apparen-

CONSECTARIVM I.

CONSECTARIVM II.

CONSECTARIVM III.

DE FIGVRÆ COGNITIONE.

DE LOCI COGNITIONE.

DE SITVS COGNITIONE.

DE

DE CONTINVI AC DISCRETI COGNITIONE.

DE MOTVS ET QVIETIS COGNITIONE.

DE MEDIORVM OBIECTORVM COGNITIONE.

OPTICORVM LIBER IV.

DE FALLACIIS ASPECTVS.

LEMMATA.

basin anguli obliquiores. 199.

7\. *Triangulorum super eadem basi, & in iisdem parallelis constitutorum, minimus est ad verticem angulus, cuius maximum est alterum eorum, quæ præter basin sunt, latus.* 199.

8\. *Si duo triangula ad eundem verticem constituta inæquales habuerint bases, quarum maior complectatur minorem; eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis maior fuerit.* 200.

9\. *Si duo triangula ad eundem verticem constituta æquales & parallelas ac similiter positas habuerint bases, eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis vertici propinquior fuerit.* 200.

10\. *Si alteram parallelarum secet quæpiam recta linea, hæc producta secabit & reliquam: oportet autem secantem cum parallelis in eodem plano existere.* 201.

11\. *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, erunt segmenta vnius, segmentis alterius proportionalia.* 201.

12\. *Si in duas rectas lineas parallelas duæ rectæ incidant lineæ quæ se mutuò secent, erunt parallelarum interceptæ portiones vt secantium se segmenta.* 202.

13\. *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, & per communem sectionem alia ducatur, quæ parallelarum interceptas portiones diuidat, erunt & harum portionum segmenta inter se similia.* 202.

14\. *Duorum triangulorum rectangulorum si vnius maximum latus ad alterum reliquorum maiorem rationem habuerit, quàm alterius maximum latus ad alterum reliquorum; maior erit angulus sub illis lateribus comprehensus, quæ maiorem rationem habuerint.* 203.

CONVERSIO.

Si maior sit angulus A B C *quàm* D E F: *aio* B C *ad* B A *quàm* E F *ad* E D *maiorem rationem habere.* 203.

CONSECTARIVM.

Si duo triangula rectangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrumque vtrique, æquilatera & æquiangula erunt ipsa triangula. 203.

15\. *Si à puncto sublimi* A *in subiectum planum perpẽdicularis demittatur, atque à puncto incidentiæ* B *ad aliam quamcumque, puta* C D, *perpendicularis educatur* B D: *dico &* A D *ipsi* C D *perpendicularem esse: si autem* B D C *angulus acutus fuerit vel obtusus; dico &* A D C *acutũ vel obtusum esse.* 204.

16\. *Recta quæpiam linea subiecto plano ad signum* B *obliquis insistat angulis, atque ab eius puncto sublimi* A *perpendicularis demittatur cadens in* C, *ducta* B C: *dico angulum* A B C *minimum esse omnium eorum qui continentur linea* A B, *& quacumque per* B *in plano ducta: atque eum qui ipsi propinquior est remotiore minorem esse: duos autem tantùm æquales ad vtrasque ipsius partes constitui.* 205.

17\. *Si à quouis puncto circularis diametri recta ad circumferentiam educatur; ea pars diametri, quæ hac maior fuerit, & reliqua diametri parte maior erit; & quæ minor, minor.* 206.

18\. *Si à quouis signo circularis diametri duæ lineæ inæquales ad circumferentiam educantur, portio diametri maiori vicinior, reliqua parte diametri maior erit.* 206.

19\. *Si à verticibus duorum triangulorum, quorum æquales sint bases, ad media signa basium æquales quidem rectæ lineæ, sed disparibus angulis pertineant, vna videlicet rectis, altera obliquis, sitq; vtraque maior medietate sua basis: eius trianguli maior erit ad verticem angulus, in cuius basin demissa à vertice rectis incidit angulis.* 207.

20\. *Iisdem positis sit* A C *minor quàm* C B: *dico angulum* B A C *angulo* E D F *minorem esse.* 207.

21\. *Non sit iam* A C *ipsi* B C *perpendicularis; sit autem* D H *ipsi* E F *quàm* A C *ipsi* B C *obliquior: dico; si maior quidem sit* A C B *quàm* G C, *etiam angulum* B A C *angulo* E D F *maiorem esse: si verò minor, minorem.* 208.

22\. *Circulum* A B C *contingant rectæ lineæ* A K *&* C K *in punctis* A *&* C; *iuncta* A C, *&* K B *per centrum actâ: dico vt* B K *ad* K D, *ita esse* B H *ad* H D. 209.

23\. *Et si vt* B K *ad* K D, *ita est* B H *ad* H D, *aliaq; ex* K *ducta fuerit* K L, *quæ circulum secet in* X; *ipsam* A C *in* N: *rursus quemadmodum* L K *ad* K X, *ita aio esse* L N *ad* N X. 209.

CONVERSIO.

In circulo A B C D, *si vt* K L *ad* K X, *ita sit* L N *ad* N X, *agatúrque* K B *per circuli centrum, & ab* N *ad* K B *perpendicularis ducatur* N H: *dico fore quoque vt* B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D. 210.

24\. *Sit*

24. Sit vt recta linea B K ad K D, ita B H ad H D; & sit angulus B F H æqualis angulo H F D, iuncta F K. dico H F K rectum angulum esse. 210.

CONVERSIO.

Esto vt B K ad K D, ita B H ad H D; sit verò angulus H F K rectus, iunctis B F & F D: dico angulum B F H angulo H F D æqualem esse. 211.

CONVERSIO ALIA.

Rursus angulus H F K rectus esto, angulusq́ B F H angulo H E D æqualis: dico vt B K ad K D, ita esse B H ad H D. 211.

25. Quæ ab externo signo ad datum circulum ducitur ipsum contingens, maxima est illarum omnium, quæ in connexam peripheriam cadunt; illarum verò quæ in cauam, omnium minima. 211.

26. Quæ ab eodem puncto ad circulum contingentes ducuntur, sunt inter se æquales. 212.

27. Si in triangulo A B C tres rectæ lineæ constituantur, vna D E quæ vtrumque trianguli crus vtcumque secet, altera F G quæ ipsam D E secet bifariam in H, tertia A I quæ à vertice delapsa ipsam F G bifariàm diuidat in I: dico F G in H, & D E in K secundùm eamdem rationem dissecari. 213.

HYPOTHESES.

1. Visum subinde & falli & fallere. 213.
2. Omnes aspectus fallacias aut deprauato intuitu, aut falsa æstimatione scientiáque, aut vitioso syllogismo inferri. 216.
3. In octo circumstantiarum asymmetria omnes errorum caussas constitutas esse. 217.
4. Errores visus posse corrigi, tum mente, tum aliis internis externisq́ sensibus. 218.
5. Maioribus spectata angulis distinctiùs euidentiusq́ internosci. 219.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA DISTANTIAM.

DEFINITIONES.

1. Iusta distantia ea est, in qua apparent partes, quæ totius comparatione sensibilem proportionem habent. 219.
2. Immoderata distantia illa est, qua partes sensibilem habentes proportionem ad totum delitescunt. 220.
3. Quæ maiori visibili mediocris est distantia, ea minori est iusto maior. 220.

PROPOSITIONES.

1. Distantiæ minores semper, quàm reipsa sint, conspiciuntur. 220.
2. Eorum quæ in directum longo ordine exponuntur æqualesq́ intercapedines, quò remotiores eo semper minores apparent. 222.

CONSECTARIVM.

Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur. 221.

3. In rerum distantiis tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut cùm hoc inter & visum nullū spectabile corpus intercedit. 221.

CONSECTARIVM I.

Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniuncta videntur. 221.

CONSECTARIVM II.

Qui procul ab amne distant, res vlteriores à citerioribus non distinguunt. 223.

CONSECTARIVM III.

Planetæ ac stellæ fixæ, quantum à nobis distent, aut quæ plus minúsve, visus non assequitur. 223.

CONSECTARIVM IV.

Cælum terræ cohærere in ambitu Horizontis videtur. 223.

4. Subinde remotiores, plurimùm tamen propinquiores eæ res existimantur, quarū intermedium spatium non percipitur. 224.

CONSECTARIVM I.

Cælum prope Horizontem longiùs à nobis distare videtur, quàm iuxta verticem. 224.

CONSECTARIVM II.

Nubes terræ adhærentes, propè, auulsæ, longissimè abesse videntur. 224.

CONSECTARIVM III.

Ignes noctu procul conspecti, viciniores apparent. 225.

5. Sub tenebras, vt circa crepusculum, quæ propè sunt, remota esse credūtur. 225.
6. Per nebulam turres ac montes longiùs quàm sereno cælo distare existimantur. 226.
7. Quibus obtusior est oculorum acies, his res quædam propinquæ longiùs abesse videntur. 226.
8. Ob temporis breuitatem nequit aspectus veram rei distantiam explorare. 226.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA MAGNITVDINEM.

AXIOMATA.

1. E quibus reipsa positis verus infertur effectus,

PROPOSITIONES.

Loca

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA SITVM.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

ANGVLVS.

49. *Eadem porrò anguli phantasia obueniet, si in altera earum, quæ angulum continent, exteriùs producta perpendicularis constituatur.* 273.

50. *Si autem perpendicularis, in qua oculus, per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur; obtusus verò contrà, accessu augeri, recessu minui conspicietur.* 274.

51. *Si recta quadam linea angulum per verticem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longiùs dimouetur, eò semper angulum maiorem spectari.* 276.

52. *Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusque sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.* 277.

53. *Circum anguli* A B C *verticem* B *circulus describatur, in eúmque incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F&G, *vbi arcus* A C L N, *angulúsque secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H & K, *vbi* H K *ipsi* F G *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper augeri, accessu verò minui.* 278.

54. *Si à vertice spectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ signo æqualis ipse angulus conspicitur.* 279.

55. *Motus quo visus à subiecto plano altiùs sublevatur, ei respondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad spectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depressio proportione respondet abscessui.* 279.

56. *Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.* 280.

CIRCVLVS.

57. *Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit.* 280.

58. *Oculus in caua circularis perimetri parte constitutus vniuersum ambitum contuetur.* 281.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatrò aptissima est. 281.

59. *Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto, nulla eius portio spectabilis est.* 282.

60. *Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, ut extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur.* 282.

61. *Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem quæ videtur, definire.* 283.

62. *Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.* 283.

63. *Et si quæ ex centro excitatur, non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominùs æquales apparent.* 284.

64. *Sed iam* A C, *in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano; illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.* 284.

65. *Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei, quæ ex centro, fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt.* 285.

66. *Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro inæqualem esse.* 286.

CONSECTARIVM.

Curruum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ & velut ellipses apparent. 289.

67. *In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.* 289.

68. *In eodem circuli aspectu, quæ ad* B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.* 290.

69. *Et quæ ex* K *ad circuli peripheriam educuntur, non sunt quidem, videntur autem & ipsi* B D *& inter se parallelæ.* 291.

70. *Omnium item quæ intra circuli peripheriam ipsi* B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.* 292.

71. *Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens*

CONVS.

LEMMATION.

CONSECTARIVM.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA LOCVM.

OPTI-

OPTICORVM LIBER V.

DE

LVMINOSO ET OPACO.

**** Qua

DE LVMINIS TRAIECTV.

CONSECTARIVM.

OPTICORVM LIBER VI.

DE PROIECTIONIBVS.

LEMMATA.

Si

PRÆNOTATIONES.

AXIO-

Linea

CONSEGTARIVM II.

DE VMBRARVM

SCENOGRAPHICIS PROIECTVRIS.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM
LIBER PRIMVS
DE
ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ.
VISVS.



ARGVMENTVM.

VISVS contemplatio tametsi ad naturalis philosophi institutum propriè spectet, cuius est de animæ instrumentis, ac facultatibus, functionibusque ex naturæ principiis disputare; tamen quia permulta in hac Optices scientia occurrunt, quorum causa vel ab organo, vel ab obiecto, vel à natura visus peti debet, non alienum à proposita materia fore existimaui, de his primum hunc librum inscribere: medicorum exemplo, qui dum morbos partium enumerare instituunt, priùs partes ipsas corporis describunt, sine quarum prænotione morborum definitiones, principia, causæ atque symptomata solidè cognosci nequeunt. Igitur singula eodem

quo antè propoſita ſunt ordine, diuina aſpirante gratia proſequemur, ſumendo ini- A
tium ab organo: cuius primò quidem partes, deinde ſingularum vſum functio-
nemque exponemus, ea plurimùm vtentes demonſtrandi ratione, quæ vel ab intima
naturæ proprietate, vel ab experientia, vel à ſectionis adminiſtratione deſumitur;
quorùm auctoritas, ſiquis rectè æſtimet, in rè præſenti præcipuum momentum habet.
Proprietas enim, cuiuſque rei naturam per ſe oſtendit. Diſſectio verò, tum ea quæ ocu-
lis inſunt, manifeſtat; tum in actionis facultatiſque notitiam deducit. Experientia
denique prima rerum magiſtra ſcientiam in hominibus efficit, Philoſopho teſte lib.1. Me- B
taph. c.1. imperitia verò, vt rectè Polus, caſum. Quare veriſſimè dixit Plinius
lib.17. c.3. optimè experimentis credi. Eſt enim experientia quiddam ſcientiæ ſimile,
ad plurimarum rerum exactam cognitionem apprimè neceſſaria. Nam vt Ariſtot. ſcri-
bit lib.10. Ethicor. c.9. qui rempublicam gerunt experientia potiùs quàm
mente id faciunt, & medici non ex libris *ſed ab experientia* fiunt. *Itaque*
quod & gratius & vtilius fore putauimus, hiſpidas illas demonſtrationum formas,
quæ ſingulariis fiunt litteris, pluribus in locis conſulto prætermiſimus, ab ipſius potiùs C
naturæ intimo receſſu propriiſque principiis, quàm ex alieno penu veritates eliciendas
eſſe rati, vt vnà cum effectu etiam cauſa perſpecta habeatur.

DE ORGANO VISVS.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Septem tunicæ oculum conſtituunt, humores tres intus complexæ. D

OCVLI, pars corporis pretioſiſſima, tamquam ſpeculatores altiſſimum locum obtinent; vnde eminus, quæcumque nocitura aut profutura ſunt, proſpiciunt. Tunicis ſeptenis ac ternis humoribus conſtant. Muſculis porrò exceptis, vti & pericranio, pinguedine, glandulis, palpebris, tarſis, ciliis, ac ſuperciliis, quas rectè externas oculi partes appellaueris.

Prima tunica (*Adnatam* vocant) maiorem oculi partem
contegit, atque ex pericranio originem ducit. Altera *Cornea* E
huic proximè adhæreſcit, in anteriore oculi parte conſpicua, & vitri more pellucida. Hæc à *Sclerode*, quæ adnatæ ſubeſt; vtraque verò à dura meninge proficiſcitur, qua etiam durior eſt, vniuerſumque oculum vndique cingit.

Sub cornea tunica primus humor *Aqueus* concluditur, qui & *Albugineus*. Hic quarta tunica *Vuea* ſubtus coërcetur; ſic vt in anteriore parte, vbi in planitiem ſubſidit, pertuſa ſit exiguo foramine, quod *Pupilla* nuncupatur, per quod rerum ſpectra intromittuntur. Naſcitur autem hæc tunica à *Choroide*, & vtraque à tenui meninge, corneâ multò ſubtilior, intus omnino nigra, exteriùs ſæpè ſubuiridis, quandoque glauca, interdum
cæſia. Pupillæ, facultas Sphincteris ineſt; qua dilatari poſſit atque conſtringi, non pro F
arbitratu, ſed cùm neceſſitas impellit. In tenebris longè maximè dilatatur, vt rerum viſibilium formas vberiùs admittat; coarctatur verò ad intenſum lumen, ne eius affluentia lædatur.

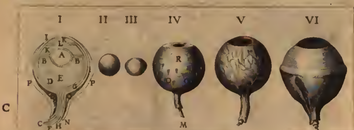
Choroidem intus *Retina* tunica maiore parte ſuccingit, à cerebro profecta, eaq; ſubtiliſſima. Retina *Araneam* tunicam progignit omnium tenuiſſimam, quæ Choroidis cauum interſepit, *Cryſtallinumq́; humorem* circumcircà complectitur. Hánc inter & vueam breui ſpatio albugineus humor continetur, cum illo, quem inter vueam & corneam eſſe diximus, communis, ita vt diſtinctis ſedibus vnus idemq́; humor diſcretus ſolo pupillæ hiatu ſibi cohæreat.

Subtus

A Subtus, quod reliquum est spatium *vitreo* humore completur, cui crystallinus seu glacialis humor stabilis constansque innatar, non vt quidam voluere sphærulæ instar propria mole consistens; sed tunica, quam araneam diximus, arctissimè coërcitus. Positus autem est is non in vitrei medio, sed parte eius priore pupillæ obiectus, membrana illa, quæ velut diaphragma virreum humorem ab albugineo discriminat, complexus.

Est porrò glacialis humor non perfectè sphæricus, sed parte anteriore aliquantò compressior ad instar lentis. Alitur per venas à cerebro cum aranea tunica deriuatas.

Hæc quæ de oculorum structura breuiter dicta sunt, vt illustriora euadant, hac tabella explicatiùs spectanda proponimus. In qua ea quæ ptimo loco ponitur figura,
B



C sectionem oculi exhibet, quæ per pupillæ, glacialisque humoris, ac nerui optici centra transit, vniuersasque oculi partes vno aspectu repræsentat. A quidem glacialem humorem, B araneam membranam, quam retinæ sobolem esse diximus, glaciali humori obductam, C neruum opticum, D retinam tunicam, ex neruo optico progenitam, E vitreum humorem, F tenuis meningis portionem, G choroidem tunicam, quam tenuis cerebri membrana, seu pia mater gignit, H duræ meningis portionem, vnde
D I sclerodes & cornea tunicæ originem habent, K humorem aqueum, L pupillam, qua vuea pertunditur, P musculos oculum mouentes, Q pinguedinem, qua musculorum caua opplentur.

Secunda figura glacialis humoris formam continet, qua is ab anteriori oculi parte conspicitur, detractis tunicis, quibus obtegitur.

Tertia figura, eumdem crystallinum humorem à latere visendum proponit.

Quarta externam choroidis tunicæ superficiem demonstrat, vt ex latere cernitur; è cuius ima parte nerui optici portiuncula eminet littera M signata, N pupilla est, O venarum arteriarumque præsegmina, à dura oculi tunica in vueam pertinentium, R crystallini humoris sedes est.

E Quinta figura corneæ tunicæ lateralem faciem exprimit, venis arteriisque perfusam.
Sexta totius oculi formam à latere conspicuam præbet, cum adnata tunica, ac musculis oculum cientibus, quos interiecta pinguedo fulcit, vti suprà est commemoratum.

Hactenus succinctam habes enumerationem partium, è quibus totius oculi fabrica consurgit: nunc singulæ paulò accuratiùs sunt enucleandæ. Nulla enim superuacanea, nullaque ad perfectam visionem non necessaria censeri debet.

F

Tunicarum numerus.

Atque in primis de numero tunicarum non vna est omnium sententia. Nam alij septem, quidam sex, nonnulli quinque, alij quatuor, sunt qui tres, & qui duas ponant. Septem hæ numerantur, adnata, cornea, vuea, aranea, sclerodes, choroides, retina. Qui pauciores censent, ex his alij alias prætermittunt. Sed re salua atque integra solis certant nominibus. Nam aliqui adnatam inter externas oculi partes connumerant, & sex dumtaxat reliquas propriè oculo tribui volunt. Rursus cornea & sclerodes vt verè vna est continuataque substantia, ita vno tantùm corneæ nomine à multis nuncupatur: sic & vuea cum choroide, & aranea cum retina continuatione substantiæ vnitatem obtinent; tamen quia officiis, figura, ac situ discrepant, vt & cornea à sclerode, vsus loquendi,

 atque

atque intelligentiæ ratio diuersam in iis nomenclaturam postulat, ne sub vno nomine vna pro altera accipiatur. A

Neque verò eæ solùm partes; quæcumque sibi quantitate cohærent, vno nomine designantur: sed eæ omnes, quas vel ob peculiarem in corpore situm, vel ob insignem figuram, vel ob proprium munus functionemq; sæpè vsuvenit nominare, ne sub vno nomine, nunc vna nunc alia pars intelligatur, totaq; doctrinæ ratio pessum eat. Et sanè si quantitatis vnitas vnum nomen obtineat, nec aranea, nec retina, nec neruus opticus, sed cerebrum solùm nominari oporteret: siquidem hæc omnia vna quantitas copulat. Rursus neque ragoides, neque choroides, sed pia tantùm mater: imò verò nec caput, nec venter, nec manus, nec pes; sed omnia vnico corporis humani nomine appellarentur, cùm vna sit totius corporis quantitas, quæ partes omnes sibi inuicem sociat. Quod quàm sit à ratione alienum, nemo non videt. Sunt ergo vel à situ, vel à figura, vel ab officiis potissimùm indita nomina: ob quas etiam causas consentaneum iudicamus partes illas distinctis nominibus appellari, ne dum sæpiùs nominantur, identitas nominis confusionem inducat. Quare septem numero tunicas, quæ tribus humoribus coërcendis opitulantur, vti situ, figurâ, atque officiis, ita propriis nominibus distinctas admittimus, quas modò singulas lubet accuratiùs discurrere, ne quidquam, quod ad rem propositam faciat, quódque iure desiderari possit, prætermissum esse videatur. B

Adnata tunica. C

EXtima oculi tunica, quæ supra scleroticam consistit, & aspectui cum cornea sese offert, à pericranio porrigitur, totumq; exteriùs oculum ad corneam vsque inuestit; quo loco in eam inseritur, atque ei in orbem adnectitur. Hæc alligat firmatque oculum, tum ossibus, tum palpebris, tum ceteris tunicis, vt & in sua cauitate contineatur, & libere moueri possit. Exteriùs, quà spectabilis est, insignem habet albedinem, quæ ad corneæ ambitum terminatur: posteriori verò parte musculis, glandulis, pinguedineque obuoluitur, vt oculi benigno humore irrigati motui promptiores reddantur. Variis nominibus appellatur, Adnata, Alba, Adhærens, Coniunctiua, ἐπιπεφυκώς, quæ vna vox multis Latinis respondet. D

Cornea & Sclerotica.

KEρατοειδὴς, id est cornea, seu cornicularis, aut corniformis tunica, eam dumtaxat significat, quæ ab alba circumscribitur, dura, lenta, densa, diaphana, tenuis, perpolita, ac tensa, cornu laternarum attenuato persimilis.

Dura est, vt incursantibus corpusculis obsistat.
Lenta, ne leui ictu in partes dissiliat.
Densa, ne per eam humor aqueus exsudet.
Diaphana, vt lumini rerumq; formis peruia sit. E
Tenuis, ne exigua eius opacitas luminis partem excludat.
Perpolita ac tersa, ne asperitas transparentiam impediat.
Tensa, ne corrugata asperitatem induat, sicq; eminentiis pariter & cauitatibus exasperata diaphani naturam deperdat.

Hæc eadem adnatæ in circuitu modicè incumbit, forma in primis circulari, tum in medio oculi nonnihil protuberans. Vnde ea maxima consequitur vtilitas, quòd plurimi vndique radij ad pupillam perueniant, ac latiùs visus pateat.

Corneæ ea continuatur tunica, quæ reliquum oculum inuestit, à dura cerebri membrana profecta. Ab insigni duritie, quam ei confert pia mater, appositè Σκληρώδης & F Σκληρωτικὴ nuncupatur. Hæc etsi à nonnullis candida dicatur, quòd nonnihil candoris habeat, nec ita, vti cornea, transparens sit; tamen longè diuersa est, ab illa Alba, quæ corneæ continuari videtur. Nam alba à periostio, & à tendinibus musculorum oculos mouentium enascitur, cui ista succumbit, subijciturque dura siue sclerotica nuncupata, quæ corneæ continuatur, atque cum ea vniuersum oculum cingit.

Vsus eius præcipuus isque maximus est, totum oculum, omnesque intus humores, atque imbecilliores tunicas stipare, ne fluxæ, figuram situmve mutent. Insuper propagines venarum arteriarumque suscipit, quas posteà choroidi communicat, vt illarum ope in omnes partes alimentum distribuatur.

Vuea

A

Vuea & Choroides.

Ραγοειδὴς quasi vuea dicitur ea tunica, quæ acino vuæ detracto pedunculo per similis est: cuius hiatus, qui pupilla nuncupatur, in hominibus quidem semper exactè rotundus est; in plurimis verò animantibus, vt felibus & equis, oblongus, & velut incisio quędam à summo deorsum inflicta, quamuis piscibus nonnullis eius longitudo in latera protendatur. A choroide vuea proficiscitur, atque inter corneam & crystalloidem sita albugineum humorem intersecat, sic vt neque corneam neque crystalloidem attingat. Χοροειδὴς, siue implexa tunica, reliquam partem indicat, quam vuea à tenui meninge
B communem accepit. Vtraque plurimas venarum immissiones suscipit: diceres eas velut in alimenti emporium missas esse. In vtraque etiam maximè conspicua est impensa nigredo, præsertim ex interna facie, quà crystallinum respicit. Estque in primis hic color ad splendorem colligendum vtilis, & vt lux debilis in crystalloide magis conspicua sit; nam lux in obscuro loco magis apparet. Galenus lib. 10. de part. vsu, colorem hunc medicamentosum oculo esse ait; vbi scilicet à vehementi luce praue affectus, ad fuscum hunc spectandum clausis palpebris se conuerrit, recreatur, reficitur, atque à molesto occursu egregiè releuatur. Et Cælius Rhodiginus antiquarum lectionum l. 3. c. 28. perituram omnino fuisse rationem videndi arbitratur, ni artificis sapientia post id quod mitè pellucet, nigricans quidpiam appinxisset.

C Quemadmodum vuea cum choroide intus, quà crystallinum spectat, nigra est, ita exterius, quà corneam respicit, diuersicolor apparet. Nam modò atrum, modò fuluum, modò glaucum, modò cæsium, modò alium colorem refert. Vnde is locus, qui spatio illo comprehenditur, quod inter pupillam & album oculi interiacet, *Iris* appellatur. Est enim, inquit Galen. lib. 10. de vsu part. *adeò Iridi similis, vt ne si velis quidem hunc locum aliter quàm Iridem appellare queas*. Hanc colorum diuersitatem, etsi Aristotelis l. 1. histor. animal. c. 10. hominis propriam esse affirmet; tamen in ceteris quoque animantibus eam reperire est. Nam equi nonnulli & canes cæsios oculos habent, quibus tamen plurimùm sunt nigri. Non est autem in his ea, quæ in hominibus spectatur, varietas. Infantibus, mirum est oculi Iridem pupulamque ea magnitudine
D adesse, qua adultis, quod & plerisque animantibus vsu venire comperimus. An eam ob causam quòd visus eis ab initio perfectus sit, ideoque & organum absolutum esse oporteat? Sanè licet reliqua pars oculi iusta portione minor sit, hæc tamen quæ potissimùm visioni conducit iustam magnitudinem est adepta. vnde eam videmus totum pænè palpebrarum hiatum occupare. Sunt etiam puerorum oculi statim à partu cæsiusculi; post verò mutantur in eam naturam, quæ futura est: cuius rei causa est humiditas & partium teneritudo; quamobrem & cæsaries ipsis primò subalbida, posteà flauescit, ac temporis decursu in atrum transit.

Aranea & Retina.

E ARanea à retina producitur, totumque crystallinum humorem in circuitu inuestit: non verò, vt Galenus, anteriorem tantùm eius partem. Leuissima, tenuissima, densissimaque est, atque egregiè pellucida, telæ aranearum simillima. Vnde ἀραχνοειδὴς nuncupatur. Hæc ita arctè crystallino adhæret, vt rectè eam crystallini superficiem vocaueris, Ruffo auctore: qui eam, ex quorumdam sententia, nec tunicam quidem, sed membranosam quamdam congelationem esse dixit. Tunica tamen est reuerà crystallinique operimentum atque amiculum, quod vndequaque ad vueam vsque expanditur, ac velut interseptum aqueum humorem à vitreo disterminat.

Non differt ab hac, quam nonnulli Ciliarem vocant. Nam hæc ipsa quasdam pro-
F ductiones suscipit ciliorum pilis similes, ita dispositas, vt omnes in vnum velut centrum dirigantur.

Posterior eius pars, quæ vitreum humorem complectitur, Retina dicitur, non quòd in retis modum contexta sit, cùm sit densa ac solida, sed quòd hemisphæricæ peripheriæ figuram referat, quale est quoddam retis genus, quod ex ligneo circulo, cui circùm circà assuitur, dependet, perticaq; affixum, piscibus captandis in aquam mittitur.

Crystallinus humor.

A Transparentia cum quadam albedine, κρυσταλλοειδὴς; à condensatione verò, glacialis nuncupatur. Nam suapte mole consistit, aquam cõgelari cœptam repręsentans. Hæc præstantissima esse videtur oculi pars, & cuius gratia factæ sunt ceteræ, ita vt sin-

gulæ earum aliquam seorsum functionem eius causa nactæ sint, vel vt contineant, vel vt A
foueant, vel vt nutriant, vel vt tueantur, vel vt vires roburque subministrent; vt ex iis, quæ de singulis diximus, liquidò constat.

Crystallini substantia ceteris densior est crassiorque, ac minùs diaphana, præsertim in parte posteriore. Ea sanè de causa, vt lux in ipso commoriatur, ne longiùs progressa, vitreumq; prætervecta, ad retinam redeat, ab eaque ad crystallinum resiliens noua affectione visum perturbet.

Aqueus ac vitreus humor.

CRystallinum humorẽ aqueus vitreusq; velut molle stratum vtrimque sustinet. Ille B
impensè diaphanus, atque albumini oui simillimus, vnde & albugineus dicitur, hic verò crassior minusque diaphanus, ceu vitrum fusum, unde nomen ὑαλοειδὴς accepit.

Per albugineum rerum formæ cum lumine infractæ ad pupillæ cauum perueniunt, indeq; ad centrum crystalloidis porriguntur. Vitreum autem post crystalloidem natura collocauit, vt si quid luminis crystallinum prætergressum fuerit in eo hebetetur, ne, vt iam antè dictum est, ab opaco coloratoq; retinæ corpore fœdatum ad crystallinum reflectatur. Ad quod crystallini quoque postica conuexitas, & vitrei amplitudo non mediocriter conducit. Illa enim luminis radios propiùs finiri cogit: hæc verò transmissos absorbet. Cùm ergo eam luminis repercussionem visioni penitus repugnantem natura prospiceret, ita humores forma, magnitudine, diaphaniq; proportione temperauit, vt C
lumen oculum subiens in vitreo humore omnino depereat, ne vltrà, quàm fas est, progredi concedatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Oculi à cerebro originem ducunt.



AB anteriore cerebri parte bini hinc inde nerui procedunt, duplici membrana contecti: Optici dicuntur, quòd eam dignoscendi facultatem de- D
ferant, cuius gratia oculi sunt instituti. Hos nonnulli circa medium frontis locum in vnum neruum opticum coire arbitrati sunt, & in progressu iterùm in duos discedere mutato priore situ, sic vt sese decussatim intersecent, & dexter modò sinister fit, & sinister dexter. Sed non ita se res habet: nam ita duntaxat coniunguntur, vt sese mutuò contingant, latiores tamen in contactu effecti; vnde rursus discedentes, dexter dextrum, sinister sinistrum oculum adit.

In hunc ergo modum, nerui optici à cerebro, velut à communi principio sentiendi facultatem trahentes, in diuersas partes distracti, recta in caua ossium, quibus oculi continentur, traijciuntur; vbi expansi, atque ampliorem molem ab insertis humoribus adepti, varias tunicas constituunt, porriguntque: sic vt oculos neruorũ opticorum apo- E
physes rectè possis appellare. Atque in primis intima pars, per quam sentiendi vis spiritusq; prosiliunt, à cerebri substantia profecta in retinam atque araneam tunicam desinit: proxima verò interiorque membrana, quam suggerit pia mater, in choroidem & vueam commutatur: extima autem à dura meninge deriuata, tandẽ finitur in corneam.

Itaque externis dumtaxat oculi partibus exceptis, internæ omnes, quæ ex proprio munere huic functioni deseruiunt, à cerebro eiusque membranis proficiscuntur; quod præter dissectionis experimentum, etiam ratio ipsa luculenter confirmat. Cùm enim cerebrum sit rationis sedes; ratio autem sensus adminiculo indigeat, ex philosophi sententia; fit vt cerebro vim quoque sentiendi inesse existimemus. At cùm neque obiecta F
ad cerebrum, multoq; minùs cerebrum ad obiecta moueri possit, natura sapientissimè neruorum propagines instituit, sentiendi vi præditas, quibus velut brachiis animus externa sensibilia, quæ ad exteriora organa foris appellunt, apprehenderet, atque acceptam ab eis notionem intrò assumeret, inq; cerebrum consignaret.

Duos porrò ad hanc functionem oculos natura cõcessit, triplici potissimùm de causa. Prima, vt vno defuncto superstes alter tam necessario munere perfungatur. Secunda, vt visio à duobus perspicacior eliciatur. Tertia, vt rerum distantias coniuncti percipiant, quas vnus solus non dignoscit. Accedit faciei ornatus, quem etiam naturæ architectum in tam eximia fabrica prospexisse credendum est.

A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Oculum septem motibus totidem agitant musculi.



Qvi oculum mouent, septem omnino musculi numerantur; quatuor recti, qui sursum, deorsum, dextrorsum, sinistrorsum mouent; duo obliquè positi illum circumagunt; septimus opticus obtutum defigit. Omnes ab exiguo, sed carnoso principio originem trahunt, plurima obducti pin-
B guedine, glandulisque suffulti. Musculi recti admodum lati sunt, & velut quædam oculi inuolucra, suntq; iidem circa oculum latiores, versus principium verò exiliores, vt simul omnes suo principio iuncti pyramidem turbinatamque figuram referre videantur. Musculus item superior inferiore maior est, quia validiore motu opus est ad attollendum, quàm ad deprimendum, cùm grauia quæque, nisi contineantur, sponte decidant.

Eam actionem, qua obtutus defigitur, nonnulli à rectis musculis simul omnibus agentibus fieri volunt, vt alio musculo opus non sit, qui oculum defixum teneat. ita circularem motionem, ab iisdem musculis vicissim laxatis ac tensis, quidam perfici asserunt. At cùm præter quatuor rectos, tres insuper alij reperiantur, quibus iam dictæ
C actiones conueniant, necessum est has illis functiones tribuere, ne in superfluis abundasse naturam temerè affirmemus. Præterea hos musculos, dum aliorum actionem iuuant, vel suscipiunt, vtilissimos esse concedendum est, vt à continuo labore fessi, alterna requie perfruantur.

Antrorsum retrorsumque moueri oculus nequit: sed eius defectum supplet motus animalis progressiuus. Cum enim momento temporis obiecta ad visum perueniant, non est cur visus ad obiecta ferri debeat; quare motus antrorsum inutilis visui censeri debet: si verò obiecta aliqua longiùs dissita sint, quàm vt ad visum peruenire possint, satius est vt eò corpus progrediatur, cùm oculos tanto spatio extra corpus efferri sit impossibile. estq; omnino æquitati consonum, vt quemadmodum oculus in multis cor-
D pori, ita vicissim corpus in paucis oculo inseruiat.

Quamobrem oculos in anteriore capitis parte rectè à natura constitutos fuisse ait Simon Portius lib. de coloribus oculorum cap. 2. eam ob causam, quòd motus progressiuus animalis in anteriorem partem fiat: *Eò enim*, inquit, *oculi spectare debuerunt, quò motus agitur.* & Sapiens monet Prouerb. 4. *Oculi tui recta videant, & palpebræ tuæ præcedant gressus tuos.* Quam ob causam hominum oculi minimo quoque distant interuallo proportione magnitudinis, & ceterorum animalium respectu. Quæ verò in posteriorem partem deflectunt, limis oculis cernuntur; quorum defectus à motu capitis ac totius corporis, qui in gyrum fit, suppletur.

Sunt animantia nonnulla, quibus emissitios oculos natura concessit, quos ad arbi-
E trium exerunt, & ad obiecta exporrectos tenent: impendente verò mali periculo, in quasdam cauitates eos, velut in domos, recipiunt, vbi ab iniuriis tuti conquiescunt. Sic & limacibus oculos in extremitate cornuum datos aliqui arbitrantur, non sine probabili coniectura: habent enim in summitate productiones quasdam in sphæræ modum diductas, atque in eis velut quasdam oculorum effomationes: aut certe illis à natura cæcis cornua pro baculis sunt. vnde Plinius lib. 11. natural. hist. cap. 37. ita scribit: *Cochleis oculorum vicem cornicula bina prætentatu implent?* Nam & in singulis manuum digitis depicti oculi cæcitatis sunt hieroglyphicum, teste Pierio lib. 33. propterea quòd cæci tentabundi manibus oculorum vice vtantur. Sed motus ille cum breui spa-
F tio definiatur, eam tantummodò ob causam institutus videtur, quòd hisce animalibus adeò breuis sit obtutus, vt nihil videant, nisi quòd oculos pænè contingat.

Exemptitios porrò oculos si quis desideret, ad lunarem regionem proficiscatur, vbi se vidisse homines Lucianus commentatur, qui cùm velint exemptos oculos apud se seruent, donec illis ad visum egeant, eosq; cùm reposuerint, videant. Imò & locupletes esse quosdam, qui plures habeant, occultos quidem & reconditos. *Lib. 1. verarum historiarum.*

Caio principi ingentes oculos fuisse scribit Plinius loco proximè citato: cuius causa fuisse videtur in musculorum concretione, vel in præpedita motrice facultate; vel certè dicendum naturam illi piscium fuisse, quibus plurimùm immoti sunt oculi: quemadmodum Tiberio Cæsari natura fuit cattorum, qui nocte vident.

 A

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Cetera externa oculi partes tutela gratia sunt instituta.



EXTERNAE oculi partes duorum sunt generum: vnum musculos comprehendit, & quæ illos fulcit, pinguedinem, ac glandulas, quæ omnes
cum adnata tunica à pericranio proueniunt, & motui oculorum, vti iam
dictum est, deseruiunt. Alterum continet frontem, malas, genas, palpebras, tarsos, cilia, & supercilia, quas modò dicimus ad oculi tutamen institutas esse. Nullum enim alterius sensus organum tot externis iniuriis expositum est, B
neque ita facilè nocumentum accipit, vti oculus. Quare præter tot tunicas, easque validas
ac præduras, quibus cernendi interna facultas velut loricata, externis iniuriis obsistit;
alia etiam esse debuere munimenta, quæ oculum ipsum tuerentur.

Quæ oculis continuò occursant mala hæc sunt, vehemens lumen, fumus, puluisculi,
ictus, & si quid aliud tandem extrinsecus illapsum noxam adferre potest: quibus omnibus occurrit in primis hinc frontis cliuosa protuberatio, malarum inde decens tumor,
quibus velut duobus vtrimque propugnaculis oculos natura communiuit, & duplici
genarum obtentu tamquam valuis geminis conclusit. Accedit ad hæc salubre palpebrarum tegumen. quo etiam arcetur externus ipse aër, qui oculorum humorem perpetuò exsugit, nisi crebrò palpebrarum motu identidem humectentur. C

Superiore palpebra oculi obteguntur pro arbitrio (nam inferior, præterquam in nonnullis auibus, immobilis est) ne quid obiter incidat, nitidissimaque lumina oblimet.
Inferior item imbricis in morem lacrymosum humorem excipit, & per angulos emittit. Palpebrarum extrema cilia dicuntur, dura cartilagine ceu toro firmata (tarsos
vocant) quibus pili validè inserti sunt aduersus leuiorum incursum. Supercilia pili
quoque sunt supra oculum constituti. qui velut *geminæ sepes* (inquit D. Ambr. lib. 6.
hexameron cap. 9.) *oculis munimenta prætendunt, prætexunt gratiam: vt & venustas
decoris arrideat, & diligentia protectionis assistat. Si quid enim de capite sordium decidat,
aut arena puluis, aut ros nebulæ, aut humescentis verticis sudor, excipitur supercilio, ne
teneras offensa acie visiones mollium perturbet oculorum.* His igitur ac tot muniti præsidiis oculorum orbes, ab omni externa iniuria tuti naturæ beneficio effecti sunt. D

Verùm cùm tot mala oculis continuò impendeant, diceret fortasse aliquis satius esse
eum perpetuò tectum esse, quemadmodum in somnis. At cùm hoc nil aliud sit, quàm
perpetuas illi tenebras offundere, omnemque eius vsum de medio tollere, prouidentissima natura mirabili quodam modo vtrique prospexit, vt scilicet perfectus videndi
actus cum custodia habeatur, & neque à videndo, neque à protegendo oculus reuocetur. Id quod per celeritatem & crebritatem motus palpebrarum factum est. Nam quòd
continuo tempore natura non potuit, id celeritate & crebritate compensauit: vt quamuis vicissim nunc pateat, nunc occludatur oculus; numquam tamen perennis visio, quantum postulat necessitas, intermittatur. Quamobrem tenuissimæ illæ effectæ sunt, ne E
moles celeritati officiat.

Quemadmodum ad comminationem nictare est naturale, quòd palpebrarum motum aduersus incursantia mala natura concesserit, ita quibus id moris est, vt nictare
non cessent, hi pauidiores iudicantur, Plinio auctore l. 11. nat. hist. c. 37. Vbi & hoc adiungit: In Caij Principis ludo XX. gladiatorum paria fuisse, atque in iis duos omnino, qui
contra cōminationem aliquam non conniuerent, & ob id inuictos. Tantæ hoc difficultatis est homini, tantum verò potuit aspectus constantia vsu atque animo corroborata.

In somnis clauduntur lumina, tum quia nulla eo tempore occurrit vidēdi necessitas,
tum quia arbitrium deest aperiēdi claudendiq́; cùm lubet. Sunt tamen, vti lepores, ita & F
homines λαγόφθαλμοι qui apertis oculis dormiunt (quod Corybantiam Græci nominant) nil tamē tunc vident, quòd facultas sit consopita. Ex vitio id etiam accidit, cùm superior palpebra non satis deprimitur, ac tum præcipuè, cùm & inferior Ectropia laborat.

Pisces palpebris destituti, quia eo loco naturaliter degunt, vbi perpetuo humore illorum oculi proluuntur, & vbi nec fumus, nec puluis, nec vehemēs lumen, nec, quod præcipuum censeri debet, exsiccans aër, nec aliud quidquam occursat mali. Quare eis aqua
pro palpebris est aduersus externas iniurias circumfusa. Crustacea etiam testaceaq́; non
claudunt lumina, nec palpebras habent; hæc proinde oculos nacta sunt præduros, qui
nec atteri, nec transfodi facilè possint, vt sunt cancri, aliaque animalia quamplurima.

PRO-

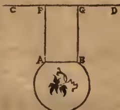
A

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Visus organum sphæricum esse conuenit.

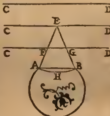
SCRIPTORES quidam Optices ex necessariis concludere se arbitrantur, oculi figuram non aliam quàm sphæricam esse oportere, quia si alia esset, capiendis rerum magnitudinibus minus foret idoneus. Id quod in hunc modum ex geometriç principiis demóstrare nituntur: Si superficies visus plana esset, non maius obiectum cóprehenderet, quàm esset magna
B ipsa oculi superficies per quam rerú formæ intromittuntur. nam breuissimis lineis visionem fieri necesse est, vt, quoad fieri potest, obiecta ad oculum propiùs accedant. At omnium, quæ à puncto quopiam ad planam superficiem ducuntur, linearum breuissima est perpendicularis, per 21. lib. 1. Vitell. Igitur nullum maius obiectum videri poterit, quàm quod intra perpendiculares à circumferentia superficiei visus ductas comprehenditur.

Vt si plana visus superficies sit A B, & res visibilis C D, ita constituta, vt superficiei visus sit parallela: ex punctis verò A & B, quæ in circumferentia visus existunt, perpendiculares excitentur A F, B G, quæ æquales inter se erunt per 25. primi Vitell. Palàm igitur est,
C non maiorem partem obiecti C D conspici, quàm sit F G: sed F G, & A B, cùm æquales & parallelas connectant, nempe A F, & B G, erunt per 33. primi Euclid. & ipsæ inter se æquales. Non igitur comprehendet visus ex obiecto C D maiorem partem, quàm F G sibi æqualem, quod probandum erat.

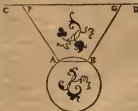


Simili demonstrandi forma probari poterit organum visus multò minus concauum esse posse. Nam eo dato visus breuissimo spatio terminaretur. Vnde fieret, vt vel nullam obiecti partem attingeret, vel punctum dumtaxat, aut partem aliquam sua omnino superficie minorem conspiceret.

D Vt si visus superficies sit A H B, res visibilis C D, ex A verò, & B perpendiculares superficiei visus euocentur A E, & B E; has concurrere necesse est in idem aliquod punctum, quod sit centrum arcus per A & B descripti. Nam si A & B connectantur per rectam A B, erit rectilineus angulus B A E minor recto, cùm mixtus ex recta & curua linea H A E rectus sit, & quouis rectilineo intra ipsum contento maior per 16. lib. 3. Euclid. Similiter & angulus A B E rectilineus minor est recto, eamdem ob causam. Ergo per 11. communem notio-
E nem Euclid. rectæ A E & B E concurrent. Hoc punctum concurrentium linearum, si in obiecti superficiem incidat, hoc solùm visus comprehendet; si verò citra obiectum consistat, nullam eius partem oculus conspiciet, cùm totum obiectum virtutis sphæram excedat. Si denique radiorum concursus vltra obiectum procurrat, eam dumtaxat eius partem visus complectetur, quam radij intercipient, puta F G. hæc verò superficie visus minor est.



Cùm igitur neque plana, neque concaua esse queat visus superficies, reliquum est, vt conuexam, seu sphæricam eam esse dicamus. Sic enim
F maiora se oculus conspiciet, vt adiuncta figura manifestè ostendit. Nam si A B ponatur superficies visus conuexa, atque ab eius extremitatibus perpendiculares ducantur A F & B G; ex ab obiecto C D, intercipient portionem F G, vtique maiorem, quàm sit A B visus superficies.



Hæ quibusdam necessariæ videntur demonstrationes. Sunt autem insignes paralogismi, falso nitétes principio. Quod enim initio assumptum fuit, visionem breuissimis lineis fieri oportere, vt eo propiùs obiecta ad oculos accedant,

dant, futile omnino est. Nam tum per longissimas, tum per breuissimas lineas visio celebratur; etsi non æquè clarè & manifestè per longiores, ac per breuiores. A

Sit enim in primis superficies visus plana A B, centrum autem visus C, in quod radij optici terminantur, resque visibilis D E: quid obstat, quo minùs D & E perspicuè videantur, cùm ex eis ad centrum visus radij visuales pertineant? Dices obstare radiorum longitudinem; quòd scilicet longiùs distent D & E à visus superficie, quàm distet punctum F terminans perpendicularem H F à superficie visus excitatam: visiones autem fieri lineis breuissimis debere. Respondeo distantiam minimè obstare. Producatur enim H F in G, vt sit H G multò quàm A D, vel B E longior. Quæro an punctum G sub aspectum cadat, nec ne? Inficiari absurdum est, cùm sit in perpendiculari, nec sphæram actiuitatis opticæ excedat: admittere autem absurdius, cùm longiùs à superficie visus distet, quàm D aut E, quæ hanc solam ob causam extra conspectum consistere affirmantur. Haud igitur visioni obest radiorum longitudo, aut rerum à visu distantia, dummodò intra actiuitatis ambitum contineantur, liceatque ab illis, ad superficiem visus, qualiscumque tandem illa sit, rectam lineam ducere, quæ ad centrum visus pertingat. B C

Dices obesse angulorum obliquitatem, quos radij D C & E C cum A B superficie visus efficiunt. Dicendum eam obliquitatem, hoc quidem efficere vt minùs distinctè ac manifestè puncta D & E videantur, quàm punctum F, aut punctum G, quæ in perpendiculari existunt, & oculi robustissimam aciem terminant: at vt omnino aspectum fugiant, nihil est, quod persuadeat, cum ex eis ad centrum visus per planam licet eius superficiem radij possint peruenire.

Sit deinde caua ipsius visus superficies, ceteraq; omnia eodem modo reposita quo suprà, rursus ostendentur puncta D & E organum visus afficere posse, ac proinde ab eo conspici, quòd ab eis ad centrum visus, per cauam etiam superficiem radij optici accessum habeant. Hoc tamen fateri oportet numquam tam late posse patere aspectum, si plana aut concaua sit eius superficies, quàm si conuexa. Ideoque beneficum naturæ auctorem hanc ei potiùs figuram tribuisse. D

Reliquam verò, eamque maximam oculi partem, globosam etiam fieri rationi consentaneum fuit. Primò, quia ea figura omnium isoperimetrarum longè capacissima est. Secundò, quia continendis humidis corporibus aptissima. Sic enim videmus moles vtres humore distentos omni ex parte sphæricam figuram affectare. Tertiò, cùm ea figura nullum habeat prominentem angulum, minimè omnium læsioni obnoxia est. Quartò, denique quia motui, qui in loco fit, omnium maximè est accommodata.

E

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Glacialis humor non est exactè sphæricus, neque in oculi medio constitutus.

AD formam porrò quod attinet situmque glacialis humoris, numquam satis mirari potui, qui factum sit, vt in parte tam principali, tanta opinionum discrepantia inter tam expertos iuxtà ac doctos viros existeret. Galenus enim, eorum qui in humani corporis cura versati fuere facilè princeps, figuram ex vtraque parte compressiorem, ac situm in medio oculi ponit. Hunc per omnia secutus est Andreas Vesalius, multique alij: plures verò, qui alterum tantùm admiserunt, aut situm medium cum figura sphærica, aut figuram vtrimque pressam cum situ in anteriora proiecto. quibus studio prætermissis, F

Nobis eum doctissimo Ioanne Farnelio, accuratissimoq; Hieronymo Fabricio, placet forma anterior compressa lentis in morem, posterior verò magis sphærica, ac situs pupillæ obiectus. Adstipulantur Alhazen & Vitello clarissimi Optici. Hic enim lib. 3. prop. 4. ille verò lib. 1. numero 4. disertè asserunt, anteriorem glacialis superficiem nonnihil

A nihil compressam esse, maioris᷈q; sphæræ portionem esse, quàm sit pars posterior. Rursus ex proposit. 7. & 11. lib. 3. Vitellonis: & ex 16. & 11. numero lib. 1. Alhazenis facilè colligitur, glacialem humorem nó in medio oculi, sed ad anteriorem partem situm esse. Accedit omnium ferè peritiorum anatomicorum experientia: ac rem ita se habere nullo negotio deprehendet, cuicumque lubebit sectiooe periculum facere.

Cur autem non sit effectus absolute sphæricus (esto, ea figura naturæ sit amicissima) rationem hanc dat Galenus lib. 10. de vsu part. quia alioquin, *in violento ac vehementi motu, aut plaga, quæ oculo nonnumquam accidunt, in periculum fuisset adductus, ne ex vitreo humore exturbaretur.* Fuit etiam conuenientissimum, vt non in oculi totius me-
B dio collocaretur, sed potius in anteriori parte, vt pupillæ obiectus, eà tamquam fenestellà rerum imagines latiùs vndique patentiusq́ue exciperet.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Oculus totus, & cornea superficies, crystallinus᷈q; humor, centris differunt.

C VITELLO Optices lib. 3. prop. 7. atque Alhazen lib. 1. numero 12. demonstrare se arbitrantur idem esse dictarum superficierum centrum. Ratiocinatio ipsorum in summam collecta hæc est: Si centris differrent (per 75. prop. lib. 1. Vitell.) vna dumtaxat recta linea duci posset à re visa normaliter in vtramque, corneæ scilicet tunicæ & crystallini humoris superficiem incidens, per quam solum punctum rei visæ distinctè comprehenderetur: ceteræ verò obiecti partes, perturbatè, atque à propriis sedibus distractæ, sine ordine situque ac tumultuariè in oculum incurrerent, quòd videlicet ab illis ad superficiem corneæ orthogonaliter ductæ rectæ lineæ non etiam in superficiem glacialis humoris perpendiculariter incidant. Id verò cùm manifestæ experientiæ aduersetur, fateri necessum est, corneæ tunicæ, seu oculi totius, & glacialis humoris idem centrum esse.

D At Corneæ in primis non idem esse centrum ac totius oculi, adeò patens est, vt nemo inficiari possit. Quis enim alterius oculum intuens non manifeste videt corneam supra adnatam protuberare, & minoris omnino sphæræ portionem repræsentare, quàm sit totius oculi? Quare centrum eius à centro oculi totius diuersum, & anterius esse oportet.

Deinde si anteriorem superficiem crystallini conuexæ superficiei parallelam esse conuenit ex Vitellonis & Alhazeni sententia, idem᷈q; centrum habere; necessariò sequitur huius quoque centrum aliud esse à centro totius oculi, ipsoque anterius.

Rursus cùm ex anatomica serie constet hanc glacialis superficiem admodum parum depressam esse, nec multùm à sphærica figura discrepare, consequens est, vt eius centrum, neque cum centro oculi, neque cum corneæ centro conueniat: sed vtroque ma-
E gis ad anteriorem partem accedat.

Demum cum posterior glacialis superficies sphærica sit, erit centrum eius adhuc pupillæ vicinius quam centrum anterioris partis. Est enim posterior glacialis facies minoris sphæræ portio, quàm anterior. Eius itaque centrum propius pupillæ adiacet.

Quæ omnia in adiuncto schemate distinctiùs exhibentur, vbi quatuor in oculo centra annotantur. A totius oculi, B extantis corneæ, C anterioris superficiei humoris crystallini, D posterioris, quod idem visus ipsius centrum esse dicimus. Quæ veritas nulla potiore demonstratione astrui potest, quàm anato-
F mica ostensiune, qua singularum tunicarum figuræ ac flexus dissimiles apertissimè ostenduntur.



Ad argumentum porrò Vitellonis & Alhazeni, quo demonstrare se arbitrantur corneæ tunicæ & glacialis humoris (de anteriore superficie loquuntur) idem centrum esse, respondetur; admissa infractione per albugineum humorem, non sequi, rerum imagines permixtas atque confusas ad oculum peruenire. Infractio enim non obstat, quo minùs rerum formæ ad centrum visus ordinatè dirigantur; siue ea ad perpendicularem fiat, vt quidam, siue, vt alij, à perpendiculari: de qua re nos posteà latiùs lib. 2. cùm de radiis opticis ex instituto agemus. Radij enim qui a superficie corneæ ad centrum visus fracti penetrant, dum [illegible]teriorem faciem

faciem glacialis humoris pertranſeunt, eumdem ſeruant ordinem ac ſitum, quem in te- A
ipſa, vnde profectę ſunt, habebant. Deinde idem Vitello lib. 3. prop. 21. & Alhazen lib. 2.
num. 2. aiunt formas rerum in centrum glacialis humoris non coire: ſed prius quàm
eò perueniant, à medio infringi, & rectà poſteà ad cauitatem nerui optici proficiſci, vbi
ſpiritus animalis eas ordinatè excipit, & prima notione perſentiſcit. Si hæc infractio non
obſtat, quo minùs viſibilium rerum ſpecies ordinate percipiantur, vt oſtendit Vitello
lib. 3. prop. 22. cur quæſo ea infractio, quæ fit per albugineum humorem, radiorum
diſpoſitionem, atque ordinatum ſpecierum appulſum obturbabit, cum æque, imo lon-
gè perfectiùs, radij, qui in centrum cryſtallini congregantur, ordinentur in ſuperficie
anteriore glacialis humoris, quàm in cauitate nerui optici? quæ vix manifeſta eſt, vt ſu- B
prà diximus, adeoq; exigua, vt ſagaciſſimi quique, niſi in magnis animalibus, eam
dignoſcere non potuerint.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Omnium tum membranarum, tum humorum centra in directum iacent.

Cvm experientia doceat vnum ſemper aliquod punctum rei viſibilis, in C
quod acies dirigitur, manifeſtiſſime videri, cetera autem ab hoc diſſita,
quò remotiora, eò obſcuriùs, æqualiter verò diſtantia æquè obſcurè ap-
parere: fateri omnino neceſſum eſt, lineam illam, per quam acies in
obiecta dirigitur (axis nuncupatur) robuſtiſſimè in omnes oculi ſuperfi-
cies incurrere; quod fieri nequit, niſi per omnium centra tranſeat. Sic enim fit, primò vt
æqualiter ab hac diſtantes radij æquales ſemper inter ſe ſint: deinde vt æquali obliqui-
tate ſuperficiem corneæ ac glacialis humoris iorerſecent: denique, quod hinc conſe-
quens eſt, vt paribus angulis per oculi denſitatem frangantur.

PROPOSITIO IX. THEOREMA. D

Corneæ tunicæ & glacialis humoris ſupremæ ſuperficies non æquè diſtant; ſed in medio ſibi, quàm in ambitu, ſunt viciniores.

Septima propoſitione oſtenſum fuit, corneę tunicę & glacialis humoris
extimas ſuperficies centris differre, eſſeq; centrum glacialis humoris ante-
rius. Sit igitur externa viſus ſuperficies A B C, eiuſq;
centrum D. Rurſus ſit anterior ſuperficies humo-
ris cryſtallini E F G, eiuſque centrum H. Ex H E
rectæ quotcumque lineæ ducantur H B, H I, & H C, omnes
quidem ad corneæ ſuperficiem pertinentes, ſed ita, vt vna illa-
rum puta H B per D centrum producta tranſeat. Cùm H non
ſit centrum circuli A B C, erit per 7. tertij Euclid. H B breuiſſima
omnium illarum, quæ ex puncto H ad circumferentiam A B C
ducuntur, rectarum linearum, & quæ illi vicinior H I ipſâ H C, &



ſubſequentes remotioribus ſemper minores: at quæ ex centro H ad glacialis circum-
ferentiam ducuntur, ſunt inter ſe æquales, vtpote eiuſdem circuli ſemidiametri per de-
finit. 15. libri primi Euclidis. Hæ ergo portiones, ſi ab inæqualibus iam oſtenſis lineis F
auferantur, quæ remanebunt, inæquales erunt per quintam communem notionem Eu-
clidis. Sunt porrò B F, I K, & C L, breuiſſimæ lineæ, quæ à punctis B, I, C, ad circulum
E F G duci poſſunt, per 8. tertij Euclid. quòd omnes in centrum H conueniant. Lon-
gius igitur diſtat punctum C à circulo glacialis humoris quàm punctum B, & C pun-
ctum longiùs quàm punctum I. Quare glacialis humoris & corneæ tunicæ ſupremæ
ſuperficies non æquè diſtant, ſed in medio ſibi, quàm in ambitu, ſunt viciniores; quod
propoſitum fuit demonſtrare.

Quanta porrò vtilitas ex hac inæqualitate tunicarum viſui accidat non eſt huius loci
proprium explicare: id vero poſtulat libri ſecundi propoſitio 8. & 9. qua, Deo promo-
uente

A uente conatus nostros, diffusè ostendemus radios omnes obliquè in extimam visus superficiem A B C procidentes à linea B D, quæ per vtriusque tunicæ centrum incedit, infringi, priusquam in centrum visus illabantur; atque eam potissimùm ob causam aspectum nostrum quàm latissimè sese expandere, licet per angustum pupillæ hiatum formæ rerum porrigantur: quod in præsenti monuisse sufficiat, cùm oculi solùm partes describere propositum habeamus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

B *Recta connectens centra totius oculi & glacialis humoris vtrimque producta, medium pupillæ neruíque optici pertransit: eademq; omnibus oculi superficiebus normaliter insistit.*



CVM pupilla sit velut patens ostium quo rerum spectra oculum subeunt, necesse omnino est, eam ad glacialem humorem ita se habere, vt centris respondeant. Sic enim axis opticus dum per medium pupillæ transit, æqualem aditum speciebus relinquit, nec patitur oculum à directo aspectu aciem deflectere. Quibus autem hoc vinij est, vt recta quæ per centra C crystallini ac totius oculi ducitur, non etiam per pupillæ centrum transeat, hos strabones nuncupamus; qui omnia quidem vt nos vident, sed distorto atque ab alterius societate distracto illo oculo cui virium inest.

Rursus cum centro glacialis principium sensus sit attributum, vt infrà ostendemus, imò ex plurimorum sententia etiam primaria cernendi facultas illi insit, necesse est, vt illi cauitas nerui optici, qua spiritus animalis erumpit, directò opponatur. Tantò enim maiore impetu ea oculi pars, cuius gratia factæ sunt ceteræ attestante Galeno, sensifico spiritu afflabitur, quanto directiùs spiritus in eam impinget. Igitur non sola tunicarum atque humorum, verùm etiam pupillæ neruíq; optici centra in vnam rectam lineam constituta sunt.

D Hinc fit, vt eadem linea quæ axis nuncupatur, omnibus oculi superficiebus orthogonaliter insistat. Quæ namque recta linea per centrum ad circuli peripheriam ducitur, ea circuli diametrus est circulum secans bifariàm, per 17. definitionem lib. 1. Euclid. At semicirculi anguli æquales sunt inter se vtpote recti, per 16. & 31. tertij Euclid. igitur axis per omnium sphærarum centra transiens, omnium etiam superficiebus orthogonaliter insistit; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Per poros neruorum opticorum sensificus spiritus in oculorum
E *orbes deriuatur, vim illis dignoscendi impertiens.*



NERVOS *opticos vtrimque manifestè perforatos esse*, inquit Galenus lib. 7. de Hippocr. & Plat. decretis, *& quà è superiore origine emanant, & quà oculis committuntur, in magnorum animalium dissectionibus videre licet: quamquam foramen, quod est in inferiore parte, vbi oculos attingunt, plerique dissectionis artifices perspectum habent; quod verò in suprema origine latet, omnibus ferè ignotum est.*

Per hos meatus, quos poros Galenus vocat, spiritum animalem deferri, haud aliter F quàm per arterias spiritus vitalis, aut sanguis per venas decurrit, constans est omnium sententia. Quæ hinc etiam comprobatur, quòd nulla alia pars corporis acutiori sensu prædita sit, quàm neruus, nec vllibi magis sensus vigeat in corpore, quàm vbi spiritus animales sunt vberiores. quod & subsequentes effectus confirmant. Neruis enim punctura cæsis acerbissima sequuntur symptomata, primò torpor in membro affecto, deinde percutus dolor, acris inflammatio, grandis tumor, febris continua, ac cerebri consensu sæpè delirium, conuulsionesque, ac tandem, nisi salubri medicamine occurratur, citus interitus.

Lucidum esse animalem hunc spiritum, tum ipse Galenus, tum alij plures attestantur, quorum sententiæ nos quoque libenter subscribimus. Atque hinc prouenire existimamus

mamus illam luminis phantasiam, quæ compresso circa angulum oculo perspicuè apparet. Hinc etiam illud, quod refert Galen. lib. 7. de Hippocratis & Plat. Decretis, his verbis: *Noui & ego quemdam, qui cùm eodem hoc malo*, agit de neruorum opticorum obstructione, spirituumque prohibitione, *affectus esset, narrabat nobis, se priùs, quàm in eam calamitatem incidisset, in somnis, patefactu repentè palpebris magnam ante oculos lucem solitum videre, (quod scilicet & mihi & aliis multis euenit) atque ita videndi sensum sibi obscuratum simili modo penitus interiisse*. Accidit & nobis aliquando in somnis hunc spiritum præter consuetum morem vehementiùs accendi, sic vt impetu quodam eruptura flamma, ac simul vita etiam ipsa videretur, ni soluto somno vigilantia succurrisset, quemadmodum in Ephialte vsu venit. Arteriæ mirum in modum oppletæ erant, ac pulsu validissimo concitatæ, respiratio creberrima & pæne suppressa, sibilus in auribus acutissimus, denique, quod in ædium incendiis fieri videmus, tota corporis respublica perturbata. Quod autem maximè ad rem præsentem facit, perspicua lux oculis offusa videbatur, quæ etiam expergefacto aliquantisper inhærebat, quoad subsidente sensim tempestate ipsa pariter extinguebatur. Erat porrò illa eiusmodi, qua nihil eorum, quæ foris essent, discerni posset, sed nebulæ instar lucidæ externa omnia obtegebat. Vnde colligas eam in oculis tantum delituisse, non aliunde conceptam, quàm à spiritu quo caput vniuersum ipsique oculi distenti erant. A B

Est enim fulgoris illius causa effectrix flamma, quam spiritus à prima origine cócepit. hunc namque perpetuo igne flagrare cum peritissimis medicis arbitramur. Nulla enim alia aptior causa reddi potest, qua perennetur in nobis viuificus ille ac salutaris calor, quo omnia quæcumque viuunt seruantur, alimenta sumunt, conficiunt, iisq; nutriuntur, augescunt, sentiunt, ac mouentur. Siquidem oportet hunc vitæ calorem præstantioris cuiusdam esse originis, quam sit ille elementi naturam redolens, qui ex temperamenti mixtione consurgit. Quare, vt rectè Farnelius adnotauit, eximia quadam mentis agitatione videtur Aristoteles lib. de respiratione mortem definiens vitali huic calori non frigus tamquam contrarium opposuisse, sed extinctionem, quæ eius est priuatio. C

Lib. 4. c. 1.

Atqui cùm nequeat simplex calor in qualitatis genere constitutus sine vehiculo in omnes corporis partes permeare, fuit necessarium hunc corpore fluxo, substantia tenuissimo, pernicitate veloci contineri, ac omnino tali, quod ætheris modo incensum semper arderet, vt simul esset caloris & vehiculum & pabulum. Et quemadmodum fumus in flamma caloris ignisque pabulum, vehiculum & sedes est; ita hic spiritus calorem natiuum vehit, tuetur, ac fouet. D

Cùm verò corpus omne quod inflammari potest, olei cuiusdam sit particeps, vt multis ostenditur argumentis, necessarium est hunc quoque spiritum caloris capacem à pingui quadam substantia resolui. Spiritus namque quem in nobis esse constat, tenuis atque ætheræ substantiæ, calore natiuo perfusus, ei proportione respondet quæ flamma nuncupatur; hunc autem alit sustinetque pinguis quædam oleoq; perquam similis humor, non adeps ille, quo plurimæ corporis partes resperguntur, sed alius in substantiam penitus consertus, omnem effugiens oculorum aciem, spiritus atque innati caloris fundamentum, quem humidum primogenium appellant, vulgò humidum radicale. Huius pabulum atque vicarius est humor alimentarius, resarciens quidquid à primogenio in spiritum resoluitur. Vterque adeò est necessarius, vt licet vitam etiamnum agente animali, aqueus seu alimentarius humor absorbeatur siccetúrque; hic tamen numquam funditus, sed neq; maiori ex parte deperdi possit. Nam cùm in id discrimen res venit, calor, spiritúsque, ac totum viuens marcescit, vitamq; naturæ reddit. E

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

F

Neruus opticus communis non est verè vnus, sed duo simul concreti.



OMNES neruorum coniugationes, quæ septem numerantur, ad duas reuocantur origines: quarum vna cerebrum est, vnde sensifici omnes; altera est cerebellum, ac spinalis medulla, vnde motores propagantur. Sensifici quidem motoribus & ampliores & molliores sunt, eam puto ob causam, quòd ampla mollities sensioni sit aptior, vti in motoribus tenuitas agilitati confert, durities violentiæ motricis facultatis obsistit. Inter sensificos primi sunt

optici,

A optici, per quos animalis spiritus, vt iam proximè dictum est, defertur, cernendi vim efficaciamque oculis impertiens. Hi cùm primum a cerebro hinc inde prosiliunt, versus mediam frontis regionem iter capessunt, vbi ex Galeni quidem sententia ita coniunguntur, vt vere in vnum coalescant, vnusque fiat vtrique communis porus.

Coniunctionem hanc necessariam fuisse probat Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 4. his rationibus. Prima, vt si vnus lędatur, alter subuenire possit: quæ tamen ratio non conuincit, cùm etiamsi nerui optici penitus disiuncti sint, vt nerui aliorum sensuum, vno oculo euerso, alterius facultas nihilominus integra perseueret. Secunda, vt vno oculo
clauso totus spiritus in alterum transfundatur, quo duplicata aliquando virtute acutior
B fiat visio. Experientia enim demonstrare nititur, vno oculo clarius euidentiusque nos cernere, quam vtroque. At hæc ratio non subsistit, cùm ei manifesta experientia repugnet, vt infra propositione 76. ostendemus. Tertia, quam ex necessitatis vocat, quia alias eadem res gemina appareret, quod ex Galeni sententia ita proculdubiò accideret, ni visibilium rerum simulacra in communi spirituum conceptaculo simul conuenirent. Sed hæc ratio in aliis sensibus fallax reperitur. Etsi enim auditorij nerui in vnum minimè coëant, non tamen vnius ictus geminus sonus auditur. quod ipsum & in odorandi ratione locum habet. De gemino porrò aspectu, quo pacto is fiat, latiùs lib. 4. in fallaciis quæ circa locum & numerum obueniunt, exponemus. Eiusdem
generis est & hæc ratio, quòd omnis sensus ab vno principio ac fundamento procedere
C debeat. Sat enim si à cerebro, aut ab anima communi principio, sensum omnem emanare dicamus. Nec valet hæc ratio, vt mutua coniunctione roborentur, & vt Galenus loquitur, ne, si ab inuicem disiungantur, propter itineris longinquitatem facile rumpantur. Nam id quidem non impossibile est: sed tamen non est via tam longa, vt, nisi coëant, rumpi debeant.

Igitur nostra quidem sententia nerui optici sese mutuò dumtaxat contingunt, latiores in contactu effecti: non vero sic, vt pori inter se communicent, quemadmodum Galenus scribit. Quæ thesis ex incisione probatur, quam Hieronymus Fabricius in oculorum sectione expertissimus se diligenter obseruasse lib. de visu, voce, & auditu
profitetur. Et ipse Andreas Vesalius lib. 4. anatom. c. 4. quemdam se Patauij dissecuisse
D asserit, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò disiuncti erant: qui tamen cùm in viuis esset, singularia omnia, ac more ceterorum simplicia videre solitus erat.

Neque verò, vt Vitello lib. 3. prop. 4. decussatim sese intersecant, ita vt ab eo contactu discedentes dexter sinistrum, & sinister dextrum oculum petat: sed mox à communi congressu discapedinati dexter neruus oculum dextrum, sinister sinistrum adit, vt ex ipsa quoque anatome manifeste deprehenditur. Quare non vnus neruus, sed duo reuerà sunt; simul tamen concreti, vt mutuo sese contactu foueant roborentque. Qua in re nobis ipse consentit Galenus lib. 10. de part. vsu, ita scribens: *Non enim eos commutauit*, loquitur de neruis opticis, *illum quidem qui ex dextris emergit ad oculum sinistrum; enim verò, qui ex sinistris oritur, ad dextrum ducens: sed horum neruorum figu-*
E *ra X Græcæ litteræ est simillima. Quos si quis negligentius dissecuerit, alternare fortè eos putauerit, & sese mutuò conscendere: at non est ita. Cùm enim sibiipsi mutuò intra cranion occurrerint, meatusque suos vniuerint: protinus denuò separantur, apertè indicantes, se ob aliud nihil conuenisse, nisi vt meatus suos coniungerent.*

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

F *Nullum humano oculo insitum esse à natura lumen opinandum est.*


MNIVM pænè veterum consensus est, similibus cognosci similia, ex illo Empedoclis versu;

Terrea pars terras, pars vndea conspicit vndas,
Aethera dium æther, vis ignea percipit ignes.

Vnde & de innato oculorum lumine celebris est Platonis in Timæo sententia, cui subscribit Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 1. & lib. 7. de decret. Hippoc. & Platon. vbi ait, quòd *sicut auditus organum aërium est, & olfactus organum vaporosum,*

& gustus humidum, & tactus corporeum, ita visus organum lucidum esse debeat. Quod & Empedocles, inquit, *significare volebat his versibus*: A

> *Conspicimus terram tellure, liquore liquorem,*
> *Aere naturam aeriam, igni cernimus ignem.*

Necessarium esse ad visionem hoc lumen ex D. Basilio cognosci potest lib. de vera virginitate, vbi huius luminis vsum his verbis docet: *Tactis*, inquit, *luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quacumque voluerit eminus tangit: & quæ corporeis manibus attingere in potestate non habet, ea oculorum tactibus passim complectitur*. Deinde feles non alio modo cernunt, quàm luce quadam ex ipsorum oculis ad res aspectabiles diffusa, & rursus earum rerum simulacris affecta ad oculos redeunte. Tiberium quoque B Cæsarem emissitio oculorum lumine noctu videre solitum narrat Suetonius, & Plinius lib. 11. nat. histor. cap. 37. *Ferunt*, inquit, *Tiberio Cæsari, nec alij genitorum mortalium, fuisse naturam, vt expergefactus noctu paulisper, haud alio modo, quàm luce clara contueretur omnia, paulatim tenebris sese obducentibus*. Huic similes apud Plinium habes lib. 7. cap. 2. in Albania olim prognatos glauca oculorum acie, qui noctu plusquam interdiu cernant, auctore Isogono. Et auctor cursus Academiæ Conimbricensis Societatis IESV in lib. 2. de anima c. 7. quæst. 9. narrat ciuem quemdam Brigantinæ vrbis sua ætate noctu adeò clarè accurateque videre solitum, vt minutissima quæque distingueret. Idipsum Cælius Rhodiginus lib. 15. Antiquarum lectionum sibi quandoque accidisse sub Numinis attestatione sanctè asseuerat. C

Præterea compresso iuxta angulos oculo lux quædam emicare videtur, circularis peripheriæ imaginem referens, quam profectò intra oculum esse necesse est, cùm clausis æquè atque patentibus palpebris appareat.

Rursus quæ pupillæ proximè admouentur non apparent; idque propterea accidit, quia radius luminosus prohibetur, quo minùs extra sese effundat. Denique sicuti cor mundi sol lumen ex se, & per lumen cælestes vires in hæc inferiora effundit; ita in nobis cor perenni suo motu spiritum agitans vnà cum illo quasdam luminum scintillas ceteris membris oculisque vel maximè impertit. ad surrectas siquidem partes spiritus insita leuitate contendit. Igitur oculis lumen quoddam familiare inest, quod inde ad exteriora longè lateque dimanat. D

Hæc quia veri similitudinem præ se ferunt, diligentiori studio peruestigandum nobis est, num quod lumen oculis insitum sit? Id enim si habeatur, continuò sequitur vt emittatur, quando hæc luminis est natura, vt omnia diaphana corpora permeet, emissumque externo lumini permisceatur.

Contineri quidem eiusmodi lumen in iis animantibus quæ noctu vident, perspicuum est: ea autem sunt, quæ noctu alimoniam venantur. Hominibus eam lucem non inesse argumento est, quòd in obscuro loco quantumuis prope oculum res aliqua sit sita, nullo tamen modo cernatur: deinde quod in densissimis tenebris nullum lumen in oculis hominum appareat, cùm tamen minimæ scintillæ procul videantur. Illorum igitur oculis lux inest, quibus noctu vtilior est visio, vt felibus, noctuis, aliisque nonnullis animantibus: hominibus verò quibus nox quieti, dies negotiationi concessus est, frustrà insitum esset à natura lumen, cuius noctu nullus vsus existeret. E

Itaque ad oppositæ sententiæ argumenta sic respondebitur. Veteres in primis, qui cum Empedocle volunt omnia similibus cognosci, Deum facere ignorantissimum, vt Themistius lib. 1. de anima c. 30. ingeniose annotauit. Deo siquidem nil esse potest simile.

Deinde quemadmodum auditus organum aëreum est, vt sonus per externum aërem ad internum perueniat, itaque in ceteris: sic visus instrumentum diaphanum esse oportet, vt lux rerum coloribus affecta per continuum transparens corpus ad glacialem vsque humorem pertingat. Nec verò rectè Plato lucidum oculum ex eo esse conclusit, F quòd externa lux per internam, hoc est simile per simile cognosci debeat. Ita enim colore quoque imbutum dicere debuisset, vt scilicet externus color interni coloris ope dignosceatur. Quod sane longe a ratione difficium fuisset. Nam tot colores oculo inesse debuissent, quot illorum distinctæ species sub aspectum cadunt, vt nempe *simile per simile in affectionis commutationem societatemque transire posset*.

Ratio Platonis ex necessariis quidem constare videtur; in hypothesi tamen error detegitur. nam præcipuum oculi obiectum non tam color est, quam lumen colore affectum, vt inferius dictum sumus. Vt color a visu dignoscatur, omnino necessum est visus organum lucidum esse siquidem quod colore afficitur lumen est; at non rectè inde conclu-

A concluditur ab insito lumine oculum illustrari, sed ab eodem quo colores vehit externo lumine oculos subeunte. Vt autem à visu percipiatur, sufficit organum diaphanum, cùm id sit proprium luminis subiectum, per quod ab externo diaphano in centrum visus commeat.

Ad secundum, negandum omnino est visionem fieri ab interni luminis cum externo commistione. Nam si qua oculis lux inest, ea perexigua est, & quæ facile ab externo solis fulgore vincatur. Qualis etiam in nonnullis rebus apparet, vt fungis, sepia, ligno putri, & piscium squamis cincindelisque, quas propter nitorem terrestres stellulas liceat appellare: quibus omnibus id commune est, quòd illorum splendor humori potius succoque,
B quàm solidæ substantiæ insertus sit. Quod in dactylis notauit Plinius lib. 9. cap. 61. de his ita scribens: *Concharum è genere dactyli sunt, ab humanorum vnguium similitudine appellati. His natura in tenebris fulgere clarere quanto magis humorem habeant, lucere in ore mandentium, lucere in manibus, atque etiam in solo ac veste decidentibus guttis: vt procul dubiò pateat succi illam naturam esse, quam miremur in corpore.* Huc quoque illud accedit, quòd ea omnia absumpto humore siccataque lucere desinant.

Neque feles, & quæ nocti uaga vocantur animalia, interdiu quidquam præsidij ab interno lumine accipiunt, vt res obiectas cernant, cùm hoc illarum lumen adeò exiguum sit, vt ab externo penitus opprimatur; sat verò illis est externum lumen, quod visibiles rerum species longè perfectius, quàm insitum, defert: noctu verò, absente solis splendo-
C re, ab interno iuuantur, quantum eis natura concedit. Quòd autem quibusdam hominibus insitum fuisse quemdam fulgorem historiæ referant, mirandum quidem, sed minimè diffitendum est. Fieri enim potest, vt hominum oculi ad oculos beluarum quadam ex parte accedant, qui visum ipsum cum illis communem habent.

Ad tertium. Lux illa nequaquam ex eo prouenit, quòd oculi sint polita & læuia corpora, vt cum multis philosophis censet auctor cursus Conimbricensis lib. 2. de anima cap. 7. q. 5. art. 3. qui eamdem etiam ob causam piscium capita in tenebris fulgere autumat. Sanè tersa læuigaraque corpora numquam per se splendent in tenebris; sed externo tantùm præsente lumine, cuius fulgor à terso corpore repercussus ad oculos transfundi potest. Neque vt Alexand. Aphrodisæus lib. probl. 1. q. 60. ex eadem id causa
D fit, qua ex attritis quassatisq; silicibus ignis quidam excitatur, solis in tenebris conspicuus. Nam hic ignis in solis præduris corporibus contingit, ex quorum collisione particulę decidunt, quæ ex vehementi attritu eousq; incalescunt vt accendantur. Neque per se insita est ea lux oculorum orbibus, vt piscium squamis, lignoq; putri, cæterisq; rebus, quę suapte natura in tenebris lucent; sed ab animali spiritu prouenit, quem prop. 11. lucidum esse à flamma, quam ab origine concepit, ostendimus. Compresso etenim oculo spiritus lacessitus vberiùs erumpit, totamq; intus acinalem tunicam illustrat, & qua parte fulgor ad centrum visus per araneoidem remittitur, ea quidem perspicuè videtur. Est autem ea pars solus pupillæ internus ambitus circuli figuram referens. Nam in primis à pupillæ hiatu nulla fieri potest repercussio: quæ verò fit ab inferiori parte acinalis tunicę,
E præter solum ambitum, ea ad visum non pertingit. Consequens igitur est, vt à solo pupillæ interno ambitu luminis reuerberatio ad centrum visus contingat, ipsiusq; luminis phantasia circularis perimetri speciem exhibeat, cuius medium spatium lumine vacans pupillæ hiatum repræsentat.

Est porrò hoc lumen tenuissimum, vti & spiritus cui insidet; ac proinde soli illi, cuius oculo inest, conspicuum.

Neque visionis gratia institutum esse hoc lumen videtur, cùm non sit oculo proprium, sed illis omnibus partibus commune, quibus animalis aut vitalis spiritus inest, quem innati caloris vehiculum & pabulum esse, atque à prima sui origine perenni flam-
F ma succensum prop. 11. ostendimus.

Illud quoque rationabiliter asserere audeo, in iis animantibus, quæ nocte vident, eam tantùm partem splendidam ac luminosam esse, quæ iris appellatur: non verò, vt Galenus, crystallinum humorem. Si enim crystallinus lumen habeat, ipsum extra oculum prosiliet, idemq; reflexum denuò ad crystallinum redibit, quare idem ab eodem patietur. At si iris duntaxat lumen habeat, illo velut prætenta facula res externæ perfundentur, indeq; ad crystallinum cum rerum coloribus ac formis resultabit.

Præterea cùm videndi facultas ex Galeni sententia crystalloidi præcipuè insit; si eidem insit lumen, omnia luminosa videbit. Rursus lumen à crystallino emissum, aut iam fortius redibit, quàm sit lumen ipsum oculo insitum, sicq; hoc obruetur, ac frustrà

erit; aut debilius, & ita ab innato lumine vincetur, & sic nihil vmquam oculus perspiciet. Experientia demum probat eidem solam splendescere. Nam intuentibus carrorum oculos latum apparet lumen, nigra in medio macula insignitum, quæ pupilla est crystallino obiecta; hæc autem sola coruscaret, si ab intimis oculi recessibus lumen profiliret. Non igitur crystallinus humor, sed sola iris in his animalibus splendet. Ad quartum argumentum dicendum, aliam omnino causam esse, ob quam proximè oculis admota minùs exactè cernantur, quòd scilicet nullum sit interiectum spatium per quod species traduci queant, vt infrà docebimus propositione 59. A

Ad vltimum denique respondendum, hoc argumento nil aliud probari, quàm lumen illud oculis inesse, quod a spiritibus natura accensis proficiscitur. At ostensum iam est hoc lumen intra oculum penitus occultari, nec ad videndi rationem quidquam per se conducere. B

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Humores oculi coloris omnis sunt expertes.

QVEMADMODVM superiore propositione ostensum est nullam crystallino humori lucem insitam esse posse, quòd ita omnia lucida apparerent: ita dicimus humores oculi, præsertim glaciali obiectos, nullo colore tinctos esse posse: sic enim omnia colore eodem respersa viderentur. Id in ictericis animaduertere licet, quibus omnia flaua apparent, propter bilis flauedinem, qua illorum oculi perfunduntur. Rursus dum per vitra infecta prospicimus, eorum colore tincta omnia videntur: lumen siquidem dum rerum formas per vitrum defert, eius colore fœdatur, & ad oculos prouectum, eorum humores tunicasq; inficit; ex quo tandem fit, vt eadem affectio rebus ipsis, quæ cernuntur, adspersa esse videatur. Vt igitur natiuo colore res obiectæ cernantur, oportet oculorum humores tunicasque coloris omnis expertes esse, quod erat propositum. C

D

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Oculorum temperamentum humidum est & frigidum.

PLATO igneum oculum dixit, tum ob motus velocitatem, qua omnem in partem se vertit, tum propter lumen, quod ipsi ingenitum à natura existimabat. Aqueus porrò factus est, ac proinde frigidus, ne calore, qui imaginem suscipit incrementi ac decrementi varietatem, nimiùm subinde exarescat. Quamobrem pleræq; eius partes exangues effectæ sunt multoq; humore distentæ, eius potissimùm vtilitatis gratia, vt diaphanus esset. At cur non aërius? Quia aër facilè dissipatur, nec susceptas rerum formas ita retinet vt aqua. Deinde vt per aqueum humorem, cuius minùs perlucida est natura quàm aëris, infractio radiorum ad crystalloidem fieret, de qua secundo libro diffusiùs agemus. Itaque pluribus iisq; diuersis humoribus constare oculus debuit. Aqueo in primis, qui ouorum albumini similis est, ac mira perspicuitate tenuitateque præditus: deinde crystallino aquam referente; quæ mediocriter fit in glaciem concreta: demum vitreo, qui liquaro vitro simillimus est. Sic enim dum vario modo humores oculi crassescunt, varias radiorum infractiones præstant. Per albugineum lux primùm ab aëre fracta ingreditur, in crystallino firmatur & vnitur, in vitreo tandem languescit, penitusq; emoritur. E F

Scite hic fortè non nemo volet, quo pacto oculi adeò volubiles sint, cùm eorum temperamentum sit frigidum. Id enim Plato in argumentum adduxit, quo igneæ naturæ oculos esse probauit; & certè videmus homines, in quibus abundat calor sanguisq; viuidus, citatiores habere membrorum agitationes. Respondeo duplicem eius motus causam esse: alteram spirituum, quibus afflantur copiosi; alteram musculos prægrandes ac vegetos, qui eis ad motionem obseruiunt.

PRO-

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Cryſtallinus humor non à vitreo, ſed à ſanguine alimentum capeſſit.

SVNT qui cryſtalloidem à vitreo alimentum ſumere arbitrantur; Albugineum autem nil aliud eſſe, quàm aqueum excrementum ab ea nutritio-
B ne ſecretum, poſtquam nempe glacialis ſolidiorem ſibi portionẽ aſſumpſit, quod proinde in partem oppoſitam, hoc eſt in remotiorem à cerebro, vnde alimentum prouenit, amandatur. Hanc ſententiam dilucidè exponit Galenus lib. 10. de part. vſu, his verbis: *Comparatumq́, ei* (cryſtallino) *à natura fuit alimentum accommodatum, humor vitreus, qui quanto craßior eſt ſanguine, atque albus magis, tanto à cryſtallino humore humiditate atque albedine relinquitur.* Et paulò pòſt: *Ex quo intelligi poteſt vtrumque per diadoſin, id eſt tranſumptionem nutriri: cryſtallinum quidem à vitreo; vitreum autem à corpore ipſum ambiente, hoc eſt à retina.*

Verùm probabilius credo, cryſtallinum à ſanguine nutriri per venas retinæ in aragnoidem deriuato, qui inibi ex craſſo & atro in aqueam pellucidamq́ue ſubſtantiam
C commutatur. Quod mirum non videbitur, ſi, vt res habet, dicamus ſanguinem per venas non tanquam per canales deferri, ſed à facultatibus partium trahi & prolectari. Sic enim, qui mora ſepiamq́ue eſitant, candidum chylum gignunt. Dici quoque poteſt, nigredinem eſſe excrementum craſſioris ſanguinis, à quo pura pellucidaq́; ſubſtantia alendo cryſtallino fit ſeparata: excrementum inquam familiare, & ad opportuniorem vſum à natura deſtinatum.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

D *Pupillæ ambitus conſtringitur, & dilatatur, non pro arbitrio, ſed cùm neceßitas impellit.*

VEHEMENS lux offendit oculos, tenuis verò non ſatis cernendi facultatem excitat, atque ita duobus extremis viſus nihil aut parum dignoſcere valet. Quocircà natura ſolers modum adinuenit, quo pupillę conſtrictione, vehementioris luminis parum, dilatatione verò, debilioris plurimum oculus admitteret; vt modica lux vehemens videri ſine offenſa, ac multa debilis oculum mouere poſſit. Ergo pupillam ad vehementiores quidem luces aſtringi, ad debiliores verò ampliari natura voluit. Sic enim neque valetiores offendere poſſunt,
E cùm earum affluentia ſit minor; neque debiliores non mouere, cùm maior copia intus ſuſcipiatur. Itaque pro lucis vehementis ac debilis viciſſitudine, modò in vnam, modò in alteram conſtitutionem pupilla velociſſimè commutatur, vt admirationem ſpectantibus moueat. Sicque ſatis vtrique neceſſitati factum eſſe naturæ beneficio experimur.

Alioquin ſi pupillæ conſtrictio, quam oculi ſuapte vi præſtare poſſunt, non ſufficiat arcendo lumini, palpebras repentè claudimus, ad naturale remedium properantes; aut certè conniuentibus oculis, aut etiam per digitorum rimas illud contuemur, vt ſic tandem fractum debilitatumque ſine noxa ſuſcipiatur. Quamobrem inter Myopes Nero perpetuò oculis conniuebat, nam vt Plinius refert, Nat. hiſt. lib. 11. cap. 37. niſi cùm
F conniuerent, ad propè admota hebetes oculos habebat. Contrà aquilis adeò firmus eſt obtutus, vt ſolem fixis oculis contueantur.

In hominum pupillis magna ſpectatur varietas. Quibuſdam enim ea in obſcuro loco iridis amplitudinem pæne exæquat: aliis perexigua eſt; nec omnino maior, quàm aliis in exquiſita luce. Quod ſanè non ex pupillę ipſius conſtitutione obuenire arbitror; ſed ex araneæ ſenſibilitate. Quibus enim delicatus eſt hoc membrum, ij perpetuò pupillam aſtringunt: ſiquidem in his ſenſus acutior eſt. Quibus autem organum eſt durius, ac ſenſus obtuſior, hi nimirum pupillam liberiùs diducunt: quare & firmiori acie conſtantiuſque & accuratiùs vident, vtpote minùs externi luminis moleſtia laceſſiti. Hanc porrò genuinam eſſe eius inæqualitatis cauſam, illud experimentum confirmat,

quòd quibus plurimùm & quasi ex habitu latior est pupilla, ij exquisitum fulgorem facilius admittant: sic vt nonnulli eorum directos solis radios intrò aliquantisper sine noxa excipiant, quos ne quidem à candido corpore repercussos alij absque insigni dolore sustinere possunt. A

Altero etiam oculorum contecto, alterius pupilla dilatatur. Cùm enim omnino dimidia lux ex altero occluso euanescat, proculdubiò exigua alteri ad videndum superest nisi dilatetur. Vnde in suffusis, si altero oculo obducto, affecta alterius pupilla diducatur, certissimum indicium id est saluam adhuc inspiciendi facultatem esse; si autem non mutetur, penitus interiisse eam certò constat.

Porrò cùm hæc constrictio ac dilatatio non subsit mouentis arbitrio, neutiquam existimandum est, eam à sphinctere seu annulari musculo concitari; sed cordis agitationi similem esse, quæ à parte fit musculi vim facultatemq; obtinente. Non verò, vt Galeno placet, fit pupillæ dilatatio ab vberiore spiritu vueam distendente. Si enim ita esset, in magna dilatatione dolor, nullus autem sensus in constrictione perciperetur. At, vt experientia docet, constrictio pupillæ dolorem infert, dilatatio verò anodyna est. B

Quibus ex vitio pupilla præter morem dilatatur, nec adstringendi vis adest, cùm volunt (id malum μυδρίασιν Græci nominant) his propter assiduum luminis influxum obtutus fit breuior, cunctaque minora, quàm sint, apparent. vnde eis visus quandoque in totum adimitur. Causa verò diductionis est humor circa pupillæ ambitum coaceruatus, qui vires dissoluit. Causa verò mutati aspectus est aquei humoris diminutio. Hic enim dum sensim externo calore exsugitur, tenuiorem relinquit eam oculi partem, quæ crystallino directè obijcitur, ac myopteræ similiorem: quòd specilli genus est in medio quàm in ambitu tenuius, resque minores spectandas offerens. Quare ij qui hoc vitio laborant, specillis opus habent, quæ res adaugent: cuiusmodi illa sunt, quæ à crassitudine, qua in medio extuberant, ὀμφαλόπτρα rectè dici possunt. C

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

In totius oculi seu motu, seu quiete, situs partium stabilis perseuerat. D



OCVLI tunicæ quamplurimis venarum arteriarumq; fibris aspersæ sunt, quarum ope tam firmo nexu sibi mutuò colligantur, vt ab inuicem salua incolumitate diuelli nequeant. Vnde necessariò sequitur, vt, vnâ morâ, ceteræ omnes consequantur. Humores quoque quoniam tunicis arctissimè impacti sunt, situs illorum firmus constansque permanet. Musculi ergo, qui externæ tunicæ sunt adnati, dum oculum mouent, totum simul ducunt; solusq; opticus, vnde oculus dependet, neruus mollis ac flexibilis, prope eam ossis partem, qua in cauum traijcitur, circumagitur. E

Necessaria autem ad perfectam functionem fuit hæc partium constantia: siquidem in firmitate axis optici, qui omnia tunicarum atque humorum centra pertransit, exquisitæ visionis ratio essentiaque consistit. vt pluribus hactenus propositionibus ostensum est.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculi ita inter se sociati sunt, vt vno moto alterum pariter moueri sit necesse. F



ETSI liberum sit oculos mouere, aut continere, pro arbitrio, tamen necessitate quadam simul in eamdem partem moueri compelluntur. Seorsum enim alterum in dextrum aut sinistrum latus, aut deorsum vnum, sursumve alterum, aut quauis alia ratione distrahere in diuersas partes oculos numquam possumus: at simul attollendi demittendive, aut simul in vnum aliquem situm conuertendi facultas datur; quod sane multis explicauit Aristoteles in Problematis sectione 31. q. 7. Remque ita se habere per se notissimum est,

at

A at propriam eius causam proferre non ita facile. Nam vario modo fit, vt membrorum motus se mutuò comitentur. Aut enim quòd musculi sese contingentes diuturna quiete quodammodò coalescant. ita in multis plicato auriculari digito proximus etiam suapte sponte sequitur, neque priùs singulus per se inflectere licebit, quàm assiduo conatu ea musculorum concretio dissoluta fuerit. Interdum quædam intercedit sympathia, qua alterum membrum alterius motum studet imitari. Sic vna manu circumacta, altera in eumdem cursum ita prona fertur, vt facilè contrario motu circumagi non possit, nisi longu vsu ac tempore consuescat. Quæ causa est, vt in iis qui rudes ad musicorum organorum exercitium accedunt, motum vnius manus statim excipiat altera, B pariterque moueatur.

Simili quadam ratione conuersiones oculorum sibi respondent. Nam vno moto alter necessariò mouetur, ita quidem, vt ambotum axes vel vnà contrahantur, vel vnà distrahantur, vel simul ad vnam quamcumq; partem deflectant. Cuius rei causa in musculorũ concretionem nequaquam referri potest, cùm vtriq; oculo proprij sint musculi, longè ab alterius uculi musculis disiuncti. Quare vel in eam, quam diximus, sympathiam, vel in neruorum opticorum coitionem causa conijcienda est. Nerui enim optici à cerebro, vnde primùm profecti, circa medium frontis locum congrediuntur, priusquam in caua ossium distrahantur. Ab hoc congressu animalis spiritus, qui vim motricem musculis impertit, ex æquo distribuitur, ita vt non modò æquali affluentia C vtrumque perfundat, verum etiam eadem facultate simili; operatione animet. Vnde posteà ille, quem in oculorum motu cernimus, consensus exoritur.

Huius societatis ea præcipua est vtilitas, quòd directà in vnum idemque punctum amborum luminum acie, idem obiectum in vtrumque oculum, vno tempore, simili radiorum inflexione subingrediatur, quo vnus fiat distinctus sensus, atque exacta dignotio; quam causam adfert Aristot. lib. problem. sect. 31. q. 7. quamobrem oculos pariter moueri sit necesse. Si enim in diuersas partes oculi axes dirigerentur, sequeretur vel eamdem rem geminam apparere, vel diuersa obiecta æquè distinctè ac manifestè simul videri, quòd mortali oculo est denegatum. Neque enim equidem existimo aues quæ plurimùm non iungunt axes, vno oculo cælum, altero terram distinctè contueri, D sed alterius semper oculi vim alternis vicibus vel omnino vel ex parte senari.

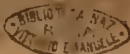
Furiosis subinde oculi in oppositas partes, nempe dexter in dextrum, sinister in sinistrum latus conuelluntur. vt cogitabundis grauique curæ intentis oculi interdum nares versus contrahuntur. Quoties verò simili conuulsione globi oculorum ita distrahuntur, vt illorum axes producti non concurrant, impossibile est rem aliquam distinctè videri. Quare ita sunt à natura oculi comparati vt in eas tantum partes inflecti possint, quibus axes simul in vnum aliquem locum concurrunt: omnem verò illum motum respuant, quo axes nimiùm diuaricantur, siue quòd dexter dextrum, sinister verò sinistrum latus petat; siue quòd vnus sursùm, deorsùm alter contendat, axibus enim adeò à se mutuò diuulsis nil cerni exactè potest.

E

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Motum oculorum interna animæ facultas persentiscit.

CVM enim ab animæ vi motus oculorum imperetur, & ad imperantis arbitrium, non autem necessaria naturæ lege à motrice facultate musculis F insita concitetur, necesse est aliquam eius notionem ad internum sensum peruenire. Nisi enim motum anima sentiat, qui fieri poterit, vt aliquando ab imperio conquiescat? cùm penitus ignoret, an id quod imperatum est, sit executioni mandatum. Deinde ipsa motrix facultas exercitationis otiique discrimen percipit, at non alia ratione, quàm motus & quietis perceptione. Ergo cùm oculos agitat, motum; cum feriatur, quietem agnoscit. Hæc enim si non sentiat, non poterit motum excitatum continere, neque cùm opus fuerit à motione cessare. Ergo motum oculorum interna, animæ facultas persentiscit, quòd propositum fuit ostendere.



PRO-

A

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Differentias motuum, quibus oculi concitantur, internus sensus distinguit.



AD perfectam oculorum motionem, præter eam facultatem quæ imperat, eamq; quæ mouet, opus omnino esse moderatrice perspicuum est. Hæc sitne ab imperante & motrice diuersa, modò non lubet pluribus B disceptare: satis autem esse existimamus verbo indicasse, placere nobis, vt vna sit quæ imperet tum motum tum eius moderationem, alia verò quæ vtrumque exequatur.

Porrò fieri non potest, vt facultas animæ oculorum agitationem moderetur, nisi differentias motuum, quibus oculi cientur, cognoscat. Quomodo enim poterit oculos in partem imperatam inflectere, obtutum in rem vnam defigere, lentum motum accelerare, præcipitem cohibere, nisi has differentias persentiat? Id igitur quandoquidem fieri nequeat, fateri omnino necesse est, internum sensum differentias motuum, quibus hi subijciuntur, perspectas habere.

C

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Nerui optici longitudine sunt pares.



HANC nonnulli rationem astruunt, vt probent neruos opticos pares longitudine esse debere, ne scilicet res singulæ geminatæ appareant. Quæ sanè ratio minùs nobis probatur. Nam quemadmodum si axes optici in rem aliquam ad latus sitam defigantur; tametsi tum impares sint longitudine, non tamen confestim sequitur rem illam geminam apparere. Itaque neque si nerui optici inæquales sint, rerum obiectarum phantasiæ duplicatæ D conspicientur. Par enim vtrorumque ratio hac in parte esse videtur, sicque se habere nerui optici, vt axes, nisi quòd per axes rerum formæ ab vno puncto ad distantes oculos distrahantur, per neruos verò, notiones rerum à diuersis oculis rursus in vnum principium conueniant.

Igitur pares longitudine neruos opticos natura est machinata, sicut & pares crassitie, vt sensificus spiritus ex æquo in vtrumque oculum distribueretur. At enim quamuis nulla peculiaris ac necessaria esset huius æqualitatis vtilitas, duo saltem comperta & contestata sunt, vnde neruorum æqualitas probari facile potest, hos scilicet neruos in medio frontis loco congressionem facere, & oculos in capite parem vndique à medio situm obtinere, sic vt non tantùm à medio nasi, aut oris, aut menti, sed etiam à medio E cerebri, ac proinde & à frontis medio pari interuallo disiungantur. Ex quo necessariò consequitur, neruos opticos triangulum Isosceles constituere: cuius quidem basis sit ea linea, quæ neruorum extremitates, qua in sphærulæ modum dilatantur, connectit; reliqua verò latera sint nerui ipsi, qui Æquicrurium absoluunt clauduntque.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Crystallinus humor non est præcipuum visionis organum. aduersus Galenum. F



HVMORI crystallino videndi facultatem inesse Galenus tribus de causis affirmat. Prima, *quia crystalloides in oculo ea pars est, cui similem in toto corpore reperire non est*, quare visionis præcipuam partem sibi vendicat. At hæc ratio sufficiens non est. Nam neque vitreo, neque albugineo similis in corpore pars reperitur, quibus tamen facultatem videndi eam ob causam nemo concesserit.

Secunda ratio Galeni hæc est, quia crystallinus solus inter partes oculi perspicuus est,

A est, vnde fit vt à coloribus facilè alteretur. At vitreus & albugineus non minùs perspicui sunt quàm glacialis. Non igitur hac ratione prærogatiuam aliquã glacialis obtinet.

Tertia, quia solus crystallinus inter reliquas oculi partes est luminosus. Verùm iam luculenter ostensum est propos. 13. nullum humano oculo lumen à natura insitum esse. Si quispiam contendat Galenum intellexisse oculum aliunde illuminari, ille in primis à Galeni placito recedet, nam ipse Platonis sententiæ de ingenito lumine subscribit. Deinde quid obsecro peculiare adferet, quo glaciali faueat? cùm & ceteri humores, præsertim aqueus, ab externo lumine collustrentur.

Vitello lib. 3. prop. 4. & 18. & Alhazen lib. 1. num. 16. humorem crystallinum B præcipuum esse visionis instrumentum disertis verbis affirmant. Atque Alhazen duobus id argumentis probat. Primum est, quia destructis anterioribus humoribus non statim perit visus, vt destructo glaciali. Secundum, quia suffusione glaciali obiecta impeditur visus, qui mox redit suffusione ablata.

Verùm hæc argumenta nihil aliud probant, quàm quòd fine ope crystallini visio perfici nequeat: quod sane mirum non est, cùm modò eoim organo destructo, sed etiam ceteris præsidus denegatis visio tollitur. Quare non crystallino tantùm, verùm etiam albugineo funditus euerso visus extinguitur: quòd hæc omnia de numero eorum sint, quibus velut adminiculis anima externas res apprehendit. Vnde nullo modo sequitur crystallinum potiùs esse visus instrumentum, quàm sit albugineus vel vitreus, aut quæ- C piam tunicarum. Suffusio etiam, quòd pupillæ obiecta tenebras oculo offundat, nullo modo crystallinum præ ceteris oculi partibus commendat; sed solùm argumento est, primarium visus instrumentum intra vueam delitescere.

Nunc ergo, quòd crystallinus non sit primarium visus organum, hoc modo demonstratur. Anima, cui propria est videndi facultas, corpore vtitur quamdiu in hac mortali vita degit. Igitur omnes partes oculi ceu instrumenta quædam animæ ministrant, atque ad visionem opis aliquid conferunt. Instrumenti verò ea est natura atque conditio, vt vim ab agente accipiat. Quare inter oculi partes, ea potioris instrumenti rationem obtinet, cui anima maiorem vim efficaciamque impertit, hoc est cui vberiorem spirituum animalium affluentiam communicat; eiusmodi autem est vel neruus opti- D cus, vel spiritus ipse animalis, vel retina, aut aragnoides, aut aliud quidpiam proxime à cerebro profectum; non verò humorum aliquis, quòd ij omnes ex plurimorum philosophorum sententia probabilique ratione sensus omnis vitæque sint expertes. Non igitur crystalloides primarium est visionis instrumentum, quod Galenus putauit.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Neque neruo optico communi primaria facultas cernendi inest. contrà quàm Alhazen & Vitello.

E ALHAZEN lib. 1. num. 25. & Vitello lib. 3. propos. 20. visionem tum primùm compleri aiunt, cùm forma visibilis humore crystallino recepta ad neruum opticum communem peruenerit, hoc potissimùm argumento, quòd nulla alia ratione fieri possit, vt à duobus oculis vnius obiecti vna fiat dignotio. Quod in huoc modum ex illorum auctorum sententia explicatur. Cùm duobus oculis vna eademque res conspiciatur, nec fieri possit, vt vna vniusque numeri forma ad duos visus perueniat; vti duos oculos, ita geminas formas admittere necessum est; quarum vna ad vnum, altera ad alterum oculum proficiscatur. Si igitur visio compleretur, priusquam hæ formæ ad communem neruum F pertingant, duplex fieret dignotio ac duplex sensus: quare non vna, sed duæ res viderentur. Non igitur ita se res habet; sed quàm primùm visibiles formæ cum lumine ad superficiem visus appellunt, irrefractæ versus centrum visus (quod idem & crystallini est) directò contendunt; ita tamen, vt priusquam eò perueniant, propter dissimilem crystalloidis & vitrei transparentiam ac densitatẽ, à medio eo centro visus deflectant, & rectã cauitates neruorum opticorum petant, per quas, eumdem semper situm partium atque ordinem seruantes, quem res ipsæ habent, progrediuntur, ac tandem in communi neruo ceu fida statione conquiescunt. Vbi insuper ita sibi mutuò incumbunt, vt exactè congruant, atque in vnam formam coalescant. Sicque fit, inquit Vitello propos. 20. *vt propter communis nerui vnitatem, ambobus visibus, vnam & eamdem rem accidat videri.*

Alhazen l.2.n.24.5 Vitello l.3. propos. 20. & 21.

Non

Non pauca sunt quæ huic doctrinæ obijci possunt: ac primò quidem illud, quòd A nerui optici ex multorum opinione pertusi non sint, aut si verè caui sint, adeò exiguus sit meatus, vt multorum obtutum fugerit.

Secundò, quòd iidem nerui non verè in vnum communem neruum concrescant; sed tantùm sese contingant, vt prop. 12. ostendimus. Vbi etiam retulimus, Andream Vesalium Patauij quemdam dissecuisse, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò disiuncti erant. Hic ergo vel nihil omnino vel omnia gemina conspicere ex Albazeni & Vitellonis sententia debuisset; at probè cuncta simpliciaq́; ceterorum more ante videre solitus erat.

Tertiò, ea est visibilium formarum constans natura, vt rectis semper lineis ferantur, B quam proprietatem cum lumine, quo vehuntur, communem habent. Neque vlla vnquam vi ab ea rectitudine dimoueri se sinunt, nisi ob causam alterius diaphani, vel à perpendiculari, vel ad perpendicularem deflectere cogantur. Fieri ergo omnino non potest, vt rerum formæ, vbi ad neruos opticos peruenerint, longiùs progrediantur. Siquidem nerui optici cum opticis axibus numquam in directum iacent. Vnde necessarium foret, visibiles formas, quàm primùm per axes delatæ cauitates neruorum opticorum subeunt, mox à cœpto itinere abduci, atque per obliquos sinus tandem sese in communem neruum insinuare.

Quartò, nerui optici non minùs sensu præditi sunt, quàm ea illorum pars, qua in vnum neruum coëunt. Ergo statim ac formæ rerum ad neruos opticos pertigerint, fiet C perfectus sensus, etiamsi necdum sint ad communem neruum delatæ.

Quintò, si formæ visibiles per neruos opticos ad communem neruum proficisci valent, quid obstat quo minùs hinc vlteriùs ad cerebrum vsque per easdem neruorum cauitates peruadant? Quod si fieri concedatur (vti necessarium est) iam duplex inconueniens subsequetur. Vnum est, quòd iterùm ex vna forma duæ fient, atque adeò duplex sensus, cùm hæ neruorum portiones non minùs sentiant, quàm neruus communis, imò eò exquisitiùs quò propiùs ad cerebrum accedunt: alterum, quòd dextra forma fiet sinistra & contrà, atque ita inuerso situ res spectandas exhibebunt. Quapropter iidem qui suprà Alhazen & Vitello, hic lib. 3. prop. 21. ille lib. 2. num. 2. nullo pacto admittunt radios visibilium rerum sese in oculi centro intersecare, nempe ne producti D inuersum situm adquirant, sicque rei pars dextra sinistra, & superior inferior, contraq́; appareat. Quam præcipuè ob causam radios illos priùs quàm in centrum oculi conueniant, resilire à perpendiculari comminiscuntur, vt eumdem semper situm obseruantes, proprio ordine res obiectas communi neruo repræsentent.

Ex his liquidò constare videtur, neruum communem non esse propriè ac præcipuè visionis instrumentum, vt sentiunt Vitello & Alhazen. Quo verò pacto contingat, à duobus oculis rem vnam singularem & non geminam videri, dicemus prop. 79.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA. E

Neque, vt multi existimarunt, spiritui animali ea vis tribuenda est.

NON pauci, præsertim ex recentioribus philosophis, primatiam cernendi vim spiritui animali tribuerunt. Inter quos reperiuntur Hieronymus Fabricius lib. de visu, voce, & auditu, aliique complures.

Magna est, fateor, in humano corpore spirituum vis atque potestas. iis namque facultates omnes excitantur & gubernantur: quæ tres F omnino cum sint, naturalis, vitalis, & animalis, tota specie disclusæ; totidem spiritus, qui illarum sint adiutores, pari interuallo disiungere oportet. Hos sanè ex partes, quæ in corpore principatum obtinent, iecur, cor, ac cerebrum subministrant: quæ non tantùm spiritu præpotente valent, vt seipsas dumtaxat gubernent; sed etiam alios de se spiritus fundunt, & tamquam iugi de fonte in ceteras corporis partes proprijs ductibus deriuant. Igitur præter spiritus illos, qui in vnaquaque parte corporis stabiles ac fixi sunt, tres alij numerantur fluentes ac mobiles, proprijs ductibus in eas partes, quibus necessarij sunt, illabentes. Vnus naturalis è iecinore per venas ad extrema vsque corporis diffusus: alter vitalis, quem cor assiduè per arterias impellit: tertius animalis, qui ex vitali in

cerebri

A cerebri ventriculis genitus, hinc per neruos prolapsus, non omnes corporis partes, vt naturalis & vitalis; sed eas dumtaxat irrigat, quæ sensus motusque sunt compotes.

Cùm igitur animalis spiritus mobilis sit fluxusque, fieri nequit, vt illi præcipuè insit cernendi facultas, quæ firma est & constans. Deinde vt altrix, auctrix, & quibus corpus spirat facultates non insunt sanguini, aut vitali spiritui, ceu propriæ materiæ; sed firmæ solidæque substantiæ, cui spiritus robur efficaciamque confert: ita potentia intuendi solidiori alicui parti insidet, quam spiritus animalis roborat atque confirmat. Rursus vis intuitiua ei tantummodò parti inest, quam anima viuificat. Nam virtus omnis primò insita est animæ, deinde illi corporis membro, quod tamquam idoneum B instrumentum animæ subseruit. Nequit autem pars vlla, nisi anima informetur, instrumenti rationem habere: siquidem sensus organo tamquam brachio, non autem vt fuste res externas attingit. Igitur soli membro anima informato vis aspiciendi inesse potest: at animalis spiritus viuat, néćne, anceps est inter philosophos disceptatio: qui vero propiùs accedunt, negant. ergo ille non est primarium visionis instrumentum.

Hoc tamen animali spiritui tribuendum videtur, quod solis radio. vti enim sol æstiuo tempore rebus omnibus, quas brumæ algor torpentes ac velut emortuas reddidit, vitam quodammodò restituit, nouamque agendi vim confert, ob id solùm, quòd suo calore eas aptiores ad agendum efficiat: ita animalis spiritus viuifico ac salutari calore partes omnes, quibus assistit, fouet, atque insitas rebus facultates excitat, efficacesque ac promptas reddit. C

Itaque cùm ab animali spiritu non minima actionis pars dependeat, fit, vt eius affectio in ipsam quoque actionem pertranseat. Vnde si motu is concitetur, res quoque obiectæ agitari videntur: quod in vertigine euidenter apparet, iisque qui se plusculum inuitarunt. His enim larga vini copia volubiles fumos in cerebrum transmittit, qui priùs, quàm temporis spatium concoctionem exhibeat, per cerebrum voluuntur, atque visorius spiritibus confusi permixtique in oculos prolabuntur, quos & vertigine tantisper teotant, & omnia gemina apparere faciunt, quòd axes firmari minimè patiantur. Vnde est illud Iuuenalis lib. 2. Satyra 6.

Cùm bibitur concha, cùm iam vertigine tectum
Ambulat, & geminis exsurgit mensa lucernis.

D Hinc illis difficile certò pedem figere, & vocalia instrumenta ad arbitrium mouere, & digitorum congressionem facere. Sic & phrenetici, si sanguis in caput conscenderit, omnia cruore respersa cernuntur. Deliri prætereà, è quorum cerebro desiliunt spiritus nebulis obducti ac minùs puri, varias patiuntur phantasias, quibus illorum aspectus miris modis illuditur.

Demum illi etiam, qui nulla perturbatione laborant, quasdam interdum præter naturam affectiones sentiunt, vt ille apud Horat. Epistola 2. lib. 2.

——— haud ignobilis Argis
Qui se credebat miros audire Tragœdos,
E *In vacuo lætus sessor plausorque theatro.*
Cetera qui vita seruaret munia recto
More, ———
Hic vbi cognatorum opibus, curisque refectus,
Expulit elleboro morbum, bilemque meraco,
Et redit ad sese: Pol me occidistis amici,
Non seruastis, ait, cui sic extorta voluptas,
Et demptus per vim mentis gratissimus error.

Sic & ij qui diu circumaguntur cadunt, propter spirituum motionem, quæ visum perF turbat, & facultatem animalem à propria functione auocat. Sic ob spirituum inopiam quidam parum, aut nihil vident. Alij ob volubilitaté obtutum defigere diu nequeunt. Alij propter crassitiem hebetem patiuntur aciem. Qui aquam bibere consueuerunt, vt notat Aphrodisæus lib. 2. Problem. q. 55. acutiùs vident. Quibus autem lucidus est & constans spiritus, eaque affluentia quæ ad perfectam functionem est necessaria, his visus est perspicax, & firma oculorum acies. Contrà verò *vti pinguis venter*, inquit D. Basilius, *non quia ita naturaliter affectus est, sed in quem pinguedo per gulæ intemperantiam affatim fluxit, perturbans & impinguans animam, non gignit sensum tenuem: ita & qui per imbecillitatem nimiam fuerit exilis & gracilis, in emortuo corpore tenuem quoque iam genitum prorsus extinguit.* *Libro de vera Virginitate.*

C PRO-

A

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Glaciali humori inest principium sensus.

DVOBVS præcipuè organis visio perficitur: alterum est quod formas totum suscipit, vt centrum visus, & vertex pyramidis opticæ; alterum quod harum imaginum ope res ipsas dignoscit. Quæ in hunc modum clarius exponentur. A quolibet obiecti puncto infiniti radij vndique prosiliunt, ex quo fit vt cuiusque illorum forma ad omnes partes superficiei visus B perueniat, nec non in quoduis punctum superficiei visus omnium punctorum obiecti species concurrant. Quare si eo ordine ac situ res obiectæ perspicerentur, quo ipsarum imagines ad superficiem visus appellunt, omnia perturbata atque confusa conspicerentur, nec vna ab alia discerni posset. Nam quodlibet punctum superficiei visus à quolibet obiecti puncto afficitur. Quocirca per pyramidem omnia videri necesse est, ita vt illarum rerum dumtaxat notiones accipiantur, quarum formæ in vnum aliquod oculi punctum, quod centrum visus, seu vertex pyramidis opticæ nuncupatur, conueniant. Id in crystalloidis medio situm esse dicimus. Sic enim fiet, vt quandoquidem vnius puncti visibilis innumeri sint radij, per vnum dumtaxat ex illis omnibus, qui ad superficiem visus pertinent, conspiciatur, per illum nempe qui ad centrum visus peruenit; C per ceteros autem non item.

Hac ergo ratione dicimus crystalloidi principium sensus inesse, non quòd verè dignoscat; sed quòd recipiat tantùm, & ceu vertex opticæ pyramidis omnium rerum imagines terminet, dignoscentique facultati præscribat, per quas ex infinitis quæ ad superficiem visus vnà appellunt, vnaquæque res comprehendi debeat.

Cumq; sit ad visionem apprimè necessaria hæc crystalloidis functio, atque præ ceteris nobilissima, eius consideratione existimo Vitellonem lib. 3. prop. 4. & Alhazenum lib. 1. num. 16. liberiùs pronuntiasse eam oculi partem primarium esse visionis instrumentum. Siquidem non solùm disertè docent auctores illi in neruo communi vt in principali sede visionem celebrari, vt suprà retulimus propos. 24. verùm etiam Vitello D lib. 3. propos. 22. & Alhazen. lib. 2. num. 3. apertè asserunt crystalloidi principium tantùm sensus inesse. Hoc tamen diuersum à nobis sentiunt, quòd dicant radios à perpendiculari priùs infringi, quàm in centrum visus conueniant; vt ita ad neruum communem, præcipuam visionis officinam, peruenire possint. Quam sententiam quia suprà reiecimus, reliquum est, vt verè sentientem oculi partem, hoc est primarium visus organum, ex propria sententia exponamus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Præcipuum visus organum est ea pars nerui optici quæ Aranea nuncupatur. E

CVM visio quædam sit passio, illud maximè quod patitur erit præcipuum visus instrumentum. Hoc autem est neruus opticus. Ita enim in ceteris corporis partibus sensum omnem à neruis prouenire manifestè deprehendimus. Nam & olfactus à graui odore, & auditus à vehementi sono, & ab acri sapore gustatus, & ab impenso calore aut frigore quæuis pars corporis, propter sentientem neruorum vim & facultatem læditur ac labefactatur. F Quod igitur patitur, idem & sentit; vnumquodque quidem secundùm suæ naturæ atque ingenitæ dispositionis modum. Vnde vnius sensus passióve, tactus, alterius gustatus, alterius olfactio, aurium auditio, oculorum visio nuncupatur. Eidem igitur dignoscendi & patiendi facultas inest. Nec aliam ob causam neruus opticus patitur, quàm propter dignoscentem, quæ ipsi inest, facultatem.

Rursus quod patitur, susceptione nociuæ qualitatis molestatur. Quare necessum est videndi facultatem non ad totum neruum opticum, sed ad aliquam dumtaxat eius partem, quæ extima sit, primò pertinere. Eamdem profectò ob causam, ob quam tactus potissimùm in digitorum extremitatibus viget, vt videlicet inde instantis mali

A prænotio ad internum sensum deriuetur, priusquam ceteræ corporis partes in discrimen adducantur. Ita ergo aranea præcipuè tunica, quæ nerui optici apophysis est, cernendi sensu pollere debuit. Deinde cùm sola corpora diaphana lumen rerumq; formas suscipiant; oportet eam nerui optici partem quæ sentit eiusmodi esse, vt ad eam rerum imagines ordinatè perueniant, hoc est eumdem partium situm obseruantes, quem res ipsæ habent. Demum cùm crystalloides colligendis in vnum velut centrum radiis opticis præcipuè deseruiat, necesse est sentientem nerui optici partem magnam insuper cum eo societatem habere. Eiusmodi autem est aranea tunica, quæ à retina primùm, inde à neruo optico, denique ab ipsa cerebri substantia producitur. Eademque impensè diaphana est, atque glacialem humorem arctissimè complectitur.

B Quare araneam tunicam primarum visionis organum esse pronunciamus. Siquidem quà diaphana, rerum formas, quæ cum lumine oculum subeunt, primò suscipit; non quidem vt crystalloides, in cuius medium omnes conueniunt, sed vt pars sentiens; cùm sit de cerebri substantia propagata. Deinde cùm eadem tunica crystalloidi obuoluatur, fit, vt rerum figuræ araneam prius ordinatè pertranseant, quàm in medium glacialis concurrant. Quapropter res ipsas distinctè atque ordinatè dignoscit, non verò permixtas atque confusas. Præterea cum crystalloidi ita arctè adnata sit, teste Ruffo, vt salua incolumitate separari nequeat, fit, vt humor ipse crystallinus spissamentum potiùs quoddam araneæ esse videatur, lumini rerumque figuris in vnum colligendis accommodatú, quàm quidpiam ab ea distinctum. Vnde mirabilis ille consensus prognascitur araneam inter & crystalloidem, vt earum rerum dumtaxat notionem aranea accipiat, quarum radij in medium crystalloidis conueniunt. Igitur sola aranea verè lucis affectiones & suscipit vt diaphana, & quatenus à neruo optico cerebrique substantia proficiscitur etiam sentit; qui sensus per retinam neruumq; opticum delatus, tandem pertingit ad cerebrum.

C

Superest modò perpendendum, quomodo ex lucis & araneæ contactu actio, hoc est visio, consequatur. Id sanè non alia ratione fit, quàm quòd lumen araneam natura diaphanam perfundat, cuius receptione patitur. At eiusmodi passio non statim visio est: nam & crystallinus & albugineus sola luminis susceptione patiuntur, etiam dum quis

D apertis oculis dormit. Præter hæc ergo aranea ex cerebro dignoscentem vim obtinet, qua (nisi somno sopita conquiescat) suscepti luminis notionem efformat, quam mox per retinam atque neruum opticum, ad cerebrum, vbi sensus communis viget, transmittit. Est autem hæc non puri luminis notio, sed rerum formis, hoc est colore, figura, quantitate, situ, ac ceteris proprietatibus quæ sub aspectum cadunt, affecti. Sic igitur postquam lux rerum visibilium proprietatibus affecta oculum subiit, neruo optico, qua parte is in araneam desinit, congreditur; sicque sentientis substantiæ contactu insitaq; animæ vi ac facultate dignotio seu visio tandem efficitur. A cauitatibus porrò neruorum opticorum, quas poros Galenus vocat, spiritus animales continuò efflantur, qui hanc facultatem excitent ac roborent.

E *His perspicuè explicatam existimo partem oculi principem, cuius gratia institutæ sunt ceteræ, ac totius etiam oculi fabrica. Quocircà ad ea quæ oculis obijciuntur, quæq; sub aspectum cadunt, gradum facimus. Horum enim cognitio, non minùs quàm organi ipsius compositio, ad naturam affectionesque visus enucleatè explicandas est necessaria. Accedunt ea quoque sine quorum præsidio visio perfici non potest, quas alij obiecti visilis conditiones, alij conferentia nominant.*

F

A

DE OBIECTO VISVS.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

Lux & color proprium sunt obiectum visus: lux quidem per se primò: color autem, lucis accessione. B



VISIBILE bipartitò diuiditur. Vnum enim per se aspectum mouet, alterum ex accidente. Id quod per se, aliud proprium, aliud commune. Proprium quidem illud, quod nullo alio sensu percipitur: commune verò, quod aliis quoque sensibus sui notionem impertit, vt sunt magnitudo, figura, locus, situs, numerus, & reliqua, de quibus mox sequenti propositione agemus. Rursus proprium visibile aliud primò & per se visum mouet, vt lux; aliud per se quidem, sed lucis tantùm accessione, vt color. Ex accidente videri dicuntur corporeæ substantiæ; quæ nisi aspectabili qualitate obsignentur, nullo per se modo sub visum cadunt: vt si album Cleonis sit filius, album quidem per se, at Cleonis filius per accidens videbitur. C Rectè quidem. nam sensus ipse ab huiusmodi sensilibus nihil omnino patitur quà talia sunt, sed tantùm quà spectabili qualitate obteguntur. Quæ Nemesius (lib. de natura hominis) nos intelligentia potiùs quàm sensu percipere caloris exemplo declarat: *Primo quidem aspectu solùm colorem & figuram ignis accipimus; at tactu accedente & calidum esse cognoscimus, quod à tactu accipiens memoria conseruat. Pòst igitur, cùm ignem spectabimus, nil aliud cernemus quàm figuram & colorem ignis: at intelligentia, cum his rebus quas videt, caliditatem quoque per memoriam concipit.* Et paulò pòst: *Cùm ergo pomum cereum verum esse pomum arbitramur, non visus vtique sed intelligentia fallitur.*

Communia igitur visibilia, inter propria, & ea quæ ex accidente dicuntur, medium locum obtinent. nam cum propriis id commune habent, quòd verè sensum immutent; D quòd verò nullam speciem à propriorum visibilium forma reipsa distinctam sensiterio inurant, hoc ad ea, quæ per accidens visibilia sunt, propiùs accedunt. Hæc enim suopte ingenio penitus visum latent. Cerni autem ex accidente dicuntur, quia iis, quæ per se sensum feriunt, naturali necessitudine cohærent. Inter propria igitur, & ea quæ ex accidenti videntur, communia spectabilia versantur; non tamen in illo exacto medio, quod ab extremis pari interuallo distat. nam cum propriis, quàm cum iis quæ ex accidenti, maiorem cognationem habent. Hæc enim verè non videntur, neque vllam sui similitudinem in organum inferunt: sed corporeis accidentibus obuoluta penitus delitescunt. Cùm verò externa accidentia percipimus, latentem quoque substantiam videre dicimur, improprio loquendi modo: quemadmodum ciuitatem E nos videre existimamus, cùm summas turrium cuspides è longinquo cernimus.

Hic meritò quæret aliquis, quo pacto vnius sensus plura obiecta esse queant; nempe lux & color, atque insuper ea quæ communia sensibilia nuncupantur. hæc enim etsi non vni sensui astricta sint, tamen non ex accidente, sed per se, ingenitaq; proprietate videndi potentiam ad munus suum obeundum excitant. Respondemus, hęc quæ enumerata sunt, ad materiam visiuæ potentiæ obiectam per se attinere. quæ tametsi multiplex esse possit; ratio tamen, quam formalem vocant, & ob quam cuncta spectabilia sunt, semper est vna. Hanc nonnulli visibilitatem nominari volunt: at rectius visibilitatis principium esse dixeris. fluit enim visibilitas à quopiam innominato, quod lumini, colori, ceterisq; quæ sub aspectum cadunt commune est. F Hoc ergo innominatum, est ratio formalis, ob quam ea omnia quibus inest, à visu dignosci queant. cetera verò omnia, vt sunt opacitas, collustratio, magnitudo, oppositio, distantia, medium diaphanum, & si quæ alia, eiusmodi sunt, sine quorum ope atque prçsidio visio actu non celebratur. Colorata enim in tenebris constituta, suapte quidem natura visibilia habentur, quandoquidem etiam tum colores feruent, quorũ naturam visibilitas comitatur; tamen actu videri non possunt, nisi illustrentur: ita nec lumine prædita sub aspectum venire, nisi quoad natura postulat compacta addensataq; sint. Quapropter aër lumine actu collustratus, est quidem per se visibilis, tametsi à nobis non conspiciatur, ob defectum

necessa-

A necessariæ densitatis. Eademque est in ceteris demonstratio, quam in opportuniorem locum remittimus.

Dices, vt video, colores qui spectantur in iride, & qui in triangulari vitro apparent, & quos solares radij per infecta vitra in oppositum parietem transmittunt, omnem denique colorum varietatem, quam pauonum plumæ non sine voluptate ostentant, à solo visu hauriri, qui tamen neque luces neque colores verè ac propriè dici possunt. Igitur non sola lux solusque color sub proprio obiecto visus continentur. Respondendum colores illos quos apparentes vocant, aut luces veras esse, aut veros colores, aut quidpiam ex his mixtum. Quod enim nihil verum est, nihil est omnino; quod
B autem nihil est, nequit reali immutatione sensum, qui ex se est indeterminatus, ad agendum stimulare. Vtrùm autem, lux ne an color verè sint colores illi apparentes, intra suo loco dicemus, propos. 41. Nunc ad propositam obiectionem diluendam satis erit dicere, colores illos qui in iride, & qui in triangulari vitro conspiciuntur, veras esse luces; illos verò qui in pauonum plumis visuntur, veros esse colores; qui denique per tincta vitra luminis ope transuehuntur, medium quid esse ex lumine ac colore mistum.

Rursus nobis obijcies D. Augustinum qui libro vltimo de ciuitate Dei, cap. 29. de beatorum statu ita disserit: *Vis*, inquit, *præcellentior oculorum erit illorum, non vt acutiùs videant, quàm quædam perhibentur videre serpentes vel aquilæ; quantalibet enim acrimonia cernendi ea animalia vigeant, nihil aliud possunt videre quàm corpora. sed vt*
C *videant etiam incorporalia.* Quibus verbis apertè indicat D. Doctor visum beatorum proprio cernendi actu percepturum etiam spiritualia, quæ extra metas obiecti visus posita esse videntur. Ex eodem capite soluitur hic nodus: beatos ex refulgentia diuinæ claritatis in corporibus apparente, Dei præsentiam singulari intellectus perspicuitate cognituros. Quæstionem enim mouet D. August. his verbis: *Dico igitur quod visuri sint Deum* (beati) *in ipso corpore: sed vtrùm per corpus, non parua quæstio est. Durum est dicere, quòd Sancti talia corpora tum habebunt, vt non possint oculos claudere atque aperire, cùm velint: durius autem, quod ibi Deum, quisquis oculos clauserit, non videbit.* Ac tandem sic concludit: *Sancti in corpore videbunt Deum spiritu, quemadmodum* (4. Reg. 5.) *Helizæus puerum suum Giezi absens corpore vidit accipientem munera, quæ dedit ei Naa-*
D *man Syrus, quem propheta à lepræ deformitate mundauerat.*

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Communia obiecta visus sunt: quantitas, figura, locus, situs, distantia, continuitas, discretio, motus, & quies.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 6. tex. 64. quinque sensibilia communia enumerat, nempe motum, quietem, numerum, figuram, & magnitudinem.

E Quæ pauciora probent, hæc argumenta adferri possunt. Motus in primis natura inconstans perpetuo fluxu labitur, nec vsquam consistit. Igitur comprehendi nequit sine præteritarum partium memoria, & futurarum prospectione, quas postea mens cum præsenti momento componat. Hæc autem sublimioris sunt facultatis, & non externorum sensuum, qui circa præsentia tantùm negotiantur. Secundò, quies nihil est, cùm sit motus priuatio: nullo igitur sensu percipitur. Tertiò, humanus visus non differt essentia à visu beluarum; sed brutæ animantes nequaquam numerant, cum id soli homini competat. Igitur numerus non comprehenditur sensu, sed solo intellectu, quo homines à beluis distinguuntur. Quartò deinum, figura à
F magnitudine reipsa non differt, nec alio sensu quàm magnitudo dignoscitur. Igitur figura non est peculiare obiectum commune distinctum à magnitudine. Quare hæc sola relinquitur ex obiectis communibus ab Aristotele commemoratis.

Plura, quàm quinque superiùs ab Aristotele recensita, hæc argumenta inducunt. Primum, idem Aristoteles capite citato textu 63. ait sensum circa proprium sensile non posse errare, at contingere non rarò, vt circa vbi seu locum rei, visus hallucinetur. Igitur vbi seu locus est inter obiecta communia adnumerandum. Secundum, lib. 4. Physicorum c. 11. textu 98. ait Aristoteles tempus sensibus percipi. ergo æquè ac motus, cuius mensura est, inter communia sensibilia censeri debet. Tertium, accedunt distantia, situs, continuitas, discretio, asperitas, læuitas, æqualitas, inæqualitas, & cetera, quæ

nonnulli scriptores Optices superioribus annectunt, quòd tum visu tum aliis nonnullis A sensibus per se, non verò ex accidenti percipiantur. Hæc igitur omnia in eamdem tribum cum Aristotelicis obiectis communibus iure referri debent.

Pro Aristotele dici potest, eum non omnia communia sensibilia sigillatim enumerare voluisse, sed quinque tantùm summa capita, ad quæ cetera reuocari possint. Quare iis qui motum tollunt, respondendum, motum perfectè ab intellectu cognosci, imperfectè verò & quodammodò materialiter ab externo sensu, citra vllam partiuom inter se collationem. Neque aliud existimo voluisse Galenum de dignoscendis pulsibus, vbi statuit motum ratione non sensu dignosci. agit enim de motu arteriæ, ex cuius differentiis symptomata affectionesque cordis deprehenduntur. Quis enim neget arteriæ B motu tactuoi cieri, cùm medicus manum admouerit? quin imò motus & quietis vicissitudinem sensus percipit; at vtriusque discrimina, varietates, ac mutationes, à quibus pulsus velox, creber, constans, durus, validus, tenuis, serratus, formicans, caprisans, vermicularis, vndosus, vocitantur, summam animi attentionem, longamq; experientiam requirunt; vt ipsemet Galenus lib. 1. de dignoscendis pulsibus ingenue fatearur, ad absolutissimam pulsuum cognitionem totam humanam vitam requiri.

Iis qui quietem tollunt, respõdetur, quietem non ita sensu percipi, quasi ipsa peculiari actione sensum moueat atque immutet, sed negatiuè, more aliarum negationum ac priuationũ, nempe quatenus res eodem semper loco constans firmaq; subsistere cernitur.

Iis qui numerum reijciunt, idem respondendum quod de motu diximus. Nam solius mentis opus est numerare, & per vnitatum incrementa ac decrementa numeros C augere atque minuere. Sensus autem externus confusam multitudinem percipit, hoc est plura velut discreta, non quatenus vnum quidpiam indistinctum faciunt.

Nunc quid de numero communium sensibilium opinandum sit, ita accipe. Neque pauciora quàm Aristoteles posuit, neque omnia quę à perspectiuis ingeruntur, statuenda esse existimamus: sed hæc nouem. *Quantitatem*, sub qua magnum paruum, crassum tenue, longum latum, æquale & inæquale, & cetera eiusmodi continentur. *Figuram*, sub qua rectum curuum, asperum læue, obtusum acutum, conuexum concauum. *Locum* seu *vbi*, sub quo supernum infernum, dextrum sinistrum, anterius posterius. *Situm*, sub quo sessio, statio, ordo, dispositio. *Distantiam*, sub qua longinquum, propinquum, altum, profundum. *Continuitatem*, sub qua vnitas. *Discretionem*, sub qua D numerus, multitudo, paucitas. *Motum*, sub quo tempus. ac demum *Quietem*.

Ad primum igitur argumentum illorum qui plura astruere conantur quàm quinque, admittimus vbi seu locum, inter sensibilia communia.

Ad secundum, dicendum tempus quidem sensu dignosci; sed quia (vt Aristotelis verbis vtar) *simul motus ac temporis sensum habemus*, idcircò tempus sub motu comprehẽdimus, vt magnum & paruum sub quantitate. Qui enim rei quantitatem cognoscit, simul magnitudinis & paruitatis notionem accipit: at quantitatis notitiam, non necessariò distantiæ, aut situs, aut continuationis sensus comitatur; sed si attentius immoreris, confestim subsequetur. Estque hæc non improbabilis ratio, vt ea sensibilia communia distinguantur, quorum plerumque distinctæ sunt notiones: ea verò, quorum E cognitio simul ferè accipitur, in vnum caput redigantur.

Ad tertium iam manifesta est ratio cur asperitas læuitas, æqualitas inæqualitas distincta sensibilium capita non constituant, quod videlicet simul cum quantitate cognoscantur. Item ad quartum patet, cur figura distinctum visile sit à quantitate.

Porro non leuis error illorum est, qui similitudinem & dissimilitudinem in ordinem ceterorum sensibilium communium redigunt, cum non parum inter hæc & illa intersit. Nam eiusdem rei quantitas, figura, ac situs, visu tactuque percipiuntur: at similitudo quæ in coloribus reperitur, solo visu; & quæ in sonis, solo auditu; & quæ in odoribus, solo odoratu: sicq; in ceteris, quæcumque vna in re existit similitudo, vnico dumtaxat sensu dignoscitur, nulla autem est, quę pluribus. Itaque similitudo ac dissimilitudo F media sunt sensilia inter propria & communia. nam cum propriis conueniunt, quòd in singulis rebus vniuscuiusq; similitudo aut dissimilitudo vni tantùm sensui congruat; conueniunt verò cum communibus, quòd in genere similitudo ac dissimilitudo pluribus sensibus dignoscatur.

Maior verò illorum est error, qui transparentiam, opacitatem, (quam Alhazenus corporeitatem vocat) obscuritatem, & vmbram ad hanc classem referunt. Hæc enim quo alio sensu percipiuntur, quàm visu?

Maximus

A Maximus autem error illorum est qui pulchritudinem & deformitatem huc sistere non verentur. Nam pulchritudo in harmonica mediatione consistit, quam vix ratio ipsa humana dignoscit; turpitudo vero, in occulta quadam lineamentorum qualitatumque asymmetria. Ex quo fit, vt quod vnus pulchrum, id alter turpe esse iudicet; quamuis vterque omnium partium conformationem, qualitatumque attemperationem, ac physiognomiam vniuersam externo visu accuratissime intueatur. Vnde non sensu, sed iudicio ac crisi laborare dicuntur, qui hac in re præter communem peritiorum opinionem pronuntiant.

B *Hæc de obiecto visus vniuersè dicta sint: nunc vt de eodem in particulari nonnulla explicemus, ratio visus exposcit. Si verò ita compertum est, vt color sine lumine visilis esse non possit, nihil agimus, nisi priùs quàm ad colores explicandos accedamus, de natura luminis commentemur. Nobis autem propositum hoc loco non est, de luminis propagatione, concursu occursúque agere: sed de iis tantùm quæ ad ipsius naturam definitionemque propriè spectant; hæc enim ad rationem visus necessaria esse omnium testimonio comprobantur. De ceteris verò luminis proprietatibus quintus Opticorum liber inscribetur. Porrò ante omnia explicanda est natura diaphani, sine quo nec luminis nec colorum formæ ad aspectum nostrum porriguntur.* C

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Diaphanum rectè definitur, quod lumini rerumq́ formis impunè est peruium.

PERSPICVVM vno modo accipitur pro corpore luminoso, quod nempe luminis est particeps: alio modo dicitur idem, quod Diaphanum. Hoc, perspicuum indefinitum seu interminatum vocari solet, quòd D nimirum aspectus in illius extremitate non subsistat, sed vlteriùs videndo commeet, ac totum peruadat. Rectè enim Diaphanum definitur, *quod lumini peruium est.* Illud verò vocatur perspicuum terminatum, sub quo comprehendi etiam potest omne corpus colore infectum, vt sit idem perspicuum atque conspicuum.

Magna est perspicui siue diaphani varietas, ex ea latitudine quæ secundùm magis & minùs æstimatur, proueniens. Nam omnium maximè diaphanum est cælum, secundo loco supernus ignis, si tamen aliquis sit supra aëris regionem constitutus; hinc aër, demum aqua, eodemque ordine quæ ex horum permixtione constant, vt crystallus, vitrum, ac gemmæ quamplurimæ. Eius ordinis ratio est, quoniam ab terrena crassitie & E opacitate longissimè abest natura cælestis, tum ignis, inde aër, ac deinceps cetera.

Quemadmodum lumini, ita quoque coloribus rerumq́; aspectabilium formis peruium est diaphanum, quo fit vt visioni accommodatissime obseruiat. Rerum namque imagines cum lumine per corpus diaphanum ad oculos transmissæ id efficiunt, vt rés etiam ipsæ per intenectum licet densissimum corpus transpareant. Quod neutiquam accideret, si densitas corporum rerum simulachris obsisteret.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

F *Lux & color corporis opaci sunt proprietates.*

ARISTOTELES libro de sensu ac sensili cap. 3. ait lumen quidem in indefinito esse, colorem verò in definito. Vnde non pauci philosophi in eam sententiam prolapsi sunt, lucem quidem corpori inesse diaphano, colorem verò opaco. At huic sententię in primis aduersantur cincindelę, & putres quercus, & pisces, ignisque ipse, & quæcumque denium in sublunaribus suapte vi splendent. Hæc enim omnia si vel extinguantur, vel maiore lumine absorbeantur, corpus opacum exhibent. Deinde cùm diaphanum illud iam esse constet, quòd lumen coloresque transmittit, perspicuum est, fieri non posse, vt in eo

quidpiam lucis vel coloris subsistat. Igitur in solo opaco hæc sedem firmare possunt. A
Cuius rei hoc quoque indicium est, quòd lumen ipsum per medium diaphanum effusum, quamuis inter cetera visibilia sit maximè conspicuum, tamen eo minus cernatur, quo medium purius, atque ab omni opacitatis contagione liberius existit. Prætetea si per singula discurrere velimus, comperiemus omne corpus, quod vel proprio nitet fulgore, vel quod colore aliquo infectum est, opacum esse; nullumque corpus opacum extare, quod non vel luce, vel colore conspicuum sit. Ita vt lucidum & coloratum cum opaco reciprocentur.

Cùm verò Aristoteles asserit, lumen quidem in indefinito esse, colorem verò in definito, ex decursu sermonis manifestè constat, per indefinitum, corporis profunditatem; B
per definitum verò, extimam eius superficiem intelligi debere. Agens enim de iis, quæ actu videntur, ait eorum, quæ suapte natura fulgent, nitorem in profunditate conspicuum esse; colorem verò in extima dumtaxat corporis superficie.

Aduertendum autem in sublunaribus nullum corpus existere perfectè diaphanum, sed vnumquodque opaco permixtum esse, aliud quidem magis, aliud verò minus. Quà opaca sunt, lumen coloresq; admittunt, & eorum ope sub aspectum cadunt; quà verò diaphana, his omnibus peruia sunt. Rursus quæ eiusmodi sunt, vt nec lumen, nec rerum imagines transmittant, ea absolutè opaca nuncupamus, vt sunt ligna, terræ, ac plurimi lapides. Quæ verò tum lumen, tum spectra rerum accuratè traijciunt, ea diaphana censemus, vt sunt aër, aqua, crystallus, vitrum, & gemmæ non paucæ; quæ demum C
lumen quidem, sed non perfectas rerum formas reddunt, media dicimus, &, si placet, nebulosa possunt appellari, cuiusmodi sunt cornu in laminas extenuatum, charta oleo perlita, & inter gemmas chalcedonius, agates, pluresque aliæ.

Eorum quæ absolutè diaphana appellamus, nil ita exquisitè perspicuum reperitur, vt omnino opacitate careat. Quinimò non pauca etiam manifestum colorem ingenitum habent, vt carbunculus, smaragdus, sapphyrus, hyacinthus, aliæque gemmæ; quarum proinde color non in summa tantùm superficie, sed etiam in profunditate conspicitur. Nam cum in his rebus tinctura pertenuis sit, in profundiore quidem corpore copiosior apparet, & color saturatior; in minùs profundo verò dilutior ac proinde minus conspicuus. Sic aquæ tinctæ in amplo vase colorem robustum, in angusto languidum exhibent. D
Eademque causa est cur aër, non eumdem cominus, quem eminus colorem referat, quòd eius color in magna tantùm profunditate conspiciatur. Sic mare cum illud intuemur, —— *admittit in altum*

Claud. de raptu Proserp. lib. 2.

Cernentes oculos, & latè peruius humor
Ducit inoffensos liquido sub gurgite visus,
Imaq; perspicui prodit secreta profundi.

Nullus igitur color in superficie horum corporum apparere potest, quæ per se indiuidua est. Accedit quòd nullus color appareat nisi lumine à colorato ad visum repercusso: at lumen ab horum corporum extremitate remitti non potest, nisi velut à speculo, igitur nec vllus in ea color potest apparere. In profunditate autem conspicuus est color, E
quia lumen, à parte opaca quantulacumq; ea est, colorem refert ad sensum. Eodemque modo lumen in horum corporum profunditate spectatur, eoque magis quo corpus aut profundius aut opacius fuerit. Perfectè autem atque omni ex parte diaphanum dicimus videri non posse, quòd nec lumen, nec colorem vllum retinere possit. Confirmat autem hanc nostram sententiam, quòd marina aqua, cui insitus est quidam fulgor, tum primùm splendeat cùm fuerit validè agitata: non sanè eam ob causam, quòd motus calorem, hic verò ignem lucemq; producat, vt quidam voluere: nam motus in siccis quidem ac duris corporibus calorem excitat, in humidis verò mollibusq; frigiditatem. Hinc aër impulsu frigescit, & aqua æstiuo tempore non ita incalescit agitata, vt dum F
quiescit. Non igitur quòd motu calefiat, idcircò marina aqua in tenebris nitet, sed quòd agitatione in spumam acta deponat naturam diaphani, in qua insitus fulgor spectari non poterat. Sunt igitur lux & color opaci corporis proprietates, quod fuerat propositum.

Verùm sitne opacitas peculiaris qualitas, qua corpora, quibus insidet, lumini rerumque formis, ceu vi quadam obsistant; an verò omne corpus suapte natura perspicuum sit atque pellucens, fiat autem opacum lucis aut coloris velut infectione, non leuis quæstio est. In qua tametsi vtrumque rectè dici posse videam; id tamen vero similius mihi videtur: omne corpus suopte ingenio diaphanum esse, quod Aristoteles lib. de

sensu

A ſenſu & ſenſili cap. 3. his verbis confirmat: *Quod autem perſpicuum nuncupamus, id non aëri, aut aquæ, aut vlli elementorum proprium eſt: ſed eſt facultas quædam & natura communis, quæ ſeparabilis quidem non eſt; ſed in illis eſt atque in ceteris corporibus, aliis plus, aliis minùs.* Igitur corpus omne per ſe diaphanum eſt; viſibiles autem qualitates per ſe opacæ, quæ proinde ea quibus inſunt corpora opaca efficiunt: quod ſanè non abs re ita natura comparatum eſt, vt in hiſce qualitatibus viſus terminaretur, qui ſi permearet, nullam illarum aſpiceret: nunc verò, quæ propter tranſlucidam naturam viſum per ſe fugiunt, his qualitatibus ſiſtuntur, & ſpectabilia fiunt: ſublato autem colore innataq; luce, ab iis quibus hæc à natura inſunt, diaphana omnia relinquentur.

B

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Lumen eſt actus corporis perſpicui.



ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 7. textu 69: lumen ait eſſe velut colorem corporis perſpicui ſeu lucidi. Nam ſicut colorata colore, ita lucida fulgore cõſpicua fiunt. Ex quo fit, vt, eodem philoſopho definitore, *lumen ſit actus corporis perſpicui, quà perſpicuum eſt*, hoc eſt, actus quo formaliter corpus aliquod perſpicuum ſeu lucidum efficitur.

C Definiri etiam hoc modo lumen poteſt: *Lumen eſt quod per ſe abſque alterius præſidio ſui eſt diffuſiuum.* Hæc enim præcipua eſſe videtur luminis proprietas, vt etiam in tenebris radiet, ſeu potiùs fugatis tenebris per ſe primò colluceat. Quam proprietatem nos lib. 5. Deo fauente, definitione prima diffuſiùs exponemus: vbi oſtendemus id lumini proprium eſſe, vt miſſis vndique ſui ſimilibus radiis, ſeſe ampliſſimum in orbem propria facultate effundat.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

Malè Empedocles lumen corpus eſſe dixit.

D



ARISTOTELES lib. 2. de anima c. 7. tex. 70. refellit eorum ſententiam, qui lumen corpus eſſe exiſtimabant. Primùm, quia in eodem medio plura ſæpè lumina conueniunt. ſi igitur corpora eſſent, ea ſeſe penetrarent: quod idem accideret cùm lumen ſolis per cælos denſiſſimos aut per vitrum intranſlucet. atqui fieri nequit, vt plura corpora ſe mutuò intimè peruadant, atque eodem coërcita loco ſocietatem ineant. Ergo, lumen non eſt corpus. Secundò, tenebræ ſunt priuatio actus ex præſentia corporis lucidi in perſpicuo nati. Igitur lumen eſt forma quædam accidentaria, & non corpus. Tertiò, omne corpus loco moueri eſt natum, at loci mutatio tempus exigit, quo mobile ex vno loco in alium
E commeet. Lumen igitur non eſt corpus, cum illud videamus ocyſſimè, & velut momento temporis, longiſſima ſpatia emetiri. *Neque rectè dixit Empedocles, & ſi quis itidem cenſuit, lumen ferri atque extendi, noſq; id ipſum latere. Hoc enim & rationis metas excedit, & eſt præter ea quæ apparent. In paruo namque ſpatio motus fortaſſe lateret, propter velocitatem; ſed ab ortu ſolis vſque ad occaſum, tanti corporis motum latere magna profectò eſt poſtulatio.* Hæc Ariſtoteles loco ſuperiùs citato.

Prætereà ſi lumen corpus eſſet, tardiùs ferretur per durum medium quàm per molle: at quo momento temporis penetrat molle diaphanum, eodem tranſuerberat vel duriſſimum, cuiuſmodi ſunt cæleſtia corpora, & cryſtallus, & vitrum. Incorporeum igitur
F eſt lumen, cui duritia corporis non obſiſtit.

Neminem autem conturbet, quòd dicamus lucem moueri ac ferri, item accedere & recedere, contrahi ac dilatari: tametſi enim corpus ſit quod mouetur, & in tempore quodlibet moueatur; lux verò incorporea ſit, & ſimul tota; non propterea damnandus eſt hic loquendi modus, cùm potiorem non habeamus, quo lucis naturam manifeſtemus, cùm dicendum potiùs eſſet, ſimul atque præſente diaphano lucidum corpus exponitur, mox illic lumen exiſtere, illicque agere.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA. A

Sed neque lumen corporea est qualitas. recte autem intentionalis vocari potest.

LVMEN duplicem habet existendi modum, vnum naturalem, intentio-
nalem alterum. Naturalis est, quo in corpore, cui cougenitum est, existit;
vt in astris: in quibus subiecti extensione distenditur, nec ab vlla externa
causa pendens, per se firmum ac constans permanet. Hæc lux propriè nun- B
cupatur, de qua noster modò sermo non est. Alter modus existendi lumi-
nis intentionalis est, quo extra proprium subiectum, instar spiritualis substantiæ totum
existit simul, vt in aëre, alióve corpore impunè peruio, in quo sese plura lumina pene-
trant, & momento temporis immensa spatia transcurrunt, more spirituum. Adeò vt in
his quoque symptomatis, quæ ceteroquin corporum propria sunt, quamdam spiritualis
essentiæ similitudinem ementita esse natura videatur, quæ a corporea mole soluta libe-
riùs euagetur.

Et sanè si lumen corporeum esset, proptio cuipiam subiecto esset congenitum, in quo
proinde restaret ad tempus absente corpore lucido: deinde propriam elementi qualita-
tem in subiecto requireret: at neque momento quidem temporis in subiecto perseuerat C
sublato corpore luminoso; neque præuiam aliquam in subiecto dispositionem requirit,
vt adsit; sed *puritatem cælo, animæq́; persimilem*, (vt Marsilius Ficinus loquitur in librum
primum Enneadis secundæ Plotini) *hoc est perspicuitatem, totumq́; subito prorsus illumi-
nat, & sine offensione totum implet, pluraq́; statim absque resistentia in vnum coëunt, nec
sordibus inquinatur. Idemq́; absque collisione, condensatione, rarefactione, mora tam
facilè per spatium se fundit amplissimum, quàm refundit se protinus in angustum.*

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Nullum lumen omnis coloris est expers. D

EST enim lux corporis opaci proprietas, vt prop. 31. diximus: vbi etiam
ostensum est corpus omne opacum colore aliquo tale effectum esse. Igitur
color lumini permiscetur, ceu quædam eius affectio, vnde quampluri-
mæ luminum differentiæ exoriuntur. Nisi enim vnumquodque lumen
colore aliquo affectum sit, nihil superest, quo vnum ab altero distingui
possit, cùm lumen qualitas sit, quam præter nihil in rebus ipsis aspectabile sit. Neces-
sum igitur est, quod propositum erat demonstrare, natiuum colorem corporis cum lu-
mine in vnam speciem vnumq́; aspectum coalescere, ex qua quidem concretione &
contemperatione pro colorum varietate multiplex luminis differētia procreatur. Hinc E
enim lux solis aurea est, lunæ argeurea, mercurij rubicuuda, flammæ sulphureæ cæru-
lea, æruginis accensæ viridis. Nec obstat, quod lib. de coloribus cap. 1. Aristoteles
inquit: *Lux ignis color est, nullus enim alius præter hunc ignis color inuenitur, & ob id solus
hic visibilis existit, cùm cetera visibilia euadant huius beneficio, nulliq́; alteri possimus ignis
aspectum ferre acceptum, nisi luci.* Hæc enim rectè ab Aristotele dicuntur, cùm nec co-
lor ignis sine lumine, nec lumen nisi colore affectum videri possit.

Marsilius Ficinus in librum primum Enneadis 2. Plotini omnem colorum varieta-
tem, quam in diuersis luminibus cernimus, in materiæ raritatem & densitatem reponit.
Sic enim ait: *Scimus ignis lumen, quo purius est, eo esse nitidius. contrà verò rubet in ma-* F
teria crassa, pallet in media, sed in tenuissima nitet. Et paulò inferiùs: *Quod autem diuer-
sis in stellis aliter alterq́; lux fulgeat, non alia quidem & alia mistione contingit, sicut
in coloribus nostris accidere solet; sed propriis quibusdam raritatis, densitatis, distantiaq́;
gradibus. Sic & croci color congregatus quidem rubet, diffusus verò pallet, diffusissimus
denique nitet. Mitto quantum in his è longinquo, & per media diuersa nos fallat aspectus.
Sed præter lumina cælestibus adde virtutes quoque diuersas, ex quibus & colores ibi varij,
& actiones inde proueniant: non quales ab elementis, sed proprietate quadam occultiore,
scilicet speciali fermè, quali ferrum trahitur a magnete. Nam quæ apud nos sic agunt, agere
dicuntur virtute cælesti.*

Equidem

A Equidem existimo Marsilium id potissimum expendisse, quòd cælesti substantiæ nullus color possit esse congenitus, propterea quòd omnis color ex mixtilium temperamento originem ducat. Causam igitur diuersorum luminum in mixtis perquirendam ratus, reperit in igne aliquam luminis varietatem ex maiore vel minore materiæ ductione. Quapropter hanc cælestibus quoque astris accommodauit. quæ proinde dixit eâdem causâ variè fulgere, qua croci color congregatus quidem rubet, diffusus verò pallet, diffusissimus denique nitet.

Verùm materiæ raritas ac densitas hoc solummodò præstare possunt, vt color dilutior sit aut saturatior; non verò vt speciem immutet. Quare numquam fiet vt croci color cæruleus euadat, quantumuis materia diducatur aut constipetur. Vnde igitur B quarumdam rerum flammæ aureæ, aliarum rubicundæ, aliarum purpureæ, aliarum cæruleæ, aliarum virides? sanè ex proprio colore materiæ inflammabilis, qui lumini permistus vnà fulget nitetque.

At cælestia corpora, queis propter naturæ simplicitatem nullus color inesse potest, quonam pacto variè coruscant? Respondeo fulgentibus astris proprios colores inesse, non quidem ex mixtilium concretione onundos, sed puriores ac lumini familiares. Omne enim quod opacum est, colorem aliquem habere oportet; nec magis repugnat corporum cælestium simplicitati color, quàm opacitas. Ex horum igitur colorum contagione fit, vt astrorum lumina vario colore infecta appareant.

C

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Exquisitum lumen diutiùs spectatum, visus organum labefactat.

NEMINEM esse arbitror, cui perspectum non sit oculos ab exquisito splendore offendi, atque interdum etiam penitus occæcari. Id enim manifesta docet experientia: quam in primis restatam facit Galenus lib. 10. D de vsu partium, asserens multos per eclipsin solis visu destitutos fuisse, dum eam explicatis oculis fixiùs intueri conati sunt. Deinde quotidianum est intensioris lucis aspectu ita retundi atque hebetari oculorum aciem, si diutiùs immorentur, vt aliquanto pòst tempore nihil discernant, donec quiete ac temporis mora in pristinum statum restituantur. Præterea qui ad accensas fornaces opus faciunt, quales sunt qui ferrum cudunt, aut vitra conflant, aut metalla secernunt, aliudve quid præstant simile, plurimùm visu hebetantur propter continuum ignei fulgoris aspectum, qui post aliquot annorum spatium organum quoque ipsum infirmamque organo facultatem pessumdat.

Ex his atque sexcentis aliis tametsi constet ab excellenti actione vires patientis hebe- E tari atque dissolui; non tamen satis apertum esse videtur, qua id peculiari vi ac causa fieri contingat. Non placet in primis ea ratio, quòd vehementioris luminis appulsu pupilla supra vires constringatur, vnde dolor cõsequatur, ac tandem etiam vires fatiscant. Nam, vt propos. 17. ostendimus, idcircò pupilla astringitur, vt ingruenti lumini, quod organo perniciem machinatur, obsistat. Quare dolor, quem gignit pupillæ coarctatio, grauioris mali arcendi causa suscipitur; non secùs ac manus promptâ contemptâ læsione lapidi incidenti promptè opponitur, ne caput, pars corporis nobilior, nocumentum accipiat. Multò verò minùs existimo hanc ob causam intensum lumen exactam organi harmoniam pessumdare, quòd facta in centrum visus radiorum collectione per infra- F ctionem, quæ accidit in humore aqueo, calor quidam excitetur, qui spiritus animales dissipet, & crystalloidis substantiam exsugat. Nam licet infractionem radiorum versus centrum crystalloidis fieri suprà propos. 9. & 26. demonstrauimus; ea tamen refractio à perpendiculari est, vt ex propos. 9. constat, & lib. 2. diffusius ostendemus; ac proinde illi, quæ calorem accendere nata est, prorsus contraria.

Geminam autem rationem huius effectus hanc adfert Aristoteles lib. 2. de anima, cap. 12. textu 123. quòd sensibilis exsuperatio superet vires. Ex quo fit, vt ratio instrumenti dissoluatur, non secùs atque concentus nimia fidium intensione. Apta enim organi compositio, quam propria functio postulat, non solùm in figura idonea; sed etiam in exquisita quadam primarum secundarumq; qualitatum symmetria ac moderatione, quam

quam instrumenti rationem appellat philosophus, consistit: hanc verò cùm excellens A
sensibile penitus, aut ex parte labefactat, fit vt facultas ipsa organo insidens pariter vitie-
tur. Quod Themistius in lib. 2. de anima cap. 42. suæ paraphrasis pulchre edisserit
his verbis: *Constat*, inquit, *exuperantiam sensibilis perniciem afferre sensorio. Nam si vis
maior ingruat, quàm vt sustineri à sensu possit, necessarium est eius partis interitum sequi;
quia temperamentum & ratio soluitur desustúrque. Nihil enim aliud temperamentum est,
quàm mensurata quadam & modificata medietas. Omne verò moderatum ab immoderato
dissoluitur; vt modulatio in fidibus atque cantu, si chorda vocesq; aut validiùs obgraue-
scant, aut impensiùs exibrissent, quàm intensionis & concentus ratio postulat, protinus dissi-
dere incipit, mox & conspiratio tota confunditur.* Hæc ille. B

Forte hic quispiam naturæ auctorem prauæ institutionis redarguet, quòd à propriis
obiectis organa sauciari permiserit, in quæ sensus ipsi natiua propensione feruntur.
Absonum enim omnino videtur, vt quidquam naturali impetu perniciem sibi adsci-
scat, cùm potiùs naturæ legibus consentaneum sit, vt omnia propriam incolumitatem
ament, ac persequantur. Verùm iniqua est ista expostulatio, cum in eiusmodi obiecta, à
quibus organum prauè afficitur, sensus nulla ratione propendeant, sed potiùs velut
interitum refugiant: nec sensibilia ipsa per se organum lædunt; sed tantùm ex acci-
denti, cùm nimirum ad exuperantiam deflectunt, ceu vinum immodicè sumptum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA. C

Color est, quod mouet actu perspicuum.

HANC coloris definitionem tradit Aristoteles lib. 2. de anima cap. 7.
textu 73. quæ eam habet explicationem: Color mouet medium diapha-
num, quod iam actu lumine illustratur. Distinguitur ergo color à lumine,
quòd lumen dum medium diaphanum mouet, facit ipsum perspicuum
seu luminosum; at color supponit medium actu illuminatum, vt illud
moueat. Aduerte autem non supponi medium prius tempore collustratum, quàm à
colore moueatur: sed vno eodemque tempore quo inficitur colore, etiam lumine col- D
lustratur, illo inquam lumine, quod à corpore colore conspicuo ad visum remittitur,
secumque coloris imaginem ac formam defert. Nam formas rerum aspectabilium lu-
minis ope ad visum transportari intrà planè demonstrabitur.

Huic definitioni nihil officit altera ex eodem philosopho lib. de sensu & sensili
cap. 3. petita, quæ sic habet: Color est terminus perspicui in corpore definito, seu ter-
minato. Hæc enim de colore, quà spectabilis est, intelligitur; non autem absolutè,
quemadmodum Pythagoras colorem esse extimam corporis superficiem censuit, hanc
ob causam, quòd color sectilem naturam habeat; non tamen sit corpus, aut linea: super-
ficiem ergo esse conclusit, non quamuis, sed extimam, quæ se palàm in conspectum
dat. Verius itaque Aristoteles ea dumtaxat ratione colorem ad superficiem corporis E
retulit, quà spectabilis est. Solus namque visibilis color in termino corporis inhabitat.
Quare etsi color intimè totam corporis substantiam peruadat, eò quòd ex primarum
qualitatum permixtione consurgat; tamen is solùm est proximè aptus videri, qui extri-
mam illius superficiem occupat.

Si quis obijciat multarum gemmarum colores etiam in profunditate conspicuos esse:
itemque in succinis inclusas muscas, & culices, ac formicas, aliaque eiusmodi, subinde
spectari, quæ, dum recens ac fluida etiamnum materia esset, lentore capta temporis
decursu pariter siccata constrictaq; fuere, ac velut perpetuæ sepulturæ mandata. Dicito
id fieri, quod corpora illa non penitus opaca sint, sed parte aliqua diaphana, quamobrem F
etiam ex profunditate illorum colores emergunt & spectabiles fiunt.

Ex his sanè perspicuè constat, colorem cum lumine magnam cognationem habere.
Vti namque lumen, ita & color similem sui sobolem progignit, ac per transparens me-
dium circumcirca late diffundit. Quæ vis nulli alteri inesse comperitur. Si quæ enim
effectum aliquem ex se fundunt, ea ferè aut sursum, aut deorsum, aut in vnam tantum-
modò rectam lineam vim facultatemque exerunt. Differt verò color à lumine, quòd lu-
men per sese, at color non nisi luminis adminiculo per suæ virtutis sphæram deporte-
tur, vt infra dicemus propos. 42.

PRO-

A

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Non rectè Plato colorem, lumen esse pronuntiauit.

TRIPARTITA est eorum sententia, qui colorem nil aliud quàm lumen esse existimarunt. Plato in Timæo, colorem genus quoddam luminis absolutè pronuntiauit, cùm eum his verbis descripsit: *Est autem color veluti flammula quadam, fulgorq; è singulis corporibus emicans, partes*
B *habens visui ad sentiendum accommodatas.* Deinde Auempace apud Auerroëm lib. 2. de anima comm. 67. asserit absente externo lumine nullum superesse colorem in corporibus, sed luminis tantùm appulsu colores suscitari. quò etiam spectare videtur illud Poëtæ lib. 6. Æneid.

——— *Rebus nox abstulit atra colorem.*

Tertia est sententia Magni Alberti, lib. de sensu ac sensili tractatu 2. cap. 1. qui à ceteris hoc discrepat, quòd sublato lumine putet in corporibus superstitem manere qualitatem quamdam, ex primis qualitatibus oriundam, quæ coloris veluti materia sit, eius verò forma actusque lux.

Colorem nil aliud esse quàm lumen, his argumentis probari potest. Primò, quia
C colores qui in nubibus conspiciuntur, præsertim circa solis ortum atque occubitum, non aliam habere causam videntur, quam diuersam solis irradiationem; vnde nunc albæ, nunc obscuræ, nunc rubentes ac velut sanguineæ apparent. Mare item ob eamdem causam nunc purpurascit, nunc canescit, & eminus album, propiùs ex obscuro viridem colorem repræsentat. Videmus etiam columbarum ceruices, & pauonum caudas, diuerso lucis aspectu colores mirum in modum variare. Ex quibus omnibus hoc necessariò educi videtur, nil differre colores à lumine; sed vnam eamdemque rem esse, quæ diuerso aspectu omnem hanc varietatem producat.

Secundò, ex omnibus coloribus nullus ita officit visui sicuti albus: hunc enim si diutiùs oculi aspexerint, fatiscunt; nec sane aliam ob causam, quàm quia candor multum
D habet de lumine, quo potissimum censent philosophi organum visus dissipari. Igitur & ceteri pro rata portione, alij plus, alij minùs, de natura luminis acceperunt.

Tertiò, absente lumine vniuersa corpora delitescunt, nec vllum eorum suapte vi speciem aliquam exerit, qua cerni possit. Ergo nullus color in rebus ante appulsum luminis conspicuus existit: sed tantùm, vt Albertus Magnus volebat, prima quædam coloris materies, quæ ex luminis consortio in diuersis corporibus omnem hanc, quæ nunc extat, colorum varietatem exhibet. Quare verus perfectusque color nil differt à luce; quæ eius perfectio, actus, ac forma, iure optimo dici potest & debet.

Colores quidem illos quibus sensus illuditur, apparentes vocant, à lumine non differre perspicuum certumq; habeo; cùm à solo lumine secundùm diuersum modum
E inflexo infractóve consurgant, & velut penduli in medio diaphano oberrantes: non verò, vti sinceri illi qui in corpore solido & opaco cernuntur, firmi stabilesque consistant.

Veros tamen colores diuersam à luce naturam habere, his rationibus demonstratur. Prima, si veri colores aliud nihil essent quàm lumen, eadem in illis accideret phænomenon diuersitas, quæ in apparentibus cerni consueuit; siquidem vnius conceduntur esse naturæ: at hi maximè versatiles sunt, cùm ad omnem pænè aspectus diuersitatem perspicuè mutentur; illi autem firmi ac stabiles, cùm non à luce, sed à primarum qualitatum societate atque complexu gignantur. non sunt igitur colores de natura lucis.
F Deinde, quis dicere audeat, nigrorem, qui ab albedine tota natura distat, lumen esse, cùm nil lumini aduersetur. Dicere autem nigrorem tenebras esse, longè absurdius est, & à communi philosophantium sensu quàm maximè dissitum. Ergo nec nigror nec candor lumina dici possunt. Quod verò Aristoteles lib. de sensu & sensili c. 3. ita scribit: *Quemadmodum in aëre modò lumen, modò tenebra insunt, ita in ipsis corporibus albor & nigror innasci assolent:* id solùm per similitudinem dictum est. Rursus lux vnius dumtaxat speciei est: at colores, cyaneus, luteus, puniceus, ceterique specie differunt. Igitur hi aliud sunt quàm lux. Demum color mouet diaphanum actu illustratum. igitur non est idem quod lux. aliàs enim idem ab eodem moueretur, quod inter absurda numerari solet.

Nunc illa argumenta diluamus, quæ colorem à luce minimè distinguendum esse suadebant. Ad primum, dicendum colores illos qui in nubibus densatisque vaporibus, & qui in mari atque auium plumis sole radiante visuntur, veros colores esse, vt infra demonstrabitur: ac proinde eos aliam causam habere, quàm solis aspectum vel irradiationem. Et vt de genere illorum essent, qui apparentes vocantur, nil tamen aliud concluderet argumentum, quàm quòd hi solùm a lumine minimè distinguantur. A

Ad secundum, fatendum è veris coloribus albedinem similitudine quadam, at non proprietate naturæ, ad lucem proximè accedere; vnde neutiquam sequitur, eamdem colorum ac lucis naturam esse, cùm ea similitudo ad speciem constituendam nihil omnino conducat. Qua autem ratione candor visum hebetet, organumq́; labefactet, infra dicemus, propos. 40. vbi de colorum sympathia & antipathia, quam erga visum habent, sermo instituetur. B

Ad tertium, non mirum est absente lumine colores oblitescere, & veluti oculis eripi, cùm tunc illorum imagines de medio tollantur. sicque intelligendum illud Poetæ, quòd nox colorem ab oculis, non ex rebus ipsis sustulerit. Non enim concedimus abscessu lucis colores funditus interire, aut ex se visibiles non esse, tametsi, nisi lucis consortio, actu non videantur. Quæ proinde externa quidem ipsorum forma dici potest, quatenus sui perfusione illos actu aspectabiles facit: non verò interna, quasi ex ipsa colores, ceu ex proprio atque essentiali actu componantur, cum lux & color species sint in suo quæque genere perfectæ atque completæ, quæ proinde in naturam vnam coire minimè possunt. C

Si quis ex Alberti sententia dixerit, colorem ex luce, & qualitate illa quæ ex primis nascitur, non tamquam ex actu & potentia, sed velut ex mixtilibus componi; non secùs atque ex luteo & ceruleo fit viridis, itemque ex rubro cyaneoque purpureus: id profectò de colore, quà spectabilis est, concessero, absolutè autem non item. Nam qualitas illa ex primis oriunda, quam Albertus coloris materiam facit, verè ac propriè color est, per se quidem spectabilis remota potentia, actu verò solum lucis appulsu.

Et sanè dicere tum solùm colores existere cùm luce perfunduntur, absente verò lumine deperire, perinde est ac si quis dicat, orientia quidem astra succendi, occidentia verò extingui; quod Epicurei opinabantur; aut quod Democritus, tum solùm colores esse, cùm illos quis videt, ac sublato aspectu interire. Hæc verò commenta quid aliud sunt, quàm dicere (si modò sit quispiam qui affirmet) quos videas, homines esse; quos videre desinas, mori: aut eumdem colorem, dum ab vno videtur, alterum verò latet, eodem simul tempore generari & corrumpi. D

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quinque sunt simplicium colorum species, ac tres composita.



HIC præmonendus est Lector, ne in æquiuoco versetur oratio, nos hoc loco non agere de coloribus concretis, quales sunt, minium, purpurissum, lacca, cinnabaris, indicum, ochra, auripigmentum, cerussa, ac ceteris quos pictores tabulis inducunt, sed de iis quæ his insunt visibilibus qualitatibus. E

Rursus per simplices colores non intelligi à nobis illos qui elementorum sunt proprij, nec per compositos, illos qui ex primarum qualitatum concursu gignuntur. Quo pacto Aristoteles eos vsurpat libello de coloribus cap. 1. est enim ea colorum consideratio pars scientiæ naturalis. Quare ad physicum spectat primas colorum causas reddere, quo inquam pacto ex primarum qualitatum congressione vniuersa colorum numerositas in rebus singulis oriatur. Exempli gratia, cur fumus lignorum ater sit, stibij albus, argenti viui sulphure mixti ruber: cur coralla per se rubra igne albescant, cerussa alba è contrario vstulata rubescat: qua ex causa gallarum & chalcanthi diluta per se seorsum clara atque perspicua, si confundantur, momentanea conuersione impensissimam nigredinem contrahant: simili modo cur violarum infusum, iniecta guttula olei ex fæce vini, confestim ex puniceo in viridem colorem mutetur: præterea cupri tinctura insigni viriditate conspicua, cur iniecto sale ammoniaco, euadat cyanea: rara omnino spectacula. Demum quis non iure miretur in hominum capillis insignem varietatem colorum, præsertim cùm nigerrimi niueam canitiem induunt: ac in eodem etiam animali, F

A mali, veluti cauto nigerrimo candidissimas maculas. Quid? dicesne contrarias temperamenti rationes partibus inesse, ex quibus contrarij colores proueniunt? Difficilis omnino est persuasio. His adde, quod summum naturæ miraculum videri debet, multiformem, ac propemodum infinitam colorum varietatem, quam in floribus, idem herbæ viror, eademque tellus vbere fœtu progignit; qui omnes cum tempore ac tempestiuitate, pro ingenio suæ naturæ, hi quidem ocyùs, illi tardiùs colorem permutant. Arduum sanè est hoc negotium, & in quo plura esse existimo, quæ sub occultioribus causis latent, quàm quæ sciuntur; pluraque quæ dubitationem, quàm quæ cognitionem pariant. Quamobrem sapientissimè Plato in Timæo de elementorum permistione, ex qua varij colores obueniunt, ita scribit: *Quo autem mensura modo singula singulis* B *misceantur, etiam si quis nouerit, narrare prudentis non est; præsertim cùm neque necessariam, neque verisimilem de his rationem adferre vllo modo possit.* Ea sanè est mentis nostræ imbecillitas, vt philosopho teste 2. Metaphys. c. 1. *quemadmodum vespertilionum oculi se habent ad lumen diei, ita intellectus animæ nostra ad ea quæ omnium sunt manifestissima.*

Hoc igitur doctiores agant philosophi; nos ea, quæ nostri instituti sunt propria, repetamus. Agimus, inquam, hoc loco de coloribus qui nunc in rerum natura extant: inter quos simplices illos vocamus, ex quorum permixtione ceteri manifestè gignuntur; compositos verò, qui ex simplicibus.

Præterea hoc prænotandum est, colotes tribus modis componi; scilicet reipsa, quoad intentionem, & quoad aspectum. Primus compositionis modus fit in materia, C secundus in medio peruio, tertius in oculo.

Realis compositio colorum tunc accidit, cùm maretiæ coloribus affectæ inter se permiscentur: tunc enim ex ipsis quoque coloribus pariter commixtis vnus fit ex omnibus cinnus, quem reipsa compositum dicimus. Vt si auripigmento indicum inferatur, color compositi viridis erit, nempe ex flauo cæruleoque mixtus.

Intentionalis compositio est, cùm in medio diaphano intentionales colores congrediuntur, vt si picturæ flauæ indicum, quod quadamtenus perspicuum est, tenui litura inducatur, neuter quidem colot reipsa commiscetur; tamen alter per alterum transparet: vnde fit, vt in medio peruio flaui coloris intentio, quæ indicum penetrauit, cærulei colotis intentioni permixta colorem viridem repræsentet, compositum quidem se- D cundum intentiones, non autem reipsa. Idem euenit cùm crocus, aut curcumæ radix cæruleo panno affricatur: nam qui antè cæruleus erat, nunc viridis apparet, sic quoque cæruleum lumine candelæ perfusum subuiride cernitur: flauedo enim luminis, mixta intentione cærulei, viridis speciem refert. Hinc etiam pictores, cùm sub aquis repræsentare aliquid volunt, aut velut per caliginem transparens, aqueum vel nebulosum colorem rei priùs depictæ inducunt.

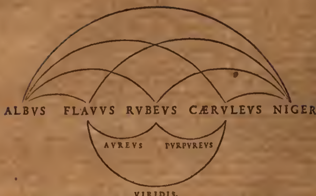
Tertia compositio, notionalis dici potest; veluti cùm pannus maculis diuersorũ colorum resperſus est, ita exiguis vt visum fugiant. Tum enim etsi singulorũ intentiones distinctè per mediũ deferantur, tamen in oculo quoad sensum cõueniunt, ita vt ex omni- E bus mixtus quidam color resultet, à singulis per se communi oculorũ notione receptus.

His præcognitis, doctrinæ ordo postulat, vt tandem aliquando, quot sint colorum species ac differentiæ vltimæ, exponamus.

Duo in primis sunt extremi colores, candor & nigror, maximo ab inuicem interuallo disiuncti: ex quibus candor præstantior est, quia luci similior; nigror verò deterior, quia vicinior tenebris. Hæ namque speciem nigri præ se ferunt, vt & vmbræ, & opaca corpora si luce priuentur, & color ille qui in terso læuigatoque corpore apparet eò loci vnde nulla fit luminis reuerberatio, quem ζοφερὸν & ὀρφνιὸν propriè nuncupari voluit Aristoteles libro de coloribus. Ea denique omnia à quibus parum aut nihil luminis ad F visum reflectitur, vt aquæ leuiter crispatæ, ac densæ nubes: quæ omnia, propter lucis absentiam, nigrorem quemdam referre videntur. Quamobrem Aristoteles lib. de sensu sensilique cap. 3. colorem hunc priuationi comparauit; non quòd vere sit candoris absentia, sed quòd tenebris persimilis sit. Quæcumque verò in rara materia plurimum lucis obtinent, ea candida sese aspectui offerunt, vt sunt galaxia, nebulæ, vapores, ac raræ nubes. Ex hac candoris lucisque cognatione consequitur ea proprietas, quam ex Aristotele passim schola philosophantium celebrat; nempe albedinem, tametsi non æquè ac lumen, præ ceteris tamen coloribus visum dissipare.

Medij autem colores tres dumtaxat numerantur, flauus, rubeus, & cæruleus, qui cum albedine atque nigredine quinarium numerum simplicium colorum implent.

A



B

Porrò ex tribus mediis ter combinatis totidem naſcuntur compoſiti. Nempe *Aureus* ex flauo & rubeo, *Purpureus* ex rubeo ac cæruleo, demum ex flauo cyaneoque *Viridis*; ex trium verò ſimplicium mediorum permixtione ingratus quidam color enaſcitur, liuidus luriduſque, & velut cadauerosus. Sic vt præter iam dictas tres compoſitionum ſpecies (quas flammeas vocat Ariſtoteles libro de coloribus, Plinius autem floridas libro 35. cap. 6.) nulla alia dari poſſit aſpectu iucunda ac venuſta: ſunt enim ceteræ omnes ſordidæ, atque, vt Plinius loquitur, auſteræ. His enim idem accidit quod conſonantiis. Vnde Philoſophus diuino quodam mentis acumine colorum ſymmetrias ita deſcribit libro de ſenſu ac ſenſili, cap. 3. *Colores*, inquit, *miſceri videntur, quemadmodum ſoni: ita enim qui eximium quoddam proportionis genus ſeruant, hi conſonantiarum more omnium ſuauiſſimi ſunt, ceu purpureus & puniceus. Atque eiuſmodi paucos oportet eſſe eâdem, qua concentus pauci ſunt, cauſâ.* Hæc Ariſtoteles. C D

Extremi colores cum mediis omnibus tam ſimplicibus quàm compoſitis amicam ſocietatem ineunt. Videntur tamen ſpeciem illorum, quibus permiſcentur, minimè immutare; ſed tantùm illos intendere ac remittere. Albus enim cùm ſit omnium intenſiſſimus, ceteros, quibus adiungitur, attollit. niger verò infimus ac tenebris proximus alios ſuapte natura offuſcat, & obſcuros atroſq; reddit; ſeruata tamen ſingulorum ſpecie atque eſſentia. Vnde forte putabit nonnemo candorem atque nigredinem veros colores non eſſe, ſed tantùm quoſdam colorum gradus, quibus ſinguli ſecundùm magis ac minùs euariant. Hinc enim illa multiplex colorum diuerſitas, quæ in vnaquaque ſpecie reperitur: ſub flauo quidem luteus, citrinus, ruffus, muſtelinus, ferrugineus, pullus, roanus, ranatus, regius, leonatus. Sub rubeo, roſeus, rubidus, rubicundus, rutilus, ſanguineus, giluus, ſpadix, igneus, flammeus. Sub cæruleo, cæſius ſeu glaucus, plumbeus, venetus. quæ omnes differentiæ potiùs ex quadam intenſione & remiſſione, quàm ex ſpecifica ratione ſeu naturæ principiis originem ducunt. E

Et quemadmodum ſimplices, ita compoſiti colores ſuas habent accidentarias differentias. Nam aureo competunt arantius, croceus, fuluus. Ad viridem ſpectant æruginеus, herbaceus, praſinus, cymatilis ſeu marinus, à κῦμα dictus, id eſt vnda, illumque colorem ſignificat, qui in aqua marina cernitur ex cæruleo tendens in viridem. Purpureus comites habet roſaceum, balaſium, amethyſtinum, puniceum, violaceum: inter quos primo loco cenſeri debet is, qui proprius eſt conchylij, ad mouendum aſpectum viuaciſſimus, deinde qui ex cocco baphica ſeu grano tinctorio prouenit, tum qui ex coccinilla fit (vermiculi genus eſt, nuper ex India aſportari cœptum:) denique ceteri quos enumerauimus. Hæ compoſitorũ colorum differentiæ non tantùm ex albi nigriq; varia aſperſione, verùm etiam ex inæquali mixtilium proportione obueniunt. Herbaceus enim viror plus habet flaui coloris, quàm æruginеus; & puniceus plus cyanei, quàm amethyſtinus; & plus rubedinis croceus, quam fuluus: itaque in ceteris. Nomina verò plurimum à rebus, in quibus primò inuenti fuerunt, aut in quibus excellunt, acceperunt. F

Quæ

A Quæ de varia colorum permixtione hactenus proposita sunt, ita omnino se habent, vti diximus: at solæ illæ simplicium colorum species intelligendæ sunt, quas sola mens nostra à materia secretas assequitur; non verò illæ, quas rebus insertas videmus. quod initio quoque huius propositionis obiter monuimus. Nam, vt exemplis vtar. rubei instar sunt lacca factitia, cinnabaris, & cerussa vstulata, quam hoc tempore minium plumbi vocant. Quæ verò his insunt qualitates, non omnes æque ad simplicem ruborem pertinent. Lacca siquidem nonnihil habet admixtum cærulei, quo purpureum imitatur: cerussa verò vsta flaui habet plusculum, quo in aureum tendit: cinnabaris autem medio loco constituta ad exquisitam rubedinem proximè accedere videtur, B quare & laccæ, & cerussæ vstæ concinnè admiscetur. Plurimùm verò interest an lacca, an cerussa vsta in aurei purpureive compositionem adsumatur. Sandaraca namque cerussæ tostæ indita aureum iucundum gignit, non item verò commista laccæ, quòd hæc cærulei portionem habeat, quæ iuncta natiuo rubori, flauæque sandaracæ, trium simplicium miscellam producit austeram ac inuenustam. Rursus laccæ rubedo, quæ cærulei quadamtenus est particeps, adiuncto quidem indico in viuidum purpureum commutatur; sandaracæ verò intrita, ob trium simplicium congressionem, liuescit, & prorsus austera euadit. His similia exempla, numero propemodum infinita, adferri possent ad ostendendas colorum permutationes, quæ ex simplicium commistione oriuntur. At nulli hæc ita accuratè vt pictores norunt; quibus proinde hoc caput diffusiùs explican- C dum relinquimus.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Colores omnes propriis facultatibus pollent, quibus obtutum varie afficiunt.

OMNIVM experientia compertum est, extremos duos colores album atque atrum non mediocriter aspectui officere. Nam candor in primis mirum in modum visum disgregat, offendit, ac sauciat: quod luculenter D testatum faciunt illustria illa exempla, quæ refert Galenus lib. 10. de vsu part. militum in primis Xenophontis, qui per multam niuem iter facientes, non leuem iacturam oculorum acceperunt: deinde illorum, qui à Dionysio Siciliæ Tyranno ex obscurissimo carcere in splendidissimam domum calce illitam & læuigatam adducti, subitò occæcati fuerunt, minimè ferentes repentinum luminis atque exquisiti candoris occursum.

Habet autem candor hanc facultatem cum lumine communem, tum propter naturæ similitudinem, tum propterea, quòd quantumuis excellens sit, numquam tamen vllum sensui nocumentum sit allaturus, nisi insigniter illustretur. Ac tunc organum, cui cernendi facultas inhæret, duarum simul ingruentium qualitatum excessu, luminis scili- E licet atque candoris, euerti contingit.

Est porrò visus disgregatio, confusio quædam ac dissipatio functioni cernendi obueniens, quòd lux vel impensus candor internas oculi partes occupet, quo minùs enucleatè ac distinctè res obiectas aspiciat. Oportet enim, vt propos. 13. & 14. docuimus, cauum oculi quod choroide & vuea continetur, omni tum lumine, tum colore liberum esse, vt sensus vigeat, & ritè proprio munere defungatur. Nam si lumine vel colore pars illa oculi præter naturæ modum sit affecta, omnia confusa quadam luce, vel tenui colore respersa conspiciuntur: quod sanè accidit insignis obiecti appulsu. Si autem interna illa oculi collustratio etiam vires patientis organi excedat, non modò videndi actum F dissipari continget; verùm etiam instrumentum ipsum dissolui, ac vniuersam facultatem euerti, animum denique ipsum nimia luce lucis visura priuari.

Nigredo etsi visum per se colligat, tamen vt rectè annotauit Albert. Magnus lib. 2. de anima tract. 4. cap. 9. etiam suo modo aspectui officit. quatenus longiore eius intuitu spiritus sese in intima abdunt, ac nimia frigiditate partes oculi coguntur & constipantur. Hanc ob causam quosdam vidimus obscuro carcere paucorum annorum tantam hebetudinem oculorum contraxisse, vt vix quidquam perspicerent.

Rubedo peculiari actione oculos accendit propter igneæ naturæ similitudinem, quamobrem eius aspectus ac frequens visus, iis qui ophthalmia laborant, noxius esse comprobatur. Quòd verò hic color leonibus terrori sit, multis experimentis constat.

vnde leones conſpecto gallo gallinaceo, præſertim albo, fugere ſcribit Lucretius lib. 4. A
de Natura:

Nimirum, quia ſunt gallorum in corpore quædam
Semina, quæ cùm ſunt oculis immiſſa leonum
Pupillas interfodiunt, acremq́ue dolorem
Præbent, vt nequeant contrà durare leones.

Hæc ſemina ait Pierius lib. 1. Hieroglyphicorum eſſe occultam ſpeciem diuinitatis;
nos dicimus rutilantem eſſe criſtæ rubedinem, in corpore albo maximè conſpicuam,
quæ occulta quadam proprietate & velut igneo quodam mucrone leonum oculos per-
ſtringit. Cui haud penitus abſimile eſt illud, quòd qui lippos, aut phlegmone laboran- B
tes aliorum oculos attentiùs inſpiciunt, eodem morbo corripiantur, contagione tetroq;
vapore admiſſo, qui ex affectis oculis exhalat, & occulto quodam impetu contuentium
oculos inuadit.

Flauus ac cæruleus color ſuapte vi aſpectum attemperant, quod Galenus in primis
teſtatur lib. 10. de vſu partium, exemplo illorum qui in albis coriis depingunt, à quibus
viſus offendi ſolet. Hi enim, inquit, colores fuſcos & cæruleos iuxtà ponunt, in quos dum
ſubinde oculos conuertunt, recreantur, & à labore ac fatigatione releuantur; quod non
aliunde, quàm ex arcana quadam facultate prouenire exiſtimandum eſt.

In compoſitis verò hoc præcipuè admiratione dignum videtur, quòd iis, ex quibus
conflantur, ſuauiores exiſtant. Illis porrò exceptis, qui ex trium ſimplicium permixtione C
conflantur. hi namque, vti ſuperiore propoſitione diximus, imperfecti ſunt atque au-
ſteri, nec eam habent venuſtatem, quam ij qui è duobus tantùm conſtant, vt aureus,
purpureus ac viridis, quos dico ſimplicibus gratiores eſſe; hanc fortè ob cauſam, quia
inter ſimplices ex quibus fiunt, medij cõſiſtunt. Nam ſimplices, exempli gratia, flauus &
rubeus, extremi quodammodò ſunt; flauus quidem æquo pallidior, at rubeus quàm par
eſt obſcurior; inter quos mediocritatem obtinet aureus flauo obſcurior, atque intenſior
rubeo, ac proinde vtroque, flauo nempe rubeoque, iucundior. Sic rubeum inter ac cæ-
ruleum medius conſiſtit purpureus, iiſdem, quibus conſtituitur, ſuauior. Demum qui
ex flauo cæruleoque componitur, viridis, omnium tum ſimplicium tum mixtorum
longè gratiſſimus eſt, quòd excluſo pernicioſo rubore è duobus tantum conſurgat, quo- D
rum neuter viſui aduerſatur. Hic planè ad voluptatem datus videtur, vt illo ſeſe ho-
mines oblectent, atque oculos paſcant; quamobrem herbæ ac plantæ, quas præcipuè
oblectamenti cauſa naturæ auctor inſtituit, iucundiſſimo virore perfuſæ conſpiciuntur.
Et verò quemadmodum inter compoſitos viridis, ita inter ſimplices cyaneus præſtat.
Vnde & cælum cæruleum eſt, vt ad ſui aſpectum & contemplationem homines
alliciat.

Quæret non immeritò aliquis quo pacto albedo viſum diſſipet, nigredo colligat,
rubedo inflammet, ceteri oblectent, cùm hæc non niſi per ſpecies præſtare poſſint, quæ
ex ſe nullam realem actionem edunt, proptereà quòd imperfectam tantùm ac diminu-
tam eſſentiam habeant, quam nulli realem, ſed alij intentionalem, alij notionalem E
vocant, vtpote quæ inter realium ac rationis entium naturam media ſit. Reſponden-
dum, colorum ſpecies, vt infra planè demonſtrabitur, ſenſibiles qualitates eſſe, atque
agendi vi præditas, minore tamen, quàm qualitates ipſæ à quibus deciduntur. Quis
enim neget lumen à ſole ſparſum per aëra, itemque calorem ab igne effuſum excalfa-
ciendi vim habere? Eſt autem lumen imago & ſpecies ſolis, ſicut calor forma vicaria
ignis. Nil igitur obſtat quo minùs obiecta per ſpecies, tamquam per proprias ac natura-
les virtutes, organa ſenſuum realiter immutent, atque interdum etiam peſſumdent.
Deinde id etiam facit occulta quædam erga nonnullos colores aſpectus ſympathia, erga
alios antipathia, qua hos quidem velut perniciem auerſatur, illos verò tamquam fami- F
liare ac vtile quoddam bonum amplectitur.

Ergo albedo viſum diſſipat, tum quia eius aſpectu pupillæ ambitus arctiſſimè ſtringi-
tur, ſic vt nequeant rerum ſpecies in propriam viſionis officinam liberè commeare;
tum quia exquiſita albedo, dum oculi cauitatem implet, ceu lumen quoddam, alia-
rum rerum formas minùs per ſe efficaces ita offuſcat, vt illas velut obuolutas obrutaſq;
ab aſpectu ſurripiat. At nigredo contraria quadam ratione viſum colligit firmatque.
Nam eius aſpectu oculus quodammodò obtenebreſcit. Quocircà tamquam in opaco
conſtitutus, liberiùs cetera contuetur.

PRO-

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Colores, qui apparentes vocantur, à veris subiecto & effectrice causa distinguuntur.



ERMVLTI sunt colores, qui à variis in numerum illorum censentur quos philosophi phantasticos seù apparentes vocant; rectè ne an secus, B hoc loco inuestigandum est. Id verò haud erit difficile, si ad certa capita omnes reuocentur.

Primo loco occurrunt illi, qui sub auroram solisque occasum in nubibus apparent, quas interdum rutilas, interdum flauas, interdum cinereas, interdum obscuras ac velut opacas, alias alio colore imbutas videre licet. Hos porrò colores veros esse perspicuum est, cùm proprio corpori insint, nempe exhalationi quæ permixta vapori vnà cum lumine transparet. Illa enim si pinguis sit & caumatica, rubicundæ quidem nubes si copia adsit; sin minùs, subflauæ cernuntur. at, si exhalatio terrea sit, subcinericiæ nubes videntur: pallidæ quidem, si rara constent materia; si copiosa, obscuræ. His enim idem per omnia accidit, quod aquarum infectionibus. Si aqua modico C croco tingatur, color flauus quidem sed pallidior erit; si verò tinctura vberior sit, color quoque saturatior euadet, atque ad rubedinem verget. Rursus si terra aquæ inspergatur, eaque modica, cinerecius color, at pallidus nascetur; si multa, iam in obscurum color mutabitur. Sunt igitur hi, qui trans nubes apparent, veri colores, atque exhalationibus congeniti; non autem de genere illorum qui apparentes vocantur. Vt enim per aquam infectio, ita natiuus exhalationis color in nubibus per medium vaporem sole aduerso transflucet.

Deinde qui in auium plumis per solis irradiationem spectantur, à multis de genere apparentium esse creduntur, eam maximè ob causam, quòd ad omnem pæne aspectus diuersitatem in aliam speciem commutentur; ac tum maximè, cùm insignis lux affulD get, conspicui sint. Sed hi quoque veri colores sunt, auium plumis connaturales. Cùm autem mutato aspectu, ipsi quoque variant; id ex eo euenit, quòd plumarum villi non vno vndique colore respersi sint, sed vna parte vnum, alia alium exhibeant: quod ars naturę æmula, sagaciores quosdam homines qui hoc naturę opus curiosiùs sunt perscrutati, docuit imitari. Nam hac tempestate multæ extant sericæ texturæ ex diuersorum colorum staminibus tramisque intertextis ita compositæ, vt vno oculi situ quæ vnius coloris sunt filamenta appareant, ac vicissim visu translato, ea in conspectu prodeant, quæ priùs latebant; vnde eadem consequitur colorum varietas ex oculi permutatione, quam natura columbarum & pauonum plumis inseuit. Quòd verò hi exquisito lumine spectabiliores fiant, id ea causa fit, quòd minutæ illæ plumarum superficies, quibus sinE guli colores insident, exactè planæ sint, à quibus proinde ad spectantium oculos repercussum lumen colores deuehit; quamobrem deserta statione pariter viuidi coloris aspectus euanescit, nnuaque admissa luminis repulsione nouus itidem color repræsentatur, qui anteà aliarum partium occursu fuerat adumbratus.

Præterea qui per vitrum tinctum solaris radij præsidio transmittuntur, atque in opposito pariete conspicui cernuntur, nullam veritatem habere videntur, cùm nullum appareat idoneum agens, quod tam subitò illos possit ad effectum perducere. Nam vitrum nullum colorem ex se proferre potest, lumen verò, aut lumen tantùm, aut apparentes colores producit, quos à lumine ipso reipsa non distingui superiùs prop. 38. doF cuimus. Igitur cùm nulla in promptu causa sit, cuius efficaciæ adscribi possint, inter phantasticos hi saltem colores numerandi sunt. Atque eiusdem sortis esse videntur illi, qui ab infecto panno cum lumine in vicinum parietem reflectuntur; cùm hoc solùm distent à prioribus, quod hi inflexione, illi traiectu luminis gigni videantur. Sed nec hi nec illi ad apparentium classem detrudendi sunt. Etsi enim materialem essendi modum non habeant, habent tamen intentionalem, qui medius est inter eum quo veri ac materiales colores propriis subiectis fixi inhærent, eumque quo apparentes in aëre diaphano velut penduli oberrant, nullius solidioris corporis nixi præsidio.

Rursus mare sole incidente quandoque canum, quandoque cæruleum, quandoque subuiride, quandoque purpureum spectatur, qui colores veri esse non possunt, cum

nullus eorum marinæ aquæ propriè insit. Igitur ex apparentium genere sint, necesse est. A
At veros illos esse omnino existimandum est, ac partim proprios, partim ex illis qui in
medio congredientes vnà confusi permixtique sub aspectum cadunt. Nam subuiridis
color non planè herbaceus sed cæruleus virore permixtus, aquæ proprius est & natura-
lis, qui proinde à κῦμα, id est vnda, cymatilis nuncupatur, Latine marinus seu vndosus.
Hic mare pacatum cominus adspectantibus sese offert, ex ea parte qua nulla fit luminis
repercussio ad oculos, etsi in lacubus quàm in mari saturatior sit: eminus verò ex auersa
solis parte cæruleum magis conspicitur propter aërem interiectum. Est enim aër na-
tura subcæruleus, vt mare subuiride. Non dico aërem, pythagoricum illud inane, aut
puram illam atque sinceram essentiam ex materia primogenia ac propria forma cōstan- B
tem, vti nec aquam purum elementum; (nam tale in rerum natura extare haud existi-
mo) sed quàm minimè mixtum, quemadmodum ab origine ex chao indigestaq; mole
vtrumque diuino imperio secretum legimus. Hoc, inquam, pacto dico aquarum con-
geriem, quam naturæ auctor à cælestibus aquis diuisit, & inter extantem aridam fluitare
iussit, subuiridem esse: aërem verò hunc nostrum, quem haurimus, subcæruleum. Cui
nostræ sententiæ ipse in primis subscribit Aristot. lib. de coloribus. Nam de aëre primò
c. 3. ità disserit: *Aer quidem per se inspectus nullum videtur colorem habere. Nam propter
raritatem à fulgore peruincitur, ab eo diuisus ac secretus. Est enim fulgor densior ac per
aërem perspicuus, qui in profundo prospectus ex proximo videtur cyaneo, raritatis gra-
tia. Qua enim parte lux deficit, eadem aer caligine defunctus, coloris cyanei repræsen-* C
tatur. De aqua deinde cap. 4. sic habet: *Omnes aquæ vetustescentes à principio sanè
virides sunt*: quare ait, *hunc primum in omnibus ex terra nascentibus colorem constare.*
Fortè autem rectiùs dixerimus puriorem aquæ portionem cæruleam esse, eaq; de causa
aërem talem videri, quòd tenuioribus aquæ vaporibus confertus sit: terram verò suapte
natura luteum colorem affectare, qualis est argillæ, qualisque sese altiùs sub terra fo-
dientibus vbique ferè locorum purior ostendit. Hinc enim crassiores aquæ ex flaui cæ-
ruleique congressione virescunt, cùm scilicet partes non fortuitò, sed naturali quadam
societate vniuntur. Hinc etiam herbæ initiò quidem virides, pòst verò cùm maturita-
tem prætergrediuntur, humore absumpto rursus terræ instar flauescunt. Hinc denique
vitrum, quod aliud nil est quàm aqua terreæ portiunculæ admixtione densata, hoc eo- D
dem colore infectum prodit. Quamobrem ὑάλιος à Poëta hic color dicitur 4. Geor-
gicorum: —— *Milesia vellera Nymphæ*
Carpebant hyali saturo fucata colore.

Et Horat. lib. 1. Carminum Oda 17. vitream canit Circen. Prætereà ab aëris colore
arbores, & rupes, & quæcumque demum remotiora sunt, cærulea videntur: cælum
verò tanto impensiùs, quanto maiore à nobis interuallo distat, vnde hunc colorem à
cælo nomen accepisse testatur Antonius Thylesius libello quem de coloribus inscripsit,
qui cæruleum pro cæluleo dictum putat. Hinc pictores, qui naturæ vestigia proximè
sequuntur, cùm ea quæ longè dissita sunt repræsentare moliuntur, non solum mi-
nora omnia, vt illos opticus radius edocet, sed etiam cærulea pingunt. Perspicua igitur E
iam causa habetur, ob quam mare quandoque cæruleum, quandoque viride appareat.
Canescit verò cum spumantes vndæ è longinquo cernuntur: tunc enim cùm nil præter
extantes vndarum cristas conspicuum sit, continuus quidam candor visui occurrit. Est
enim spuma omnis candida, vt & nix, propter aërem aquæ insertum. Cùm demum
ex aduerso solis radio eminus mare prospicitur, purpurascit. Tum enim cæruleo rubedo
miscetur, quæ ab exhalatione aëri permixta cum sole transflucet. quare occiduo potissi-
mùm hic color in mari conspicitur, cum plurima exhalatio diurno calore in sublime
euecta nubes occupauit.

De chamelæonte scripsere probati auctores (inter quos Plinius lib. 8. naturalis histo- F
riæ cap. 33. & Aristoteles lib. 2. hist. animal. cap. 11.) hunc mutare colorem subinde
inflatum & oculis, & cauda, & toto corpore, quod Ouid. cecinit his versibus:

Id quoque quod ventis animal nutritur & aura,
Protinus assimilat tetigit quoscumque colores.

reddit namque semper quemcumque proximè attingit, præter rubrum & candidum.
Quam subitam colorum productionem putaret nonnullus phantasticam seu apparen-
tem esse, quòd nihil in illis firmum ac stabile reperiatur. Sed veros esse genuina ipso-
rum causa demonstrat. Ita enim generantur quemadmodum in hominibus metu per-
culsis pallor, & in pudibundis rubor. Cùm enim sanguis in interiora recipitur, fit pallor;

rubor

A rubor verò cùm exteriora petit. Ita nimirum ex animi affectione, quæ in chamæleonte multiplex ac frequens eſt, concitatur humor, vnde neceſſe eſt extimam corporis partem colore mutari. Quod autem homini in ſola facie vſu venire ſolet, id chamæleonti toto in corpore. Cur verò non rubeat, cauſa eſt ſanguinis inopia: modico enim præditus eſt, eoque circa cor firmius perſiſtente. Sed neque candicat, quòd nullum in corpore humorem habeat, cui is color natiuus ſit. Ceterùm vt homo ſanguinem rubicundum, & flauam bilem; ita chamæleon varios humores continet propriis diſtinctos coloribus, ex quorum vario concurſu & occurſu multiformes colores ſecundùm varias animi affectiones exoriuntur: qui licet repentè ſub aſpectum prodeant, ocyuſque occi-
B dant; veros tamen eſſe dubitandum non eſt, cùm propriis ſinguli humoribus congeniti ſint.

Superſunt colores illi, quos triangulare vitrum in modum priſmatis efformatum, maximè viuaces exhibet; deinde quos in Iride, tum quos in Halone, atque Parelis, ſimilibuſque luminis infractionibus cernimus. Hos omnino phantaſticos ſeu apparentes eſſe oportet, cùm nulli proprio ſubiecto inſint. neque enim vitro, aut nubi, aut aëri connaturales ſunt: ſed penduli in medio diaphano oberrant, ceu extemporaneæ quædam, vti verè ſunt, lucis affectiones, ex certa quadam radiorum infractione prognatæ.

Porrò quot numero ſint huiuſmodi colorum ſpecies, & quo ordine ac ſitu appareant, & qua ratione exoriantur, dicemus in diopticis, cùm de Iride fiet ſermo. Nunc
C id oſtendiſſe ſufficiat, hos colores ex illis eſſe, quos phantaſticos vocant ſeu apparentes.

Pro cuius veritatis planiore intelligentia triplex colorum genus diſtinguendum eſt. Primum illorum, qui veri ac reales vocantur, quos rectiùs materiales aut corporeos appellabimus, quandoquidem qui ſecundo genere continentur etiam veri atque reales ſunt. Corporeos igitur colores illos dicimus, qui vel ex primarum qualitatum congreſſione gignuntur, vel quos formæ ſingulæ ſpeciales propriæ naturæ indices ex ſe producunt: qui proinde formis, à quibus proueniunt, ita adhærent, vt nulla vi è corporum ſubſtantia eradi poſſint, niſi formæ ipſæ vnà depereant. Eiuſmodi ſunt in creta albedo, in minio rubedo. Quare nil aliud eſt laterem lauare, quàm oleum operamque perdere, cùm prius atteratur, quàm natiuum colorem deponat. Secundum genus illos com-
D plectitur colores, quos intentionales ſeu notionales appellant. Quemadmodum enim à corpore lucido per ſe lumen emanat, ac trans medium diaphanum fertur; item vt à calore igni inſidente, calor alius vndequaque propagatur; ita à coloribus corporeis, quos proximè expoſuimus, colores alij velut exuuiæ decidunt, ac luminis ope feruntur, quocumque luminis radij penetrant. Sunt verò hi colores longè tenuioris eſſentiæ, quàm corporei illi à quibus proueniunt; vt & lumen, quod per medium diaphanum oberrat, ſubtilius primæuo illo, quod in corpore lucido firmum fixumque natura conſtituit. Neque diutiùs in perſpicuo corpore perſeuerant, quàm lumen adſit, cuius præſidio labilis illorum natura fulciatur. Hæc propria eſt ipſorum nota, qua à corporeis ſeu materialibus dignoſcuntur. Vocantur autem intentionales ſeu notionales, quòd ſint velut
E imagines rebus viſu dignoſcendis idoneæ, de quibus in ſequentibus copioſior erit tractatio. Ad tertium genus ſpectant colores phantaſtici ſeu apparentes, ita vocati, quòd præter lumen nullam aliam veritatem habeant; quo potiſſimùm defectu à ſuperioribus duobus colorum generibus diſcriminantur: conueniunt autem cum mediis, quòd in ſolo corpore perſpicuo verſentur, nec vmquam à lumine ſecreti ſubſiſtere aut cerni poſſint.

His ita prælibatis, facile erit oſtendere colores iridis ac ſimiles, quos cenſuimus hac tertia claſſe contineri. Duo enim in his ſpectantur, nempe quòd ſoli inſint corpori diaphano, & quòd à nullo alio corpore ſimili colore imbuto proueniant. Nulli autem
F alteri corpori quàm diaphano colores iridis ineſſe ex eo probatur, quòd nihil aliud ſint, quàm lumen; hoc autem corpori opaco ineſſe non poteſt, niſi illi cui congenitum eſt. ergo colores iridis in ſolo corpore perſpicuo verſantur. Rurſus quòd colores iſti non ſint propagines alterius corporis ſimili qualitate affecti, per ſe patet, cùm nullum tale præſtò ſit, à quo iridis colores proficiſcantur; & vt tale corpus aliquod adeſſet, illud profectò priùs ſub aſpectum caderet, quàm colores ab ipſo deciſi: at nullum comparet. igitur colores iridis, & qui ſimilem habent productionem, vt halonum & pareliorum, & qui per vitrum triquetra figura cælatum viſuntur; quales etiam polyedres exhibent adamantes; omnes de genere apparentium cenſeri debent. Quam verò habeant hi colores ſui ortus cauſam, arduum ſanè explicatu eſt, cùm nil appareat, cui ea vis efficaciaque adſcri-

adſcribi poſſit. Igitur in re tam ſublimi & ardua, ne à vero longiùs quàm deceat aberremus, cum D. Auguſtino epiſt. 3. ad Voluſianum, diuinam potiùs admiremur ſapientiam; *demuſq; Deum aliquid poſſe, quod nos fateamur inueſtigare non poſſe: atque in talibus rebus tota ratio facti ſit potentia facientis.* A

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Lumen colores otioſos ſuſcitat, & ceu propria hypoſtaſis deciſos ab obiectis vehit. B

Diximvs ſæpè, & ſæpè dicemus, eam eſſe naturam luminis, vt quemcumque colorem attigerit, mox illo tingatur; ac iam non purum, ſed affectum per medium diaphanum propagetur. Id verò hoc loco paulò accuratiùs explicandum, argumentiſque firmandum eſt. Lux igitur, quæ primò ineſt corpori lucido, eiuſdem colore imbuitur, vt propoſ. 35. eſt demonſtratum: quæ verò à corpore lucido emanat, etſi longè debilior ſit, tenuioriſque eſſentiæ, ipſum tamen colorem, quem à fonte accepit, perpetuò retinet; niſi quòd hic quoque atteouetur, & pari gradu, vti lumen, paulatim langueſcat, eò ſemper magis, quò longiùs ab origine recedit: & ſanè niſi ita colore lumen affici dicamus, nulla exiſtet probabilis ratio, qua lumen à lumine diſcrepare oſteodamus, cùm tamen certò conſtet, vnum albidum, aliud flauum, aliud rubicuodum, aut alio colore affectum eſſe. Vti igitur per lumen, quod à corpore lucido deciditur, ipſum corpus lucidum; ita per colorem luminis, color proprius corporis lucidi, velut per propriam imaginem conſpicitur. Qua in re id notandum videtur, colorem corporis admodum coruſcantis minùs ſpectabilem eſſe, quàm cuius lux minor eſt. Nam fulgor oculos perſtringens, colorem obruit, quo minus viſum feriat. C

Non modò à propria materia, vnde profluit, lumen colores mutuatur; ſed etiam ab illis ipſis corporibus, in quæ impingit. A quocumque enim repulſum fuerit, eius colore fœdatur. Sic vt deciſus color per medium diaphanum cum lumine deportetur, eodemque peruadat, quò ipſum lumen: D

Lucret. lib. 4.

Et volgò faciunt id lutea, ruſſaq; vela
Et ferruginea, cùm magnis intenta theatris
Per malos volgata, trabeſq; trementia fluitant.
Namque ibi conſeſſum caueai ſubter & omnem
Scenai ſpeciem patrum, matrumq;, deorumq;
Inficiunt, coguntq; ſuo fluitare colore.

Suntque hæ colorum exuuiæ multo tenuioris eſſentiæ, quàm colores ipſi; nec minùs differunt à veris, quàm lumen directum à reflexo, hoc eſt primum à ſecundo. His autem minimè aduerſatur Ariſtoteles libro de ſenſu ac ſenſili cap. 3. ita ſcribens: *Porrò dicere, perinde vt antiqui, colores eſſe defluuia, & tali de cauſa videri, abſurdum eſt: nam ipſis neceſſum eſt attactu ſentiri omnia ſtatuant.* mox enim ita concludit: *Quare præſtat dicamus ſenſum fieri, quòd à ſenſibili medium moueatur, quàm attactu aut defluxibus.* Quibus verbis ſignificat haudquaquam colores ipſos corporeos ab obiectis decidi, ſed medium tantummodò ab ipſis ſimili affectione alterari, non aliter quàm à corpore lucido medium illuſtratur, & ab ignis calore vicinus aër incaleſcit. Sic enim à colore, qui in rebus exiſtit, mouetur actu perſpicuum, hoc eſt primò quidem ipſum lumen, deinde luminis beneficio aër, qua tandem alteratione ad oculos delata facultas videndi ad propriam functionem obeundam excitatur. E F

Huius rei luculentiſſimum experimentum lubet adſcribere, ex quo etiam ſpectator non mediocrem hauriet voluptatem. Conclaue ita occluſum ſit, vt nullum omnino lumen admittat, præter orbiculare foramen, quo feneſtra pertuſa ſit. Huic aptetur vitrum circulare in medio paulò craſſius quàm in ambitu, quales ſunt vulgares dioptræ, quæ ad res augendas conficiuntur; qualia item vitra illa, quibus ignis excitari ſolet radiorum ſolarium tranſmiſſione. His ita comparatis, charta candida intus vitro obijciatur, ea diſtantia qua radij ſolares nati ſunt in vnum locum coire. Hic enim quæcumque foris ſunt, proprijs velut coloribus depicta in charta conſpicientur, non ſine magna aſpectus illecebra, atque animi oblectatione, nihilq; à reipſa imago diſcrepabit, niſi ſola

magni-

A magnitudine ac situ. Hic enim ex necessitate inuersus erit; illa verò eo semper minor, quo res à vitro fuerit remotior.

Ita plebem imperitam circumuenire solent vani quidam præstigiatores, qui vt se Necromantiæ pentos ostendant, cuius vix nomen sciunt, iactant se posse dæmonum spectra ab inferis euocare, & adspectantium oculis sistere. Introducunt illi curiosos rerum occultiorum in obscurum conclaue, quò nullum omnino lumen adspirat, nisi tantillum, quantulum exilis vitri orbis immittit. Ibi silentio seuerè indicto, simulatisque mysteriis rerum ac verborum, atque adeò expectatione ipsa, dæmonem mox affuturum denuntiant. Intereà clanculùm de eorum sodalibus vnus dæmonis personam induit, B qua is vulgò pingi solet, vultu horrido ac monstroso, cornibus è fronte surgentibus, lupina pelle & cauda, manicis calceisq; vngulatis; tum is foris meditabundus eo obambulat loco, ex quo suus & color & figura per vitreum orbem in conclaue transfundi potest. Rebus ita callidè comparatis silentium seueriùs imperatur, quasi proditurus quispiam sit è machina Deus. Hic pallere alij, alij sudare metu rei euenturæ. Profertur chartacea tabula, opponiturque radio luminis in conclaue immissi. Prodit in ea dæmonis simulachrum obumbulantis specie, cernunt timidi, intuentur, comtemplantur. Ita rudes illi homines, vt vmbram videant histrionis, operam perdunt & pecuniam; nihilo profectò infantibus doctiores

—— *qui credunt signa omnia ahena*
C *Viuere & esse homines.* *Lucil. Satyr. lib. 10.*

Porrò colores, qui hic apparent, non alij profectò sunt, quàm illi ipsi quos suprà à veris resecari, atque vnà cum lumine per medium diaphanum deferri diximus. Hi enim vitri ipsius densitate infracti, tamquam per angustum foramen in obiectam chartam dilabuntur, in qua proinde conspicui apparent, qui aliàs in medio peruio nullo modo perspici poterant propter essentiæ tenuitatem. Sunt enim hi colores tantùm intentionales, non verò corporei, eiusdem omnino naturæ cum illis, qui à coloratis rebus cum lumine in vicinos parietes remittuntur; tametsi in his ob vicinitatem vis maior deprehendatur, ac tanta etiam, vt in aëre illustrato subinde cernantur, alioquin longè efficacius in tenebris.

D Petet aliquis, cur colores, qui in rebus existunt, sui similes non profundant sine luminis præsidio? Causa est, quòd lumen sit velut colorum forma, sine qua sub obscura potestate illi delitescunt; ea verò accedente, ad actum aspectumque educuntur.

Rursus petes, cur non nisi in tenebris hæ colorum imagines perspiciantur? Respondeo, quia lumen, quo velut hypostasi sustentantur, vti est pertenue, ita à maiore lumine facilè deuincitur; quo superato, ipsæ colorum intentiones pariter oblitescunt. Non enim ea vis inest coloribus quæ solari astro. Hoc etenim luminis affatim ex se fundit, ita vt etiam secundum ac tertium, & quartum adciendum aspectum nostrum efficax sit: at colores adeò sunt imbecilles, vt prima intentio, hoc est ea quæ proximè à primo colore præciditur, minimo lumine obruatur, nec aliud lumen maius patiatur, quàm illud E quod repulsum à corporibus eam ad aspectum nostrum traducit.

Easdem rerum imagines, quas suprà per dioptram transmissas spectauimus, per solum etiam foramen exiguum contueri licet; non tamen æquè perspicuè, atque per vitrum. Illic enim præter simplicem radiorum traiectum, accedit etiam infractio qua species versus medium colliguntur, ac proinde viuaciores illustrioresque euadunt; sit hinc etiam, vt per dioptram non nisi certo vno loco constituta charta formas distinctas admittat, illo nempe, quo ignem accendere vitrum est natum. At per solum foramen charta, quocumque loco constiterit, species recipit; interdum re ipsa minores, cùm videlicet charta foramini propinquior est, quàm res vera; aliàs maiores, quod per F 4. propos. lib. 6. Eucl. cuiuis facile erit demonstrare. vti illud etiam, cur situs necessariò commutetur. Radij enim qui colorum formas vehunt, primum ab re ipsa profecti mox sese iuxta foramen intersecant, ac inde prætereuecti situm priorem permutant. Igitur vbi chartam attingunt, ibi res situ inuerso exhibent, quod libro 5. accuratius erit demonstrandum, cùm de luminis traiectu erit sermo. In præsenti verò sat nobis est, hanc apparentiam certissimo experimento comprobasse. Nam species magis astruere nitimur, quàm hæc arcana penitius inuestigare.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Dantur viſibilium rerum ſpecies.

EX iis quæ iam proximè oſtenſa ſunt, conſtat ſpecies quaſdam rerum
aſpectabilium exiſtere, per quas veri colores, eorumq; magnitudo, figu-
ra, locus, ſitus, diſtantia, ceteræq; viſibiles proprietates repræſentantur,
tamquam per naturales accurataſque imagines; quarum proinde ope
viſionem celebrari inferiùs demonſtrabimus. Nunc vtile fuerit argu- B
menta quædam in medium afferre, quæ totam ſpecierum rationem in diſcrimen addu-
cant, vt ex illorum ſolutione ſpecierum natura atque vſus clariùs eluceſcat.

Primum eſt ex Durando deſumptum, qui in 2. diſt. 3. q. 6. ſpecierum vſum de medio
tollit, hoc potiſſimùm argumento: Si ſpecies dentur, cum ſint rationes cognuſcendi,
oportet eas à ſenſu cognuſci. Nam quod incognitum eſt, in alterius cognitionem du-
cere non poteſt; at liquidò cõſtat, præter rem oculis obiectam, nullam præterea ſpeciem
à nobis videri. Igitur inane eſt ſpecierum commentum. Cuius argumenti vis hac ſimi-
litudine augetur: quemadmodum Cæſarem ex imagine cognoſcere non poſſumus, niſi
imaginem ipſam priùs cognoſcamus; ita niſi ſpecies ipſas prius cernamus, fieri nequit, vt
per illas quidquam cognoſcatur. Reſpondebitur, inſtrumentaria ſigna, cuiuſmodi C
eſt expreſſa Cæſaris effigies, priùs accepta eſſe debere, quàm per ea res ipſæ cognoſcan-
tur: at ſpecies formales non item. Hæ namque naturales ſunt, & ad aliarum rerum no-
titiam cumparatæ; illas autem ars ex rerum prænotione elaborauit. Et quemadmodum
ſonus in remoto loco excitatus cognoſcitur per ſonum qui ad aures appellit, cùm ta-
men non hic præcipuè, ſed is potiùs qui remotus eſt, audiatur: aut ſicut icterici,
quorum oculos flaua bilis occupauit, non eam quæ in oculis eſt flauedinem cernunt,
ſed ea res ceteras aſperſas eſſe arbitrantur: ita ſpecies, quas lumen à rebus depromptas
ad oculos vehit, propriè ac præcipuè non videntur; per illas tamen colores qui in rebus
ſunt, ceu per naturales formas dignoſcuntur. Porrò an & quonam pacto ſpecies ſen-
tiantur, propoſ. ſequenti explicabimus. D

Secundum: Species quæruntur præcipuè ob ſimilitudinem, quam cum obiectis eas
habere neceſſum eſt: ſed inter obiecta ac ſpecies nulla ſimilitudo intercedit, cùm eſſen-
tia differant, totaque natura pugnent. Igitur inutilis eſt ſpecierum poſitio. Minor ex eo
probatur, quòd ſpecies non ita cõſtantes ſint, vti res ipſæ; nam præſente lumine gignun-
tur, eodemq; ſublato occidunt; res autem ſtabiles ſemper perſeuerant. Reſponden-
dum, ſpecies ab obiectis natura quidem longiſſimè diſtare: at repræſentando maximam
cum illis ſimilitudinem cognationemque habere: quo pacto Cæſaris imago, etſi ab
ipſo toto genere diſſideat, eum tamen expreſſa ſimilitudine repræſentat.

Tertium: Candoris atque nigroris ſpecies contrarias eſſe oportet, quia contrariæ cauſæ
contrarios gignunt effectus. Atenim ex alia parte contrariæ eſſe non poſſunt: ſiquidem E
in eodem oculo ſimul conueniunt. Species igitur ſi dentur, contrariæ erunt & non con-
trariæ; quod cùm pugnet, fictitiæ prorſus exiſtimandæ ſunt. Reſpondemus haudqua-
quam neceſſum eſſe, vt contrariæ cauſæ, ſi æquiuocæ ſint, contrarios effectus edant. etſi
id vniuocis cauſis proprium eſſe concedamus. Nam calor & frigus pariter exſiccant, &
album nigrumque diſſimilitudinis relationes producunt, quæ non modò non ſunt con-
trariæ, ſed etiam ſunt inter ſe ſimiles.

Quartum: Species neque diuiduæ ſunt, neque diuiſionis expertes. Igitur nihil omnino
ſunt. Quòd non ſint diuiduæ, probatur ex eo quòd pyramis optica in quouis puncto
medij terminetur, vbi & tota res conſpicitur. ergo in omni puncto medij ſunt perfectæ F
ſpecies, & nequaquam ſecundùm medij diſtenſionem expanſæ. Deinde ſi quantitatis
mole affectæ eſſent, & ad materiæ ingenium accommodatæ, nec temporis momento,
nec ſine præuia diſpoſitione producerentur. Siquidem ex materiæ gremio eas educi ne-
ceſſe eſſet, quam priùs ſucceſſiua tranſmutatione alterari oporteret. Quod cùm nullo
modo admittendum videatur, conſequens eſt, vt ſpecies prorſus indiuiduæ ſint. Altera
verò antecedentis pars, quòd diuiſibiles ſint, hinc probatur, quòd ſubiecto extenſo in-
hæreant. Reſpondetur, ſpecies ſecundùm naturam diuiduas eſſe, vtpote per medium
perſpicuum diffuſas: at repræſentandi vi, diuiſionis expertes. vocantur autem à D. Au-
guſtino lib. 12. ſuper Geneſ. ad litteram c. 16. ſpiritales eo modo, quo ab Ariſtot. lib. 2.
de

A de anima c. 11. textu 121. vocantur formæ sine materia, qua proprietate prorsus cum lumine conueniunt. Est enim lumen, vt sæpè à nobis dictum est, species corporis luminosi, sicut intentionalis color est species coloris corporei: differunt verò & a natura caloris, qui non sine igneo vapore per aërem defertur; & ab odore, qui exhalatione quadam subnixus expirat, quorum proindè motiones tempore perficiuntur: specierum autem productiones, lationesq́; momentaneæ sunt. Quod non obstat, quo minùs sine vllo præcedente apparatu, è materiæ sinu excitentur, diuiduæq́; sint, cùm extenso subiecto formaliter insint, ad cuius naturam sese accommodant. Quod de radiosa pyramide allatum fuit, id solùm probat repræsentandi vi species indiuisibiles esse. Quod ita est accipiendum, vt species, quæ ab obiecto ad visum porriguntur, figuram pyramidis habere B intelligantur, cuius quidem basis sit res ipsa oculo obiecta, vertex autem puncto indiuisibili terminetur. Hoc ergo punctum cùm in centro visus existat, atque cum oculo circumferatur, sic vt immota basi ad omnem oculi motionem tota pyramis vertexq́; mutentur, quocumque autem loco pyramis terminetur, semper visio consequatur, hinc fit vt repræsentandi vim cuiuis puncto specierum inesse dicamus, ac proinde species ipsas repræsentando indiuiduas.

Quintum: Species nobiliores sunt obiectis, quippe mediæ inter materialia & spiritualia accidentia; crassioris quidem naturæ quàm hæc, sed defæcatioris quàm illa. Deinde sunt instrumenta vitalium facultatum & functionum, quæ accidentibus non viuentium excellentiora sunt. Non igitur species ab obiectis gigni possunt, alioquin effectus C propriam causam dignitate superaret: sed neque aliam in rerum natura causam habent; vnde tandem sequitur species omnino fictitias esse. Negandum species dignioris naturæ esse, quàm sint obiecta. Re enim vera perfectius quiddam est color, quàm eius imago; & lux, quàm lumen. Neque mediæ inter materialia & spiritualia accidentia species dicuntur, quasi medium dignitatis locum obtineant, cùm potiùs diminutam & imperfectam essentiam habeant: sed quod paululùm è materia emergant. Neque magna dignitas est vitalium functionum instrumenta esse, præsertim cùm ad eas non concurrãt, nisi tamquam formæ vicariæ obiectorum, quorum vicem munusq́; subeunt.

Sextum: Haud verisimile videtur tot rerum spectra, quæ vno intuitu complectimur, simul oculis illabi posse, tantamque affluentium idolorum copiam pupillæ angustias D posse subire, quin illa sibi mutuò officiant, seque perturbent atque impediant, præsertim cùm nullius imperio excitæ in ordinem cogantur ac sustineantur, ne in turbatam congeriem misceantur. Respondetur nihil omnino obstare, quo minùs omnium simul occursantiũ rerum imagines pariter atque ordine quodam oculo illabantur. Non enim multitudo obesse potest, cùm neque contrarietate pugnent, neque vt corpora propria se mole extrudant. Sed nec obest pupillæ angustia quæ oppidò parua est, quia per pyramidem in oculum confluunt, cuius vertex in centro visus terminatur. Neque facultatis imbecillitas causari debet, cùm potentiam nullo modo degrauent. Nec verenda confusio est ac perturbatio. vbicumque enim existunt, naturæ suæ distinctionem E & significandi vim retinent. Sunt verò eiusmodi formæ perpetuò in diaphano actu illustrato, quia naturaliter ac sponte ab obiectis porriguntur: nec temere huc atque illuc oberrant, sed lumen sequuntur, cuius adminiculo sustinentur. Quòd verò vnico ictu tantam formarum multitudinem oculus accipiat, genuina hæc causa est, quòd iis plenum sit totum medium actu illustratum. Quocumque igitur loco oculus constiterit, ea omnia simul cõplectitur, à quibus ad ipsum species rectis lineis pertinere possunt.

Septimum: Vel eiusmodi simulachra à rebus profiliunt dumtaxat, cùm quispiam adest, qui illas videat; vel vltrò, etiam cùm nullus aspicit. Si primum dicatur, cuius tunc imperio euocantur illæ, & confestim accurrunt? si secundum, perenni igitur fluxu ab F obiectis emanant, non sine magno illorum dispendio: quo nomine Aristoteles libro de sensu ac sensili cap. 3. Democriticos reprehendit, quòd species defluuia colorum esse dicerent, eaque de causa videri. Dicendum formas visibiles perpetuò à corporibus emitti, non tanquam Democriticorum defluxus, qui veros corporeosq́; colores in minima seu atomos resolui putabant, atque attenuatos per medium diaphanum nullo ordine passim oberrare:

Aut quasi membranas summo de corpore rerum
Dereptas volitare vltroq́; citroq́; per auras, Lucretius lib. 4. de Natura.
Robora ceu fumum mittunt igneis q́; vaporem,
Et vituli cùm membranas de corpore summo

Nascentes mittunt, & item cùm lubrica serpens A
Exuit in spinis vestem.

Ita enim vniuersa corpora breui dissoluta abiuissent in aëra. Sed velut lumen à corpore lucido perenni fluxu emanat, sine vlla corporis lucidi imminutione; sic à coloratis corporibus, alterius essentiæ colores produci, quos haurit visus citra materiam. Sicut enim cera sine auro aut ære symbolum excipit, ita oculus colorem sine cereta aut minio.

Octauum: In speculis facies spectatorem suum aduersa respicit, quæ tamen, si rectà ab ipso proficisceretur, posteram sui partem deberet ostendere. Non igitur à rebus vlla eiusmodi spectra emitti existimandum est, quibus tam manifesta experientia aduersatur. Nihil hoc argumentum conuincit. Non enim sunt species, vt laruæ seu fictæ quæpiam B personæ, quæ aliud obuersa, auersa aliud facie repræsentant: sed sunt repræsentando indiuisibiles, sic vt singulæ earum particulæ rem totam exhibere sint natæ, etsi non semper actu exhibeant, quòd prætereà oppositio requiratur. Rectis siquidem lineis ab obiectis protenduntur, ad eum ferè modum quo in radice filicis neruos diuersorum colorum secundùm longitudinem extensos videmus, qui, radice in transuersum secta, geminam vtrimque aquilam ostendunt, mutato tantummodò dextri ac sinistri situ: ita namque facies hominis, qui alterum respicit, pars dextra læua apparet. Quia verò à speculis eodem modo simulachra redeunt, quo profecta fuerunt, fit vt repercussa ita res exhibeant, quemadmodum ab eis prodierunt, mutata dumtaxat positionis differentia quæ in dextra sinistraq; consistit. Sed de hac re fusiùs in commentatione de speculis. C

His ita explicatis, species dari à natura concedendum est, quibus obsignatæ potentiæ rerum notiones effingant. Harum porrò vsus patebit, cùm de visionis modo infrà agemus.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Communia sensilia proprias species sensiteriis inurunt.

Hoc iam constat ex iis quæ hactenus proposita sunt, sensilia communia per se, hoc est propria vi atque insita proprietate sensum mouere qua potissimùm nota, ab iis quæ per accidens sensibilia vocantur, distinguuntur. D Igitur propria imagine sensiterio inusta sensum excitant. Si enim alienâ, iam non per se, sed ex accidenti sensibilia forent, quod antè ostensum est. A propriis verò sensilibus distinguuntur, quòd hæc vnico dumtaxat sensu, illa pluribus dignoscantur. Deinde res dum mouetur, vel aliquid amplius transmittit ad sensum, quàm dum quiescebat, vel non: si illud concesseris, erit quod volumus, propriam speciem à motu prouenire: si verò negaueris, sequetur nos rei motum non percipere, & an res moueatur an non, penitus ignorare.

Præterea aliter Trapezium, aliter Rhombus sensui sese offert. Si enim eodem modo, nulla superest ratio, qua hic Rhombum illic Trapezium visus aspiciat. Igitur præter coloris formam quæ ab vtroque eadem proficiscitur, necessum est propriis, iisq; diuersis typis visus organum obsignari, quibus hîc Rhombus, illic Trapezium conspiciatur. E

Fateor speciem communium sensibilium à specie sensibilis proprij reipsa non distingui. Nam quemadmodum figura (si exemplo vti liceat) ab albo non distinguitur reipsa, quasi per se consistere queat; sed tantùm velut modus, quo album exteriùs afficitur: ita figuræ imago, quam propriam dicimus, nihil reipsa diuersum est à forma albi, sed huius tantùm modus ipsam exteriùs definiens atque determinans. Tamen vti figura non est ipsum album, sed eius modus: ita species figuræ non est ipsius albi species & imago, sed eius quidam modus: sic vt species albi propria sit albo, soli visui congruens, at modus quo species albi exteriùs definitur propria sit imago figuræ, quæ aliis etiam sensibus F dignosci potest. Hoc ergo pacto dicimus obiecta communia, quæ velut appendices sunt propriorum, proprias species sensibus imprimere, quòd ab illis necessum sit aliquid manare in sensus, quo & proprij sensibilis species quodammodò attemperetur, & commune sensibile verè ac per se dignoscatur.

Scot. in 4. d. 12. q. 3. *D. Thom. p. 1. q. 78 a. 3.* Ex his perfacile est, inter Scotum affirmantem, & D. Thomam negantem sensibilia communia proprias imagines producere, fœdus constituere. Ille enim astruit veras illorum sensilium formas, non autem vel fictas vel nullas: at D. Thomas negat à speciebus propriorum sensibilium reipsà distinctas: quorum vtrumque rationi ac veritati consonum est.

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Species sunt virtuales rerum similitudines, non autem formales.

FORMALIS similitudo vocatur imago in qua rei forma, ac figura, pro-
priaque lineamenta expressa continentur. Qualis est Cæsaris effigies,
siue picta, siue sculpta, siue cælata, siue plana, siue bullæ aut statuæ in
modum conficta; siue ea magna sit siue parua, dummodò lineamenta
B veritati proportione respondeant. Huius generis non esse visibiles species
demonstratur. Nam cùm necesse sit eiusmodi species magnitudine aliqua præditas esse,
non modò vt illarum essentia integra sit, verùm etiam vt rem totam repræsentent, se-
quitur per eas visionem fieri non posse. Siquidem, vt propos. 26. ostensum est, eius quod
videtur species debet in centrum glacialis humoris peruenire: at magnitudo aliqua cen-
tro visus, quod solum punctum est, exæquari non potest: igitur per species formales,
quarum repræsentandi vis in magnitudine posita est, nequit visio celebrari. Quare spe-
cies visibiles non sunt formales, seu expressæ rerum similitudines.

Erunt ergo virtuales, hoc est eius naturæ qualitates, vt non in illis, sed per illas obie-
cta cernantur. Ita quidam philosophi rem obscuram haud sanè impropriè paucis verbis
C elucidarunt. Nam in formali atque expressa imagine res ita apparet, vt imago primò
ac per se visui spectanda exhibeatur, res verò interno tantum sensu ex apparente simili-
tudine colligatur: at per virtualem similitudinem, res ipsa vti primarium obiectum
oculis sistitur, ita vt imago, licet in oculo sit, facultatemque moueat, tamen ignoretur,
nisi ratio intelligentiaque accedat, quæ obiectum non per se, sed vicaria aliqua sui simi-
litudine videri argumento persuadeat.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Species sunt omnino formæ sensibiles.

D

QVI species sensu percipi negant, id primò experientia comprobare nitun-
tur; nusquam enim illas videmus, & præter corpora luce coloribusque
affecta nil vspiam apparet: igitur quæ nusquam cernuntur species, omnino
sensum fugiunt.

Rationem quoque addunt. Quoniam si sensibiles essent, visioni offi-
cerent potiùs, quàm conducerent. Idcircò enim flaua bilis, quę oculi humorem occupa-
uit, omnia suo colore perfundit, quia ipsa per se primò ad sui adspectum sensum allicit:
deinde per eius diaphanum, ceu per tinctum vitrum cetera flauedine respersa apparent.
Sic & qui suffusione laborant, nihil præter ipsam vident. Ita ergo si species oculo insi-
E dentes, per se sensibiles sunt, visus ab ipsis præsidij nihil, impedimenti autem pluri-
mum accipiet.

Rursus quemadmodum habitus qualitates quædam sunt vsu comparatæ, quas qui-
dem facultas non percipit, iis tamen ad obeunda munia velut opportunis instrumentis
vtitur: sic & species ad videndi actum apprimè necessariæ sunt, etsi ipsas facultas non
persentiat. Hinc colligas species non per se, at per ipsas cetera spectari.

Verùm species sensibiles esse, ac visu quidem tum occultè percipi, tum etiam mani-
festè internosci, & ratio & experientia conuincunt. Cùm enim visio, ac vniuersè omnis
sensio quædam sit passio, quis neget (illos interrogo, qui specierum vsum admittunt)
F ab obiecto remotè, proximè autem à specie sensum pati? hanc igitur facultas sentit, etsi
nondum perfectè dignoscat. Deinde species coloris verus est color, non secùs ac lumen
à corpore lucente emissum verè est lumen, deque lucis natura prognatum, etsi defæca-
tioris essentiæ, quàm sit vel lux vel color materiæ congenitus. Quid ni igitur intentio-
nalis hic color, æquè ac lumen, sub aspectum venire poterit?

Præterea hanc maximè ob rem species repræsentandi vim habent, quòd veri colores
sint: hi enim dum ἀραχνοειδῆ, cui principem cernendi vim inesse diximus, afficiunt,
quidquid eis exterius respondet intra pyramidis opticæ latera comprehensum, id omne
simili colore perfusum videtur, ac talis etiam figuræ, qualem simulachrum in aranea
obtinet; magnitudine verò maiore vel minore, pro amplitudine anguli in quem vertex

pyramidis opticæ terminatur. Igitur quod tinctum vitrum, hoc idem præstat sensorio A infusta species, quæ proinde iuxtà ac vitrum proximè, obiectum autem per ipsam remote sed primariè sentitur. Idemque confirmat philosophi auctoritas lib. 2. de anima cap. 11. textu 121. vbi sensum id esse ait, *quod sensibiles sine materia formas suscipere potest, perinde atque annuli signum sine ferro vel auro suscipit cera.*

Nunc, quo pacto etiam manifestè species dignoscantur ad instar obiectorum primariorum, certissima docent experimenta. In primis nemo, vt arbitror, inficias ibit lumen à corpore lucido profectum, atque in res quaslibet opacas receptum videri, nisi oculos occæcatos habeat. Hinc enim lucis vsura priuatos dicimus non eos tantum, qui solem ipsum aut lucernæ flammam non dignoscunt: sed illos etiam, qui lucis intentionem B rebus omnibus affusam non perspiciunt. Et quis obsecro aërem lumine collustratum à tenebricoso & obscuro non discernit? Habet enim aër nonnihil de substantia opaci, quo luminis portiunculam retinet, quam proinde in aëre manifestè contuemur. Est verò, vt iam sæpè diximus, intentionale lumen vera species atque imago corporis lucidi. vnde non semel Plato in Timæo lumen appellat solis imaginem. ergo negari omnino non potest, species, quas natura ad visum comparauit, formas esse sensibiles. Eademque proprietas inest coloribus, quorum intentiones, etsi propter imbecillitatem non ita conspicuæ sint, quemadmodum lumen; tamen seclulo impensiori lumine, manifestè videntur, vt propositione 42. luculenter ostendimus: vbi insigni spectaculo species per dioptram transmissæ in charta conspicuæ à nobis exhibitæ sunt. Cuius etiam generis C esse diximus illam colorum phantasiam, quæ repercussione ab infectis corporibus, in vicinos parietes transmissa conspicuè apparet.

Sed an etiam illa imago quæ in speculo cernitur, species sit, an res ipsa? Alij aiunt, alij negant. Speciem esse his argumentis probari videtur. Primò, quia id quod in speculi profunditate obertat, non tam verum aliquod corpus, quàm phantasticum atque imaginabile esse potest. Vnde illud ab Apostolo Iacobo in epistola vsurpatum cap. 1. *Si quis auditor est verbi, & non factor, hic comparabitur viro consideranti vultum natiuitatis suæ in speculo: considerauit enim se, & abiit, & statim oblitus est qualis fuerit.* Deinde res vera minimè ibi est, vbi idolum apparet. Est igitur hoc aliud à reipsa; at nihil aliud esse potest quàm species. Ergo quod in speculo cernitur species est, non autem res vera. D

Contrà, non speciem, sed rem ipsam in speculo videri, argumento est, quòd phantasia in profunditate speculi immersa appareat: si autem species esset, ea in speculi superficie, vbi terminatur, necessariò videretur. Non est ergo species, sed res ipsa, quam in speculo cernimus. At quomodo res intra speculum videtur, cum ibi non sit? Respondeo in omni specierum inflexione rem alio loco, quàm reuerà sit, apparere. Rursus cur adeò debilis figura ostenditur? Respondeo, quia repercussione languescit. Vnde secunda inflexio obscurior est prima, & tertia quàm secunda, atque eodem ordine ceteræ. Sed de his ista sufficiant, cùm fusius in Catoptricis sint pertractanda: quod & Deo dante facturi sumus, si vita sit comes.

Quæ de imaginibus in speculo apparentibus diximus, de illa quoque phantasia, E quam in alterius pupilla cernimus, sunt intelligenda; est enim illa velut à conuexo speculo repercussum intuentis simulachrum: cornea siquidem tunica propter læuorem formas rerum obiectarũ remittit; at rebus ipsis minores, propter sphæricam conuexitatem.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Species sunt formæ homogeniæ.



QVI asserunt diuersa lumina in eodem medio concurrentia, in vnum lumen coire intensius quam sint singula, non autem se mutuò distincta penetrare; ij hoc idem de colorum speciebus sentiunt, eos nempe in eodem medio diaphano in vnam speciem vniri, non quidem essentiæ vnitate, cùm formæ diuersorum colorum essentiâ differant; sed partim quantitatis continuatione, partim intensionis augmento, adeò vt ex omnibus simul colligatis, vna species heterogenia conflетur: quam quidem ita ab obiectis omnibus pariter agentibus prouenire asserunt, vt non pars vna ab vno, alia ab alio, sed tota à singulis, singulorumque partibus obueniat; ad eum modum quo boues coniugati singuli totum aratrum vti concausæ trahunt. F

A Verisimilius autem nobis videtur notionalia lumina se mutuò distincta penetrare, cùm iam sint suo modo à materiæ crassitie libera atque seiuncta. Non aliter quàm corpora beatorum sublata mole ac densitate, qua se mutuò extrudunt quæuis corpora, nullo obsistente, permeant. Idem igitur de colorum formis sentiendum est, ac præsertim de illis, quæ essentia distinguuntur. Vt enim nemo dixerit, calorem, & sonum, & lumen, cùm in eodem medio concurrunt, in vnam heterogeniam qualitatem coire; ita nec diuersorum colorum species inter se, aut cum notionali lumine, dum in eodem medio conueniunt, vniri, atque vnam speciem efficere existimandæ sunt.

Hoc tamen lubens concessero, vnius continuati coloris speciem continuam esse. B Non enim minùs possibile est species, quàm colores ipsos quantitatis beneficio continuari. Si ergo colores, quamuis essentia diuersi, quantitate copulantur, cur non etiam illorum species?

At quamuis omnium rerum aspectabilium species in vnam conflarentur, quemadmodum alij contendunt; necdum tamen ea species heterogenia esset. Non etenim heterogenium illud vocatur, quod ex diuersis natura mixtilibus constat; sic enim præter simplicia elementa, corporaque cælestia, quidquid reliquum est, dici heterogenium posset, & deberet, sed illud, quod ex integris partibus diuersarum naturarum coagmentatur, vt homo, belua, arbor: homogenium autem illud dicitur, cuius partes vnius sunt naturæ atque essentiæ, vt sunt metalla, lapides: hæc enim quamuis simplicibus C constent natura diuersis, ea tamen ita sunt diuisa, atque permixta, vt nullam sit partem assignare, quæ non ex omnibus mixtilibus constet. Eodem prorsus modo, secundùm aliorum sententiam, species intentionalis ex omnium colorum speciebus conflatur, ita permixtis, vt omni in parte omnium colorum species reperiantur. Cùm enim quiuis color in omnem partem medij sui speciem mittat, necessum est, vt vicissim in quamuis medij partem omnium colorum species concurrant; atque ita omnium colorum species per torum medium diaphanum, quod sphæra actiuitatis continetur, confusæ erunt, nullamque eius partem dissignare licebit, quæ non sit pariter mixta vt ceteræ. Erit igitur hæc mixta species perfectissima partium similitudine homogenia, quod propositum erat demonstrare.

D

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Ex omni parte corporis aspectabilis, in omnem partem medij circumfusi species prosiliunt.



QVEMADMODVM à quauis parte corporis luminosi, ad omnem partem medij perspicui radij lucidi protenduntur, modò nullum corpus opacum tectæ luminis profluentiæ obuium occurrat: ita à quouis puncto corporis colorati, color decisus vehitur luminis ope ad quodlibet punctum me- E dij diaphani, modò nullum item corpus interpositum viam obsepiat.

Agentia enim naturalia necessitate quadam naturæ in proprias actiones feruntur, nec sublatis impedimentis possunt non agere, in omne illud spatium quod eis natura concessit, (sphæram dicunt actiuitatis.) Igitur vnaquæque pars corporis colorati aget, & quidem in omnem partem medij circumfusi, quousque tandem positis à natura finibus terminetur.

Et sinè nisi in omnem partem medij quæcumque pars rei visibilis sui imaginem destinaret, sed vel omnes obiecti partes in aliquam medij, vel aliquæ partes obiecti in omnem partem medij; consequens esset, vt non ex quauis medij parte omnes obiecti par- F tes perciperentur: sed vel ex aliqua tantùm parte medij, vel aliquæ tantùm obiecti partes ad visum pertinerent, quod manifesta euertit experientia. Igitur ex omni rei visibilis parte, in omnem partem medij actio deriuatur.

Hinc fit, vt corpora tam lucida, quàm colore infecta, quo maiora sunt, eo longiùs actionem protendant. Namque cùm secundùm omnes suas partes, in quoduis punctum medij actionem intendant, quanto plures illæ atque ampliores vnà conspirant, tanto qualitas in singulis partibus excitata maiorem vim obtinet, vt longiùs progrediatur.

Sed & illud hinc consequitur, quòd grandiora corpora è remotiori loco conspici valeant quàm minora; siue ea à lumine, siue à colore aspectabilia sint, quòd illarum actio longiùs excurrat.

A

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Species medium traijciunt in instanti.

SÆPE iam dictum à nobis est, magnam esse specierum ac luminis cognationem: ex qua permultæ affectiones vtrique communes obueniunt, inter quas hæc quoque meritò connumerari debet, quòd species æque ac lumen quantauis spatia, temporis momento emetiantur. Idque ex eo demonstrari potest, quòd species nusquam sine lumine subsistant; lumen B
autem, vt per se notissimum est, instanti temporis vniuersam actiuitatis sphæram peruadit: igitur & species. Hoc argumento visus est Lucret. lib. 4. naturalis hist.

Et quasi multa breui spatio submittere debet
Lumina sol, vt perpetuò sint omnia plena:
Sic à rebus item simili ratione necesse est
Temporis in puncto rerum simulacra ferantur.

Deinde eadem qua lumen causa, & ipsæ species instantanea motione totum spatium implent: quia nempe ipsis nil est contrarium, quod illarum productionem remoretur.

Rursus præter lumen nihil adeò ad spiritualium accidentium naturam accedit, quàm notionalis color, seu visibilis species. Oportet ergo huius emanationem, quæ simplicissima est, momentaneam esse; ac nulla mora per amplissima spatia diffundi. Vnde C
D. August. lib. 12. super Genes. ad litteram cap. 16. eam ob causam species sensuum spirituales vocat, quòd medium traijciant in instanti.

Idem demum experientia confirmat: etenim proposito obiecto, mox visio subsequitur; nec perinde vt in auditu, qui latione soni fit, sic inter obiecti propositionem actumq; cernendi temporis aliquid intercedere deprehenditur, quantauis intercapedine obiectum visusque dissideant. Igitur species iuxta lumen instantaneos processus habent.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

D

Species rectis semper lineis protenduntur.

VTI superior, ita hæc quoque proprietas in lumine atque coloribus communem causam habet. cùm etenim nec lumen nec species qualitates firmæ sint, nec de illarum genere quæ semel productæ suapte vi consistunt; sed sint potiùs perennes quædam actiones à luminosis coloratisq; corporibus effusæ; necesse est eas à continuo causæ influxu ita pendere, vt eo obsepto, vel sublata de medio causa, ipsæ confestim intereant. At omnis actio secundùm naturæ leges breuissimis semper lineis intentatur, vt eò sit efficacior quò breuior. nam longiùs effusa languescit. Igitur rectis lineis, quæ breuissimæ sunt, & lumen & colorum species porriguntur, nisi tectæ illorum influentiæ corpus aliquod opacum interponatur, quod actionem intercipiat. E

Simile quiddam, at longè admirabilius videre est in Herculeo lapide, cuius actio vnica dumtaxat recta linea perreptat penetratque, cuius extrema polorum vim obtinent, vt illis haud ignotum est, qui eius naturam inuestigarunt. Eodemque modo ignis propria actione sursum contendit, terra verò deorsum. At color iuxtà ac lux impetum suæ actionis vndequaque diffundunt, rectis tamen, vti dictum est, lineis.

Propositione 48. dictum est, in quauis parte medij omnium circùm iacentium rerum formas atque imagines permixtas contineri. vnde oritur non leuis dubitatio, quonam pacto confusa illa atque indigesta specierum miscella, res omnes distinctè queat repræsentare? Cuius solutionem facile est ex hac propofit. elicere. Tametsi namque per vniuersum medium species omnes vagentur, vis tamen earum quæ in visum aguut secundùm rectas tantùm lineas ab obiecto ad centrum visus extensas, diffusa est, vt iam iam ostendimus. Ex quo fit, vt quidquid sub aspectum cadit, ordinatè priùs ἀσυγχύτως pertranseat, quàm eius actio in centrum visus definiatur, vt mox proposit. sequente perspicuè demonstrabimus. F

Hinc etiam corroboratur illa nostra sententia, quam propos. 47. explicauimus; species nempe diuersorū obiectorum in eamdem partem medij ita conuenire, vt tamen in vnam

A vnam speciem minimè coalescant. Etsi enim propter exactam mixtionem non liceat singulas specierum entitates reipsa distinguere, possunt tamen mente disiungi, quòd vnaquæque propriam actionem habeat. Nam solæ illæ ex omnibus facultatem immutant, quarum actio per rectas productiones in centrum visus terminatur. Sicut & lumina quamuis in eadem parte medij plurima conueniant, distingui nihilominus ea dicimus, quòd ab eodem opaco corpore diuersas vmbras proijciant, vt fusiùs l. 5. explicabimus.

Hinc facile est causam elicere, cur res à tergo sitæ non videantur. nequeunt enim inde ad visus superficiem rectæ lineæ duci, propter corporis interiecti densitatem.

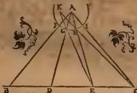
B

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Species ordinatè ad visum perueniunt.

CVM iam ostensum sit visibilium rerum actiones rectis lineis efferri, perspicuè sequi videtur, ex omnibus speciebus, quæ circumquaque sparguntur, solas illas visum stimulare, quæ ab obiectis ad centrum crystalloidis attingunt. Ex quo vlteriùs fit, vt quamuis in eodem medio existat omnium specierum confusio, illæ tamen quæ potentiam excitant, minimè permisceantur: sed seruata distinctione, quam res ipsæ habent, sensim contrahantur, quousque tandem in centrum visus simul omnes illabantur.

C Quod ex adiuncta figura clariùs elucescet. Esto in ea crystalloidis centrū A, obiectum verò B C, cuius pars B D flauo, pars D E rubro, pars E C cæruleo colore conspicua sit. Dico punctum B, etsi infiniti radij ab eo exeant, vnico tantum, qui nempe in A pertingit, videri, quòd aliorum radiorum actio visum minimè feriat. Idemque de ceteris punctis D, E, & C, iudicium esto. Rursus dico partem B D solis radiis B A, D A, ceterisque in A pertinentibus conspici: iis verò, qui ab ea-



D dem parte B D infiniti omnem in partem producuntur, non item; eamdem ob causam, quam modò diximus, quòd videlicet hi nullam actionem in visum intendant, quod & in ceteris partibus D E, E C, facile erit demonstrare. Præterea cùm F I araneæ tunicæ portio omnes lineas B A, D A, E A, & C A intersecet, palàm est species partium B D, D E, E C, ita in superficie araneæ ordinari, vt singulæ partes tunicæ singulis obiecti partibus respondeant.

Et quamuis in eamdem partem araneæ, verbi gratia, G H, præter D E, aliarum quoque partium obiecti species concurrant, ac pariter confundantur; hinc tamen nulla perturbatio in oculi functione obuenire potest, quòd per species, quæ in centrum cry-

E stalloidis non diriguntur, vt sunt E K & C K, videndi facultas neutiquam immutetur.

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Rerum imagines oculo impressæ, amoto obiecto illicò euanescunt.

SPECIES quæ in visum consignantur, non ita ab obiectorum præsentia pēdere, vt iis amotis illicò extinguantur, censuerunt nonnulli interpretes

F Aristotelis in librum de sensu & sensili, & in librum de insomniis. Aiunt enim sublato sensibili relinqui adhuc sensationes quasdam perbreues elicitas ex speciebus nondum extinctis. Quæ sententia probari potest, primò, quia species acuuntur & hebetantur ratione subiectæ materiæ. Habent enim quosdam incrementi & decrementi gradus secundùm eam latitudinem, quæ ex intentione & remissione desumitur, quibus successiuè augeri ac minui possunt. Ex quo fit, vt visibili subitò ablato, etiamnum secundùm aliquam huius latitudinis partem in organo perseuerent. Poterit igitur visus ad continuandam functionem his tantisper vti, dum sensim deficiant, ac tandem etiam penitus euanescant. Assumptio probatur, quia obiectum quò propinquius est (non tamen quàm par est) eò efficaciorem speciem iacit.

 Hinc

Hinc enim viciniora magis dearticulantur, distinctiusque secundùm omnes partes cer- A
nuntur, quia nimirum species quæ cum lumine in oculum importantur robustiores
sunt: remotiora videntur obscurius, quòd tanto imbecilliores species euadant, quanto
longius ab origine discedunt. Igitur species visibiles eam latitudinem admittunt, quæ
secundùm intensionem & remissionem vocatur.

Secundò, color, odor, sapor, ceteræq; sensibiles qualitates, prohibita effectrice causa
in propriis subiectis perseuerant. Poteruntergo & species, quarum par ratio est, aliquan-
to saltem temporis spatio in potentiis perdurare, sublatis obiectis à quibus producuntur.

Tertiò, sæpè quæ in vigilia præcepta fuerunt, postmodum in somniis ita clarè repræ-
sentantur, vt nemo dubitare iure possit, quin ea externis sensibus præsentia sint: at res B
ipsæ verè absunt. Igitur sola specie in sensorio asseruata coràm assistunt.

Quartò, certiora accedunt experimenta à vigilantibus deprompta. In primis
D. Augustinus libro 11. de Trinitate cap. 2. ita scribit: *Cùm diusculè attenderimus
quæcumque luminaria & inde oculos clauserimus, quasi versantur in conspectu quidam lu-
cidi colores variè sese commutantes, & minùs minusq; fulgentes, donec omnino desistant:
quos intelligendum est reliquias esse formæ illius, quæ facta erat in sensu, dum corpus luci-
dum videretur.* Idemque confirmat communis hominum sensus. Igitur ablato lumi-
noso remanet illius species in sensu. Audi etiam, si placet, philosophum de eadem te ita
scribentem lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *Qui conspectum à colore validiore, aut
de sole in opacum transtulerint, non cernunt. Motio enim quæ iam vehemens inest, impe-* C
dit eam quæ extrinsecus accidit. Et lib. de insomniis cap. 2. *Sensibilia*, inquit, *ipsa in
nobis per singula sensoria sensionem efficiunt: & affectio, quam ea inuehunt, non modò
in sensoriis inest, cùm sensus agunt, sed etiam cùm ab opere discessere.* Et mox: *Si sen-
sum de sole in opacum conuertamus, comitatur eum affectio: euenit enim vt nihil cernas,
propterea quòd commotio, quæ à lumine profecta est, oculos adhuc possideat. Item si quid
album aut viride diutiùs aspexerimus, ad quodcumque aspectum nostrum deferamus, con-
color illi videtur.* Eadem Themistius lib. de insomnus pulchrè describit his verbis:
*Si quis aspectum ab aliquo, quod intentissimè obtutus sit, conuerterit, comitabitur nihilo-
minùs eum forma rei quam spectauerit, quasi affectis possessisq; priore pulsu oculis. Prohinc
qui de sole in opacum se conferunt, confutatis præ nimio splendore luminibus non cernunt.* D
*Item si quid præcandidum aut viride diutiùs aspexeris, quidquid oculis inciderit, videbi-
tur concolor. Sed & si oculos contra solem, aut aliquid quod fulgeat, tendas, deinde conni-
ueas, primùm aliquis color videbitur, qualis albedo, aut viriditas est, tum is se in puniceum
conuertet, proximè in purpureum, atque ita deinceps in alios, postremò in atrum, à quo eua-* •
*nescit, exolescitq;. Eodem modo quæ motu cito mouentur, obtutus nostros confringunt, vt si
in profluentem rapidum direxeris, facit porrò æstuatio & vertigo, vt quæ stant, moueri
videantur.* Illustrius verò illud est, quod in insertis cancellatisque fenestris ex transen-
narum aspectu percipimus. Has enim si aliquamdiu firmiùs intuiti fuerimus, etiam
figura distinctioque solidi & vacui oculis clausis inhærebit, ratione tamen contraria.
Nam vacua per quæ lumen translapsum aspeximus, obscura apparebunt; solida autem, E
luminosa. Ex his ergo omnibus concludi posse videtur, ea quæ in sensuum organa inue-
huntur moram quamdam in illis trahere, non modò cùm in actu sunt, verùm etiam
cùm sublatis externis rebus ab opera discessere.

Contraria tamen opinio, quæ asserit sensuum externorum species non nisi præsenti-
bus sensibilibus etiam breuissimo tempore conseruari, & communior, & verisimilior
videtur: potestq; ex eo demonstrari, quòd species non tam sint qualitates firmæ, quàm
perennes quædam actiones, atque obiectorum conatus, quibus continuò potentias ad
agendum existimulant: quamobrem earum productiones non simpliciter fiunt, sicut
aliarum qualitatum, quæ proinde ibi consistunt, vbi eas effectrix causa ponit; sed rectis F
semper lineis, ac temporis momento protenduntur. At sublato obiecto, intercidit actio;
igitur & species ipsæ, quæ nil aliud sunt quàm protractæ perennatæque actionis affectio-
nes, amoto obiecto illicò euanescunt. Deinde *species*, inquit D. August. loco citato,
*sunt velut in aqua impressum vestigium, quod tamdiu est, donec ipsum corpus, quod impri-
mitur, inest; quo ablato, nullum erit.* Et sanè si perdurarent aliquantisper amotis obiectis,
id semper aut maiori parte, & alicuius vtilitatis gratia eueniret; non accidit autem
neque semper, neque pro maiori parte: si quando verò simile quidpiam experimur, vt
superiora argumenta ostendunt, id nullo emolumento, sed potiùs magno organi dispen-
dio fit, atque aliam ob causam, quàm nunc tempestiuum est explicare.

Ad

A Ad argumenta contraria. Et ad primum neganda est consecutio: iam enim proximè
ostendimus eam esse specierum naturam ac conditionem, vt quantumlibet intensæ
fuerint, sine perenni effectricis causæ influxu, ne momento quidem temporis possint
subsistere.

Ad secundum eadem est responsio. Hoc enim inter species & firmas qualitates interest, quòd hæ firmum existendi modum accipiant; illæ verò à continua emanatione ac causæ præsentia dependeant.

Ad tertium respondeo, eam affectionē non inde prouenire, quòd, vt Auerroës comminiscitur, cōtingat nos in somniis verè sentire sensibilia per sensus externos, licet absen-
B tia sint; qui tractatu de somno & vigilia, id ait accidere tedeuntibus ab internis sensibus
ad externos absentium rerum imaginibus. Sicut enim, inquit, sensibilia externa mouent sensus externos, & hi sensum communem, is imaginatiuam: sic inter somniandum, conuerso ordine imaginatio mouet sensum communem, hic sensus externos.
Non inquam ita se res habet. nam species quę ab obiectis in sensus externos proueniunt, altiùs non prouehuntur, cùm ab his sensus communis alias species altioris ordinis efformet, quas mox imaginatiuæ impertit. Prouenit ergo id ex eo tantùm, quòd sæpè tam efficaciter internus sensus sibi quædam effingat, vt ea se externo sensu percipere arbitretur. Nam teste D. Augustino supra cap. 4. *tanta sæpè est similitudo externæ speciei cum ea quæ intus ex memoria exprimitur, vt nec ipsa ratio discernere possit vtrúmne foris corpus*
C *ipsum videatur, an intus tale quid cogitetur.* Hoc autem non tantùm in somnis, iisque
præcipuè quos ephialtes inuadit, sed etiam in vigilia interdum contingit, vt cogitatione occupata voluntas sese auertat à sensibus, sicque formet animi aciem variis imaginibus sensibilium rerum, vt ipsa sensibilia coràm assistere existimentur. Fiunt porrò istæ impressiones imaginum, & cum appetendo in talia voluntas intenditur, & cùm deuitandi causa rapitur animus in ea contuenda, quæ fugiat; idque siue sopitis sensibus, vt sunt dormientium, siue ab interiore compage turbatis, sicut sunt furentium. Quibus ipse quoque philosophus adstipulatur libro de insomniis cap. 2. asserens *facilè decipi circa sensus homines in aliqua affectione positos, vt meticulosum in metu, amatorem in amore, adeò vt ex tenui similitudine alter hostes se videre putet, alter quem amat. Et quò quis*
D *vtique arctiùs ipso affectu possidetur, eò leuiori similitudine talia sese illi offerunt. Eodem*
modo & qui ira, & qui denium quacumque alia cupiditate rapiuntur, facilè circumscribi solent, ac tanto quidem procliuiùs, quanto magis libidine ipsa ducuntur. Vnde etiam fit vt febrientes interdum animalia quadam in parietinis videre videantur exigua similitudine permoti, quam lineamenta quadam congesta prætendunt. Hæc ille.

Pro quarti argumenti solutione, sciendum est obiecta duobus modis in externos sensus agere: vno intentionaliter, cùm scilicet propriam imaginem in organum obsignant; altero realiter, cùm violenta motione organum concitant. Prior illa actio obiecto sublato pariter occidit: hæc verò etiam causa cessante aliquamdiu perseuerat. Quod lationis atque alterationis exemplis idem philosophus superiùs citatus explanat his verbis:
E *Etenim quæ lationem subeunt, eo quod propulit non ampliùs tangente, cientur. Consimili-*
ter & hoc quoque in alteratione fieri putandum est. Illud enim quod calentis rei opera incaluit, quod sibi vicinum est calefacit, penetratq́ successio hac ad id vsque quod primùm calefieri potest. Quare & ei cui sentiendi facultas commissa est, hoc idem accidere necesse est, cùm sensum, qui in actu constitutus sit, alterationem esse quandam constet. Vnde eadem ex causa hæc mox idem subnectit philosophus: *Qui obtutum ab hisce quæ mouentur, vt ab amnibus ocyssimè labentibus, aliò transferunt, iis quæ stant, moueri videntur; & ab ingentibus sonis surdastri redduntur, & ab odoribus vehementibus ægerrimè olfaciunt:* ita inquam ab impenso lumine affectio quædam in sensiterio relinquitur, vehementi motu conci-
F tata, qua interdùm sensus etiam ipse funditus euertitur. Vnde fit, vt cancellorum va-
cua, per quæ lumen in oculum receptum fuit, eo occluso obscura appareant, quòd nempe eas organi partes quæ vacuis respondebant, lumen hebetauerit. Praua siquidem affectio, tenebrarum speciem refert: vti incolumitas aliarum partium, quæ solidis obiectæ fuerant, speciem præ se fert luminis, ob spirituum animalium affluxum, quos propositione 11. lucidos esse diximus.

OBIE-

OBIECTI VISVS CONDITIONES. A

IN ceteris naturæ actionibus, præter effectricem causam quæ agit, obiectamque materiam quæ patitur, nonnullæ conditiones postulantur, quibus ambæ ad propria munia ritè obeunda disponuntur. Ignis namque, exempli gratia, præter eam, quam ex essentiæ principiis obtinuit agendi potentiam, requirit insuper calorem quemdam instrumentarium, quo appositam materiam alteret, ac prætereà nisi magnitudine aliqua ac densitate præditus sit, nihil omnino B *efficere poterit: materia verò nisi sit pinguis, atque igni vtcumque vicina, nullam actionem formamque suscipiet. Ita oculus, atque res aspectabilis, ad visionem præstandam proprium exigunt apparatum. Ac de oculi quidem proprietatibus huc vsque dictum est satis: nunc de iis, quibus obiectum instructum esse oportet, pauca dicenda restant. Sex porrò dumtaxat eiusmodi conditiones numerantur; videlicet, opacitas, magnitudo, oppositio, distantia, medium, atque illustratio: quas rectè* Conditiones *nuncupamus, quòd sine eis res aspectabiles sub obtutum venire omnino nequeunt. Plotinus Enneadis* 4. *lib.* 5. Conferentia *nominat, quòd ad visionem plurimum* C *conferant ac conducant.*

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Imperuium esse oportet quidquid sub aspectum cadit.

PERMVLTA sunt quæ huic propositioni aduersari videntur. In primis gemmæ non paucæ, etiam quæ inter perspicuas censentur, vt carbunculus, smaragdus, sapphyrus, hiacynthus; vitrum item, crystallus, aqua, D atque alia eiusdem generis plurima videntur, quæ tamen peruia sunt. Deinde aër ipse impensè diaphanus, sub aqua conspicuus est: quo pacto etiam corpus, quamuis summè pellucidum, cerni posset. Nullo igitur iure hæc proprietas in obiecto visus exigitur: quod quantumuis transparens, nihilo tamen minus videri atque internosci potest.

Verùm opacum esse oportere omne quod videtur, ex natura tum obiecti tum visus ipsius demonstrari potest. Nam ea in primis extra controuersiam est obiecti conditio, vt vel lumine vel colore affectum esse debeat: at lumen & color solius corporis opaci sunt proprietates, vt propositione 31. ostendimus. Igitur omne quod videtur, opacum sit necesse est. Deinde hæc quoque visus natura est, vt in eo quod cernit terminari de- E beat, sed in diaphano obtutus terminari non potest, cùm eiusmodi corpus & lumini & speciebus impunè sit peruium. Igitur in solo opaco oculorum acies figi terminarique potest, quod proinde solum videri est aptum. Accedit & ab incommodo desumpta argumentatio. Si enim perspicua corpora æquè atque opaca cerni possent, omnis penè visio confusa ac perturbata foret. Nam vno corpore post aliud diaphanum existente (quod sanè frequentissimum est) æquè quod posterius, ac quod prius est, videretur; cùm posterioris dignotio ab anteriore diaphano non intercipiatur. Vtrumque ergo eamdem oculi partem eodem simul tempore, atque ex æquo afficiet; sicque confusa erit vtriusque imago, atque indistincta cognitio. F

Huic grauissimo incommodo sapientissimus naturę architectus hoc modo prouidit, vt perspicua corpora visibiles qualitates transmitterent, opaca verò easdem sisterent, ac velut sufflaminatas transitu prohiberent. Ita enim per illa velut per idonea media lucem opaca recipiunt, quam per eadem propriis iam coloribus affectam ad oculos refundunt. Ex quo visionem aptè celebrari contingit.

Hinc illud fit, vt nec lux nec color in diaphano corpore recepta appareant, nisi fortè portiunculam aliquam opacitatis admixtam habeat, quæ lumen ac species colorum sistat, atque aciem oculorum firmet. Quam ob causam propositione 31. diximus, gemmas quæ diaphanæ habentur, vti & vitrum, & crystallum, aliaque eiusmodi ita videri,

vt

A vt etiam profunditatem illorum visus attingat. Si autem aspectabile corpus minùs opacum fuerit, quàm medium, tunc velut per quamdam priuationem illud conspicietur, vt sub aqua aër natura simplicior. Atque ita explicandę sunt obiectiones initio positę.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Visibilia quadam ob paruitatem delitescunt.

PRÆTEREA obiectum vt iusta magnitudine diductum atque expansum
B sit, ad veram perfectamque visionem exigitur. nam certa experientia discimus, res quasdam ob paruitatem conspectum omnino effugere. Cuius rei primatem causam non tam obiecti, quàm visiuæ facultatis natura in se continet. Cùm enim visio per pyramidem fiat (vt non semel est demonstratum) cuius vertex centrum sit visus, basis verò res ipsa, necessarium est, vt ex anguli verticalis amplitudine rerum magnitudines dignoscantur. sic vt maiores illæ appareant, quarum anguli qui ad verticem maiores sunt; minores verò illæ videantur, quarum ad verticem anguli sunt minores. Quare si tandem eousque attenuentur angulorum spatia, vt sub seosum non cadant, & res ipsæ visibiles, quæ his angulis ceu bases subtenduntur, omnino oblitescent.

C Datur ergo in iis quæ videntur, quidam paruitatis status, infra quem discerni ampliùs res nequeant, at vagus incertusque, quandoquidem non minor distantiæ quàm magnitudinis habenda sit ratio. Vnde quod iusta dimensione præditum est, vt è propinquo exactè videatur, è longinquo spectantium vim omnem obtutus effugiet; nihilque tanta mole distentum animo concipi poterit, quod non acutissimam oculorum aciem excedat, si infinito propemodum interuallo obsistat.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Visibile in sola oppositione videtur.

D OPPOSITVM id esse definitur, à quo ad superficiem visus rectà duci potest, quæ inde ad centrum glacialis humoris infringatur. Quare quæcumque visui opposita sunt, ea omnia intra maximam pyramidem opticam continentur: cetera verò quæ extra hanc vagantur, nec visui opponuntur, nec in oculum actionem aliquam inferre possunt.

Ratio porrò huius oppositionis ex eo ducitur, quòd rerum aspectabilium formæ rectis semper lineis protendantur, vt propos. 50. est demonstratum. Inde enim hoc velut consectarium infertur, nihil omnino conspici, nisi quod visui oppositum sit, hoc est eò loci constitutum, vnde sui similitudinem rectà in centrum glacialis humoris eiibrare possit, quæ dignoscendi facultatem ad sui obtutum excitet atque alliciat. Quæ etiam
E causa est, cur ea quæ à tergo sunt, non cernantur; non enim visui opposita, ibique locata sunt vnde illorum actionem visus excipiat.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Visus suapte natura infinitè extenditur.

SI emissione visio fieret, quemadmodum Stoici volebant, & qui de Platonis secta fuerunt, profectò non modò spatio aliquo, sed etiam breuissimo definiretur. At cùm ex Peripateticorum doctrina, partim susceptione, par-
F tim interna atque immanente actione visio perficiatur, eaque sententia vero simillima sit, vt pòst, cùm de natura visus agemus, perspicuum fiet; consequens est, vt visionem infinitè extendi suapte vi posse, nulloque ex se termino definiri statuamus. Siquidem non minùs aptum promptumque est visus organum ad suscipiendum formas rerum è longinquo promissas, quàm è propinquo: nec cum specie visibili obsignatum fuerit sensiterium, disquirit animus, priusquàm in actionem erumpat, an res, vnde illæ proueniunt, vicina sit, an longè dissita. Hæc enim abs re esse videntur, cùm ad actionem facultas sufficiat, obiectique per vicariam speciem præsentia. Igitur visus potentia ex sese in infinitum protenditur, nec vllis distantiæ finibus coërcetur: quod probasse oportuit.

PRO-

A

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vnumquodque obiectum spatio definitur, vltra quod videri non potest.



TAMETSI aspectus, vt proximè ostensum est, nullo coërcitus termino in immensum protendi suapte natura possit, nequit tamen obiectum ad quamcumque distantiam sui imaginem ex se effundere: sed iisdem ex causis actio eius definitur, quas velut obiecti conditiones paulò antè recensuimus. B

Atque in primis nebulosus aër obiecti distantiam celeriùs terminat. Perspicuum est enim non æquè per nebulosum aërem, ac per sudum, res è longinquo spectari. Deinde obiectum qualitate minùs conspicua affectum, aut infirmiore lumine collustratum, segniùs agit, ac proinde minùs longè actionem diffundit. Quare è remotiori loco videtur, quod vel propria luce fulget, vel aliena collustratur, quàm quod subobscurum est, aut offusum tenebris. Rursus è remotiori interuallo aspicitur color runius, quàm fuscus. Igitur non tantùm medij impedimenta, verumetiam ipsæ primæ visibiles qualitates, quarum beneficio res omnes sub visum cadunt, definitam actionem habent, quamobrem res ipsæ non ex quauis distantia cerni possunt. C

Præterea ex ipsa quoque magnitudine argumentum sumi potest; quæ eò semper minor apparet,



quò res longiùs abest, quoad tandem ob paruitatem oculorum aciem penitus fugiat. Esto namque BAC minimus angulus, sub quo obiectum BC videri potest: dimoueaturque BC in D. Dico illud iam videri non posse. Si enim videretur, sub minori vtique angulo comprehenderetur, quàm in priori statuitur cùm positus sit angulus BAC minimus, sub quo BC spectari possit; erit angulus, quo D videtur, minor minimo, quod absurdum est: ergo omnino insensibilis est, quod probare nitimur: ac proinde D obiectum in D constitutum cerni ex loco A nequit. Omne igitur obiectum spatio definitur, vltra quod videri non potest, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Perfecta visio non minorem obiecti distantiam postulat, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos normales efficiunt.

E



NONNVLLI ea quæ visui superposita, aut omnino propinqua sunt, videri quodammodò hisce argumentis persuadere nituntur. Primò, humor corneam inter & crystalloidem congestus cernitur. Nam quibus ille parrem dumtaxat pupillæ occupauit, iis videtur macula quædam, ceu musca continuò ob oculos versari; quæ phantasia nil aliud est, quàm humoris obiecti contuitio. Secundò, non aliam ob causam ictericis omnia flaua ostenduntur, nisi quia inspersam oculis bilem primò percipiunt, quæ deinde affectio ad externa pertransit, & cuncta simili illuuie coinquinat. Tertiò, lumen quod oculo compresso excitatur, intra oculum existit: videri autem illud nemo, qui visum habeat, inficias ibit. Nil F igitur propinquitas cernendi facultati officit, nec quidquam obstat, quin res etiam superposita visui conspiciatur.

Pro huius proprietatis planiori intelligentia, notandum in primis est distinctè id solùm internosci, in quod axes optici vnà concurrunt: reliqua verò omnia obscure atque confuse, & velut ἀδιατύπωτα, aut, vt Sophoclis verbo vtar, ἀμορφα.

Deinde triplex eorum quæ in oculo sunt propinquitatis locus distinguendus est. Primus in ipso est glaciali humore, quem interdum glaucoma inuadit, immedicabile malum, hoc est natiui coloris in alienum mutatio: quibus id vitij adest, ij per fumum, aut nebulam, se videre arbitrantur. Secundus est in humore aqueo, vbi suffusio inter vueam

tunicam,

A tunicam & humorem cryſtallinum enaſci ſolet, id eſt, humoris præter naturam concretio, à cerebro per neruum opticum prolapſa. Tertius in cornea eſt tunica. Hanc caligo, nubecula, atque hallucinatio committit. Eſt porrò caligo, tenebroſa viſio ex denſiore facta cornea tunica. Rarum hoc vitium ex morbo; ex ſenectute frequens, qua membranæ & vngues craſſeſcunt. Nubecula, tenuis eſt humor corneæ inhærens, quo quis per medium non omnino diaphanum ſe videre putat. Hallucinatio eſt, qua omnia foris tincta videntur, ex alieno colore tunicæ corneæ offuſo, vt in ictero citrina, in phlegmone rubra.

In his omnibus affectionibus, ſi impactus humor perfectè opacus ſit totamque pupillam obtegat, planè cernendi functionem impedit; etſi facultatem ipſam, quæ in anima reſidet, non tollat. Hoc probat omnium philoſophantium conſenſus, ac medicorum experientia. Ratio etiam ipſa demonſtrat: nam humor qui in oculo deliteſcit, nullo lumine colluſtratus, perſpici non poteſt; vt argumentatur Ariſtot. lib. 2. de anima cap. 7. text. 73. ſed neque res ceteras videri patitur, cùm viſibilibus formis, quæ ab externis rebus in oculum deſtinantur, viam occludat. Idem enim præſtat quod palpebræ clauſæ, aut velum oculis obductum, per quæ, cùm opaca ſint, nullus ſpeciebus tranſitus conceditur. At ſi partem dumtaxat pupillæ occupat humor ille opacus, rerum quoque obiectarum partem offuſcabit, quaſi macula illis inducta, quæ ſuffuſionis obtineat figuram. Quod neutiquam ex eo prouenire credendum eſt, quaſi ipſa ſuffuſio cernatur, ſed quòd cernendi actum ex parte præpediat. Pars namque obiecti, quam contegit, dum per humoris opacitatem non percipitur, oſtenſionem quamdam facit maculæ rebus inuſtæ, quæ interdum muſcæ oberranti, aliàs telæ aranearum ſimilis eſt; non quòd verè illa phantaſia ſit alicuius rei conſpectio, ſed quòd potiùs ſit viſionis priuatio, quæ obſcurantis ſpeciem præ ſe fert.

Si autem perſpicuus eſt humor qui oculum vitiat, vt bilis in ictericis, in ophthalmicis ſanguis, is neque cernendi facultatem imminuit, neque actionem impedit; res tamen externas proprio colore infectas exhibet, colore nempe qui in oculo eſt, ſpeciei vim obtinente. Vti enim ſpecies haud per ſe diſtinctè in oculo dignoſcitur, per ipſam tamen, quidquid ei opponitur ita exhibetur, vt eiuſdem colore, figura, magnitudine, D ceteriſque aſpectabilibus proprietatibus affectum cernatur: ita ſi color aliquis oculum inuaſit, qui perſpicuus ſit, aut tinctum vitrum oculo proximum teneatur; colores ipſi propinqui, ſiue qui in oculo inſidet, ſiue qui in vitro eſt, diſtinctè non percipiuntur; at rebus externis affuſi putantur. Cuius quidem hanc rationem eſſe exiſtimo, quòd tum propter vicinitatem, tum propter tranſpatentiam nihil ſit in coloribus illis quod viſum terminet. Quare eò vſque affectio, quam oculo inferunt, peruadit, dum corpus aliquod opacum in iuſta diſtantia occurrat, in quod impingant, quodque illos pariter ac viſum definiat, ſiſtatque: tale enim eſſe oportere omne quod videtur, propoſ. 53. oſtendimus. Vnde colligas infirmam eſſe rationem illam, qua nonnulli probare nituntur inter viſum ac rem viſibilem ſpatium aliquod intercedere debere; quòd viſio per ſpecies fiat, ſpecies E autem ſine medio ab obiectis non reſoluantur. Non ſubſiſtit inquam hæc ratio, quia ſpecies ſunt diſtantium rerum vicariæ formæ, tum minimè opportunæ, cùm obiecta oculo præſentia ſunt.

Denique ſi inſertus oculo humor mediam naturam obtinet, quæ neque opaca omnino ſit, neque exactè diaphana, nebuloſam viſionem efficit, qua quis velut per caliginem res obiectas ſe conſpicari exiſtimat.

Præter triplicem hunc propinquitatis gradum, quem in oculo deſignauimus, quartum quoque extra oculum conſiderare licet. Continetur porrò is ſpatio illo quod ab oculo ad id vſque punctum, vbi neruis opticis axes ad rectos angulos inſiſtunt, exporri-F gitur. Quo loco viſionem quidem fieri contingit, ſed indiſtinctam tantò magis, quantò res oculo vicinior fuerit. Cum enim ex ipſius organi ſtructura conſtet propinquius oculorum aciem terminari non poſſe, quam vbi coniuncti axes neruis opticis normales exiſtunt, erit hoc punctum terminus minimæ diſtantiæ, in qua viſio diſtincta perfici poteſt; reliquo ergo ſpatio ad oculum vſque viſionem omnem confuſam turbidamq; eſſe oportet, quòd in eo nullus axium concurſus obueniat.

Ex his facile eſt colligere propoſitæ proprietatis demonſtrationem. Namque proximum illum, quem iam diximus, axium concurſum extra oculum fieri neceſſe eſt, vti neruorum opticorum fabrica demonſtrat. Igitur diſtincta accurataque inſpectio, non niſi ex certa ac iuſta diſtantia elici poteſt: cuius quidem breuiſſimum ſpatium puncto illo

illo terminatur, in quo concurſantes axes cum opticis neruis angulos rectos efficiunt. A
Quò verò deinceps res obiectæ oculo viciniores exiſtunt, eò grandiores apparent; proximæ autem adeò augeſcunt, vt tenebras oculo ſua mole offundant, ac velut indigeſtum chaos repræſentent.

Faceſſat nunc quorumdam opinio, qui huius rei cauſam in ſpecies viſibiles conijciendam volunt, quarum natura odoribus ſit quodammodò ſimilis. Vt enim, inquiunt, Moſchi odor è proximo grauis eſt propter admixtam craſſam fæculentamque ſubſtantiam, quæ iniucundum odorem reddit; è longinquo verò depoſita parte craſſiore purior effectus nares ſuauiùs ferit: ita ſpecies è proximo oculorum aciem retundunt; interuallo autem proportione quadam attenuatæ res diſtinctiùs ſpectandas exhibent. B

Hæc cùm ita ſint, obiectis initio argumentis nullo negotio fiet ſatis. Dicendum enim omnem opacitatem cryſtalloidi impactam diſcernendi functionem abolere; tollitur enim hoc vitio facultas radios in centrum colligendi, quam propoſit. 26. viſui apprimè neceſſariam eſſe diximus. Quæcumq; verò araneæ tunicæ intra oculum obijciuntur, ea nequaquam videntur, non ſolùm ob propinquitatem, verùm etiam quòd nullo lumine illuſtrentur, ſine quo nihil in rebus aſpectabile eſſe poteſt. Si verò lumine perfunderentur, hoc ipſum ita oculos oppleret, vt res obiecta dignoſci non poſſet: ſed nil præter confuſum quoddam lumen extra oculos indefinito loco conſpiceretur, vt oculo compreſſo accidit: quod tertium argumentum proponebat. De hac re conſule propoſit. 13. vbi diximus fulgorem illum ab interna parte vueæ tunicæ ad araneam humoremque C cryſtallinum remitti, atque ita videri: apparere autem orbicularem circuli in modum, quòd à ſolo ambitu pupillæ repellatur. quà enim patet pupilla, hunc nihil remitti poteſt. Videtur quoque extra oculum obuerſari, propterea quòd nequeat oculus certam ei diſtantiam propriumque locum aſſignare. quod idem ſuffuſionibus euenire, plurimorum hominum experimenta teſtantur.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Inter viſum & viſile neceſſe eſt medium intercedere diaphanum. D

PERSPICVA eſt huius propoſitionis demonſtratio ex ſuperiore. Cùm enim ſpatio aliquo diſtare ab inuicem debeant viſus, reſque aſpectabilis; ſi inane fiat hoc interuallum, non modò non exactiſſimè, (quod Democritus credebat, quem eo nomine reprehendit Ariſtoteles lib. 2. de anima cap. 7. textu 74.) ſed nequidquam nos viſuros conſtat, cùm nulla actio ab obiecto ad oculos per vacuum traduci queat. Deinde, *ſi nullus eſſet viſus intermedij corporis* (inquit Themiſtius lib. 2. de anima cap. 25.) *per quod colores veherentur ad ſenſum, ſumma ratio eſſet, quamobrem, quantò propiùs accederent imminerentq́; oculis,* E *tantò clariùs & exquiſitiùs cernerentur.* Oportet ergo plenum hoc interſtitium conſtituere, non quidem opaco aliquo ac denſo corpore, quod lumini rerumq́; ſpectris impetuium ſit: igitur diaphano, per quod vnà cum lumine emiſſitiæ rerum imagines, in omnem circùm partem diſtribuantur, tandemque ad aſpectum vſque, quocumque in loco ille conſtiterit, pertinere poſſint. Præterea viſus ſpirituali naturæ proximus eſt, obiectum verò quod videtur, nimis materiam reſipit. Igitur duo hæc per ſe haudquaquam coire poſſunt, vt notionem aliquam perficiant: ſed medio quodam opus eſt veluti ſpirituali, quod inuicem iſta conciliet. Hoc profectò eſt diaphanum, inter craſſam ac ſpiritualem naturam medio loco conſtitutum. F

In iis qui aquileges nuncupantur, reperiri quoſdam aiunt, qui profitentur ſe aquas ſub terra latẽtes contueri. Id verò ita ſe habere, ac reipſa fieri, non ignobiles noſtræ ætatis philoſophi arbitrantur, non tam rationibus quàm experientia in eam ſententiam adducti. Fuiſſe enim, atque etiamnum extare narrantur, qui variis in locis oculari inſpectione vberes aquarum prouentus inuenerunt. neque operam dæmonum huic negotio interueniſſe credunt, quòd illorum hominum probitas publici iudicij auctoritate pro vtroque tribunali fuerit explorata & comprobata.

Deinde lynces naturali oculorum acie poſt trans parietes videre perhibentur, cur non id poterunt homines aliqui extraordinaria cernendi facultate præditi? An id longiùs

A giùs fidei metas excedit, quàm res in tenebris perspicere? quod potuit Tiberius Cæsar, sicut & brutæ illæ animantes quæ noctu alimoniam venantur, vt feles, noctuæ, vespertiliones, &c. Argonautam scribit Plinius lib. 2. cap. 17. non solùm terra interposita videre solitum: sed etiam exeuntem à Carthagine classem Punicam, numerumque nauium ex specula Libyeana manifestissimè notasse: vnde illud Martialis,

Scit quota de Libyco littore puppis eat.

nec non primam lunam in signo arietis eodem die conspexisse; quamobrem Lyncei cognomen obtinuit. His longe etiam admirabiliora leguntur apud naturalium rerum scriptores: quæ modò non lubet enarrare, ne longiùs à proposito recedamus.

B Præterea terra porosa est. per hos igitur meatus poterit lumen aliquousque terræ crassitiem penetrare, indeque latentium subrus aquarum visibiles formas per eosdem poros reuehere, verùm ita attenuatas, vt communi cernendi facultati minimè congruant, sed ei, qua præditi sunt aquileges. Vnde aquam exploraturi meridianam lucem quærunt, & insignem solis splendorem, quo nimirum è profundo species hauriant & ad aspectum euocent.

Hæc ferè sunt ex quibus præcipuum huius sententiæ momentum pendet. qui verò contrariè sentiunt, experimenta illa aiunt esse vel veneficia vel mendacia. Cùm enim vsitatis signis, quæ referunt Plinius lib. 31. cap. 3. & Vitruuius lib. 8. cap. 1. aquarum loca tacitè explorauerint, ea designantes, aquas se videre ementiuntur. Neque par ratio

C in iis est qui noctu vident: hi enim non vident in tenebris, sed emissitio oculorum lumine res, quas vident, illustrant, quarum tum species cum lumine ad oculum reuehuntur. Æquè verò absonum est dicere, sine lumine visionem fieri, eamdemque opacum corpus penetrare, cùm vtrumque naturæ visionis aduersetur: nec enim sine lumine, nec trans corpus opacum species deferuntur.

Quod verò de poris terræ adducebatur, non sapit philosophum. Quomodo enim species, quæ suapte vi rectis lineis proficiscuntur, per sinuosos terræ anfractus traduci possunt? Facessat ista philosophandi ratio. Ac nostra quidem sententia eiusdem generis habeatur aquarum inuentio per inspectionem, cuius est metallorum sub terra latentium inquisitio per virgulam furcatam: de qua scribit Georgius Agricola lib. 2. de re

D metallica, multas ac magnas contentiones inter metallicos exstitere, cùm alij asserant in venis inueniendis sibi maximo vsui fuisse, alij negent. Nonnulli furcam resecant colurnam, quam præ ceteris idoneam censent, præsertim si corylus supra venam aliquam ereuerit. Alij pro varietate metalli diuersis virgulis ad venas inquirendas vtuntur. etenim corvli virgulas adhibent ad argenti venas; fraxini ad æris; piceastri ad plumbi maxime candidi, ferream ad auri. Vsus porrò earum sic se habet: Cornua virgulæ pugnis apprehendunt, ita vt digiti compressi cælum spectent, vtque virgula erigatur ea parte qua cornua coëunt: tum huc atque illuc passim per loca montosa vagantur; simul atque verò supra venam pedem posuerint, aiunt statim virgulam occulto quodam impulsu versari, motuque venam prodere: at vbi pedem retulerint, & ab ea recesserint,

E rursum virgulam immobilem permanere. Cuius rei fides sit penes illos, qui eius aliquando periculum fecerunt.

Id tantùm nostræ rationi adiungere placet: Si acies oculi nostri corpora opaca penetraret, oporteret illa peruia esse rerum simulacris; quapropter non iam opaca, sed transparentia essent, quod in primis hypothesi repugnat. Deinde eo dato, duorum alterum consequens foret, aut quòd nihil omnino in rerum natura occultum esset, aut quòd nihil penitus cerneretur. Vtrum absurdius sit, tecum ipse lector expende. Occultum fore nihil, hinc probatur; quia nullum corpus, nec vlla aduersa qualitas rerum formis obsisteret, quò minus liberè ad oculos peruenirent. Si autem quæ in rerum natura sunt

F fœda atque abominanda cunctis paterent, perpetuo horrore hominum animi percellerentur, siquidem nullo loco possent à turpissimarum rerum aspectu esse liberi. Illis enim idem eueniret quod Marsil. Ficinus oratione 6. cap. 18. futurum ostendit, suum alloquens Socratem, his verbis: *Si oculos tibi lynceos natura dedisset mi Socrates, & aspectu qualibet occurrentia penetrares; formosissimum illud extrinsecus Alcibiadis tui corpus turpissimum tibi videretur.* Rectè igitur sapientissimus vniuersitatis architectus, qui tum propter vitæ honestatem, tum propter humanæ societatis vsum plurima latentia esse voluit, corporum opacitatem induxit, qua tamquam velo, quæ latere oportebat, occulerentur.

Verum probabilius equidem existimo, sublata à corporibus opacitate, aut indita

oculis noſtris tanta perſpicacitate vt opaca corpora viſu penetrarent, nihil omnino in A
rebus diſtinctum fore, quia omnium rerum imagines ſimul permixtæ atque confuſæ
in oculos tumultuariè irruerent. Nam plurium rerum formæ per eumdem radium in-
cederent, atque ad ſuperficiem viſus productæ ſibi mutuò ita incumberent, vt vna præ
alia dignoſci non poſſet; quod oſtenſum eſt ſuprà propoſit. 53. & apertiùs infrà lib. 2.
cùm de radio optico agemus.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Viſibile niſi lumine illuſtretur non apparet. B



EIVS rei duæ ſunt primates cauſæ. Prima eſt, quòd lumen velut colorum
hypoſtaſis deciſas ab obiectis ſpecies ſuſtineat, atque ad oculum vehat:
vt propoſit. 42. eſt demonſtratum. Altera eſt, quòd eædem colorum for-
mæ dignoſcendi facultatem ſuapte vi excitare non poſſint, niſi cum lu-
mine permiſceantur, vnamque cum eo velut mixtam qualitatem effi-
ciant. Quamobrem propoſit. 38. lucem colorum eſſe formam diximus; non internam,
ſed externam; non eſſentiæ, ſed integritatis partem, quatenus ſui perfuſione illos actu
ſpectabiles facit, quandoquidem niſi lucis conſortio actu non videantur. Et D. Thomas
lib. contra gentes primo, cap. 76. ait colorem eſſe obiectum materiale viſus, lumen C
verò formale. vnde, inquit, eadem viſione intuemur colorem & lucem, qua color fit
actu viſibilis.

Etſi nemo adeò lucis vſura orbatus ſit, vt putet lucem ad cernendi actionem minimè
neceſſariam eſſe; non deſunt tamen, inter quos Auerroës, qui putent illam non obiecti
cauſa, ſed tantummodò ratione medij poſtulari. Quæ ſententia primò probari poteſt,
ex eo quòd color proprium habeatur obiectum viſus, vtpote per ſe viſibilis, non autem
aliena vi, cùm, teſte Ariſtotele lib. 2. de anima cap. 7. textu 66. *in ſe cauſam habeat, vt
viſibilis ſit.* Secundò ſonus, odor, ſapor, ceteraque aliorum ſenſuum obiecta nullius
alterius ope proprias ſpecies ad organa tranſmittunt; ergo & color, qui longiùs, ac
proinde maiore efficacitate ſuam ſpeciem diffundit. D

Verùm reſpondere his argumentis perfacile eſt. Primò, colorem habere quidem in
ſe cauſam cur videatur, non tamen ſine lumine actu videri. Secundò, peculiare id con-
cedi debuiſſe coloribus, qui nobiliſſimam facultatem per ſpatia longiſſima moturi
erant, vt ad ſpecies emittendas promouendaſque lumen requirerent, huic ſanè negotio
aptiſſimum, cùm longiſſimè protendatur, maximamque, vt propoſ. 38. diximus, cum
coloribus cognationem ſocietatemque habeat.

Igitur obiecti gratia lumen exigitur, vt illius ſpecies excipiat promoueatque. Sed an
etiam medij ergò ſit neceſſarium lumen, maior eſt controuerſia. Negat Auicenna
libro 6. nat. part. 3. cap. 1. ſolius obiecti cauſa lumen requiri ex eo probans, quòd obie-
ctum ex obſcuro loco, ſi ipſum affuſum ſit lumine, procul videatur, imò eò clariùs quò E
medium interiectum obſcurius eſt: contrà verò ſi obiectum in obſcuro ſit, non cerna-
tur, eſto oculus in loco illuſtrato conſiſtat. Deinde felium oculi, nitedulæ, & robuſti
caudices vetuſtate putres interlucent in tenebris, medio autem illuſtrato obliteſcunt.
Lumen ergo ex parte tantùm obiecti eſt neceſſarium, cùm in medio officiat potiùs
quàm proſit. Dicet fortè quiſpiam, ab his rebus ſemper aliquid luminis per medium
diffundi. At contrà non videtur fieri poſſe, vt ad oculum vſque longiſſimè diſſitum, hoc
tam exiguum lumen pertingat. Igitur non illud quod per medium oberrat lumen, ſed
quod propter obiectum verſatur, ad viſionem conducit. Prætereà cùm medium dia-
phanum ſit, lumen, ſi quod in eo eſt, non apparet. Fruſtrà ergo exigitur medij cauſa F
cùm nihil viſui conferat.

Affirmant alij non tantùm ratione obiecti, ſed etiam ratione medij lumen neceſſa-
rium eſſe, vt viſio perficiatur. Quorum ſententiæ philoſophi inprimis auctoritas ſuffra-
gatur lib. 2. de anima cap. 7. textu 73. Deinde ratio quoque in promptu eſt. Cùm
enim agentia non in quoduis indiſcriminatim agant, ſed oporteat inter id quod agit, &
id quod patitur, proportionem quamdam & reciprocam aptitudinem dari, vti quanti-
tas prima præcipuaque diſpoſitio eſt, quam agentia naturalia in patiente exigunt, &
cuius defectu nulla phyſica alteratio procedit: ita diſpoſitio, quam color in medio dia-
phano requirit, lux eſt, ſine qua non poteſt in eo ſpeciem gignere, neque ad oculum eam
deſtinare,

A destinare, cùm nihil in medio sit, quod eam fulciat. Eam namque rationem habet lumen ad species visibiles, quam quantitas ad corporeas qualitates. Quemadmodum enim grauitas, leuitas, calor, frigus, sapor, color, ceteræque qualitates, quas vniuscuiusq; corporis natura ex se profert, primò insunt quantitati, ac huius beneficio materiæ: ita colorum species suapte natura primùm insunt lumini, ceu proximo subiecto ac basi, deinde luminis ope per medium diaphanum deferuntur. Ex quo fit vt eædem fermè sint specierum ac luminis proprietates. Nam & medium perspicuum exigunt, & instanti illud traijciunt, ac rectis lineis, longiusque prouectæ sensim languescunt, &c.

Ad argumentum Auicennæ constabit solutio ex propos. sequente, qua causam dabi-
B mus ob quam res impensiùs illustratæ optimè videantur e tenebris.

Ad secundum eiusdem sententiæ aptè respondebatur; ad responsionis verò confutationem dicendum erit, quantumuis minimi luminis amplissimam esse sphæram, quam actiuitatis vocant. Etsi enim lumen, quod res illæ ex se fundunt, in toto medio palam à nobis non dignoscatur propter eius diaphaniam; negandum tamen non est, luminis intentionem vniuersum medium ad oculum complere, cùm per illam velut per propriam speciem atque imaginem ipsum corpus lucidum sentiatur.

Ad tertium dicendum, non postulari in medio lumen vt cernatur, sed vt speciem obiecti vehat. Er certè si obiectum ad primam speciei productionem lumen exigit, quod eam excipiat, multò magis medium id requirit ad eam vltenus extendendam.

C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Oculus quàm optimè videt è tenebris.



NEVTIQVAM existimandum est, lumen, quod species in medio exponunt, illud esse quod immediate à corpore luminoso procedit; sed hoc quod a corpore non perpolito ad visum repercutitur. Illud enim quia obiecti colore minime tingitur, nihil omnino visioni conducit; quin etiam triplici de causa plurimum officere solet: primò si excellens sit, secundò

D si magnam portionem medij occupat: tertiò si oculo sit vicinum. Nam quò excellentius est, eò magis sua affluentia lumen, quod colorum formis affectum ad oculum repercutitur, offuscat. quod idem præstat, cùm magnam partem medij implet; ac multò magis, quando oculo est vicinum: tunc etenim & cum speciebus concurrit, quas longinqua profectio debiliores effecit; & visum ita offundit, vt liberè nequeat cernendi actum exercere. Quamobrem oculus maiori lumine collustratus, minùs videt.

Quò verò medium obscurius est, atque à primo immediatoque lumine liberius, eò clarius lumen cum rerum formis repercussum elucescit, viuaciusque obiectum oculis repræsentat. Cui rei multa suffragantur experimenta, quæ fidem faciant. Hac enim ex causa fit, vt è profundissimis puteis stellæ interdiu conspiciantur, teste Galeno lib. 10. de

E vsu part. & vt lucernam gestantes accuratius res obuias distinguant, qui manum lumini opponunt, ne in oculos illabatur: & vt ij, quibus oculi profundiores, acutiùs videant.

DE NATVRA VISVS.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Cernendi facultas ceteris sensibus externis dignitate præstat.

F



VISVM omnium sensuum externorum præstantissimum esse, demonstrant, in primis organum, quod nobilissimum est; deinde obiectum, quod præcipuas qualitates comprehendit, lucem & colores; tum cognitionis modus, qui tenuioribus & à materiæ fæce liberioribus vtitur imaginibus, nullamq; realem immutationem ab obiecto suscipit, sed tantummodò notionalem: nec enim, verbi gratia, conspecta albedine oculus exalbescit. Præterea actio cernendi velocissima est, quippe momentanea, & è longiore tractu res attingit. Denium plurimas rerum differentias complectitur, omnem scilicet colorum varietatē, corporum magnitudinem, figuram, numerum, proportionem, situm, motum, & quietem; mundum

denique vniuerſum,ac cælos ipſos oculus contuetur. Vnde maiores noſtri ſtatuam Ioui A poſuere tribus inſignem oculis, quibus triplicem eius prouidentiam ſignificabant, quæ cæleſtia, maritima terreſtriaque, & inferna curare putabatur. Eius mentio eſt apud Pauſaniam in Corinthiacis.

Vt verò ad capeſſendas diſciplinas auditus, ita viſus ad inueniendas aptiſſimus eſt. Quare in Timæo Plato viſui philoſophiam acceptam refert. Siquidem homines ex iis quæ oculis viderunt capti admiratione, cœperunt philoſophari, cauſaſque rerum inueſtigare. Et Philo Iudæus lib. de ſpecialibus legibus, *Defluxit*, inquit, *philoſophia è cælo in hominum animos, ſed oculis ſequeſtris deducta eſt in hoſpitium. Nam hi primi conſpexerunt vias quæ à cælo ad nos tendunt regias.* B

Eodem Philone auctore libro de mundi opificio, *quod mens in animo eſt, id oculus in corpore.* Nam profectò in oculis animus inhabitat. Vnde eos cùm oſculamur, animum ipſum videmur attingere. Neque vlla ex parte, quàm ex oculis, luculentiora animi indicia habentur. Ex multiformi enim contuitu cernuntur truces, torui, flagrantes, limi, tranſuerſi, graues, ſubmiſſi, blandi. Ardent, intenduntur, conniuent, arrident, deridcnt, pauent, iraſcuntur, comminantur, promittunt. Sic in aliis, modeſtia, clementia, manſuetudo, hilaritas, miſericordia, amor; in aliis contrà, faſtus, arrogantia, verſutia, mœſtitia, odium, & indignatio, ſeſe oculis produnt. Quin etiam lacrymas his natura mentis indices dedit (inquit Quintilianus lib. 11. cap. 3. de pronuntiatione) quæ aut erumpunt dolore, aut lætitia manant. Ad ingenium quoque indicandum oculi C magnam vim habent. Hinc enim, qui oculos paruos, aut valdè nigros habent, è ſigno timidi & puſillanimes iudicantur: qui ad flauum declinantes, boni animi: qui concauos, malefici: qui eminentes, fatui: qui igneos, iracundi: qui glaucos, crudeles. Vnde D. Auguſtus natura mitiſſimus cui oculi glauci, diligentiùs eos inſpectari indignè ferebat, vt refert Plin. lib. 11. cap. 37. Plura de hac re vide apud Ariſtot. lib. 1. de hiſt. animal. cap. 9. & 10.

Ineſt prætereà oculis quoddam libertatis veſtigium, ceteris externis ſenſibus denegatum. Nam palpebrarum vſu, cùm volumus videmus, cùm nolumus, obſeratis foribus omnem proſpectum arcemus. Rurſus manuum obiectu, ea tantùm quæ lubet, cernimus, ceteris obductis atque ab aſpectu diremptis. Quæ omnia mirum in modum D hunc ſenſum commendant.

Actionum omnium duces ſunt oculi, artiumque magiſtri, ac ſoli lucis vſura vitam diſtinguunt à morte. Vnde apud Pierium lib. 33. homo indice oculum demonſtrans, præſtantiæ eſt hieroglyphicum, quòd oculo nil ſit in vita præſtantius cariuſque. Rectè igitur (vt Galenus ſcribit libro de cognoſcendis curandiſque animi morbis) ſeruus ille, cui Adrianus Cæſar furore percitus oculum eruerat, ſciſcitanti poſteà quid repeteret amiſſi luminis talione, non aliud, reſpondit, quàm oculum de capite auulſum, cui nil par eſſe, nil etiam ſecundum, quod in vicem reponeres, Imperator, ſum arbitratus. Digna ſanè vox quam liberi oris homo pronuntiaſſet. Et Macrobius lib. 7. Saturnalium, ſcommata quibus corporis vitia tanguntur tantò ait leuioris eſſe doloris, quantò E defectus ipſi minoris ſunt infortunij: at oculorum orbitatem numquam ſine excitatione commotionis obijci poſſe affirmat. Sed illud multò maximè oculorum commendat dignitatem, quod Zaleucus Locrenſium ſeueriſſimus iudex prudenti ſanè facinore deſignauit. Hic filium adulterij compertum, ne vtroque oculo (quod lege cautum erat) multaret, ſibi alterum euelli iuſſit, vt patris ſimul clementiam, & iudicis præſtaret integritatem. Qua obſecro gratia, niſi ne filio oculorum vſum voluptatemque totam auferret? tatus eius etiam vnam ſolummodò partem vel maximè eſſe neceſſariam.

Cicero 1. de legibus, & Stobæus ſerm. 41.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA. F

Non æqua eſt omnibus cernendi poteſtas.



QVI humanum aſpectum omnium præſtantiſſimum eſſe contendunt, ij ſententiam ſuam ita exponunt, vt neque de viſus eſſentia, quam omnibus communem agnoſcunt, neque de accidentibus, hoc eſt quadam perſpicacitate vel acrimonia cernendi, quibus

Nos aper auditu, lynx viſu, ſimia guſtu,
Vultur odoratu, præcedit, aranea tactu,

ſed de proprio viſionis modo intelligi debeat. Verum quem modum hi philoſophi

animo

A animo concipiant, nec ipſi explicant, nec equidem intelligo. Si de viſus eſſentia agatur,
eam ipſimet hominibus cum brutis animantibus communem eſſe, neque ſpecie aut ge-
nere diſtare hominum viſum & beluarum fatentur. Quæcumque igitur aſpectuum
diſcrimina reperiuntur, ea vel ab organo, vel à ſpiritibus animalibus, vel à facultate ipſa
prouenire neceſſe eſt. Quare illis acutior viſus ineſt, quibus vel organum clarius eſt, vel
ſpiritus animalis vegetior aut vberior, vel ipſa cernendi vis acrior: contrà illis viſus obtu-
ſior, quibus vel organum obſcurius, vel ſpiritus animalis parcior craſſiórve, vel facultas
ſegnior eſt. Et quidem ex organi ſpirituumque diuerſitate inæqualem viſionem proue-
nire perſpicuum videtur: ſed ex ipſa etiam facultate ac vi id ipſum euenire, iiſdem ar-
B gumentis concludi poteſt, quibus non pauci graues philoſophi potentiam intellectua-
lem non omnibus parem eſſe probant, non modò ex ea diuerſitate quam accidentia
inducunt, ſed etiam ex ea quam facultati ineſſe oſtendunt. Sunt enim potentiæ omnes
de genere illorum, quæ ſecundùm magis & minùs euariant.

Porrò quòd aquilæ fixis oculis ſolem contueantur, id non ex eo prouenit, quòd per-
ſpicaciùs videant: ſed potiùs ex quadam duritie, ob quam à vehementiore lumine or-
ganum minùs diſſipatur. Vnde in his ſæpè ſegnior eſt viſus propter ſenſorij ignobilita-
tem, vt in cattis, ac gallinis, aliiſque quamplurimis, quibus frequens eſt obtutum in ſo-
lem defigere. Et ſane in ipſis hominibus magnum cernitur huius generis diſcrimen, è
quibus alij aliis exquiſitum fulgorem leuiùs ferunt. Inter quos inſignes fuere philoſophi
C (ſi Plinio credere libeat lib. 7. cap. 2.) quos Gymnoſophiſtas nuncuparunt, in ea In-
diæ parte quæ Æthiopiæ adiacet. Hi à primo ſolis exortu ad occaſum vſque perſtabant,
alternis pedibus feruidæ arenæ inſiſtentes, ac ſolem toto die immotis oculis contuen-
tes, in quo & miga quædam ſe videre arbitrabantur.

De talpis, quos oculis captos vulgus prædicat, varij variè ſcripſere: quorum ſententiis
nobis ſubſcribere omnino non licet. Nam alij videre illos aiunt, alij negant. & Plinius
lib. 30. cap. 3. perpetua cæcitate damnatos, defoſſos, ſepultiſque ſimiles eſſe tradit.
Oculorum item compoſitionem illos habere multi abſolute negant, aſſerunt alij: inter
hos Ariſtoteles lib. 4. de hiſt. animal. cap. 8. illorum oculos ita deſcribit: *Non enim
oculos in aperto habent: cute tamen detracta, quæ craßiuſcula obtenta ſedem luminum
D opacat, oculi intus laceßiti imperfectiq́; viſuntur; ſed ita, vt partes eaſdem habeant omnes,
quibus oculi integri conſtant. Habent enim nigricantem illum orbiculum, & quod intra eum
continetur, quam pupillam vocant, atque etiam portionis albidæ ambitionem: ſed non tam
liquidò, quam oculi conſpecti & eminentes.*

Quare minùs ſibi conſtare videntur qui oculorum effigiem talpis concedunt, at vi-
ſum derogant. ita enim in illis viſus ineſt, vti organum. Rectiùs verò Ariſtoteles poſt-
quam variis in locis negaſſet talpas exactè perfecteque diſcernere, perfectum quoque
organum iiſdem ineſſe lib. 1. de hiſt. animal. cap. 9. his verbis pernegauit: *Habent
profectò oculos, tum cetera animalium genera omnia, præterquam teſta intecta, & ſi quid
imperfectum aliud eſt; tum ea quæ animal generant, omnia, præter talpam, quem modo
E quodam habere dixerim, cùm tamen habere omnino negem: quippe cùm omnino quidem nec
videat, nec perſpicuos habeat oculos. Verùm ſi quis prætentam membranam detrahit,
locus oculorum apparet, & pars nigra eorundem: ſitus denique & deſcriptio eadem, quam
legitimam conſpicui oculi obtinent.*

Ex quibus confici poſſe videtur, talpis viſum aliquem ineſſe. Neque enim fieri poteſt,
vt fruſtrà ſub cute oculos natura ſit fabricata. Per eam ergo cutem operantur quidem,
verùm obſcurè admodum, & tamquam per nebulam. Sicque conciliari poſſunt diſcre-
pantes philoſophorum ſententiæ, quæ de talparum cæcitate celebrantur. Vti namque
perfectum atque articulatum viſum nemo talpis cõnceſſerit, propterea quòd organum
F habeant, denſiore cuticula obtectum: ita ſpectata latentis oculi fabrica, nefas erit
omnem eis ſenſum viſus denegare.

Nos in tantis opinionum ambagibus veritatis cupidine incitati, non ſemel talparum
oculos curioſiùs ſumus perſcrutari; cumque id ſemel atque iterùm irrito conatu aggreſſi
fuiſſemus, obſiſtente pilorum denſitate quæ lanuginis in modum oculis aggeſta erat,
ſubiit in mentem talpam aquis immergere: quod cum feciſſemus, vidimus non longè
ſupra rictum hinc inde pilos madore coactos in orbem abſcedere, ac velut radios aut ci-
liorum ritu circulum facere; in cuius vmbilico cutis tenuiſſimo foramine pertuſa cerne-
batur, eique ſubiectus nitidiſſimus orbiculus perexiguus, prædurus, atque impenſa ni-
gredine præditus, quales eſſe ſulent cancrorum extantes oculi. Rem ſanè adeò mani-

 ſeſtam

festam qui viderit, eum puto in posterum de talparũ aspectu numquam posse dubitare. A

Perfectum igitur visum talpæ habent, nostra quidem sententia, cuiusmodi & oculos. Sapientissimè autem illos à rerum opifice paruos, reconditos, præduros, pilosos fabricatos esse arbitramur, vt hisce præsidiis communin perpetuam terræ impressionem tutius perferrent; & tenebris assueti, cùm in lucem subinde prodeunt, minus lædetentur.

Balenam quoque plurimùm occlusos oculos habere ferunt, siue a natura, siue superciliorum mole ac pondere pressis palpebris, siue quòd visus ei obtusior sit ac minus vsui: cui proinde arcta cum musculo societas intercedit: pisciculi id genus est quem illa sequitur prænatantem, ne in scopulos & vada incauta ruat. qua de re hos versus cecinit Claudianus lib. 2. in Eutropium: B

Sic ruit in rupes amisso pisce sodali
Bellua: sulcandas cui prauius edocet vndas,
Immensumq́ pecus parua moderamine cauda
Temperat, & tanto coniungit fœdera monstro.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Visus non est irradiatio; sed vis organo ingenita.



GALENVS libro 7. de decretis Hippocratis & Platonis, aliique è veteribus complures medici opinati sunt externos sensus non esse virtutes facultatesque organis ingenitas; sed quamdam irradiationem, hoc est defluxum, qui à cerebro in organa dilabitur, quoties quis videt, quoties audit. C Et quemadmodum à solis splendore in ambientem aërem, quædam qualitas in totum eius corpus, solis substantia immota permanente, diffunditur; ita quamdam sine substantia vim in sensiteria influere dixerunt: ferian autem hunc influxum in somnis, eoque subsistente omnem actionem tolli.

Probatur hic influxus ex eo primùm, quòd fieri possit, vt non desit in oculo spirituum animalium copia, vt in somnis, nec tamen quidquam perspiciat; igitur quidpiam aliud est, ob cuius defectum torpet visus: id verò irradiationem appellarunt, seu influxum, qui cùm ad sensoria deuehitur, omnes functiones, tamquam immediatum earum principium exequitur. In oculis namque cernẽdi actum edit, in auribus audiendi, atq. ita in ceteris organis ceteras functiones. Deinde non secùs atque vna virtus plures musici instrumenti chordas quatit, & vnus spiritus plures fistulas animat, ex quibus vnus concentus, grataque harmonia consurgit: præterea vti eadem solis influentia hic hordeum, illic triticum progignit, pro vario materiæ apparatu: ita vna virtus à cerebro communi sentiendi principio delapsa, pro varia organorum dispositione, diuersas functiones elicit, vt præter hanc, nulla alia vi membro insita opus esse videatur. Vnde Galen. loco citato, proprietatem hanc omnibus sensificis facultatibus, quæ à cerebro oriuntur, communem esse ait, vt per neruos ad propria vsque instrumenta deferantur. D

Nunc ea proponamus, quibus hoc medicorum placitum infirmetur, visúsque potentia organo insita esse demonstretur. Primò, si quemadmodum lux à sole, ita sentiendi facultas à cerebro proficisceretur, consequens sanè esset, vt alia in priore, alia in posteriore capitis parte, alia denique in ipso organo sensitiuæ potentiæ portio existeret. vti enim lumen aliud semper atque aliud in succedentibus sibi mutuò partibus medij diaphani gignit: ita prima cerhendi facultas quam cerebro tribuunt, secundam, hæc tertiam, atque ita deinceps antecedens semper proximè subsequentem ad organum vsque produceret, quæ omnes inter se quadam continuatione coalescerent: atque adeò multæ vnius speciei sentientes facultates numerarentur; aut si partes dumtaxat dici velis, iam non integra facultas organo inesset, quod non minus à ratione alienum censeri debet. E F

Secundò, si ad modum radiantis splendoris vis sentiens à cerebro erumperet, profectò longiùs ab origine prouecta sensim languesceret. Ita enim assolent eiusmodi qualitates, quæ ab vno principio propagãtur, vniformi difformitate imminui, quoad sphæra actiuitatis ad nihilum terminentur, ac penitus euanescant. Ex quo fieret, vt in partibus à cerebro remotioribus minùs sensus vigeret. At contrà se res habet. Nam ex medicorum doctrina, & quotidiana experientia constat, tactum in extremis manuum digitis quàm in reliqua parte brachij exquisitiorem esse. Non igitur vis sentiens ad modum irradiationis à cerebro deriuatur.

Tertiò,

A Tertiò, ſenſus ſunt animæ vires ac facultates, non verò corporis; ab ipſa igitur ma-
nant: cùm verò eis anima vti nequeat ſine inſtrumentorum ope, his ſtatim à primo
ortu inſederunt, atque etiamnum fixæ ſtabileſque hærent. Non igitur luminis inſtar
continua viciſſitudine euibrantur, atque identidem extinguuntur ſolo fomite in cere-
bro aſſeruato.

Quartò, irradiatio rectis neceſſariò lineis fieri debet; ea eſt enim radiorum natura;
fieri autem nequit, vt rectis lineis radij ſenſuum porrigantur, niſi per media oſſa, perque
carnem, & muſculos, & quodcumque aliud interiacet corpus opacum pertranſeant:
quod luminis quidem conditioni repugnat; ergo & ſenſuum, qui lumini ſimiles eſſe in
B propagationis modo perhibentur.

Quintò, luminis promotio in omnem medij circumfuſi partem extenditur. Fruſtrà
autem viſorius, exempli gratia, influxus aliò, quàm ad oculos deriuaretur. Ergo com-
mentitia eſt eiuſmodi ſenſuum irradiatio; quæ ſi daretur, maxima ſui parte ſuperuaca-
nea foret.

Equidem exiſtimo veteres illos philoſophos in ea conſtitutione influxus partim à
vero aberraſſe quidem, partim autem rectè ſenſiſſe. Nam præter ea quæ oculo inſunt;
aliud quidpiam ad exactam viſionem neceſſarium eſſe rectè iudicarunt. Organicus
enim ſiue externus viſus vniuerſalem dumtaxat obiecti rationem percipit, nempe colo-
rem quà viſibilis eſt, lumen item quà viſibile: nihil verò diſtinguit aut comparat. Hæc
C igitur alterius cuiuſdam facultatis ſunt, quam nos ſenſum communem, illi irradiatio-
nem dixerunt, incognitæ rei nomen minùs proprium accommodantes, ſicut Epheſij
aram ignoto Deo.

Atque hinc facile eſt ipſorum argumenta diſſoluere. Omnia enim vel ſpiritum ani-
malem ad viſionem neceſſarium eſſe probant, vel ſenſum communem aſtruunt, de quo
nos inferiùs ſuo loco. Quòd verò in ſomnis oculus nihil videat, quamuis apertus &
ſpiritibus animalibus affluens, id ex eo euenit, quòd anima tum temporis quieſcat: non
verò conuincit irradiationem perenni influxu à cerebro ſubminiſtrari debere ad viden-
di actionem, quæ ceſſet intercepto irradiationis commeatu.

D

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Viſio non fit ſola obiecti præſentia.

SOLA obiecti præſentia facultatem cernendi excitari opinati ſunt inter
Peripateticos philoſophos Durandus in 2. diſtinct. 3. q. 6. Ochamus in 2.
q. 17. & 18. Gabriel q. 2. Gregorius in 1. diſt. 3. q. 1. & in 2. diſt. 7. q. 3.
Thomas Garbius in ſua ſumma lib. 1. tract. 5. q. 63. & alij plurimi, quos
longum foret recenſere. Hi, vt ſenſus in obiecta ſua ferantur; ſat eſſe pu-
tant, ſi hæc intra iuſti interualli terminos conſtituta ſint: duabus verò præcipuè ratio-
E nibus in eam ſententiam adducti ſunt. Prima, quòd neque emiſſione, neque introſuſce-
ptione viſio fieri poſſit. multa enim aduerſus vtramque theſin obiectant, quibus ſe
illam funditus euertere arbitrantur. Secunda, quòd ea ſit viſus conditio, vt præſente
obiecto, ſuopte nutu in actum prorumpat, nec quidquam requirat aliud præter ſeipſum,
cùm natura ſua ſit virtus, quæ rerum præſentium notiones ex ſe format, & ad internos
ſenſus traducit.

At non ſola obiecti præſentia viſionem fieri ita demonſtratur. Vel enim obiectum ad
viſionis actum concurrit effectiuè, vel non. Si effectiuè dixeris, cùm illud ſæpè à digno-
ſcente facultate longiùs abſit, nihilque primò in rem diſſitam agere poſſit, quin priùs
F egerit in medium; aut actio in diſtans concedenda erit, aut in medio aliquid ab obiecto
profectum admittere oportebit, quo tandem eius actio ad facultatem pertineat: atque
ita non ſola obiecti præſentia viſionem efficiet, ſed ea actio, quæ per medium ad poten-
tiam vſque ſucceſſiue deriuatur. Si non effectiuè, ſed extrinſecè, & quaſi formaliter
concurrere dixeris, actum ſcilicet potentiæ terminando, ſequetur aſpectum neque tene-
bris, neque quantauis ſpatij intercapedine impeditum iri. Ideò enim res in tenebris
non videntur, quia lumine indigent, quo ſpecies colorum ſubnixæ ad obtutum deferan-
tur. Item quia ſpecies per longa interualla debilitatæ langueſcunt; ac tandem etiam
diſpereunt, hinc fit, vt non ex quauis diſtantia res aſpectabiles ſint. Præterea ſi nil effi-
ciendo obiecta aſpectum definiant ac terminent, cur quæſo ad viſus functionem potiùs
quàm

quàm ad actionem intellectricis aut imaginatiuæ facultatis oppositio postulatur? Cur A
etiam rectis solùm lineis visio emicat? Cur non plura simul æque enucleate cernuntur?
Cur visus non infinitè extenditur? Cur opaci corporis interpositione prohibetur, cùm
siue illud intersit, siue absit, nihilo minùs obiectum sit præsens?

Sanè his obiectionibus nihil habent quod reponant, præter id solùm, EA EST VISVS NATVRA. Aiunt enim non sensum à sensilibus moueri; sed sensilia id agere, vt sine iis sentiri non possit. Sensum inquam araneis esse persimilem volunt, quæ muscas, culices, & asilos in pedicas telarum incidentes irretitasque aggrediuntur. Id verò non bestiolarum, inquiunt, facit infelix accessus, quamquam sine accessu illo non grassantur aranei, sed vis insita, & cibi cupiditas. Equidem fateor in omni causarum inuestigatione B
ad vnam tandem, quæ ipsa natura est, veniendum esse. Vt si quispiam quærnret, cur sol humentem terræ glebam obdurauit? aptè respondebitur, quia humorem absumpsit. Iterùm si causam postulet, qua sol humorem exsugat? rectè dabitur calor. Rursus si interroget, sol vnde excalfaciendi vim habeat? Alius dicet, quia igneus est; alius, quia lucidus. At hæc tandem vnde? Ex solis NATVRA. Ita rum maximè cuiuis dubitanti satisfactum satis existimatur, cùm proxima semper causa ad primam vsque ordine assignatur: non item verò cùm mediis prætermissis ad primam velut ad sacram anchoram recurritur. Nihil enim adeò reconditum in rebus latet, cuius genuinam causam, hoc est NATVRAM, indoctissimus quisque reddere non possit. Itaque sic se habet omnis causarum series, in quarum vltima etsi cesset disputatio, non tamen semper quiescit animus, C
propterea quòd naturæ rerum nobis sint ignotissimæ, vtpote à sensibus quàm maximè remotæ. Quare num quæ alia visionis causa vicinior reperiri possit, perquiramus.

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Neque sola compaßione fieri intuitus potest.



AMPLIVS quiddam præter solam obiecti præsentiam reperisse videtur Plotinus lib. 5. Enneadis 4. cum visionem compassione seu consensu fieri arbitratur. Namque actionem aliquam agnoscit, non illam quidem manifestam, qualis est ignis in obiectam materiam, sed aliam quamdam, quæ ex D
occultiore prorumpat instinctu, ad quam nullam quidem postulat qualitatis traductionem per medium; exigit tamen corporum continuationem, ad eum modum, quo patiente digito pedis compatiuntur inguina, & hæc quidem potiùs quàm genua, quamuis remotiora sint. similiter ad passionem cerebri ventriculus patitur, atque vicissim: sunt enim hæc præcipuè inter se conformia. Ita ergo quòd sensus etiam longè dissitis sensilibus annuant medio non patiente, *efficit*, inquit, *vna mundi inter hæc continuata natura.* sicut continuitas longissimi intentique nerui facit, vt vibrata parte vel infima, statim vibretur & summa. Hinc quoque contingit, vt sæpè rerum series cælitus imminentes, priusquam eueniant, præsentiamus, & amicum vel consanguineum è longinqua regione reuertentem nescij præueniamus, aut vita abeuntem mœstitia ac lacrymis prosequamur, sympathia quadam, occultioreque sensu. Quo etiam modo in testudinibus, si vna vibratur chorda, & altera quæ in eodem tensa sit tono, vibrissat, contremitque, & consonat. Sic oscitante vno & alter oscitat. Demum toto fermè illo 5. libro Enneadis quartæ hoc vnicum molitur Plotinus, vt probet tantam esse compatiendi conformitatem inter visum atque visile, vt satis circa se moueant, ac moueantur, etiamsi nulla passio contingat in medio. E

Hæc Plotini ratiocinatio verum intuitus modum ex parte attingit. Nam præter obiecti præsentiam, quam omnes, qui de visu scripsere, necessariam ad id muneris esse F
iudicarunt, vim etiam aliquam obiecti deposcit, qua ad sensum delata, ipse insita propensione consentiat. Ita sanè quæ sympathia mouentur, non fortuitò, sed impetu quodam, licet nobis occulto, concitantur. Quæ enim ex se indifferentia sunt, nisi ad arbitrium vrgere seipsa possint, alio incitamento opus habent, quo impellantur & ad agendum excitentur. Hæc porrò vis cùm nos latet, recepto vsu dicere solemus compassione talia in actionem prorumpere. Quam ergo Plotinus occultam esse ait vim efficaciamque sensuum motricem, hanc nos vlterius ex naturæ principiis inuestigemus.

PRO-

A

PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Neque emißitiis radiis cernendi facultas obiecto coniungitur.

CEREBRO præcipuam cernendi vim inesse, à nobis quidem superiùs est demonstratum propos. 27. At cùm illi sensibilia præstò non sint, sed ab eo dissita separataque, quasdam ex se propagines porrigit, neruos, tamquam administros, & rerum appellentium solertissimos exploratores. Hi,
B ex actione & munere cernendi quo potissimùm funguntur, Græcis ὀπτικοὶ dicuntur. Et quamuis hoc inter tactum reliquosque sensus discrimen Aristoteles ponat, quòd ille nullo fiat medio interiecto, sed re sensibili proximè sensui admota; tamen sine contactu, saltem virtutis, etiam reliquæ sensiones non fiunt. Quare necesse est, vt vnum ad alterum, neruus scilicet ad sensile, vel contrà sensile ad neruum, vel ad aliquam vsque partem vtrumque moueatur. Vnde inter celebratissimos philosophos tres præcipuæ natæ sunt de visionis modo sententiæ.

Verùm cùm ipse etiam neruus opticus ab omni re aspectabili seiunctus sit, imò etiam iusta inter hæc distantia ad perfectam dignotionem exigatur; hinc saniores philosophi, non sine medio peruio visionem fieri posse, ratum sanctumque habuerunt: sed an à
C neruo ad visibile aliquid prodeat, an verò contrà à visibili ad neruum quidpiam mittatur, hîc omnis ambiguitas & concertatio. Neruis duo insunt, spiritus & sentiendi facultas: Plato etiam tertium adiungit, scilicet lumen.

Stoici spiritum ad rem videndam efferri dixerunt. an eam ob causam, quòd cernendi efficaciam illi inesse existimarent? sanè aduersus hanc hypothesin disputatum est suprà propos. 25. Nunc verò etiam hoc fieri non posse, vt spiritus ad obiecta effundatur, efficacissimis rationibus ostendamus. Primò quidem, quia visio in tempore fieri deberet, cùm spiritus, qui corpora sunt, momento temporis deferri ad res obiectas nequeant; est autem visio momentanea, imò velocior propemodum oculus quàm animus. Igitur à spirituum emissione visio nequaquam dependet. Secundo, obiecta
D oculis crystallo non prohibetur obtutus: at quonam pacto quæso tam densum corpus sine dimensionum confusione spiritus corporeus penetrare potest? Tertiò, impossibile omnino est tantam spirituum affluentiam promere, vt omne id, quod vno intuitu conspicimus, impleatur: præsertim si obiectum longissimè distet, aut ex edito quidquid circumfusum est ad vsque horizonta oculus contempletur. tum enim omne interiectum spatium iis impleri oporteret: quod fieri nequit, cùm non possit angustum cerebrum maiorem spirituum prouentum suppeditare, quàm ipsum capere valeat.

Denique quid hoc aliud esset quàm commentitia Stoicorum gutta, quæ toti mari, mox vt illud attigit, commiscetur? Quomodo etiam, dum continuata actione in eamdem rem oculos intendimus, euntes reducesque spiritus perenni occursu mutuas fun-
E ctiones non impediunt? Quis item credat subtilissima corpora, & quæ aërem ipsum tenuitate superant, maximis ventorum procellis à recto tramite non disturbari? obserato præsertim oculo, cùm scilicet animæ vis qua sustinebantur, intus cohibetur. Rursus noctu præclusis oculorum foribus, vbi gentium spiritus illi demorantur? si dicas occluso oculo illos deperire; (nec enim obsistente palpebrarum densitate in oculum relabi possunt.) dic quò saltem ipsorũ materia, quæ corruptioni obnoxia non est, sese recipiat? Dicere eam ad oculum reuerti, cùm is denuò apertus fuerit, fictitium est; vt & illud, quouis oculi ictu vniuersam spirituum molem quæ aërem ante occupauit subitò euanescere, nouoque commeatu totam mundi amplitudinem ex angustissimo oculi penu
F rursum impleri. Hæ namque tam veloces, tamque immanes lationes, & tam subitæ ortus interitusque vicissitudines corporum crassitiei repugnare videntur: facessant igitur hæc commenta.

Alij de Stoicorum secta, propterea quòd hæc minùs consentanea iudicarentur, non spiritum aut corpus aliquod, sed ipsam dignoscentem vim ac facultatem ad res obiectas transferri pronuntiarunt. non aliter quàm magnes incorpoream quamdam vim ex se fundit, qua ferrum rapit.

Pro huius sententiæ confutatione, notandum duplicem rebus inesse potestatem: vnam principalem, alteram instrumentariam. Ignis, verbi gratia, suapte natura excalfacere est natus, eaque potestas primaria est, quæ cum natura ignis reciprocatur, eique

semper

ſemper inhæret, vt indiuidua proprietas: verùm actu calfacere non poteſt, niſi calore, ceu inſtrumentaria virtute prȩditus ſit. Hæc enim qualitas foras exeritur, tamquam administra ad illum effectum producendum, in quem natura ignis prona ſemper inclinat. Sic magnes inſatiabilem habet ferri appetentiam, illudque ad ſe alliciendi poteſtatem, quam tamen non niſi emiſſa quadam inſtrumentaria virtute exequitur. At iis rebus quarum actio immanens eſt, præter eam quæ ex naturæ principiis manat agendi aptitudinem, nulla alia inſtrumentaria vis neceſſaria eſt ad actum eliciendum, cùm eum intra ſe ſuapte vi edat: neque vmquam virtus illa primaria, aut naturam deſerere, aut alteri communicari poteſt, cùm proprium illud dicatur, quod omni, ſoli, ac ſemper conuenit. Igitur principalis cernendi facultas, naturæ illorum quæ videre ſunt nata, integra ſemper, inſeparabiliſque inhæret; nec extra id, cui maximè propria eſt, effundi poteſt. Alioquin enim viſio extra oculum fieret; quippe facultas extra oculum egreſſa inibi ageret, propriamque functionem ederet: quod planè à ratione abhorret, cùm hanc maximè ob cauſam oculus videre perhibeatur, quòd ei inſit poteſtas videndi, in eoque operetur. A B

Quare Plato eiuſque ſequaces, nec ſpiritum, nec facultatem, ſed lumen ex oculis emicare decreuerunt. Sic enim Plato, illius ignis, qui non vrit, ſed illuminando ſuauiter diem inuehit mundo, participes oculorum orbes effectos, diis primò acceptum refert: deinde hunc ignem, ſeu lucem quæ in oculis continetur, foras extra oculos ad res obiectas dimanare, atque cum diurno lumine coniungi cenſuit, reſultareque ex illa coniunctione & concurſu paſſionem, quæ ad animam protinus euolet, & ipſam intus moueat. Verba eius in Timæo rem planiorem facient, quæ proinde ſic accipe: *Itaque cùm diurnum lumen applicat ſe viſus radio, tunc ea duo inter ſe ſimilia concurrentia atque commixta, quò oculorum acies diriguntur, ibi in vnius iam domeſtici corporis cohærent ſpeciem; vbicumq; videlicet tam intimi, quàm externi luminis fit concurſus. Totum igitur hoc propter ſimilitudinem, paſſionem eamdem ſortitum, cùm quid aliud tangit, vel ipſum ab alio tangitur, motum huiuſmodi ad corpus omne, perq; id ad animam vſque diffundens, ſenſum efficit qui viſus vocatur. At poſtquam in noctem diſceſſerit cognatus ignis, viſionis radius euaneſcit. Nam in aërem ſibi diſſimilem erumpens permutatur, atque extinguitur, cùm nullam habeat cum proximo aere, vtpote ignis ſplendore carente, naturæ communionem.* C D

Eamdem ſententiam ſecutus eſt Galenus, tum plurimis aliis in locis, tum præcipuè lib. 7. de Hippocratis & Platonis decretis, vbi diſertis verbis, cùm oſtendiſſet obiectum non partem aliquam ſui, aut facultatem, aut ſimulachrum, aliámve qualitatem emittere, qua propriam ſui dignotionem nobis oſtendat; neque ſpiritum, aut vim aliquam intuitiuam ab oculis ad obiecta tranſcribi; ſuam de viſionis modo ſententiam ita exponit: *Reſtat igitur, vt aër circumfuſus tale inſtrumentum nobis ſit, quo tempore videmus, quale eſt ſemper neruus in corpore. Siquidem eodem pacto aër nos ambiens à ſpiritus viſiui occurſu, quo à ſolis fulgore, affici videtur. Nam & ille ſupremo aëris termino contacto ſtatim vim ſuam fulgidam in totum diſpergit, & noſtra per viſorios neruos acies progreſſa ſpiritali ſubſtantia prædita, cùm in aërem incidit, primo appulſu in eum alterationem inducit; quæ longè lateq; in continuum ſcilicet nos ambiens corpus ſparſa, repentè in totum diffunditur.* E

Probat hanc ſententiam idem Galenus loco proximè citato in hunc modum: Corpus quod videtur duorum alterum, vel ex ſe ipſo ad nos aliquid mittit, aut vim aliquam ſenſitiuam à nobis ad ſe vſque prouenire expectat. Vtrum verius ſit, ita iudicabimus. Per pupillæ exiguum foramen inſpicimus. Quòd ſi à corporibus extrinſecus obiectis quidpiam accederet, veluti ſimulachrum, rerum magnitudinem nullo modo perciperemus, verbi cauſa, vaſti alicuius montis; tam magnum ſiquidem ſpectrum, quantus ipſe mons eſt, in oculos noſtros ingredi oporteret, quod penitus eſt abſurdum; vt omittam interim, quòd vel in vno eodemque temporis momento, etiamſi innumerabiles eſſent, qui viderent, ad ſingulos eædem imagines deferrentur. Si contrà ſpiritus intuitiuus ex oculis exiret, nulla ratione poſſet tanta diffuſione dilatari, vt omnes viſui expoſitas res circumfuſus complecteretur. Conſequens igitur eſt, vt lumen ex oculis efferri credatur. F

Deinde non aliam ob cauſam videtur natura oculis igneum lumen accendiſſe, quàm vt illius emiſſione, & cum externo lumine commiſtione viſio perficiatur.

Mathematici denique, qui opticam profitentur, quorum præcipua videtur eſſe debere in hac re auctoritas, lineas ab oculo ad res aſpectabiles ducunt, quos radios vocant,

A vocant, quorum auxilio, ea quæ circa viſum contingunt, explicant atque demonſtrant.
His igitur viſio efficitur. At qui hos radios ſincerè exponunt, neutiquam illos imagina-
biles faciunt, vt imprudentes quidam exiſtimarunt: ſed aiunt nil aliud illos eſſe, quam lu-
men rectis lineis quaquauerſum extenſum. Igitur, quod caput eſt, viſio luminis emiſſione
perficitur.

Quamquam Plato, & quotquot eius ſententiæ ſubſcripſere, liberè pronuntient, in-
ternæ lucis euibratione viſionem fieri; non tamen ſatis enucleatè rationem modumq́;
explicant, quo lux illa rebus aſperſa ſuo eas contactu viſibiles efficiat. Sat ſcio non deeſſe
qui aſſerant, eam lucem, poſteaquam res externas attigit, refundi ad oculum proprieta-
B tibus rerum viſibilium iam affectam; vbi verò in pupilla conſedent, viſionem conſequi.
At quid hoc aliud eſt, quàm ſuſceptione viſionem fieri? Si enim lux emiſſitia externa-
rum rerum proprietates ſecum reportat, non iam lux ipſa, vtpote oculo familiaris, ſed
aduectæ proprietates inertem naturâ viſum excitabunt: & vnaquæque quidem earum,
quæ in oculum iam receptæ ſunt, ſimilem foris oberrantem repræſentabit, niſi mauis
dicere viſum partim emiſſione, partim admiſſione fieri. Quod etiam Galenus ſuperiùs
inſinuat, cùm ait cernendi potentiam proprium obiectum medio aëre, non quaſi ba-
culo, ſed quaſi conformi ſibi attingere: conformem autem viſui aërem fieri aſſerit af-
fluente à cerebro lucido ſpiritu. Hic enim in aërem incurrens, *cum velut quadam percuſ-
ſione*, vt Galeni verbis vtar, ſibi ſimilem reddit. & eodẽ loco clariùs rem exponit his ver-
C bis: *Ipſe ſiquidem neruus cerebri pars cùm ſit, ſicut arboris virga aut ramus, efficit vt mem-
brum in quo inſeritur, vt eius in totum recepta, habile ad omnia, quæ ipſum attigerint, ſen-
tienda reddatur. Simile etiam quid in ambiente nos aëre euenit. Vbi enim illuſtratus à ſole
fuerit, tale continuò viſus inſtrumentum efficitur, qualis eſt is, qui à cerebro proficiſcitur ſpi-
ritus. Priùs vero quàm lucem receperit, ex alteratione videlicet, quæ ex emiſſione ictuq́; ſpi-
rituum cauſatur, conſentiens cognatumq́; inſtrumentum non euadit. Deſinant igitur dicere
Stoici, per circumfuſum aërem quaſi per baculum viſionem noſtram fieri. Renitentia enim
corpora eo modo cognoſcuntur; at oculorum ſenſus non ſoliditatem, aut duritiem, aut molli-
tiem, ſed colorem, ſed magnitudinem, ſed ſitum corporis percipit, quorum nihil baculo
dignoſci poteſt.*

D Hæc ſanè explicatio Platonis ſententiam nonnihil iam vero ſimiliorem reddit. Niſi
enim hoc ſit, dicere neceſſe eſt, lumen, quod nec per ſe videt, nec viſui quidquam ab
externis rebus acceptum confert, ſons otiari, aut cum diurno lumine in aëre rantiſper
colludere, dum ingruentibus tenebris in domum ſe recipiat, ſomno conciliando op-
portunum.

Aduerſus emiſſitios Platonis radios hoc maximè pugnare videtur, quòd nullum
oculo lumen inſitum eſſe propoſ. 13. à nobis ſit demonſtratum, quod quidem ad viſio-
nem valeat eſſe poſſit. Porrò animalis ſpiritus, quem ipſi etiam fulgidum eſſe diximus,
nullo pacto valet ad tam immenſum ſpatium, quantum hinc ad cælos vſque expandi-
tur, lumen ſuum euibrare. Eſt enim illud adeò tenue, vt ne ex propinquo quidem, ac
E denſiſſimis tenebris circumſeptum animaduerti à quoquam poſſit, præterquam ab
ipſo, cui ineſt, oculo, ex quo iuxta angulos compreſſo, circulari forma emicat.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Neque per συναγχείαν aſpectus efficitur.

NONNVLLI, vt Alhazenus lib. 1. numero 24. aliique media incedentes
via, per συναγχείαν ſeu coagentiam viſionem fieri voluerunt, aſſerentes
F ad aliquod ſpatium ab oculo aliquid, & viciſſim aliquid ab obiecto ad
oculum commeare, quæ ſibi occurrant, & ſe mutuis qualitatibus alte-
rent, hancq́; communem affectionem ad internum organum efferri,
ceu ad primariam viſionis officinam, omniumque rerum aſpectabilium emporium.
Quam ſententiam eo maximè nomine complexi ſunt, quòd eam Galeni eſſe exi-
ſtimarint.

Verùm hi mentẽ Galeni non ſunt aſſecuti. Etſi enim ille ſpiritũ à cerebro ad vniuer-
ſum oculum deriuari, eiusq́; vim in vicinum vſque aërem efferri millies dixerit; hoc ta-
men etiam diſerte aſſerit, fulgorẽ quidem, qui à ſpiritu manat, longè lateq́; per omnem
circumfuſum aërem diffundi, etſi ipſe ſpiritus ſepta oculi minimè prætergrediatur.

G Neque

Neque verò hi opinati sunt quod ratio suadebat, sed quod ipsis collibitum fuit. Nam A
si ad cælos vsque lumen oculorum, aut cæli imago ad oculum perringere valeat; iam non est, cur vtrimque aliquid excurrere fingatur, cùm satis esse videatur, vt vel lumen ad obiectum, vel obiectum per vicariam speciem ad oculum perueniat. Si dicas nec oculi splendorem, nec speciem obiecti, ad tantum spatium posse attingere; terminum vtriusque definiri postulo. Et si quidem obiectum remotius sit, quàm vt cum fulgore emicante ex oculis occursare possit, tum illud nullo modo aspectabile erit, quantumuis mole distentum sit: quod nemo prudens concesserit. Si verò intra mutuos terminos conscribantur, rursus quod priùs eueniet, vt nulla potior sit causa, ob quam vtrumque, scilicet & lumen ad obiectum efferri, & obiectum ad oculum aduentare debeat, cum B
alterum sufficiat, quando se visus obiectumque mutua virtute contingunt. Commentitia est igitur protsus hæc assertio, quæ mutuum occursum visus atque obiecti astruit.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visio fit per species, rerumque formas intus susceptas.



NTER eos, qui visionem susceptione alicuius rei ab obiecto immissæ fieri maluerunt, duæ fuere discrepantes sectæ. Vna Epicureorum, qui ab obiectis corporeum aliquid, quod obtutum ciendi vi polleat, resolui & ad C
oculos vsque efferri censuerunt: ad eum modum, quo ab odoriferis rebus spiritus quidam exhalat, odorem deferens, odoratumque pulsans. Hi sanè in eam sententiam adducti sunt, quòd physico attactu actionem omnem fieri existimarent.

Verùm hæc sententia iisdem difficultatibus obnoxia est, quibus ea quæ spiritum ab oculis effundi statuebat. neque enim à cælis ad nos vsque tam immensum corpus concedendum videtur: neque saluа incolumitate possunt visibilia corpora, tanto tempore, tantam vaporum copiam expromere. Idcircò enim odorifera omnia, quamuis non longè odorem spirent, citò tamen corrugantur; quia nonnihil semper de illorum substantia decedit. Ita si visibilium corporum materia indesinenter exhalaret, iamdudum emarcuissent, ac penitus exhausta fuissent. Quid verò de iis, quæ corruptioni obnoxia non D
sunt? An & cælos ipsos defluere, ac sensim in hæc inferiora delabi asserere non dubitabunt? Difficilis sanè est ista postulatio. Præterea visio temporis momento absoluitur, fieret autem in tempore, si Epicureorum defluuia admittamus. Igitur cum id visionis naturæ aduersetur, neutiquam putandum est corporeum aliquid ab obiectis effluere, quod illorum notionem sensui repræsentet.

Altera Peripateticorum est, qui non corporeum simulachrum, sed qualitatem quamdam cum externo lumine per circumfusum aërem à rebus ad intuitum vsque nostrum prouenire tradunt. Quæ etsi diuini Platonis decreto aduersetur, liceat tamen nobis in præsenti ab ipsius sententia recedere, atque Aristotelis placitum vt rationi magis consentaneum, ita verius pronuntiare. Hic enim lib. 2. de anima cap. 12. textu 121. & 124. E
docet sensum esse id, quod sensibiles absque materia formas suscipere potest. Et eodem libro cap. 7. textu 74. aduersus Democritum, qui putabat, si medium spatium vacuum fiat, formicam, etiamsi in cælo sit, exactè perfectèque videri posse, sic arguit: Visio non fit sine passione: at ab obiecto tam remoto visus pati nequit: ergo a medio patitur. quare, inquit, si vacuum sit medium spatium, non modò non exactè, sed nequidquam omnino videbitur. His consentanea scribit tum multis aliis in locis, tum lib. 3. de anima cap. 1. 2. & 3. rursus lib. de sensu ac sensili cap. 2.

Aërem eius esse naturæ, vt in colores quodammodò mutetur, eosdemque non tantùm ab obiectis ad oculos, sed etiam ab vno ad aliud corpus traducat, plurima fidem F
faciunt. Nam charta candida luci obiecta obscurum locum vicinum suo candore illustrat: & ea quæ colore aliquo infecta sunt, cùm lumini opponuntur, vicina loca suo colore imbuunt. Cuius generis sunt etiam illa, quæ Galenus refert lib. 7. de Hippocr. & Plat. dogm. *Videre, inquit, est dum aer maximè purus est nitidusque, si sub arbore aliqua recubueris quispiam, arboris colore eum totum perfundi. Quin etiam sæpenumerò accidit, vt aer clarus vbi parietis colorem alicuius attigerit, eum subitò recipiat, atque in alterum corpus etiam transferatur. Quod præcipuè fit si color vel cæruleus sit, vel flauus, aliquove alio modo floridus extiterit.* Neque ea aëris immutatio aliter fit, quàm tactu &

conta-

A contagione quadam; luminis tamen ope, & aëris perspicuitate concurrente. Si enim tenebricosus ille sit, nullos colores recipiet; si autem turbidus, receptos non transmittet. Vnde idem Galenus: *Sicut à solari splendore solo ipso attactu totus aër repentè assimilatur, eodem pacto à colore statim immutationem accipit.*

Sic igitur natura prouida, vt colores in aëre consignati impressiq; ad visum perferrentur, medium diaphanum fecit, & qualitatem quamdam adinuenit, quæ quodcumque corpus attigerit, ab ipso protinus alteretur; hæc lux est, quæ si colorem tetigerit, coloratur; si magnitudinem, hanc ipsam suscipit; si numerum; si figuram, hæc itidem refert. Cùm ergo neque materiam neque qualitatem à materia auellat, non aliud
B quàm rerum imagines assumit, quam siue formam, siue simulachrum, siue idolum, siue speciem aut spectrum appelles, nihil interest, si modò id solum, quod rem repræsentat, intelligas.

Porrò species eiusmodi ab obiectis emitti, atque per vniuersum aërem circumquaque luminis beneficio deportari propos. 42. dilucidè est demonstratum. Nunc propositum sit ostendere easdem oculis inuectas cernendi facultatem ad propriam actionem excitare, sicq; tandem visionem consequi, omniumque rerum, quibus aut color aut lumen inest, dignotionem.

Primò, facultas cernendi est ex se indeterminata non modò ad agendum & non agendum; verùm etiam ad hoc vel illud particulare sensibile percipiendum. Ergo ab
C alio aliquo determinari in hanc vel in illam partem debet. Hoc verò solùm obiectum per se præstare non valet, vt superiùs ostensum est, & ipse etiam Aristoteles lib. 2. de anima cap. 5. textu 52. exemplo docet: *Quemadmodum enim combustibile non ignescit sponte sua, sed opera ac vi alterius, quod possit vrere. Vreret enim seipsum, quod fieri nequit, cùm tantùm sit potestate, non actu.* Igitur aliud quidpiam ad id requiritur ab obiecto profectum, eiusque vicanum quod proinde similitudinem aliquam cum ipso habeat. Quare iam obiecti species formaque, quam astruimus, habetur, per quam potentia cernendi adactu euocatur.

Secundò, non est alia ratio cur in tenebris res non appareant, quàm quia lumen deest, cuius præsidio rerum species ad visum efferri debent. Neque cur certa requiratur obiecti
D distantia, quàm quia species longiore tractu prouectæ languescunt. Neque cur aliqui inspicillis clariùs videant, nisi quia species per illorum densitatem infractæ, pro visus conditione vel colliguntur, vel dissipantur. Igitur specierum ope visio efficitur.

Tertiò, oculus seipsum videt in speculo, aliàs non. Quid ita? quia ab obiecto ad speculum proficiscitur eius imago, quæ inde ad oculum repercussa ipsum ad suipsius dignotionem excitat.

Quartò, in interno sensu species dantur, quarum ope cognoscimus res quas antè præcepimus, modò autem absunt: & specierum refricatione in memoriam redeunt etiam ea, quorum formæ iam obliteratæ esse videbantur. vnde Aristoteles lib. de memoria cap. 1. cùm quæsisset qua ratione contingat nos rei absentis recordari, respondet
E id fieri ob simulachra rerum in interno sensu asseruata. Ergo & in externo sensu species admittendæ erunt, tanto quidem magis ad visum, quàm ad reliquos sensus necessariæ, quanto ille à suo obiecto longiùs distat.

Quintò, hoc differunt apprehensiuæ potentiæ ab appetentibus, quòd hæ in obiecta ferantur, illæ verò obiecta ad se alliciant. Cùm verò neque obiecta ipsa, neque corporeum quiddam ab ipsis decisum ad visum perueniat, restat, vt vicariæ quædam qualitates, quas species nominamus, eorum munere fungantur, propriaque obiecta oculis sistant ac repræsentent.

Sextò, D. August. lib. 11. de Trinit. cap. 2. ex eo hanc sententiam probat, quod quæ-
F dam nonnumquam gemina conspiciantur: *Nisi, inquit, fieret in sensu nostro quædam imago simillima rei eius, quam cernimus, non secundùm oculorum numerum res species geminaretur, cùm quidam cernendi modus adhibitus fuerit qui possit concursum separare radiorum.*

His itaque dilucidè, vt opinor, satis ostensum est, quo pacto visilia in machinamenta sensuum, seu partes sensorias incurrant, & tamquam irritamenta quædam eos ad comprehensionem sui prouocent aduocentque animum.

Aduersus autem hoc Peripateticorum dogma duo obiectare identidem solet Galenus: nempe non posse ex illorum principiis elici idoneam causam, ob quam rerum magnitudines oculus discernat, cùm fieri nequeat, vt vel res ipsæ, vel earum imagines

tanta mole distentæ pupillæ angustiam subeant. Alterum est, non posse satis intelligi A
quonam pacto tam innumerabilis aspectantium multitudo eamdem rem simul con-
tueatur, cum non possit res vna formam suam tam multis simul oculis impertiri.

Obiectiones istæ facillimam habent explicationem ex iis quæ de specierum origine
& propagatione superiùs sunt demonstrata. Etenim species à coloratis rebus sponte
emanant, vt à lucentibus splendor, quod ipse Galenus agnoscit, cuius verba iam paulò
antè sunt recitata. Deinde vt lux à fulgido corpore emissa in medium diaphanum, ita
coloris species in medium lucidum, ceu proprium subiectum excipitur. Vnde philoso-
phus colorem id esse definit, quod mouet actu perspicuum, & sanè opacus locus nullis
colorum imaginibus afficitur, vt ipse Galenus iisdem verbis superius recitatis profite- B
tur. Rursus vt lumen, ita colorum species per omnem circumcircà diffusum aërem pro-
pagantur: sed hoc quoque eadem Galeni verba significant. Quid randem? His colo-
rum formis visum cieri Galenus negat: sed neque ab emisso ex fulgenti corpore splen-
dore potentiam visus excitari concedit. Quo igitur? Interno lumine, quod dum exter-
no miscetur, *simile per simile in affectionum commutationem societatemq́, peruenit.* At
ex ea luminum confusione nullam visionem sequi iam præcedente propos. est osten-
sum, quòd videlicet lumina non obtineant eam sentiendi facultatem, quam ne tuis in-
esse & ratione & experimentis constat.

Nos igitur, qui Aristotele duce visionem fieri dicimus obiectarum rerum imaginibus
in organum destinatis, ostẽdamus oportet, quonam pacto ipsas etiam magnitudines nos C
visu capere contingat. Profectò si visibiles species essent expressæ imagines, quales sibi
Galenum proposuisse equidem existimo, nulla ratione fieri posset, vt magnitudinem
alicuius rei dignosceremus, nisi eius, cuius imago tanta, quanta esset res ipsa, oculum
subintraret. Nunc verò cùm eas virtute repræsentandi indiuiduas esse propos. 45. osten-
derimus, poterit quæcumque speciei pars, rem totam ac tantam quanta est visui repræ-
sentare. Nec hoc solum, sed eadem imagine cõtinget eamdem rem è propinquo maio-
rem, è longinquo verò minorem apparere: cuius discriminis germanam causam num-
quam daturum fuisse Galenum ex Platonis sententia certò mihi persuadeo. Si enim id-
circò ex Galeni placitis rei magnitudo percipitur, quia attingitur ab oculi lumine, per
quod dignotio primùm ad oculum, & inde per neruum opticum ad cerebrum perre- D
ptat; reuerà cùm opticum lumen semper obiectum contingat, dum videt, nũmquam
non veram eius magnitudinem, quanta in se est, perspiciet. Nos verò hanc dabimus cau-
sam, quòd species turbinatim à rebus ad oculum pertingant, coni verticem in crystal-
loidis centro constituentes. Cùm igitur ob vicinitatem angulus qui ad verticem est au-
getur, etiam res ipsa maior apparet; at minor, cùm propter distantiam idem angulus
coarctatur. qua de re planiùs, cùm de deceptionibus visus libro 4. sermo erit.

Nunc alteram Galeni obiectionem diluamus, quæ ex eodem falso principio origi-
nem ducit: putat enim ille, vt iam dictum est, species esse quasdam expressas imagines,
quarum singulæ ab vnaquaque re producantur ea magnitudine, quam res ipsæ habent.
Eiusmodi vtique species ad plures simul aspicientes destinari non possunt, vt rectè Ga- E
lenus. At non ita se res habet. Ab vnaquaque verò eiusdem obiecti parte, in omnem
partem medij species diriguntur; sic vt nulla circumfusi medij pars existat, in quam non
alicuius coni optici vertex terminetur. vnde haud dubiè sequitur, ad quotcumque in-
tuentes vnius rei speciem pertinere, si nullum corpus opacum eius profluentiæ obsistat.

Superest alius priscorum scrupulus, qui emissione radiorum visionem fieri persuasiti
nempe quòd perspicuè intelligere non possent, quomodo si species, quæ proxime visum
mouent, in oculo sint, fieri possit, vt rem proprio in loco constitutam exhibeant; non
verò potiùs omnia oculo inesse videantur. Respondeo visibilem speciem, non tantùm
rem ipsam, sed etiam rei distantiam exhibere, sicut & magnitudinẽ & figuram, & situm, F
ac denique omnes quæ sub aspectum cadere possunt affectiones. Eam sanè ob causam,
quòd non tantùm color, sed & ceteræ omnes aspectabiles proprietates propriam spe-
ciem organo inferant, per quam dignoscantur, vt proposit. 44. est demonstratum.
Deinde hoc peculiare est iis rebus quæ oculo insunt, vt non in oculo, sed foris esse vi-
deantur: quod in suffusis, vsque quorum oculi infectione quapiam laborant, manifestè
experimur. Hi namque concretionem humoris oculo impactam non tamquam in
oculo vident: sed eà, quidquid primò occurrit, respersum arbitrantur. Eo siquidem loci
vnumquodque perspicitur, vbi iugati axes congrediuntur, quemadmodum suprà non
semel diximus, & libro 2. ex instituto docebimus, cùm de horoptere sermo erit.

Idem

A Idem verò & speciebus accidit, vt nimirum in oculum transfusæ facultatem quidem ipsi insitam ad suam ipsarum dignotionem incitent: hæc tamen ipsas non tanquam idola quædam intus latentia, sed vt res veras foris existentes contemplatur, tales per omnia, quales ipsæ sunt specie, colore, magnitudine, figura, loco, situ, ac ceteris proprietatibus, quas visus suapte natura persequitur.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Species ad visionem formaliter, non autem effectiuè concurrunt.

B



SPECIES ad videndi actum formaliter concurrere ex eo conuincitur, quòd dum potentia in actum prorumpit, ipsæ obiecti vice perfunguntur. Est enim duplex obiecti munus, vnum instar propositi scopi functionem potentiæ terminare ac sistere, ne longiùs progrediatur; alterum propriæ essentiæ differentiam actioni quodammodò impertiri. Vtrumque verò species visibiles præstant: etenim potentiam, quæ suapte natura ad agendum & non agendum indifferens est, sola sui præsentia ad eliciendum actum inducunt, non vtique efficiẽdo aliquid, sed solùm obiecti absentiam, vicemq; supplendo. Deinde ipsam actionem, cuius nulla adhuc est propria differentia, sic determinant, vt illi propriam essen-
C tiam, specificamque, vt vocant, rationem tribuant. Quæ causandi ratio formalis obiectiua in scholis nuncupatur.

Non autem effectiuè species cum sentiente facultate concurrunt, quia actio vitalis à solo vitæ principio effectiuè proficiscitur. species igitur, quæ extrinsecùs obueniunt, nullam actionis partem visioni inferre possunt. Deinde partiales causæ effectrices ita sunt comparatæ, vt vna sine altera partem aliquam suæ virtuti proportionatam efficere queat: at species solæ nullam visionis partem ex se proferre possunt. ergo non effectiuè concurrunt.

Non defuere tamen, qui vim effectricem speciebus attribuerint, quorum rationes hoc loco proponere atque dissoluere opportunum fuerit.

D Prima ratio: Per speciem constituitur visus in actu primo ad agendum, sicuti ignis per calorem ad calefaciendum. ergo vt calor cum igne, ita species cum visu effectiuè concurrit. Respondetur hoc discriminis esse inter calorem & speciem, quòd calor sit virtus quædam igni ad agendum data, sicut ipse visus facultas quædam est animæ ad intuendum concessa: at species solùm determinat potentiam, vti vicaria obiecti, in quod videndi actio intenditur.

Secunda: Ea forma agentis effectiuè concurrit, cui assimilatur effectus; vt forma equina ad equi productionem, leonina ad generationem leonis, itaque in ceteris: sed formæ rei visibilis assimilatur notio, seu species sensus interni, quæ visione producitur. ergo species rei visibilis effectiuè ad visionem concurrit. Respondendum non omnem
E formam habere rationem effectricis causæ, sed illam tantummodò, cui effectus similis secundùm substantiam euadit: species verò visibilis, internæ notioni sola repræsentatione similis existit. igitur non vt efficiens causa, sed vt vicaria tantùm obiecti forma visionem producit.

Tertia: Habitus vnà cum potentiis, quibus insunt, efficiendo coagunt. ergo & species, quarum est par ratio. Responde longè disparem esse specierum & habituum considerationem: habitus enim sunt supplementa potentiarum, quæ promptè agere per se non valent: at species obueniunt perfectæ facultati ad instar obiecti præsentis; quare maiorem cum obiecto, quàm cum habitibus, cognationem habent.

F Quarta: Nulla substantia creata potest per se sola operari, cùm id proprium sit diuinæ essentiæ ab omni materialium accidentium inquinatione secretæ. ergo species pariter cum anima effectiuè ad videndi actum concurrunt. Neganda est huius argumenti illatio. Etsi enim efficientia speciebus derogetur, non tamen his submotis adeò vacua ac naturæ bonis spoliata relinquitur animæ substantia, vt per se sola operari debeat, siquidem speciebus ablatis ipsa adhuc accidentariis facultatibus (quibus efficientis causæ ratio propria est) abundè instructa relinquitur.

Coronidis loco hoc addam, non magis speciem quàm obiectum effectiuè ad visionem concurrere. Nam cùm species in eum tantummodò finem ab obiecto producatur, vt eius munere in organo perfungatur, profectò speciei actio ipsi obiecto vti primario

visus scopo tribuenda est. At nefas est dicere obiectum effectiuè videndi actum elicere, A
ergo nec species eo causandi genere concurrit: sed extrinsecè tantùm obiecti loco visionem, quæ ad aliquid est, terminando.

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Visio non sola est passio, sed etiam actio ab interno vitæ principio elicita.

PHILOSOPHVS multis passim locis asserit visum potentiam esse passiuam: vnde nonnulli occasionem nacti, dicere sunt ausi visionem non in actione aliqua, sed in sola speciei susceptione consistere, sic vt nil omnino sit aliud videre, quàm obiecti similitudinem admittere. Quod nec aliunde efficaciùs probare possunt, quàm ex eo quòd simul atque species obiecti in oculum recepta est, confestim visionem fieri experiamur. B

At his aduersatur, quòd lepores, quibus mos est apertis oculis dormire, rerum species oculis hauriant, cùm tamen nihil videant. Rursus in aëre & in speculo formæ rerum elucent; cur igitur hæc non æquè atque oculus vident, cùm illis causa videndi insit? Nulla sanè alia causa reddi potest, quàm quia non idem est sentire ac speciem rei sensibilis accipere: sed prætereà opus est vt anima effectiuè concurrat. C

Prætereà ex eo etiam sententiam suam confirmare nituntur, quòd potentiæ actiuæ exercitatione perficiantur, comparatisque habitibus promptiores ad agendum reddantur: at visus longiore vsu non modò non perficitur, sed potiùs atteritur consumiturque: igitur non ad actionem, sed ad solam passionem comparatus videtur. Respondendum idcircò visum non perfici habitibus exercitatione comparatis, quia eius actio non subest voluntatis arbitrio; ideoque atteri, quia ab iis rebus patitur, quæ offendunt ac sauciant.

Cùm verò Aristoteles visum ait esse potentiam passiuam, non procul à vero aberrat, nam verè patitur ille quidem ab immissa extrinsecus specie, at non propriè; quia hæc ita passionem organo infert, vt cum potentia ad dignoscendi actum nullo modo effectiuè concurrat. Eam etiam ob causam, quòd, vt Themistius loquitur lib. 2. de anima cap. 42. *ita forma rei cieat impellatque instrumentum, vt materia forinsecus sedeat, at corpora cum franguntur, caduntur, cremantur, non nisi ingressu & accessu materiæ patiuntur. Cadit enim non acies sola aut mucro, sed gladius, id est, acies cum ferro: item deurit ignis, non forma ignis speciésve. Quamobrem isthac propria pressaque passio est, quia in mutationem & conuersionem aliquam decumbit.* Et Aristoteles lib. 12. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 13. *Neque*, inquit, *sensus reipsa sentiendo similis efficitur ei, quod sentitur: alioquin oculus candorem videndo candidus efficeretur. Quare sentiens à simili non patietur, sed à reipsa perfectionem accipiet. nec erit necesse animum, quia corpora cognoscit, corpus quoddam existere.* D

Quòd autem visio actio quædam sit, non verò sola passio, ipse inprimis Aristoteles disertis verbis testatur lib. 2. de anima c. 4. textu 36. vbi docet animam triplicis causæ rationem habere: primò formalis, quia corporis appetitum explet, totumque viuens constituit: deinde finalis, quia eius gratia omnis materiæ ornatus, atque membrorum compositio instituta est: tertiò effectricis, quia omnes functiones viuentibus proprias exequitur & administrat. Deinde hoc differt visus à rerum inanimatarum passionibus, quòd non simpliciter obiecti speciem recipiat, sed eam etiam persentiscat, quæ est propria quædam animæ actio, quam in se producit, vt vitæ principium: ea porrò sensione excitata distinctiua potentia exactam posteà rei propositæ notionem elicit, quo tandem pacto visio perficitur atque completur. Est igitur visio non sola passio, qua organum obiecti actionem recipit: sed actio quædam ab interno vitæ principio manans. E F

Confirmatur autem hoc ex iis, qui animo delinquunt. hos enim solo spirituum animalium commeatu intercepto nihil omnino videre contingit, quantumuis eorum oculi salui & integri obiectarum rerum speciebus perfectè oblignentur. Cuius rei nulla alia probabilis causa reddi potest, quàm quòd naturali vigore efficaciaque destituti vitalem illum actum, in quo visio consistit, proferre nequeant.

A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Perperàm nonnulli visum agentem inducere sunt conati.

NONNVLLI ex iis qui visum in passione constituunt, addunt visum agentem, quo ille ad actum excitetur; ad similitudinem intellectus agentis. Oportet enim, inquiunt, omne quod in potentia est, per aliquid aliud ad actum deduci. Si quis obijciat potentiam visus ab obiecto ad actum
B perduci: negant id quidem fieri posse, quòd obiectum sit materiale, visus autem spiritualis, ideoque speciem requiri tenuioris essentiæ non ab obiecto, sed à visu agente productam; quam dum visui patienti impertit, is hoc solo, quòd ab ea patiatur, videat.

At cùm externi sensus non minus beluis, quàm hominibus insint, palàm est eos ex materiæ gremio, atque organorum potestate educi, ac proinde nequaquam spirituales, sed corporeos esse. Nil igitur obstat, quin ab obiectis patiantur, vt proinde nullo visu agente opus sit. Aliàs enim, & auditus agens, & sensus communis agens, & phantasia agens, & quæcumque demum facultates ex iis quæ apprehēsiuæ vocantur, gemina existeret. Quare solus intellectus agens rectè à philosopho constituitur lib. 3. de anima; quòd
C constet ratiocinandi potentiam spiritualem esse, nullamque cum materia necessitudinem habere, ac proinde nec posse rerum corporearum alias species in eum consignari, nisi quas intellectus agens priùs efformauerit, propriæ naturæ accommodatas.

Deinde species ab obiectis produci, atque per omne medium diaphanum ad oculos vsque deportari, iam suprà demonstrātum est propos. 43. Quis igitur neget visus potentiam his excitari? nisi in superfluis abundasse naturæ auctorem etiam audeat affirmare.

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

D

Visus suapte vi nihil exteriùs operatur.

INTER eos qui visum in actione ponunt, non defuère qui eum extra se agere aliquid sunt arbitrati, ex nonnullis effectis quæ circa oculum eueniunt; atque in primis ex verbis philosophi lib. de insomniis cap. 2. quæ sic se habent: *Et insuper ex eodem facilè constat, visum vt pati, ita etiam agere aliquid solere. Nam cùm mulieres tempore mensium speculum aliquod probè tersum inspectant, tunc superficies speculi quadam velut nebula sanguinis obducitur. Causa autem est, sicut iam diximus, quòd non solùm ab aere visus quidpiam patiatur, sed etiam in aërem quidpiam agat.* Et paulò pòst: *Ab ipsis autem mensibus, qui ad oculos penetrarunt, aër mouetur & inficitur: aër infectus alium aërem, qui speculo proximus est, sibi*
E *harentem, talem qualis ipse est, reddit; à quo postremùm speculo eluuiecula quædam illinitur.* Cùm verò indelebiles esse maculas illas eodem loco asserit, scito eum non de vitreis speculis agere, sed de metallicis (quæ olim sola in vsu fuerunt) hæc verò à corrosiuo vapore facilè corroduntur, & æruginem contrahunt ac maculas quæ minime delentur, nisi cotibus exterantur, ac denuò tergentibus puluisculis læuigentur.

Deinde qui oculos illorum contuentur, qui vel lippitudine vel ophthalmia infestantur, facilè idem malum contrahunt. Vnde est illud poëtæ:

Dum spectant oculi læsos, læduntur & ipsi;
Multaq́ corporibus transitione nocent.

F Præterea quorumdam oculis vis quædam inesse creditur, qua rebus conspectis varia nocumenta inferant: vt basilisco, qui solo venenato aspectu homines interimit. Eiusdem quoque generis homines in Triballis & Illyriis esse ex Isigono tradit Plinius lib. 7. cap. 2. qui visu effascinent, interimantque, quos diutiùs intueantur, iratis præcipue oculis. Et Hieron. Vidas lib. Bombycum 2. similem quemdam senem his versibus describit:

Quandoquidem memini Tusci alta in rupe Viterbi,
Ipse senem vidisse ferum, cui dira vigebant
Ora, graueq́ oculi suffecti sanguine circùm,
Fronsq́ obscœna situ, hirtiq́ in vertice cani;
Ille truci (scelus) obtutu genus omne necabat,

Reptantum, tenues animas, paruasq; volantes: A
Quin etiam si quando hortos ingressus, vbi annus
Exuit expleto turpem nouus orbe senectam,
Floribus & passim per agros incanuit arbor;
Ille hortis stragem dedit, arboribusq; ruinam,
Spemq; anni agricolæ mæsti fleuere caducam.
Nam quocumque aciem horribilem intendisset; ibi omnes
Cernere erat subitò afflatos languescere flores.

Sic quibus naturæ vitio gemina pupilla in eodem oculo obtigit, iis fascinandi vis inesse existimatur, ex eadem causa noxia, quæ geminam pupillam præter naturæ ordinem B induxit, quod naturale esse quibusdam hominibus Plinius refert loco superiùs citato.

Verùm hos effectus nequaquam ex sola inspectione seu actu cernendi prouenire inde constat, quòd visio actus vitalis sit, ac proinde immanens, vtpote ab interno vitæ principio elicitus. Non igitur foras exeritur, ad alicuius externi effectus euocationem.

Quæ verò allata sunt exempla, hanc causam habent: Vti ex inanimatis rebus odores continuò expirant, ita euaporationes quædam perennes in animantium corporibus fiunt, per occultos meatus, quibus externa cutis vndique pertusa est; longè autem vberiores ex obueniunt in illis animantibus, quorum spiritus propter calorem & motum veluti pulsum quemdam, (vt Plutarchus loquitur) & concussionem habet. Id quod in iis manifestè apparet, quibus menses fluunt, aut quorum oculi phlegmone vel lippitu- C dine vexantur: his enim acris calidusque humor inest, qui dum oculos inuadit, eos accendit, concitati autem eo calore spiritus confertim erumpunt, & proxima quæque inficiunt; maximè autem ea, in quæ oculorum acies defixæ fuerint, propter pupillarum, ex quibus illi vberiùs efflantur, conuersiones.

Hinc igitur illa speculo inusta labes, hinc morbi traductio, hinc à basilisci aspectu interitus: neque enim ab ipsa visione, quà visio est, fieri istiusmodi alterationes possunt; sed à tetro vapore, quem vitiata temperies, aut deprauatus habitus, aut putrescentes in corpore humores suggerunt. Ille siquidem à calore oculorum concitatus, foras prosilit, vicinumque aërem virulentus inficit, & hic alium, vsque dum in rem aliquam offendat, cui solo adflatu calamitatem affert. D

Addit tamen Richardus, tum maximè eiusmodi obtutum nocère, cùm is qui morbidos oculos inspexerit opinatur se lædi; plurimùm enim ad morborum contagium valet imaginatio. quod minimè improbatur, cùm id etiam in epidemicis morbis perfrequens sit.

Quæ autem de admirandis ac portentosis quibusdam effectibus tum à Plinio lib. 7. cap. 15. & lib. 28. cap. 7. tum ab aliis conscripta leguntur, vt & illud ex Vida superiùs allatum, vel fabulosa vel magica esse existimamus. De eo autem fascini genere, quo assolent aliqui varias affectiones, puta amoris alteriúsve cupiditatis in aliorum animos solo intuitu concitare, hoc vero similius dici videtur, ex imaginatione potiùs eiusmodi passiones, quàm ex illicio seu qualitate aliqua lasciuis oculis insita prouenire. Plura de E his qui desiderat, legat apud Martinum Delrium libro magicarum disquisitionum tertio, part. 1. q. 3. sect. 2.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Visio per simplex medium rectis fit lineis.

HÆc propositio non aliam demonstrationem habet, quàm eam ipsam, qua species rectis lineis ferri proposit. 50. docuimus. Cùm enim visionem re- F ctis lineis fieri dicimus, nequaquam volumus visionem extra oculum celebrari, aut per visionem aliquid extra organum foras erumpere, quod recta incedere via intelligatur; sed tantum species ipsas recto tramite ad oculos peruenire. Ita enim sæpè loquendi modo minus vero res obscuræ clarius elucescunt: vt cùm dicimus species aut lumen moueri ac ferri, appositè quidem loquimur, quòd hæc rem dilucide explicent, non tamen vere. Etenim species ac lumen de subiecto in subiectum non commigrant: sed in successiuis partibus medij, alia semper qualitas, numero atque intensionis gradu à priore distincta excitatur. Sic quosdam dicimus longius videre, aliorum visum breuiori spatio terminari, visionem non infinitè extendi,

A extendi, aliaque similia, quæ, vti iam dictum est, contrariam habent interpretationem. Nam de speciebus quidem ista veriùs, at de visu accommodatiùs secundùm captum proferuntur.

Rectis ergo lineis fit visio, ea inquam quæ per simplex traijcitur medium: si quidem quæ per diuersa media pertransit, infringitur, vt in Dioptricis docebimus. Quare in eum locum hæc consultò asseruamus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Oculorum acies in vnum dumtaxat punctum defigi potest, quod distinctè conspiciatur; cetera autem indistinctè.*



DVO hac propositione demonstranda sunt: primum illud est, oculorum aciem in vnum dumtaxat signum posse terminari: alterum, id solùm, in quod axes conueniunt, distinctè videri.

Primum quidem demonstrari potest ex indiuidua illa societate, quam propos. 19. musculis oculos mouentibus inesse docuimus. Illi enim sic à natura sunt comparati, vt oculos pariter moueant, pariterque defixos teneant: cumq; ita diuaricari nequeant, vt paralleli fiant, consequens est, vt in vnum aliquod pun-
C ctum indefinitè semper concurrant, vbi mutuam actionem iuuent, ac terminum visioni constituant.

Alterum verò ita etiam demonstrabitur. Quemadmodum in ceteris rebus fortior est actio, quæ per lineam perpendicularem in subiectam materiam dirigitur; ita visum res illæ efficaciùs mouent, quæ per axem, hoc est per lineam superficiei visus orthogonalem, oculum subeunt. At punctum, in quod axes visuales conueniunt, eum situm ad oculos habet, vt eius species perpendicularibus lineis ad visum producatur. Igitur hoc punctum ceteris clariùs, distinctiùs, certiùsq; dignoscitur. Cetera verò quæ circumstant, quò sunt ab illo remotiora, eò obscuriùs percipiuntur, quòd illorum species obliquioribus radiis in visum irrepant.

D Tametsi secundùm subtilissimam loquendi rationem, quam Mathematicam vocant, solum punctum distinctè videatur, quòd vnica tantùm indiuisibilis linea à re visa ad centrum glacialis humoris secundùm rectos angulos per visus superficiem duci queat, quæ axis nuncupatur; tamen quoniam species eorum, quæ axem proxime circumstant, angulis nil pænè à rectis discrepantibus ad oculos perueniunt, ea ita perfectè videntur, vt confusio in illis vix vlla appareat. Id quod portioni ferè tantillæ magnitudinis, quantula est pupillæ amplitudo, contingit. Ac deinceps quò longiùs ab axe res absunt, eò cernuntur obscuriùs imperfectiùsque; sic vt ex inæqualitate distantiæ vniuersa imperfectionis latitudo in gradus distribuatur.

Quare, vt summatim rem propositam complectar, distincta visio ea dicetur, quà id
E cernitur, quod oculo directè, seu ad normam opponitur: confusa verò, quà id, cuius species obliquo radio in superficiem visus illabitur.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Robustior est visio ab vtroque oculo, dum simul in rem vnam conspirant, quàm ab altero tantùm.



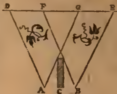
HVIC propositioni obstare videtur Aristotelis & Galeni auctoritas. ille
F lib. Problem. sect. 31. q. 2. hic verò libro de oculis parte 2. cap. 4. vbi inter ceteras causas, quibus varij asseruit neruos opticos, priusquam ossium caua subeant, coniungi debuisse, hanc probat & amplectitur, vt scilicet vno oculo obducto totus spiritus in alterum influat, fiatque in vno efficacior intuitus, quàm in vtroque simul. Quod idem hoc experimento confirmat: *Si, inquit, aliquod corpus super nasum ponatur, vtroque oculo ad videndum directo, fit visio debilior & obscurior: sed vno clauso fit visus in altero fortior, quàm in vtroque fuerat. Et quod vtrique cernere nequiuerant, vnus solus clarissimè aspicit. Hoc ideò, quia spiritus qui in vtroque fuerat, ad vnum conuertitur: altero enim clauso, alterius pupilla clarior efficitur.*

Respon-

Responderi in primis posset exigui ponderis esse huius libri auctoritatem, quòd inter A spurios numeretur. Plus verò tribuendum libris de vsu partium, in quorum decimo ita concludit: *Quapropter minùs obscurum est, quod ambobus oculis simul videtur, quàm si altero dumtaxat (vterlibet eorum is sit) spectes.* Ad Aristotelis testimonium dici potest ipsum in plerisque Problematis vulgi opinionem secutum fuisse.

Deinde, quoniam nonnulli experimento proximè ex Galeno allato inducti fuere, vt crederent iunctis luminibus minus perspicuam visionem fieri, quàm disiunctis alterutro tantùm: operæ etiam pretium erit, eius experimenti modum explicare, erroremq; detegere, ac demum hoc ipso aliisque tum experimentis, tum rationibus demonstrare ab vtroque oculo efficacissimam visionem prouenire. B

Manum naso ita imponunt, vt ipsius expansæ digiti omnes erecti sint, solusque pollex secundùm longitudinem naso incumbat, totaque manus velut septum oculorum acies disterminet. Aut si mauis, loco manus asserculum finge C, inter vtrumque oculum A & B constitutum: rem verò obiectam D E, cuius partes D F, G E ab altero dumtaxat oculorum, media autem F G ab vtroq; visu cernatur, vt ducti ab oculis radij commonstrant. Quibus sic expositis dico partem quidem mediam ab vtroque lumine spectatam omnium maximè conspicuam esse; secundò dein loco extremas, si alter oculorum claudatur; tum demum easdem, si vterque oculus pateat, quamuis ab vno tantùm singulæ videantur. C



Primum illud, nempe F G partem obiecti mediam, quæ ad vtrumque oculum pertingit distinctissimè videri, plurimorum, quos ad hanc fidem astruendam exactissimos exploratores adhibuimus experientia testatum facit: alterum autem extremam quamcumque partem, verbi gratia D F, ab oculo A clariùs videri B tecto, quàm aperto eadem experientia confirmat. At cuius consequentiæ vi hinc inferunt illi obiectum clarius altero oculorum, quàm vtroque dignosci? An portionem D F vtroque oculo videri arbitrantur, quia vterque patulus in visionem adlaborat? Absit. namque interseptum C, actionem prohibet, quam oculus B in partem D F intendit. Tolle autem obstaculum C D iam D F clariùs cernetur vtroque oculo, quàm solo A patente. Palàm igitur est non ob eam causam partem D F clariùs videri ab oculo A clauso B, quòd tum vberior spiritus in A confluat: sed quod interseptum C impedimenti quidpiam perspicuitati visus adferat, quò minùs accuratè vtroque oculo aperto pars D F videatur. Eam enim cuiusq; rei causam rectè definimus, qua posita effectus ponitur, qua sublata ille pariter tollitur. At posito inter vtrumque oculum obstaculo C, fit, vt pars D F oculo B clauso, ab A solo clariùs cernatur, quàm si oculus B pateat: sublato verò C id numquam continget, sed quantumuis B clauso maior fiat spirituum prouentus in A; semper tamen D F à solo A obscuriùs, quàm ab vtroque oculo dignoscitur. Igitur corpus C inter vtrumq; oculum positum impedimento est, cur minùs perspicua fiat visio ab vno oculo si vterque E pateat, quàm si alter occludatur.

Sed age nunc, quid tandem impedimenti C corpus afferre potest? Nam mirum id quidem videtur, cùm numquam D F nisi à solo A conspiciatur, siue B oculus pateat, siue non. Impedimentum hoc accipe. Propos. 39. ostendimus opaca corpora tenebrarum naturam affectare: hæ verò dum lumini permiscentur ipsum minùs conspicuum reddunt, non secùs ac nigror admixtus candori obscuriorem colorem gignit. Quare corpus C velut tenebras parti D F offundit, quas oculus B dum patens est conspicari videtur, illi lumini permixtas, quo eamdem partem D F oculus A affectam manifestè videt; sicque obscurior pars D F redditur, quàm si oculus B occludatur. tum enim F oculus A partem D F liberè intuetur, minùs tamen euidenter, quàm si subducto obstaculo vtriusque oculi axes iungerentur.

Nunc vniuersè demonstremus visionem, quæ ab vtroque oculo est, fortiorem, clarioremque ac vndequaque perfectiorem esse illa, quæ fit ab altero tantùm. Id in primis hoc experimentum conuincit: si quis minutos characteres, aut etiam maiores eminus nunc altero, nunc vtroque oculo diligentiùs intueatur, comperiet ex interuallo aliquo legi quidem illos vtroque oculo sat commodè posse, altero autem tantùm non modò non legi: sed ne vix quidem posse internosci.

Quod autem ferunt luscos quos altero oculo casus priuauit nunc perspicaciùs videre, quàm

A quàm priùs, dum incolumem vtrumque oculum haberent; equidem diiudicare nequeo, cùm diuina bonitate eam calamitatem non sim expertus. illi autem non semel rogati, planè fatentur se prioris status recentem memoriam non habere, nec posse aliquid de hac re certò affirmare, quod iam nequeant de vtroque visionis modo periculum facere.

Quod item obijciunt alij, eos qui collimant alterum oculum claudere, vt euidentiùs scopum aspiciant, id nihil ad rem facit: non enim vt clarius, sed vt certius scopum videant, alterum claudunt oculum. Fieri siquidem nequit, vt vtriusque oculi radius per diaulíscum in signum vnum directò feratur. Nam si vnius oculi radius per diaulíscum
B ducatur, necesse est alterius oculi radium, aut non in scopum incidere, aut non per diaulíscum transire: atque adeò ob distractam luminum societatem, aut scopus aut diaulíscus geminus apparebit; quod ne accidat, alter oculus obseratur, vt alterius axis certiùs in scopum dirigatur.

Ratione etiam confirmare licet exquisitiorem visionem ab vtroque oculo esse, quàm ab altero tantùm. Etenim vtrique oculo propria cernendi facultas inest, cuius robur & efficaciam sequitur visionis perfectio, sic vt robustior visus præstantiorem visionem eliciat, quemadmodum omnino excellentior virtus excellentiorem effectum producit. Oportet enim effectum propriæ causæ quadam proportione ac similitudine respondere: at duæ causæ simul iunctæ vnam intensiorem exæquant: igitur duorum oculo-
C rum virtutes dum in vnam simul visionem conspirant, alterius solius oculi virtute potentiores sunt; quare ab vtroque oculo perspicacior intuitus proueniet, quàm ab altero tantùm. Quod & plurima alia exempla corroborant: nam duæ manus grandiora præstant molimina, quàm vna; & plus duæ lucernæ, quàm vna illuminant; & duo ignes impensiùs aërem excalfaciunt, quam eorum alter: ita ergo quod in prouerbio est, plus vident oculi, quam oculus. Cuius sententiæ veritas ad oculos in eius translata, ab ea quæ in corporibus est, originem sumpsit. Quapropter inter ceteras causas, cur geminum visus organum esse oportuit, hanc non postremam censeo, vt nimirùm excellentiorem visionem duo oculi, quàm vnus, præstarent.

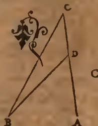
Superest præcipuum aduersariorum argumentum diluere. Aiunt illi ex Galeno, alte-
D ro oculo clauso maiorem spirituum affluentiam in alterum deriuari; totum nempe spiritum qui ad occlusum oculum mittebatur, per communem neruorum opticorum congressionem ad alterum diuertere, ex quo posteà visio præstantior consequitur. Antecedens duplici argumento ex eodem Galeno probant. Primum est, quòd eam ob causam natura opticorum neruorum poros in vnum coniunxerit, vt spiritus ab vno in alterum oculum traduci possent. Alterum est, quòd pupillæ dilatatio fiat à spirituum copia acinalem tunicam intus distendente: at vno oculo clauso, alterius pupilla manifestè dilatatur: igitur iam vberior spiritus in hunc oculum confluxit, quàm antè. Ex quo necessariò efficitur, vt visio excellentior sequi debeat. Verum poros neruorum opticorum in vnum minimè coalescere, proposit. 12. ex dissectionibus sententiisque peritissimo-
E rum virorum ostendimus. Pupillæ item dilatationem à compressione spirituum haudquaquam excitari, proposit. 17. apertè est demonstratum. Quare neganda est vtriusque argumenti assumptio. Et certè minorem potius spirituum copiam in oculum apertum destinari altero clauso, argumento est, quòd si quis diutiùs perseueret vno oculo contuendo, sentiet visum sensim obscurari, ac velut in tenebras abire. Esto verò, concedatur duplicari in altero oculo spirituum prouentum; necdum tamen sequitur excellentiorem visionem ab altero oculo tantum, quàm à duobus prouenire. Numquam enim visionis præstantia mensuram spirituum superabit; at vno oculo clauso non fit in altero maior spirituum prouentus, quàm fit in vtroque dum ambo vident. Igitur summum
F erit, si visio vnius oculi, vtriusque simul oculi visionem exæquet.

His stabilitam esse arbitror propositam veritatem, atque etiam aduersariorum argumentis factum abundè satis. Id tantùm scire forsitan quispiam volet, ex quo principio communis illa sententia originem duxerit: non enim leuis fuisse videtur causa, quæ præcipuorum philosophorum Aristotelis & Galeni ingenia occupauit. Sanè non aliam inuenio, quàm eam quæ ex diaulíscis sumitur. Viderunt inquam philosophi eos, qui in scopum collimarent, alterum oculum obuelare; cùm verò ipsi nec in scopum iacularentur, nec illius aspectus experientiam haberent, arbitrati sunt idcirco id fieri, quòd alterius oculi obductione alterius exquisitissima visio redderetur.

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Visile, quod vno tantùm spectatur oculo, cùm in id occlusi etiam alterius oculi acies tacitè dirigitur, acutiùs videtur, quàm cùm in diuersa contendunt.


ARADOXVM fortassis id cuipiam videbitur, quòd vix appareat, quî fieri possit, vt res vna, vno oculo ac radio eodem, nunc clariùs, nunc B
obscuriùs cernatur. Sanè forma rei per eumdem radium delata eamdem semper notionem ingerit; præsertim si per axem oculum subeat: tum enim perfectissimam visionem efficit, vt propositione 75. ostendimus. Vt si, gratia exempli, alter oculus sit A, alter B, hic occlusus, apertus verò ille, cui C visile directè opponatur, ita vt eius notionem per opticum axem accipiat: ex iis quæ propos. 75. diximus, constat C punctum ab oculo A perfectissimè videri, quod per axem eius imaginem hauriat. Igitur siue oculi occlusi B axis tacitè in C quoque, siue aliò intendatur, vt in D, æquè semper clarè atque perspicuè C ab oculo A videbitur.



C

Hæc profectò ratio non leue momentum esset habitura, nisi eam manifesta experientia confutaret. At verò cùm alterum oculum nempe A, in signum quoddam, vtputa C, defixum tenemus; alterum verò scilicet B nunc in C nunc in D sub clausis palpebris conuertimus, perspicuè deprehendimus signum C ab oculo A tum accuratiùs euidentiusque dignosci, cum in idem signum C oculi etiam B licet obtecti acies occultè contendit, quàm cùm deflectit in D, ac tantò etiam obscuriùs videri punctum C, quantò longiùs ab eo oculi B acies abscedit.

Huius porrò rei non aliam esse arbitror causam, quàm quòd eò semper feratur animus, quò & acies oculorum diriguntur. Externus siquidem visus, nisi animus præsens D
adsit, nullam perfectam visionem elicit. Itaque insita naturæ vi, ac velut sympathia quadam occultiore, interna facultas externam perpetuò comitatur, non quidem ad id omne percipiendum, quod quouis oculi radio indiscriminatim attingitur: sed ad id tantùm, in quod amborum luminum iugati axes conuertuntur. Hic enim, vt paulò antè dicebamus, perfecta fit visio. Cùm igitur extra hunc concursum radiorum, iugatosque axes, res omnes minùs perspicuè cernantur, consequens est, vt ab vtrouis etiam oculo sigillatim id perfectiùs cernatur, in quod alterius simul oculi fortissimus mucro intenditur, licet oculus ipse obductus sit, atque ab aspectu propositi obiecti prohibitus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA. E

Vnus oculus plura simul obiecta videt.


ERFACILIS est huius propositionis demonstratio, ex iis quæ hactenus non semel dicta sunt. Atque inprimis ex propos. 48. qua ostensum est rerum aspectabilium formas ab omni obiecti parte ad omnem partem medij diaphani prosilire. Inde enim necessariò fit, vt plurimarum rerum imagines in idem centrum glacialis humoris vnà conueniant, quas proinde simul omnes videri est necesse. Siquidem, vt vulgatum habet axioma, id omne sub aspectum cadit, à quo ad centrum visus recta linea duci potest. Igitur vnus oculus plura F
simul obiecta videt.

Porrò quo pacto fiat, vt innumerabilis illa specierum multitudo nullam perturbationem in visum inducat, ex ea demonstratione liquidò patet, qua propos. 51. probauimus aspectabiles formas ordinatè ad eam oculi partem peruenire, cui primò ac præcipuè dignoscendi facultas inest.

Quamuis ex his constet, res plurimas ordinatè, non autem confusè ac tumultuariè simul ab vno oculo videri; non tamen æquè omnes perspicuè atque explanatè dignoscuntur, cùm propofit. 75. ostensum sit, vnum solum punctum distinctè videri, in quod amborum luminum acies concurrunt.

A

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Duobus oculis idem obiectum distinctè videtur.

Ex eodem principio elicitur huius propositionis demonstratio, vnde &
præcedentis. Nam cùm proposit. 48. sit demonstratum, à quauis obiecti
parte, in omnem partem medij species diffundi: quocumque loco oculus
constiterit, semper ad ipsum imago obiecti pertinget, dummodò non
B extra oppositionem fuerit, quam propos. 55. ad visionem prorsus necessa-
riam esse ostendimus. Igitur duobus, imò quotcumque oculis idem obiectum videri
potest.

Quod verò etiam distinctè à pluribus oculis res eadem spectari queat, ex eadem pro-
posit. 75. facilè colligi potest. si enim omnium oculorum axes in eam destinentur, ab
omnibus distinctè perspicietur.

Magna hoc loco quæstio à quibusdam moueri solet, qui fiat, vt duobus oculis res vna
non appareat gemina: id enim necessarium esse videtur. Siquidem duæ sunt species, &
duæ internæ notiones, cur non ergo & duæ externæ phantasiæ? Si quis dixerit ideò rem
non geminam, sed vnam apparere, quòd verè vna sit, non autem gemina; non faciet
C dubitanti satis. Etenim compresso iuxta angulos oculo res gemina conspicitur, etsi vna
sit, non verò duplex. Non igitur obiecti vnitas simplicis phantasiæ vera causa esse potest.

Alhazenus lib. 1. num. 25. & 27. item lib. 3. num. 9. Vitello lib. 3. proposit. 20.
& 28. huius difficultatis vitandæ causâ, statuerunt visionem in neruo optico communi
absolui, vbi aiunt species quæ vtrumque oculum subierunt, ita vniri, vt exactè sibi mu-
tuo incumbant. tum verò rem vnam geminam apparere, cum species ab ea vnitate dis-
trahuntur. Quæ ratio nequaquam subsistit, cùm fateri oporteat quod res est, ner-
uos opticos in congressu tantum sese contingere, non autem vere in vnum neruum
coire, quod nos proposit. 12. & ratione & experientia ostendimus. Deinde proposit. 24.
visionem in communi neruorum concursu fieri non posse demonstrauimus: non igitur
D propter specierum vnitatem res vna pluribus oculis singularis apparet. Alij causam in
facultatem cernendi referunt, quæ vna est. Quod etiam facile refellitur. Si enim ita
est, cùm facultas semper sit vna, numquam contingere poterit, vt res vna duplex appa-
reat, quod tamen interdum fieri adeò notum est, vt nemo inficiari possit.

Nobis ea causa magis arridet, quòd plures formæ vnius rei, tametsi in multis oculis
numero sint distinctæ, tamen vim habeant eamdem rem repræsentádi, propter exactam
similitudinem, quam à rebus, vnde profectæ sunt, acceperunt. Quare internus sensus seu
facultas superior, quæ externum visum complet, duabus, vel etiam pluribus speciebus
excitata (vt in polyophthalmicis) vnius tantùm rei notionem effingit: ad eum ferè
modum quo pluribus inspectis imaginibus, vnum tantùm Cæsarem mente concipimus:
E & duabus auribus eamdem soni notionem haurimus, quamuis externi soni, qui sese ad
aures appellunt, numero sint diuersi, neruique auditorij nullibi congrediantur.

Quod verò res vna presso oculo gemina appareat, hoc inter deceptiones errorésque
visus censeri debet. Non enim tum duæ notiones à sensu formantur: sed vna eiusdem
rei, quæ gemina putatur, quòd luminum societate distracta duobus illa locis existere vi-
deatur. sicut dum res vna & intra & extra speculum simul conspicitur; eadem quidem
res est quæ cernitur, sed propter repercussionem diuersis in locis apparet, quæ proinde
gemina falsò existimatur.

F

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Fieri nequit, vt plura simul æquè perspicuè videantur.

HÆC propositio, velut consectarium ex septuagesimaquinta deducitur.
Nec alia indiget demonstratione. Quare ne idem sæpius sine causa repe-
tamus, præstat institutum prosequi.

Obiter tamen hoc loco notari volumus, plurima breuissimo tempore
distinctè accurateque videri posse, oculorum ocyssima circumuolutione.
Admiranda enim vis est, quam eis natura indidit, vt momento fere temporis amplissi-

marum rerum partes omnes perlustrent, sola motus pernicitate, qua coniunctos axes in A
quamcumque rem celerrimè transferunt: sicque cùm solum punctumsimul perspicue
oculus videre possit, angustiam hanc defectumque, musculorum agilitate natura compensauit.

DEFINITIONES.

VISIO fit vel simplici aspectu, vel intuitu seu obtutu. Aspectum simplicem dicimus illum actum, quo imperfectè res percipiuntur, ut primò B
in oculum incurrunt, quem proinde primò primum alij appellant. Hic in illis etiam esse potest, qui, quod vident, non aduertunt. Intuitus verò seu obtutus est actus ille, quo visus exactam rei comprehensionem profunda indagatione, diligentique inspectione perquirit. Obtutu res minutissimæ internoscuntur, ac illæ etiam, quas simplex aspectus assequi non potest. hic enim rem simplicissimè tantùm cernit; ille verò partes omnes lustrat, componit, ac distinguit.

Obtutus alius simplex, alius ex prænotione, seu, ut quibusdam placet, ex anticipata notione. C

Simplex obtutus aut sola fit visione, aut, quod frequentius est, etiam ratione & syllogismo. Obtutus, qui sola visione fit, in iis tantùm rebus versatur, quæ sub proprio obiecto visus continentur, vt sunt lux & color. Qui verò syllogismo, ea etiam examinat, quæ sola ratiocinatiua potentia dignoscit; cuiusmodi sunt similitudo dissimilitudo, æqualitas inæqualitas, magnitudo paruitas, propinquum dissitum, & quæcumque eius generis dicuntur ad aliquid, quæ sub externum sensum per se non cadunt. Nam videntur quidem oculis ipsa alba, ipsaque rubra; at eorum similitudo & dissimilitudo sola comparatione vel distinctione cognoscitur, quæ functiones ex ratione D
sunt per discursum seu syllogismum.

Ex prænotione obtutus est, quo ea cognoscimus, quorum antè notionem accepimus, vt cùm hominem videmus nobis antè notum. Et sanè multa sunt, quorum exactam notitiam habere non possumus sine anticipata notione. Vnde Aristoteles inquit: Si quis fugitiuum seruum insequitur, quem antè non nouit, occurrentem sibi non agnoscet, nec, si inuenerit, reperisse se sciet: sic quoque obuium nobis factum non modò esse hominem, verùm etiam hoc esse indiuiduum visu cognoscimus, at Socratem esse aut Platonem, non nisi ex anticipata notione. Est verò intuitus ex prænotione ille ipse, quem E
Nemesius philosophus lib. de natura hominis ex memoria appellat.

Si res antè præcepta insigniter sit immutata, vt si virgultum in arborem excreuerit, aut iuuenis impubes in virum πολυπώγωνα sit mutatus, haud erit facilè eam perfectè dignoscere, quòd præsens status non fuerit priùs cognitus: ea ergo quæ antecessit qualiscumque cognitio non sat præsidij adferre potest, ad hanc rem quæ in præsenti occurrit exactè cognoscendam. F

Rursus, si in antecedente cognitione notabilis aliqua circumstantia cognoscentem subterfugerit, vt in homine conspicua cicatrix, cum is occurret, ob eam, quæ se modò offert, intentionem numquam antè perspectam, fortè non cognoscetur, quòd huic visioni non satis præcognitio opituletur.

Demum si notio priùs accepta temporis decursu è memoria exciderit, sequens visio non erit ex antecedente notione. Hanc enim reminiscentia excitat, quæ esse non potest, vbi ea quæ priùs accepta fuerat rei forma, penitus est obliterata.

Ita

A *Ita igitur se habet visio quæ ex anticipata fit notione. Ea porrò duplex est, vna assuetorum, altera insuetorum. Assueta obiecta vocantur, quæ oculus sæpè anteà vidit, & quorum formæ in memoria repositæ quiescunt. Insueta sunt, quæ tametsi aliquando fuerint cognita, perfectæ tamen eorum formæ non asseruantur. Extranea verò sunt, quæ vel oculus numquam antè percepit, vel certè quorum imagines ex animo penitus exciderunt.*

B PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Simplex aspectus fit per quemlibet pyramidis opticæ radium; obtutus verò per solum axem.



HOC visionis discrimen, ex iis quæ proximè antè sunt definita, ceu consectarium colligitur: quod perspicuum fiet, si vtriusque visionis, hoc est, simplicis aspectus atque obtutus definitiones paulò explanatiùs repetamus. Quemadmodum in actibus voluntatis subitæ illæ lationes, quibus in rem aliquam appetitus fertur (actus primò primos scholæ nominant)
C imperfectæ sunt & inuoluntariæ; posteaquàm verò in deliberationem venerunt, perficiuntur, & absolutam voluntarij rationem nanciscuntur: ita simulatque rei cuiuspiam forma oculis sese ingerit, prima illa affectio, qua illius appulsu facultas animæ concitatur, simplex dicitur aspectus; cùm autem diutiùs propositæ rei oculi inhærent, partes eius omnes perlustrando atque accuratiùs contuendo, aspectus ille simplex in obtutum perfectamque inspectionem transit.

Quoniam igitur simplex aspectus imperfectissimum visionis gradum significat, obtutus verò in absolutissima videndi actione est positus; perspicuè sequitur visionem, quocumque tandem radio fiat, posse simplicis aspectus rationem habere: at solam illam, quę omni ex parte excellentissima est, obtutus nomenclaturam sibi vindicare: visio autem
D numeris omnibus absoluta esse non potest, nisi per axem formæ rerum admittantur, quandoquidem id solùm distinctè atque perspicuè videri, propos. 75. est demonstratum, in quod per axem oculi vis deriuatur; cetera autem quæ obliquis spectātur radiis, obscurè atque confusè. Itaque aspectus simplex per quemcumque fit radium pyramidis opticæ, obtutus verò per solum axem, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Simplex aspectus momento fit temporis.

E PRIMO quidem demonstrari potest hæc propositio ex natura specierum: Nam proposit. 42. ostensum est, species rerum per lumen ad oculos transmitti: sed lumen momento temporis omnem suæ actiuitatis sphæram peruadit: ergo & species in instanti ad visum deferuntur, quod & suprà proposit. 49. est demonstratum: at verò simul atque species organo obsignatæ sunt, cernendi facultas operatur ac sentit: igitur simplex aspectus temporis momento perficitur.

Deinde, si in tempore aspectus fieret, ad ea quæ remotiora sunt percipienda plus temporis exigeretur, quàm ad ea quæ propiùs sunt constituta: nam pro ratione spatij seu
F distantiæ, ocyùs tardiúsve formæ rerum ad oculum perducerentur. Exempli causa, posito visu in A, si tempore opus esset quamuis exiguo ad obiecti in B constituti dignotioné, A B C D E vtique ad obiecti C, quod duplo interuallo distat, perceptionem, duplum omnino tempus postularetur; ad D verò triplum; ad E autem quadruplum, atque ita deinceps. Quare qui ad stellas oculos conuerteret, longissimo tempore exspectaret, priusquam eas videret: quod manifestæ experientiæ aduersatur. nam æquè citò stellas remotissimas, atque res oculo propemodum adhærentes visus assequitur. Igitur simplex visio non in tempore fit, sed in instanti.

A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Visio per obtutum in tempore fit.

INTVITVM tempus postulare, ipsa eius natura definitioque commonstrat. Nam cùm in perfectissima ratione cernendi consistat, necesse est vt per intuitum singulas obiecti partes oculi percurrant, inspiciendo non simplici illa visione, quę quocumque fit radio; sed distincta perspicuaque, quæ fit per cōiunctos axes. Hos autem ad omnes obiecti partes sigillatim B conuertere temporis mōmento oculi non possunt, propterea quòd motus nequeat fieri in instanti: igitur tempore ad id opus est: quo verò plures partes erunt, eæq; minutiores, quarum omnium accurata inspectione obtutus perfici debet, eò plus temporis exigetur. Vt si quis progredientem centipedam contempletur, primò quidem figuram animalis, deinde pedum agitationem motumque, tum pedum numerum, post hæc magnitudinem, denique figuram intercapedinemque explorabit: verùm tantò longiore tempore singula attentiùs inspectando distinebitur, quantò fuerint cognitu difficiliora.

Hæc profectò fuisse videtur mens illorum, qui visionem motu fieri sunt opinati: nam vetissima quidem ea sententia est, si de perfecta visione agatur, quæ diligenti intuitu peragitur. Fieri enim omnino nequit, vt omnes partes rei accurate dignoscantur, nisi per C coniugatorum axium motionem, qua aliæ semper atque aliæ partes obiecti distinctè videntur. Si autem de simplici aspectu intelligatur, vera non est. Hoc enim visionis modo totum simul obiectum temporis momento percipitur. Est porrò adeò breue tempus illud, quo res perfectè exactéque cernuntur, vt non rarò simul spectati putentur, visibus celerrimè delatis. Ob nimiam autem festinationem contingit subinde exile quidpiam, quod diligenter perquiritur, aspectum fugere, ceteris omnibus quæ circumstant accuratè inspectis. quod opificibus aliquando accidit, qui vnum è multis instrumentis subinde inuenire non possunt, licet id quod quærunt, maximè in conspectu versetur.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA. D

Visio ex prænotione fit per collationem rei præsentis cum forma rei præcognitæ.

VISIO est enim ex præcedente scientia, iterata eiusdem rei cognitio, vel certè intuitus rei cuiuspiam, similis illi quam antè animus percepit, & cuius formam etiamnum tenet. Quocircà re quapiam visui obiecta, diiudicare animus nequit hanc eamdem esse, quam antè vidit, nisi collatione eius facta cum forma rei priùs visæ, inuenerit illam per omnia similem esse, ac ne minimo quidem puncto discrepare. Verbi causa, obuiàm facto Diagora, E quem quispiam antè ex visu cognouit, non definit externus visus hunc hominem Diagoram esse, sed animus; nec hic priùs quàm fuerit memor formæ antè acceptæ, eamque cum hoc homine contulerit, ac planè similem esse animaduerterit. Ex hac verò collatione, velut syllogismo ac ratiocinatione, mens concludit hunc hominem, quem oculi contuentur, Diagoram esse.

Fit igitur visio, quam ex prænotione nuncupamus, per rationem quæ rem in præsenti visam confert cum forma rei præcognitæ intus asseruatæ. Quod egregie explicat Nemesius philosophus lib. de natura hominis: *In quibus*, inquit, *visibile maius est, quam vt vna possit repercussione* (hoc est simplici aspectu) *comprehendi, in his ad rem visam memoria & intelligentia opus est. Per partes enim ipsam cernentes, quod priùs visum* F *est, id custodit memoria*: *vtrumque autem cogit & componit intelligentia, & quod visu perceptum est, & quod memoria custoditum.* Ex quo satis constare arbitror quantum adferat momenti ad exactam rerum dignotionem antecedens cognitio, seu priùs cognitorum recordatio. Vnde & D. August. lib. 12. super Genesin ad litteram cap. 16. *In auditu*, inquit, *nisi auribus percepta vocis imaginem continuò spiritus in seipso formaret, ac memoria retineret, ignoraretur secunda syllaba, vtrùm secunda esset, cùm iam prima vtique nulla esset, quæ percussa aure transiret. ac sic omnis locutionis vsus, omnis cantandi suauitas, omnis postremò in actibus corporalis motus dilapsus concideret, neque vllum progressum*

A *greſſum nanciſceretur, ſi tranſactos corporis motus memoriter ſpiritus non retineret, quibus conſequentes in agendo connecteret.*

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Viſio ex anticipata notione in tempore fit; minore tamen quàm intuitus.

PROXIME antecedente propoſitione oſtenſum eſt, viſionem ex anticipata
B notione fieri per collationem: at collatio tempore perficitur: ergo & ipſa, quæ ex præcognitione eſt, viſio.

Dico autem hoc tempus minus eſſe illo, quo fit intuitus. Nam intuitus omnes rei obiectæ proprietates & viſibiles intentiones ſucceſſiuè ac ſigillatim perluſtrat, quas (ſi quidem promptè occurrant) viſioni ex prænotione memoria breuiſſimo tempore ſuggerit, & quaſi ſimul omnes repræſentat. Deinde ſæpè dum vna aliqua intentio obiecti propria viſui offertur, ſtatim animus rem totam, adiutus præcedente ſcientia, perfectè comprehendit. Sic qui homines videre ſolitus eſt, viſa in obiecto humana facie, mox hominem eſſe pronuntiat, hoc eſt eiuſmodi rem cui talis forma propriè conuenit, idque priuſquam ceteras partes videat. Sic exercitatus le-
C ctor ex paucis litteris totam colligit dictionem, & ex paucis dictionibus orationem. Ergo viſio ex anticipata notione breuiori fit tempore, quàm obtutus: ac omnium breuiſſimo illa, quæ in rebus familiaribus contingit, quibus nimirum animus ab initio aſſueuit, vel in quibus diu multumque eſt exercitatus. Hæc enim minimo tempore, & velut vnico oculi iactu mens vniuerſè complectitur.

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Viſus rerum formas primo aſpectu exactè non comprehendit.

D CVM enim res omnes aſpectabiles magnitudine aliqua prædit æ ſint, atque ex ſingularum partium inſpectione perfecta illarum cognitio dependeat; fieri nullo modo poteſt, vt primo aſpectu perfectè comprehendantur. Nam ſolùm punctum quod per axem videtur, in inſtanti manifeſte appatet; ceteræ autem circum axem partes obſcurè. Vt ergo eæ omnes perſpicuè videantur, & ſingularum circumſtantiæ innoteſcant, totaque res perfectè comprehendatur, non ſufficit aſpectus ſimplex: ſed diligenti obtutu opus eſt, qui ſingulas per ſe accurata conſideratione peruideat.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

E

Abſoluta rei comprehenſio fit vel diligenti intuitu, vel ſyllogiſmo, vel anticipata notione.

QVONIAM propoſitione præcedente oſtenſum eſt, ſimplici aſpectu perfectam rei comprehenſionem obtineri non poſſe, quòd ea omnium proprietatum exactam dignotionem requirat: palàm eſt vel diligenti obtutu opus eſſe, quo, vt ſuprà diximus, viſus ſagaci indagatione omnes obiecti partes perluſtret, vel ſyllogiſmo, quo ſingulas inter ſe comparet, & diſtin-
F guat; vel certe antecedente notione. Si enim anteà illius rei veram comprehenſionem animus aliquando accepit, cùm eadem denuò aſpectui repræſentabitur, leuiori obtutu exactam eius cognitionem ex prænotione depromet. nam facilè omnes partium notiones memoria ſubminiſtrabit. Igitur illarum rerum, quas numquam anteà vidimus, aut quarum ſpecies è memoria exciderunt, perfecta cognitio, ſolo diligenti obtutu, vel etiam ſyllogiſmo obtineri poteſt: ad exactam verò cognitionem illarum, quas antè præcepimus, leuis obtutus opitulante præſcientia ſufficiet.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA. A

Præter externum visum necessaria est facultas quædam alia, quæ circa omnia sensibilia in communi versetur.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 2. præter visum externum necessariam esse aliam aliquam internam facultatem, quæ circa omnia sensibilia occupetur, in hunc ferè modum demonstrat. Duas actiones circa res sensibiles experimur, præter eas quæ cuique sensui propriæ sunt. nam B verbi gratia, in visu, præter eam functionem qua album intuemur, alia quædam operatio in nobis est, qua nos videre sentimus, hoc est, qua visionem ipsam percipimus; alia item, qua album à dulci distinguimus. Quæ duæ actiones, cum à simplici illa colorum perceptione longe diuersæ sint, necesse, inquit, est, vt ad aliam aliquam internam facultatem attineant. Assumptionem inprimis, quoad priorem partem probat: si visus ipsam visionem sentit, eam videt, cùm sentire visu nil sit aliud quàm videre; at visio, cùm nec luce nec colore imbuta sit, videri nullo modo potest, vt ipse etiam Plato in Charmide argumentatur: ergo visus proprium suum actum, hoc est visionem non percipit. Est igitur alia operatio qua coloratum, alia verò qua visio dignoscitur. Deinde alteram quoque partem assumptionis sic probat: cùm album & dulce ad propria obiecta distinctorum sensuum spectent, fieri nequit, vt aut visus, aut gustus vtrumq; C simul percipiat; quare nec ea discernere aut distinguere hi sensus possunt, cùm oporteat vnum eundemque arbitrum vtriusque partis causam cognoscere, ne de re ignota sententiam ferat; plures enim sensus perinde se habent ac multi homines, qui de rebus inter se discrepantibus, rectè iudicare nequeunt, quarum vnam singuli norunt: ita nullus externus sensus alterius obiectum à proprio distinguere valet, cùm vnusquisque illorum circa vnam rem occupetur. Quod Themistius in libro 2. de anima cap. 7. suæ paraphrasis pulchre his verbis edisserit: *Quemadmodum licet multi magistratibus libelliones atque exceptores pragmatici assideant, vnus tamen est qui ius habet sententiæ ferendæ: ita & in corpore animalis, tametsi multa instrumenta machinamentaq; sint, in qua rerum simulacra recipiantur; vna tamen vis arbitra esse debet, qua de omnibus sciscat, iudicet, pronuntiet.* Igitur alterius erit facultatis, actionem sensus percipere, & diuersorum sensuum D propria obiecta distinguere. Huic etiam somnus & vigilia propriè accidunt. Quare hac sopita ceteri quoque sensus feriantur. Non enim omnis externorum sensuum impotentia est propriè somnus, etsi in somno omnes reddantur impotentes: nec somnus erit si quis animo linquitur (quod genus λιποψυχίαν, id est, animæ defectionem vocant:) quamquam enim & hoc nexus quidam & impotentia sensuum videtur, non tamen dici somnus potest. Præterea iugularibus venis validè exteriùs apprehensis collabuntur homines sensibus destituti, nec tamen dormire dicuntur; sed tum solummodò, cùm principem hunc seorsum frigidus vapor naturaliter occupauit. E

Quæ his obijci possunt, nunc accipe. Primum: visio, cùm sit ad aliquid, nempe ad obiectum, cognosci ea nullo modo potest, quin eodem actu obiectum eius, nempe color, dignoscatur: at coloris perceptio est visio, ergo functio, quæcumque demum illa est, qua visio sentitur, erit visio. Aut certè si quæpiam alia facultas, præter externum visum, etiam colorem perciperet, iam duæ potentiæ circa idem obiectum versarentur, quod fieri nequit. Non est igitur alius sensus inuehendus, cui proprium sit externorum sensuum actiones cognoscere, cum visio per visionem, & per auditionem auditio, itaque per singulas singulæ externorum sensuum functiones percipiantur.

Secundum: nisi aspectus, atque eodem modo ceteri externi sensus, suas singuli functiones persentiant, infinita quædam potentiarum series admittenda erit. Vt enim alius F ad externorum sensuum actiones, ita ad huius functionem percipiendam alius, sicque interminata progressione alius atque alius sensus dabitur, qui alterius semper actionem dignoscat, quod sanæ veræque philosophiæ aduersatur. Igitur occurrendum principiis, nec concedendum externorum sensuum actiones alio sensu percipi, quàm visionem aspectu, auditu auditionem, & sic de ceteris.

Tertium: nulla extat species, quæ functiones externorum sensuum propriè repræsentet: non igitur alio sensu eæ actiones dignoscuntur, cùm non minùs necessarium sit hunc, quam alios sensus specie obiecti vicaria ad actum excitari.

Quartum:

A Quartum: intellectus proprios suos actus percipit; igitur & sensus externi, quorum par ratio est.

Quintum: externi sensus ex conuenientium obiectorum perceptione delectantur, ex aliorum verò offenduntur. Ergo singuli suas perceptiones seu actiones sentiunt, à quibus, nisi eas sentirent, nullo modo afficerentur.

Primum argumentum non tam solidè quàm lepidè Claudianus Mamertus l. de statu animæ ita illudit: *Si gustare posset gustus, nemo posset esse ieiunus, nec extrinsecus adhibenda forent in quæ semet sensus exerceret, si se ipse sentiret.* Verùm vt etiam propositæ difficultati fiat satis, negandum est omnem actionem, qua color dignoscitur, visionem esse. B Namque illa duntaxat visio est, quæ colorem intuetur vt visibilis est; quæ verò eum percipit vt sensibilem, sensio est, propria nempe functio eius facultatis, quam præter externos sensus circa sensibilia versari proxime est demonstratum. Quæ demum eundem colorem cognoscit vt intelligibilem, intelligentia dicitur, supremæ facultatis actio. Neque absurdum videri debet, plures potentias circa idem obiectum diuersa ratione versari: nam hominem physica, medicina, ethica, & plures aliæ scientiæ considerant; physica, vt naturalibus principiis & causis constat; medicina, vt morbis obnoxius est; ethica, vt morum est capax. Ita colorem, vt visibilem, visio; vt sensilem, internus sensus, vt intelligibilem, intellectus dignoscit. Imò secundùm eamdem rationem, puta visibilitatis, ab his potentiis color percipitur: sed licet ea consideratione sit totale obiectum C visus, est tamen solum partiale potentiæ sensitiuæ aut intellectiuæ: Nam sub intelligibili sensibile, & sub hoc visibile, vt pars subiecta continetur.

Ad secundum dicendum, progressionem illam non fore infinitam, quia tandem in intellectu consistet, qui suam operationem inflexione dignoscit.

Ad tertium respondetur, quòd sicut visibilis species in organum recepta, non per aliam speciem, sed per seipsam sentitur, quòd præsens sit visui, vimque habeat eum excitandi non solùm ad obiecti, sed etiam ad sui ipsius perceptionem; ita rei visæ notio, hoc est visio, cùm sensui interno sit præsens, eum & ad sui & ad obiecti sensationem suapte vi prolectat.

Ad quartum: Quoniam proprium obiectum intellectus omne ens complectitur, ne- D cesse est & intellectum ipsum, eiusque actionem, & speciem, & quidquid demum in rebus existit, sub ipsius obiecto contineri. vnde fit vt reciproca actione se supra se, supraque proprium actum reflectat, quod alteri nulli potentiæ conceditur. Aliarum enim actiones sub proprio ipsarum obiecto non comprehenduntur: quare nec visio visione, nec auditione auditio, sed omnium externorum sensuum functiones superiore alia virtute cognoscuntur.

Ad quintum: Oblectationes illæ non sunt in externis sensibus, sed in appetitu, qui per phantasiam cognatione quadam & sympathia concitatur. Cùm verò dicimus externos sensus conuenientium obiectorum perceptione oblectari, id per consensum est intelligendum; quemadmodum ventriculi dolorem cardialgiam medici nominant, E quòd ea ventriculi passione propter consensum cor dolere videatur. Sic verò, quæ in appetitu est delectatio, externis sensibus vsitato loquendi modo adscribitur. ex quo tamen non rectè inferas externos sensus suas percipere sensiones.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Rectè facultas iam explicata sensus communis nuncupatur.

F SVPERIORE demonstratione geminam operationem circa res sensibiles ostendimus, vnam qua externorum sensuum functiones sentimus, alteram qua illorum obiecta distinguimus; quæ cùm nullo externo sensui congruant, necessariò sunt ad altiorem aliquam facultatem referendæ, quæ, vt Themisthus loquitur lib. 3. de animâ cap. 8. *cùm externi sensus sua officiis perfuncti, ea quæ cognouerunt intus annuntiant, ipsa expers corporis, & tamquam pro tribunali sedens, & spiritu illo curuli innecta, vnde omnia instrumenta portionem suam carpunt hauriuntque, quantum ad explendum vitæ vsum & obeundum munus sit satis; ex quo, vt dixi, quinque interpretes, siue exploratores, & nuntij sensus, tamquam apparitores & ministri procedunt; illa inquam virtus eo suggestu posita non patitur ipsas contrarias qualitates, sed ante se positas & ad pedes genuaque aduolutas contemplatur: ita*

demum iudicium suum promit, & dulce ab amaro incernit, & album à dulci discriminat. A

Hanc D. Nemesius lib. de hominis natura cap. 7. item Plutarchus apud Philoponum in lib. 2. de anima textu 103. putant esse intellectricem potentiam. Quæ sententia minùs nobis probatur, quòd functiones illæ, quarum effectricem causam perquirimus, facultatem animæ sensitiuæ non excedant, cùm alia præstantiora munia à brutis animantibus administrentur, quibus nonnulla illorum, vt simiæ & elephanti, non longè ab humano ratiocinandi modo abesse videantur.

Alij, vt Michael Ephesius lib. 9. & Philoponus loco citato, eas operationes sensui cuidam attribuunt, quem προσεκτικὸν, id est, attendentem appellant; nos verò commentitium potiùs appellandum iudicamus. Est enim ea quæ attendere fingitur potentia omnino superflua, cùm nil sit aliud attendere, quàm in obiectum tendere; quod sane vnaquæque facultas præstat, dum in propriam actionem incumbit. B

Nobis igitur cum plerisque philosophis placet, vnam illam communemque vim, ad quam sese omnes referunt exteriores potentiæ, nomine sensus communis honestare, tum quòd omnibus operam suam in commune elocet, dissimilia illorum obiecta distinguendo; tum quòd velut interstitium quoddam internorum externorumque sensuum ad vtrosque pertineat, quatenus externorum actiones notionesque percipit, & easdem ad internos transmittit.

Hanc sensus communis mediationem philosophus centri exemplo appositè explicauit l. 3. de anima c. 2. textu 149. quod & plura dicitur, & vnum. Plura quatenus in multas lineas ductas ad circumferentiam dispescitur, vnum quatenus multæ à peripheria ductæ in illud vniuntur; ita sensus communis vnus in se, consideratione in plures se fundit. vnus quidem dicitur, quatenus omnes externorum sensuum notiones ad eum velut ad commune tribunal per species deferuntur; multiplex verò, prout vis eius sensifica in omnes externos sensus distribuitur. Vt igitur in circulo centrum in se quidem vnum, at cum peripheria collatum quodammodo multiplex est, quòd omnes radios copulet, quos ambitus multos facit; ita sensus communis secundùm se vnus, plurium sensuum notiones in vnam cogit, & dum singuli circa propria obiecta versantur, ipse in eorumdé dignotioné ita occupatur, vt de ipsorum discrepantibus proprietatibus sententiam ferat. C

D

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Organum sensus communis est cerebrum.



ARISTOTELES pluribus in locis, ac non pauci alij illustres philosophi hunc sensum in corde statuerunt, quòd crederent spiritum animalem neruosque à corde originem ducere.

At medici horum sententiam validissimis arietibus impetunt, demonstrantque ex humani corporis dissectione aliisque rationibus, neruos spirituum animalium latores à cerebro proximè emanare.

Si de remoto principio agatur, illud haud dubie cor est, vel remotissimum iecur, proximum autem ipsa substantia cerebri. Naturalis enim spiritus, qui sanguinis speciem gerit, ex alimento vi iocinori ingenita procreatur, & per venę cauæ ramum in cor sublatus illic denuò elaboratur, haustoq; per pulmones aëre attemperatus, fit spiritus vitalis, reliqua verò spiritus naturalis seu sanguinis portio per venas in omnes corporis partes diffunditur: vitalis autem spiritus è corde per arterias partim in vniuersum corpus distribuitur, partim in cerebri basim euectus, contextuq; ad mirabili attenuatus, conuersione alia fit spiritus animalis, ad sensum motumque comparatus, qui inde per neruos profectus partes omnes sensus motusque compotes irrigat, benignoque calore fouet, ac insita vi animat. E F

Cor vitalis facultatis sedes, eiusdem ope ac vi, perpetua assiduitate mouetur. Neque enim hic motus ab animali facultate proficisci potest, vt cuius motus omnis est ad arbitrium, qui & defatigatione molestatur: cordis autem & arteriarum agitatio arbitrij excedit imperium, neque vllo vmquam tempore intermitti potest. Non igitur cor animalis facultatis sensuumque est sedes.

Deinde in ossibus & cartilagine nulla inest animalis facultas, cùm nec sentiant, nec per se moueantur, vitalis tamen inest. Alia est igitur animalis facultas à vitali, atque adeò alia eius sedes: sed vitalis vis cordi primò insita est: ergo animalis virtus alteri alicui

A cui parti tribuenda est; at nulli aptiùs quàm cerebro, ex quo nerui spirituum animalium latores propagantur. Huic igitur velut proprio subiecto sensus omnes sunt assignandi.

Præterea lethargus totam vim animæ sentientem stupidam torpentemque reddit, vt & paralysis: cordis tamen agitatio, ac facultas vitalis perseuerat. Cor itaque sentientis facultatis sedes propria esse non potest; sed cerebrum, cuius oppletione & lethargus, & paralysis, & epilepsia, & apoplexia, ac omnes denique morbi, quibus sensus motúsve intercipitur, pronascuntur. Sed neque à naturali vi effici potest cordis agitatio, vt quæ alendo corpori dumtaxat incumbit; quare in stirpibus hic motus minimè reperitur.

Vt igitur iecur naturalis virtutis sedes est, ita cor vitalis, animalis verò cerebrum.

B Vtque vis naturalis per venas, ita vitalis per arterias, & animalis per neruos ad vniuersas corporis partes propagatur: porrò qui sensus ipsos animat, spiritus animalis est, per neruos à cerebro profectos in externa organa effusus: igitur nulla pars corporis aptior sedes communis sensus esse potest, quàm cerebrum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Externus visus sine ope sensus communis perfectam visionem non producit.

C HOC ita breuiter demonstratur: Visio perfecta non est, quæ rerum aspectabilium differentias non discernit: at externus visus non percipit albi & nigri, ceterorumque colorum distantias, cùm id proprium esse munus sensus communis ostensum iam sit: igitur externus visus per se solus sine ope communis sensus perfectam visionem non producit. Quare sensus communis perfectio quædam est & complementum sensuum externorum. Mox enim vt species organa subeunt, sese vltrò communi sensui præsentant, qui illarum vi excitus eodem temporis puncto res suo modo dignoscit. sic vt externorum sensuum actiones sint velut rudes quædam adumbrationes, quas sensus communis perficit absoluitque. Vnde Aristoteles non semel hanc potentiam vltimum sentiens nuncupauit, quòd vltimam formam sensionibus exteriorum organorum inducat. Alij primum, scilicet offi-
D cio, quòd sensuum internorum munia primus incipiat, suamq; deinde notionem phantasiæ proximè impertiat: vnde posteà ad superiores sensus acceptæ passiones naturali quodam ordine necessitudineque dimanant. Alij principem hunc sensum appellant, quòd externis omnibus dignitate præstet, iisque ceu princeps aut arbiter altiori subsellio euectus præsideat. Alij vtramque ob causam primariũ vocant; est enim & inter internos primus, & inter externos præcipuus. Hinc illa sensus communis cum externis consensio, vt nihil ad externos perueniat, quin illicò internus præstò præsidioque sit omnibus; ita tamen vt pluribus simul æquè subseruire atque adminiculari nequeat. Vnde est vulgarum illud:

E *Pluribus intentus minor est ad singula sensus.*

Quod sanè de communi sensu est accipiendum. Externi siquidem pluribus attendere non possunt, cùm sint vni obiecto ac simplici operationi adstricti. At sensus communis omnibus intendit, cuius functionem proximè phantasia excipit, ac huius deinceps actionem ordine quodam potentiæ ceteræ, quæ ita inter se connexæ sunt, vt catenæ in morem vna ex altera pendeat.

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

F *Externus internusq; visus ab obiecti pendent præsentia.*



EXTERNVM quidem visum ab obiecto præsente dependere ita demonstratur: Visio fit per species intus susceptas, vt propos. 69. ostendimus: igitur sublatis speciebus, & visio tollitur. at species amoto obiecto illicò euanescunt, vt propos. 52. est demonstratum: igitur absente obiecto externa visio pariter extinguitur.

Quòd etiam internus sensus nihil absque obiecto præsente operari queat, ex eo patet, quòd is sit complementum sensus externi, cum eodem in idem obiectum dignoscendum incumbens. Cessante igitur externo sensu, internum pariter otiari necesse est.

Deinde

Deinde sensus communis non alia specie ad agendum excitatur, quàm illa ipsa quæ A
ab obiecto in externum organum infertur: at semoto obiecto species illa subito interit:
ergo & actio interni sensus, obiecto remoto, vnà occidit. Præterea si internus hic sensus
absque externorum sensuum adminiculo functionem aliquam exercere posset, oporte-
ret eum reminiscentiæ vi per species memoriæ commendatas ad agendum excitari.
species enim quas memoria retinemus, in locum earum quæ amotis obiectis extinctæ
fuerant, tamquam vicarias ad id muneris natura substituit. Quod si ita esset, nullum
inter hunc sensum & imaginariuam facultatem discrimen existeret. Hæc namque re-
miniscentis potentiæ vi affectuatas in memoria species ad arbitrium euocat, atque earum
obiectu in res absentes fertur, perinde ac si præsentes essent. Id vero si communi quoque B
sensui concedatur, nil ab imaginatiua potentia discrepabit; nisi fortè dicere quisquam
audeat, sensum communem propriis speciebus vti, non verò iis, quas memoria submi-
nistrat. At gratis omnino id, ac nullo fundamento dicetur. Nam si species illæ ablatis
externis obiectis etiamnum superstites manent, oportebit facultatem quamdam astrue-
re, quæ illas retineat, seruetque ad vsum opportunas. hæc autem memoria erit; & quæ
ipsas commodo tempore euocabit, reminiscentia; sensus autem communis, imaginatio
quædam, vti iam ostendimus, atque ita potentiarum numerus in infinitum augebitur.
Quod ne fiat, dicere necessum est, internum hunc sensum, quem communem nuncu-
pamus, vti & externú, ab obiecti pręsentia pendere: quod fuit propositum demonstrare.

C

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

*Externo visu res absens videri vt præsens potest, asser-
uata in eo per diuinam potentiam specie.*

PRÆMITTERE hoc loco oportet vtriusque notitiæ, intuitiuæ scilicet
& abstractiuæ, definitiones; vt ex propriis differentiis, quid inter vtramque
intersit, perspicuum fiat. Notitiam intuitiuam, quæ & visionis dicitur, de-
finiunt cognitionem rei præsentis vt præsens est: id est, qua ita potentia in
rem fertur, vt per eam cernatur obiecti præsentia, idque ex vi cognitionis, D
non verò quia præsens esse aliunde comprobatur. Eiusmodi est visio candoris in pariete
re vera existentis, & qua beati diuinam intuebuntur naturam, quam D. Paulus 1. Cor.
cap. 13. appellat facie ad faciem. Debet verò cognitio intuitiua esse immediata, vt res
non in alio percipiatur, velut Cæsar in imagine. Nam per intuitiuam notitiam cernitur
res in se, quod esse non posset si alio aliquo mediante cognosceretur. Abstractiua cogni-
tio, cui nonnulli simplicis intelligentiæ nomen indiderunt, est qua res cognoscitur non
vt præsens, sed vt absens: exempli gratia, qua Astrologus domi suæ considerat præsen-
tem ecclipsin, quam tamen non intuetur, & qua mortales ex creaturis Deum agnoscunt.

His prænotatis dico, asseruata per diuinam potentiam visibili specie in organo, ab-
sente obiecto, oculum intuiturum rem verè absentem, sed tamquam præsentem. Sic E
legimus in sacrosancto Eucharistiæ Sacramento, quandoque puerum, quandoque car-
nem, quandoque aliud quidpiam oculis fuisse exhibitum, producta in visu talium re-
rum specie, cùm tamen eiusmodi res præsentes non fuerint. Sic Isaias cap. 6. narrat se
vidisse Dominum sedentem super solium: quod D. Thomas 1. p. q. 12. art. 3. ad 3.
intelligendum ait de visione imaginaria Deum secundùm aliquem modum corporeæ
similitudinis repræsentante. In has verò res ita fertur aspectus, ac si præsentes essent; vnde
& intellectus, nisi aliunde edoctus iudicium cohibeat, eas præsentes iudicat.

Ex quorumdam philosophorum opinione non est hæc verè intuitiua cognitio, sed
talis tantùm esse videtur, quia obiectum præsens esse putatur, quod verè est absens: F
intuitiua autem cognitio in rem præsentem vt præsentem fertur. Quare visio, inquiunt,
non erit, si vel obiectum præsens reuerà non sit, etsi vt præsens cognoscatur; vel si non
vt præsens cognoscatur, etsi reipsa sit præsens.

Aliis placet magis hanc vere esse intuitiuam cognitionem. Non enim abstractiua
esse potest, cuius est obiectum vt absens cognoscere, quantumuis præsens sit. Erit ergo
intuitiua, quia obiectum cognoscitur vt præsens, & quamuis non reipsa, tamen per vica-
riam speciem præsens est.

Hæ duæ sententiæ solidis rationibus mutuò pugnant. Prior siquidem rectè ostendit,
non esse eam notitiam vere perfecteque intuitiuam, cùm nihil exter quod vt præsens
cerna-

A cernatur. Altera verò firmissimè probat non posse eam cognitionem esse abstractiuam, quòd sit rei tamquam præsentis notitia. Vnde consequi videtur, eam (vt verè est) fallacem quamdam notitiam esse visioni simillimam, quam fascinationem siue præstigias licet appellare, quòd rem quæ abest, vel quæ omnino non est, præsentem esse supremæ facultati, cui omnia nosse conuenit, falsò attestetur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

B *Rem absentem vt absentem videri, essentiæ visionis penitus aduersatur.*



NAM externus sensus suapte natura fertur in obiectum, vt hîc & nunc, colore, figura, situ, magnitudine, ceterisque corporeis proprietatibus affectum est, atque adeò quatenus tamquam præsens repræsentatur.

Intellectus quidem latissimum campum habet, in quem sese effundat. Namque in rem omnem fertur siue absentem siue præsentem, siue vniuersalem siue singularem. Phantasia autem in rem singularem tantùm, sed tam absentem, quàm præsentem. At externus sensus, & qui huic opitulatur sensus communis, in infimo cognoscentium facultatum gradu constitutus, in rem tantùm singularem eamque C præsentem. Cùm ergo ex his constet visionem natura sua eiusmodi cognitionem esse, quæ in obiectum, vt præsens est, fertur; fieri omnino non potest, vt res tamquam absens, visu seu intuitiua notitia cognoscatur. Id enim vti definitioni, ita quoque visioni definitæ aduersari necesse est, quod ostendisse oportuit. Et sane qui senserunt rem absentem vt absentem videri posse, ij naturam intuitus vel non considerarunt, vel penitus ignorarunt: si enim ea cognitio per speciem fiat, quam memoria per reminiscentiam subministrat, non erit visio, sed abstractiua cognitio: si verò fiat per speciem rei priùs visæ, nunc autem absentis, in oculis diuina potentia asseruatam, cognitio erit rei tamquam præsentis: ea namque omnes rei circumstantias exhibet, atque adeò ipsam etiam præsentiam. Hanc igitur si à specie seu forma visibili tollas, quam ea pariet cognitionem, non D visio erit; sed abstractiua, vt philosophi loquuntur, notitia.

PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Substantia corporea aspectu per se dignosci non potest, sed ex accidenti tantùm.



QVIDQVID cernitur, id omne sub obiecto visus contineri necesse est; at substantia corporea sub obiecto visus non continetur; siquidem lux & E color obiectum visus exæquant, quemadmodum propos. 28. est dictum: igitur substantia corporea per se sub aspectum non cadit.

Deinde, si substantia visu perciperetur, necesse esset ab ipsa propriam aliquam imaginem resolui, & ad aspectum deportari: at nulla imago potest à sola substantia produci: omnes siquidem creatæ substantiæ per se inertes sunt, atque actionis expertes, quò fit vt accidentium ope vnaquæque illarum agat, idque moliatur, quod propriæ naturæ est consentaneum. Igitur neque videri vlla substantia per se potest, cùm propos. 69. ostensum sit visionem per species fieri intus susceptas, nullumque posse existere proprium substantiæ simulacrum, quo per se videri possit.

F Nec obstat huic veritati passim receptus loquendi modus, quo nos turres, montes, campos, arbores, domos, homines, & quæcumque extant corpora cernere dicimus. Quamquam enim hæc non per se aspectum moueant, neque propriam sui similitudinem in oculos inferant; tamen ex accidenti videre illa perhibemur, quòd iis, quæ per se conspiciuntur, naturali quadam necessitudine coniuncta sint, iisdem tamquam bases substratæ, sine quarum præsidio nec illa quæ per se videntur subsistere vllo modo possent. Sic & aliorum sensuum obiectis ipsas substantias sensibilibus qualitatibus subiectas sentire nos arbitramur, cùm ipsa accidentia percipimus quibus illæ subijciuntur, vt gustare mel, olfacere pomum, ac lapidem tangere; quorum tamen nil præter dulcedinem, vel odorem, vel tactilem qualitatem ad sensum propriè pertinet.

PRO-

A

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Essentiam rei, seu quid res sit, visus non cognoscit, nisi accepta prius notionis præsidio.



x iis quæ hucusque sæpius repetita sunt, satis, vt opinor, constat, quantum præsidij adferat ad perfectam rerum cognitionem accepta prius scientia. Hæc enim excitis per reminiscentiam speciebus denuò quodammodò suscitatur, haud secus ac si res ipsæ prius visæ eædem numero restituerentur. Quare ex similitudine specierum præsentium ac prius acceptarum facilè mens colligit, rem oblatam ex genere illius esse, quam similem illi ante præcepit. Itaque proposita re quapiam, vt primum visus colorem, magnitudinem, figuram, totamque eius externam formam apprehendit; mox interna vis animæ, quæ phantasia nuncupatur, perquirit in memoriæ conceptaculo imaginem aliquam, ei, quæ in præsenti obijcitur, similem. Hac porrò inuenta cognoscit rem propositam non tantùm ex illorum genere esse, quibus talem imaginem communem esse experientiâ didicit, vt putà hominum, beluarum, plantarum: verùm etiam illam ipsam esse iudicat, quam anteà aliquando vidit, & cuius simulachrum etiamnum memoria retinet. Si verò omnibus formis, quæ in memoria reconditæ asseruantur, perlustratis, nullam ei similem reperiat, planè rei propositæ genus ignorabit, nec quid illa sit perspectum habebit: sed de nouo eam cum aliis similibus rebus conferet, vt quoad fieri possit, eam ad aliquod genus aut speciem reducat, atque in ordinem cum ceteris formis memoriæ commendatis redigat, vt eius ope, si denuò res eadem occurrat, quid illa sit, promptè cognoscat. Si res quæ occurrunt eæ sint, quas numquam antè oculus vidit, vt leones, tigrides, elephanti, ad primam harum dignotionem magnam vim obtinent species à pictis illarum imaginibus acceptæ. Hæ siquidem perinde ac illæ, quæ à rebus veris subministrantur, rerum ipsarum vicariæ esse possunt, quandoquidem & expressæ ad viuum imagines rerum vicem supplent. Est verò plurimùm vsitatum ac perfrequens, rerum absentium similitudines seu pictas seu sculptas domi asseruare, vt illarum inspectione excitetur sopitus animus, iucundaque recordatione oblectetur.

B C D

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Essentiæ rerum tempore cognoscuntur.



ERVM namque essentiæ anticipatæ notionis præsidio cognoscuntur, vt proximè est demonstratum; at visio ex prænotione tempore absoluitur, vt propos. 85. ostendimus: ergo rerum essentiæ tempore cognoscuntur. Deinde rerum essentiæ per genus propriasque differentias definiuntur, iisdem ergo cognosci debent: at genus per assimilationem eorum quibus plura conueniunt, differentiæ verò per distinctionem eorum quibus discrepant, solent peruestigari; hæc verò tempus postulant, vt constat: fit igitur necessariò, vt rerum essentiæ mora aliqua temporis percipiantur. E

Hoc autem tempus quod essentiis rerum dignoscendis impenditur, non semper æquale est. Nam quæ ex plurium rerum præcognitione pendent, his percipiendis longiore temporis interuallo est opus. Tales porrò sunt species generum comparatione, & genera media, quæ subalterna vocantur, cum superioribus collata, & hæc cum summis. vltima verò in hoc ordine censetur entis ratio, quæ cùm supremo loco sit constituta omniaque peruadat, nec ab aliis rebus pendeat, facillima cognitu est, ac proinde tempore breuissimo comprehenditur. Quod ipsa etiam experientia confirmat. Nam oblata re qualibet, nil magis in promptu nobis est, quàm quod sit ens quoddam indefinitè acceptum, iudicare, vt infra explanatiùs ostendemus. F

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Confusa cognitio naturâ antecedit distinctam.



ID in primis argumento est, quòd omnes progressus ab imperfecto ad perfectum fieri debeant per medium: at cõfusa cognitio inter ignotationem & perfectam notitiam media existit: igitur confusa cognitio naturâ antecedit distinctam. Hinc porrò est quòd homines, qui ad perquirendam
B exactam alicuius rei cognitionem animum appellunt, primò rudem quamdam confusamque inspectionem accipiant, deinde ex rei partitione, ad singulas proprietates progrediantur, quoad nihil supersit omnino, quod non perspectum cognitumque habearut.

Deinde in huius rei confirmationem, omnium tam naturalium, quàm arte-factarum rerum experientiæ conspirant. Quod certè, vt de multis naturæ operibus vnum exemplum accipiam, in animalium procreatione animaduertere possumus. fœtus namque materno in vtero primùm quidem vegetat, cùm adhuc nil præter rudem atque indigestam molem in eo videre licet, virtute scilicet materna in confusam seminum massam à prima conceptione transfusa; qua etiam vi, decursu temporis, secretionẽ aliquàm facit,
C ac principum partium rudimenta quædam propriis in locis constituit. Hæc verò cùm sensim perficiuntur, cæteraq; membra conformantur, licet nondum sint consummata, sentire tamen iam fœtus incipit, ac tandem etiam moueri: atque ita per gradus in perfectum statum concedit. Idem omnino liquet in iis rebus quę artis industria elaborantur. Statuarij enim, qui signa faciunt, rudem priùs lapidem deligunt, quem detractione facta sensim expoliunt, ac denique ita efformant, vt rei propositæ imaginem referat. Pictores item ea quæ animo concepere, primò rudioribus lineamentis in tabula designant: deinde crassiori penicillo, emortuisque coloribus velut prima inducta forma adumbrant: postremo tandem vltima adhibita manu, singula perficiunt, donec exactam similitudinem sint adepta. Hoc igitur pacto naturæ instinctu intellectus noster, quem Aristoteles
D lib. 3. de anima cap. 4. textu 14. tabulæ rasæ ingeniose comparauit, leuiorem primò conceptum rerum obiectarum accipit, quem deinde diligentiore animaduersione distinguit atque enuclear, donec eas tandem vndique perspectas habeat. Confusa ergo cognitio naturâ antecedit distinctam, quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

E visibilibus proprietatibus vnam per se solam visus apprehendere non potest.

E



QVÆ visibiles proprietates vocantur, sunt color, magnitudo, situs, locus, distantia, ac ceteræ naturales corporum affectiones, quas propos. 29. enumerauimus. his corpora omnia velut terminis quibusdam definiuntur, vt sensibus nostris sint accommodata. Sunt verò visibilium rerum formæ compositæ atque ex pluribus coagmentatæ, quarum multitudo vniuersa rem ipsam definit, atque visui symmetriam facit. quocircà visus, obiectum percipit non vna, sed omnibus visibilibus proprietatibus affectum. Quæ quidem cognitio confusa est: at cùm interna facultas singulas distinguit, pedetentim cognitio ipsa graduum accessione perficitur.

F Deinde eæ, quas modò diximus, proprietates, arctissimo quodam naturæ vinculo inter se sociatę sunt, itaque cohęrent, vt seiungi ab inuicem nulla vi possint. Nullus enim color existere in rebus potest, cuius nulla sit magnitudo certis limitibus definita, nulla figura, nullus partium situs atque responsus, nullus locus, nulla distantia, aut nihil ceterorum. Rursus nec magnitudo expers figuræ esse potest, nec figura sine magnitudine subsistere, nec quidquam à proprio abesse loco, aut ceteris proprietatibus vacare omnino potest. Hæc igitur omnia mutuis adminiculis fulciuntur: ex quo id manifestè conficitur, nihil horum per se solum aspectu comprehendi posse: ergo qui colorem videt, simul eodemque intuitu & magnitudinem, & figuram, & locum, & situm, & ceteras omnes naturæ proprietates videat necesse est.

PROPOSITIO C. THEOREMA. A

Visus, post simplicem rei singularis aspectum, primò omnium essentiam lucis & coloris dignoscit.



QVONIAM lux & color sunt per se ipsa ac primò visibilia, & quorum ope videntur cætera, necesse est, vt quod primò in visum incurrit, sit essentia lucis & coloris: vt videlicet, sicut primò ac per se indiuidua illorum intentio relucet in organo, ita illorum essentia per se primò internam virtutem pulset, atque ad sui cognitionem excitet. B

Pro cuius rei planiori intellectu, aduertendum est, externam vim organo insitam nullum essentiæ gradum, nec vllam rerum aspectabilium differentiam dignoscere: hæc enim, vt superiùs dictum est, ad internam facultatem spectant, cui proprio ex munere conuenit similia inter se conferre, ac diuersa propriis notis distinguere. Solùm igitur virtus externa oculorum lucem & colores, vt aspectabiles sunt, percipit; non autem vt lucis aut coloris rationem habent. Colorem inquam ipsum non vt rubeum, cyaneum, aut prasinum, sed vt visibilem, hoc est vt organo facultatiq; visus familiarem accommodatumque cognoscit. At internus sensus, quem communem suprà nominauimus, simul atque hæc organum subierunt, illicò adest, cui mox opitulatur phantasia, & quod reliquum est pro viribus enucleat atque discernit. Hoc cognitionis genus, vti C tempus, ita seriem quamdam ac mutuam functionũ successionem exigit; in qua palàm est essentiam lucis & coloris primum locum obtinere, quòd hæc primò ac per se conspicua sint. Quocircà, cùm res quæcumque singularis oculis offertur, id quod primò apprehenditur est res ipsa vt visibilis, cuius tum confusam quamdam atque imperfectam notionem simplex aspectus parit, ex solius lucis atque coloris perceptione conceptam. Ceteræ autem rei obiectæ intentiones superioribus facultatibus cognoscuntur; in quarũ etiam comprehensione ordo quidam obseruatur, quem nunc propositum sit explicare.

PROPOSITIO CI. THEOREMA.

Generica obiectorum ratio priùs ac minori tempore percipitur quàm specifica. D



VT clarior illustriorque fiat huius propositionis explicatio, notandum est, nos hoc loco non agere de ea mentis operatione, qua intellectus in abstracto, vt scholastici loquuntur, & absque præsenti aspectus adminiculo, vniuersales generum ac specierum rationes componit & diuidit, quemadmodum metaphysica contemplatio illas tractare consueuit: sed de ea tantùm quæ visui subseruit, hoc est, quæ vnà cum facultate cernendi rerum conspectarum particulares intentiones distinguit. Hac inquam interna functione mens eodem E progreditur ordine, quo singula visus ipse antè apprehendit. Vt enim mens nostra, quamdiu corporis mole grauatur, functionum suarum primordia à sensu accipit; ita sensum præeuntem sequi debet: illud ergo priùs mens cognoscet, quod sensus priùs renunciarit; atque vniuersè eo ordine singula, quo à sensu oblata fuerint.

Quòd autem visus priùs apprehendat singulares conceptus rationum magis vniuersalium quàm minùs vniuersalium, multis experimentis probari potest. Nam in primis conspecto eminùs Diaris filio, principiò quidem ens aliquod esse supponitur, quòd ca sit communis omnium ratio: deinde corpus esse colligitur ex eo quòd sub aspectum cadat: tum animal, quòd moueri cernatur: propiùs verò homo esse dignoscitur, quòd ei figura F excelsa sit rectaque, atque os sublime: tandem è proximo Diaris occurrit filius, quòd spectata forma, illi quæ ex præcognitione accepta fuit, similis per omnia existat.

Deinde si tabula visui obijciatur, plurima rerum varietate depicta, primo quidem aspectu totam tabulam oculus confuse percipit; deinde quantum tempus concedit, singulas eius partes perlustrat, maiores prius inspectando, quæ ceu genera quædam plures sub se partes continent; tum minores, quæ sunt velut species generibus subiectæ, ex quarum cognitione vniuersæ tabulę accurata cognitio dependet. Sic in essentialiũ graduum perceptione visus priùs vniuersales notiones accipit, quę minùs vniuersaliũ comparatione quamdam vniuersitatis ratione habent, atque ideò promptiùs citiùsq; cognoscũtur.

Præterea

A Præterea huic veritati argumento est puerorum vsus. Notiora siquidem ea esse existimanda sunt, quæ illi naturæ ductu impulsuque prius apprehendunt, quod illis liberior sit operatio, ac minus imperio voluntatis astricta: sed pueri, teste Aristotele lib. 1. physic. cap. 1. textu 5. principio vaga quadam notione viros omnes patres, & mulieres matres appellant, postea vero accedente rationis vsu hos sensim dignoscunt, ac parentes suos distinguunt: pronior est igitur sensus in vniuersalium notionum perceptionem, quàm in minus communium.

Tandem ratio quoque huic sententiæ astipulatur. Genera enim pauciores intentiones continent, quàm species: ergo minori negotio internus sensus genericam notionem B elicit, quàm specificam. facilius enim vnaquæque res absoluitur, quò pauciora ad sui integritatem requirit.

Hæc angelici Doctoris sententia est in Proœmio physicæ auscultationis, & in prima part. q. 85. artic. 3. cui aduersatur Scotus in 1. d. 3. q. 2. cum sequacibus, ac non pauci etiam alij. Quorum argumenta huc conferre lubet.

Primum ab auctoritate Philosophi desumitur. namque 1. lib. Metaphys. cap. 2. & 1. poster. cap. 2. textu 5. docet notiora esse nobis, quæ sensui sunt viciniora: natura verò notiora illa, quæ longius absunt à sensu: & vt vnumquodque maxime est vniuersale, ita esse à sensibus remotissimum.

Respondendum illis locis agere Aristotelem de metaphysica vniuersalium abstra-C ctione, ad quam præcognita esse oportet inferiora, vt idem ipse lib. 2. poster. cap. 18. textu 27. apertius testatur, cùm ait, intellectum abstrahendo progredi ab inferioribus, donec ad ea perueniat, quæ amplius in partes diuidi non possunt, quæ sunt summa genera. De illa autem metaphysica abstractione hoc loco non agimus, vt initio præmonuimus, sed de simplici tantum mentis operatione, quæ vnà cum externo visu intuitiuam cognitionem perficit & complet.

Secundum argumentum est. Id prius cognoscitur, quod magis externis sensibus obuium est: at eiusmodi est in primis singulare, deinde quæ huic proxima est species infima, tum genera omnia naturali serie, quo semper minus communia sunt: igitur eodem ordine sub cognitionē cadunt. Propositio quidem perspicua videtur: siquidē interiores D sensus, atque ipse etiam intellectus noster ab exterioribus sensibus notitiam accipiunt: assumptio verò in primis quoad singulare à nemine iure negari potest, cùm illud coloribus, ceterisque aspectabilibus proprietatibus affectum sit, quibus non ex accidenti, sed per se conspicuum est; de specie etiam ac minus vniuersalibus idem probatur, quia hæc singularibus sunt viciniora, nam paucioribus differentiis liberantur, vt homo à Socrate sola abest indiuidui proprietate, at animal ab eodem Socrate duabus differentiis distat, nempe indiuidua & specifica, atque ita deinceps, quò magis vniuersalia, eò ab indiuiduis remotiora sunt. Vnde Metaphysica, tametsi inter omnes disciplinas naturali lumine inuentas dignitate prima sit, ordine tamen acquisitionis postrema est, ac non nisi post ceteras scientias reperta.

E Respondebitur huic argumento, vt superiori. Si de ea intellectus operatione agatur, qua vniuersalia à singularibus distrahuntur, oportere præcognita esse inferiora, quandoquidem ex illorum comparatione, id quod omnibus cōmmune est, abstrahatur, reiectis us, quibus ab inuicem distinguūtur. Nos verò, vt iam aliquoties monuimus, agimus de simplici mentis intuitu, quo vnà cum externo visu animus in singularia intendit, eaq; præsentia; quo actu mentis dico primùm omnium hoc singulare vt aspectabile, deinde hoc aliquid, tum hoc corpus, postea hoc animal, tandem hunc hominem, ac demum Socratem dignosci: idque propterea quòd magis vniuersalium graduum intentiones notiores nobis sint, quàm minus vniuersalium, vt color notior quam rubedo, & motus F quàm statura erecta, & totius corporis figura, quàm cæsij oculi, aut promissa barba, aut nasus simus. Vnde fit vt ex maiore distantia genus rei subinde cognoscatur, cùm adhuc species latet: quòd nempe tum visibiles proprietates generis conspicuæ sint, cùm tamen specificæ nondum perspicuè appareant.

Tertium est. Causæ naturales, hoc est quæ naturæ necessitate agunt, nōn impeditæ, omnem vim suam agendo exerunt, atque adeò præstantissimum semper producunt effectum: sed visus est agens naturale, cùm non ex arbitrio pendeat: igitur nobilissimum effectum, nempe speciei infimæ notionem, semper elicit.

Responderi huic argumento potest, præstantiam visionis non spectari ex materia obiecti. Non enim præstantior visio illa est, quâ cæcutiens equum, quàm quâ homo

perspicax asinum contuetur; cùm constet cæcutientis visionem obscuram ac debilem esse, alterius autem claram ac robustam. Fatendum itaque facultatem visus naturalem esse, atque impressa vi in propositum obiectum ferri, sublatisque impedimentis secundùm omnes vires agere, ac proinde visionem producere, quantum potest celerem, claram, atque distinctam: vnde conuinci nequaquam potest, speciem infimam priùs quàm genus in cognitionem venire. A

Quidam, graues alioquin philosophi, nituntur dissidentes D. Thomæ & Scoti sententias conciliare, asserentes tum vniuersaliora prius percipi (vt aiebat D. Thomas) cùm visus à libera actione præpeditur: positis verò impedimentis, priùs speciem infimam, tum ordine reliqua vniuersaliora cognosci, vt Scotus asserebat. Impedimentorum autem nomine intelligunt immoderatam videntis distantiam à re visa, medij impuritaté, imbecillitatem potentiæ, & si quæ præterea sunt, quæ obesse possunt, quo minùs facultas cernendi, liberè actioné suam expromat. Nec minùs Scoti sententia, quã D. Thomæ, experientia confirmari posse videtur. Siquidem proposito quopiam Indiuiduo in iusta distantia, medio sincero ac puro, visu integro sanoque, organo insuper minimè labefactato, quod primùm in cognitionem incurrit, est Socrates; nõn autem hoc ens, aut hoc corpus, siue animal: ergo impedimentis sublatis, promptiùs ea quæ minus quàm quæ magis communia sunt percipiuntur. B

Verùm qui hanc explicationem penitiùs introspiciet, duo profectò liquidò comperiet. Vnum est, quòd nullum certius indicium optari possit, quo vniuersaliora priùs cognosci demonstretur, quàm hoc ipsum, quòd ea etiam tum conspicua sint, cùm per impedimenta species infimæ oblitescunt. Hinc enim necessariò sequitur, communiorum graduum visibiles proprietates suopte ingenio illustriores esse, magisque per se aspectabiles, ac proinde citiùs promptiusque cognosci, quàm minùs vniuersalium. Alterum est, genuinam causam, cur non rarò contingat speciem infimam, ac ipsum etiam proprium singulare, vt puta Socratem, primò in cognitionem venire, non esse visionis libertatem, quam impedimenta tollere assolent; sed anticipatam notionem. Qui enim Socratem aliquando præcepit, is absque notabili mora illicò eum agnoscit: cùm verò nulla rei propositæ notitia antecessit, sæpenumerò contingit de genere rei propositæ dubitari, cùm tamen species rei penitus ignota sit. Nam cuilibet promptior est quamcumque rem ad aliquod genus reuocare, si non ad infimum, saltem ad summum: de vltimis autem speciebus frequenter ipsi etiam sapientes disputant. Lapides namque & herbæ (idemque de ceteris dictum sit) in qua altiori classe collocandæ sint, scimus; ad quam verò speciem attineant, sæpe ignoramus. Igitur generica obiectorum ratio prius ac minori tempore percipitur quam specifica. C D

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

E proprietatibus quæ sub aspectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur. E



HACTENVS diuersos inter se essentiæ gradus contulimus. Nunc verò si eodem etiam ordine rem penitiùs inuestigare velimus, comperiemus profectò sub vno genere vnam speciem alia magis expeditè in cognitionem venire; quòd vnius visibiles proprietates, quibus ceu proprijs differentiis ab aliis speciebus discriminatur, magis sint obuiæ ac manifestæ: aliarum verò sint obscuriores. Etenim citiùs eæ res cognoscuntur, quarum differentiæ promptiùs in oculos incurrunt: vt erecta hominis figura spectabilior est, quàm prona beluarum. Quare quod eminùs nobis occurrit, ocyus homo esse intelligetur, quam belua. Et quæ maiora sunt aut propè sita, leuiori negotio distinguuntur, quàm quæ minora aut dissita, si cetera sint paria. Igitur è duabus rebus æquè dissitis, maior citiùs minore, & ex inæquali interuallo propinquior remotiore promptiùs dignoscetur. Rursus quarumdam rerum, quam aliarum ampliores sunt differentiæ, vt inter hominem & equum latius discrimen intercedit, quàm inter equum & mulum: igitur obiecto dubio faciliùs homo ab equo, quàm equus à mulo distinguetur. Neque enim tam accurata disquisitione opus est vt homo ab equo, quàm vt equus à mulo non multùm absimili internoscatur. Igitur, quod initio propositum fuit, è proprietatibus quæ sub aspectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur. F

PRO-

A

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis diuersarum specierum sæpius inspectis enascitur in animo vniuersalis notio, qua cuiusque speciei indiuidua dignoscuntur, & ab alterius speciei indiuiduis discriminantur.

B SVPERIVS quidem proposit. 95. demonstratum est, substantiam corpoream per se aspectu non comprehendi, sed tantùm aspectabilium qualitatum interuentu, vt puta coloris, quantitatis, figuræ, situs, loci, ac ceterarum quas proposit. 29. enumerauimus. Hæ verò (proposita nimirum re aliqua) dum simul omnes aspectui sese offerunt, confusam quamdam notionem in animo gignunt, non eam quidem simplicem, sed ex omnibus simul aggestis conflatam, qua nondum, quæcumque hac specie continentur, expeditè cognosci possunt, quòd non omnes hæ proprietates singulis perpetuò insint. Cum etiam ex illis non paucæ aliis quoque speciebus congruant, necdum ex illa notione potest internus sensus hoc singulare obiectū ab aliarum specierum indiuiduis distinguere, nisi pluribus C indiuiduis diuersarum specierum sæpiùs conspectis attentè animaduerterit, quæ cuique sint propriæ. Tunc enim illarum dumtaxat notionem animus colligit, quæ simul omnes plerisque indiuiduis propriè competunt, quæ propterea sub vna specie complectitur. Hæc porrò notio seu forma animo concepta non tantùm illius speciei indiuiduis pernoscendis, sed etiam iisdem ab aliarum specierum indiuiduis discernendis vtilis est. Memoriæ namque altiùs impacta diutissime retinetur: & cùm lubet virtute reminiscendi euocatur, præsertim cùm res quæpiam externis sensibus sese exhibet, tum verò, si forma excita cum re obiecta conueniat, non modò cuius speciei res sit ex nota forma perspectum habetur, verùm etiam à quibus aliis secerni debeat eadem forma edocet.

D

PROPOSITIO CIIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis vnius speciei identidem recognitis, gignuntur in animo particulares notiones, quibus singula ab inuicem distinguuntur.

QVAMVIS omnibus vnius speciei indiuiduis insint color, quantitas, figura, ceteraque vnius essentiæ accidentia, vt in omnibus cignis eadem albedo, eadem magnitudo, eademque figura; tamen non ita sibi ista in E omnibus singularibus similia sunt, vt nihil omnino discrepent. Est enim albedo in vno illustrior, in alio obscurior: magnitudo quoque ac moles in vno quàm in alio amplior: forma item in hoc quàm in illo augustior, atque ita in ceteris. Quare ex frequenti intuitus iteratione, sedulaque animaduersione colligit animus singulorum discrimina, sic vt non modò albedinem, & figuram, formamque; sed etiam singulorum dimensiones, proportiones, dignitates, ceterosque particulares modos, quoad potest, apprehendat, quarum notionum præsidio animus posteà exactiùs singula, quæ sub vna eademque specie continentur, discernit atque distinguit, ratione sane haud absimili ab illa, quam in generibus ac speciebus obseruari proximè antè docui-F mus. Hę porrò similesque operationes nō ab ea virtute proficiscuntur, quam Græci φαντασίαν, nos imaginatiuam dicimus; sed ab intelligentia. Illa enim nequaquam compónit connectitque, vt verum aut falsum argumentatione concludat, quod solius est mentis, verùm quæcumque comprehenderit, aut seorsum discernit, aut temerè congesta nulla copulatione, nulla complexione in aceruum confert. Quo fit, vt actio illa, qua vel gallina pullos primùm cognoscit, deinde discernit, vel ouis lupum inimicum aduertit, secretio potiùs censeri debeat, quàm iudicium aut existimatio. Ex frequenti igitur particularium rerum intuitu mens, quà comparando, qua discernendo, proprias quasdam notiones intelligentiæ virtute sibi effingit, quibus velut proprijs notis res singulæ ab inuicem discriminantur, quod erat propositum.

PROPOSITIO CV. THEOREMA. A

Iterati intuitus formas rerum altiùs animo infigunt.

CVM sensus exteriores rerum quæ foris sunt occursu pulsantur, interio-
rem pariter impellunt & excitant illarum simulacra, quæ interioris sensus
obiecta sunt, in quæ is incumbit, quemadmodum externi in res externas
sibi obiectas. Ab his verò speciebus cùm primùm ad externa organa per-
ueniunt, mox aliæ quædam formæ seu notiones exsolutę per neruos opti- B
cos, vehente spiritu in cerebrum commeant, commune scilicet idemque principium, in
quo primaria sentiendi vis sita est, cui singuli sensus omnia nuntiant, quæ ante se posita
prima cognoscendi facultate apprehenderunt. At non quemadmodum externa obie-
cta externorum sensuum species, ita hæ ipsas interni sensus notiones, vt effectrices causę,
gignunt: sed quæ ad internum primariumque sensum penetrant rerum imagines, ipsius
animæ vi effinguntur, quæ proinde longè tenuioris essentiæ sunt, quàm illæ quæ ab ob-
iectis proximè obueniunt. & vt luminis radius à speculo repercussus directo imbecil-
lior est, ipsumque corpus lucidum in speculo imperfectiùs exhibet; ita quoque internæ
hæ formæ, res, quarum sunt similitudines, obscuriùs multò repræsentant quàm exter-
næ, ac omnium obscurissimè species illæ, quas intellectus ab imaginatiua potentia sibi C
efformat, vtpote spirituales magis. Sic videmus nil ita perspicuè cognosci, vt id, quod
oculis obuersatur; deinde ea quæ in somnis sola facultas imaginandi sibi proponit; deni-
que imperfectissimè ea quæ solo intellectu percipimus. Nam species quo sunt à primis
illis, quas res aspectabiles suggerunt, remotiores, eò segniorem vim repræsentandi
obtinent.

His functionibus eousque perductis, in opus erumpens conseruatrix facultas, notiones
seu rerum imagines, quas internus sensus ab illis, quæ in internis sunt organis, accepit,
promptè amplectitur, & tum propria vi ac potestate, tum illarum adnixu impulsuque
miro quodam modo in cerebri corpore insculpit, citra vllum materiæ vestigium; vbi
velut in proprio conceptaculo diutiùs permaneant, abeunte etiam ac cessante omni re- D
rum cogitatione. Hæc quidem formarum conseruatio memoria dicitur, quam frequens
stabilit meditatio, atque identidem repetiti intuitus. Nam quemadmodum iteratis
mallei ictibus claui adiguntur, & nummi crebris percussionibus signantur, propterea
quòd singuli ictus propriam vim habeant, eamque cum primo ictu communem; ita
vnius intuitus impulsu leue quoddam formæ rudimentum ponitur, quod secundo ac
tertio cæterisque deinceps altiùs quodammodò impactum, firmatur, constantiusque
efficitur.

Et verò si vnus intelligendi actus id potest, vt susceptam ab intellectu agente imagi-
nem cerebro infigat, in quo velut actis radicibus aliquamdiu perseueret, cessante omni
mentis operatione; profectò fateri oportet, iteratum actum altiùs eam formam in animo E
infigere, vt diutiùs conseruetur; eamdemque perfectioribus quodammodò lineamentis
efformare, vt rem, cuius est similitudo, enucleatiùs repræsentet; ac demum eam sibi
magis reddere familiarem, vt tanto ocyùs prodeat, cùm reminiscentiæ vi ad vsum euo-
catur. Singuli enim actus proprium effectum in commune conferunt, atque ex om-
nium concursu memoria obfirmatur, non secùs ac repetitis actibus, continuaque exer-
citatione habitus gignuntur.

Hoc sanè quotidiana probat experientia. Nam qui memoria aliquid addiscunt, sæ-
piùs id quod imprimere student relegunt, maiorique animi contentione ac nisu appre-
hendere conantur. Sic porrò videmus rerum lectarum species efficaciùs memoriæ com- F
mendari. Ad id etiam plurimum conducit circumstantiarum loci, & temporis ac cete-
rarum consideratio. Hinc verò originem habet memoria illa, quæ localis dicitur, qua
nempe species non solitariè atque confusè, sed enucleatè, omniumque circumstantiarum
apparatu instructæ percipiuntur. Hinc etiam humana industria artem iuuandæ memo-
riæ excogitauit, qua per signa certis locis constituta, velut per classes rerum perceptarum
formæ distribuuntur, vt eo promptiùs certiusque, cùm lubet, suo singulæ ordine euo-
cari possint. Palàm igitur, imagines interno sensu conceptas, iteratis identidem aspecti-
bus magis ac magis obfirmari, altiusque animo infigi, quod ostendisse oportuit.

PRO-

A

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Tunc mentis oculus acutùm incipit cernere, cùm primùm corporis oculus deflorescit.



LACVIT hunc primùm Opticorum librum diuina ista Platonis sententia concludere; quæ tametsi verissima sit, atque omnium experimento comprobata, eius tamen causam à paucis video esse explicatam. Quam
B vt nos demonstremus, id primo loco astruendum videtur, magnam inter oculum mentemque nostram similitudinem dissimilitudinemq́; existere.

Conuenire quidem inter se se, præcipuorum philosophorum auctoritas probat. Siquidem *vt est in corpore visus*, inquit philosophus libro primo Ethicorum cap. 6. *sic est in anima mens.* Et D. Augustinus libro primo Soliloquiorum cap. 6. *Oculus animæ, mens est ab omni labe corporis pura.* Mox idem: *Cùm ergo sanos habuerit oculos, quid restat? vt aspiciat. Aspectus animæ, ratio est.* Ac tandem: *Ipsa autem visio intellectus est ille, qui in anima est, qui conficitur ex intelligente, & eo quod intelligitur: vt in oculis videre quod dicitur, ex ipso sensu constat atque sensibili, quorum detracto quolibet, videri nil potest.* His consonat Philo Iudæus lib. de mundi opificio: *Vt*, inquit, *in corpore*
C *quod maximè est princeps, visus est, & in hac rerum vniuersitate lucis natura; eodem modo quod in nobis primatum obtinet, est mens: hæc enim animi est visus, suis circumfulgens splendoribus, quibus multa ac densa caligo, quam rerum ignoratio superfudit, discutitur.* Marsilius item Ficinus in argumento lib. 7. Platonis de Rep *Quemadmodum se habet visus ad visibilium summum, id est, solem; sic intellectus ad summum intelligibilium lumen, scilicet Deum.* Diffusiùs verò ipse Plato oculi ac mentis similitudinem explanat libro de Rep. 6. *Oculi quoties non ad ea vertuntur, quorum colores diurnus fulgor illuminat ostenditq́;, sed ad illa quæ nocturnis radiis attinguntur, cæcutiunt atque hallucinantur, & propè cæci esse videntur, perinde ac si purus in illis visus non insit: quoties verò ad ea, quæ sol illustrat, perspicuè cernunt, iisdemq́; ipsis in oculis visus esse apparet. Sic & de animo cogita.*
D *Quando enim illi inhæret, in quo veritas & ipsum ens emicat, intelligit illud cognoscitque, & intellectum habere videtur: sed cùm ad id fertur, quod tenebris est permixtum, quod videlicet generatur atque corrumpitur, eius obtunditur acies, opinionesq́; versat varias, ac mentis expers esse videtur. Illud igitur, quod veritatem illis, quæ intelliguntur, præbet, & intelligenti vim ad intelligendum porrigit.* Hæc Plato. Simile quiddam legimus in lib. 12. de diuina sapientia secundùm Ægyptios, qui Aristoteli adscribitur cap. 5. *Eadem est ratio animi ad ipsa intelligibilia, quæ oculi ad ea quæ aspectabilia sunt: vtque aspectus est oculi perfectio, sic intelligendi actus ipsius animi. Ac quemadmodum oculus sine discrimine se habet ad omnia aspectabilia: sic animus ad omnia intelligibilia. Ampliùs etiam, vt oculus reipsa non videret, nisi ad videndum esset præparatus: sic neque animus reipsa intelligeret,*
E *nisi in eo antegressa esset ad intelligendum quædam aptitudo.*

Hoc igitur intellectus in anima est, quod in corpore est oculus. quo etiam pacto intelligendum illud Martialis distichon:

Hunc tu conuiuam cautus vitare memento;
Tum furit, atque oculo luscus vtroque videt.

Luscus enim cùm altero oculo corporis orbatus sit; necesse est per alterum oculum, mentis oculum debere intelligi. Vterque enim intuetur, hic intelligibilia, ille sensibilia; hic specie intelligibili, ille sensibili, quarum vinculo vterque suo obiecto quodammodò coniungitur. Præterea vt in id solùm fertur oculus, quod luce aspectabili perfun-
F ditur; ita mens in id tantùm, quod veritatis est particeps. Et Plotino teste, loco superiùs citato, *quemadmodum visibile lumen in natura perspicua dumtaxat reperitur, ita inuisibile in natura perspicaci*, id est, intellectuali; quæ tum cernit quamoptimè, cùm ei lumen veritatis affulget. Rursus vterque per angustum organum maximarum rerum notiones suscipit, itaque diffundit sese, vt nullis distantiæ finibus coërceatur. Ad hæc momento temporis vterque sua operatione perfungitur. Intellectus item iuxtà ac oculus se, quocumque libuerit, conuertit.

Ob hanc tam exactam comparationem, non pauci è sanctis Patribus arbitrati sunt, animas à corporibus secretas, proprio etiam loquendi modo videre, non vtique corporeo oculo, à quo iam auulsæ sunt; igitur spirituali, hoc est mente seu intellectu, qui dum

omnia tamquam ſi coràm exiſterent, ſuapte vi cognoſcit, videre ea quodammodò exi- A
ſtimatur.

Quamuis ex his abundè conſtet mentis contemplationem cum externo obtutu, lumenque viſibile cum lumine veritatis magnam habere conſenſionem, eſt tamen latum etiam inter vtrumque diſcrimen. nam, vt eſt apud philoſophum libro 11. de diuina ſapientia ſecundùm Ægyptios cap. 2. *Aſpectus quidem extremitatem rerum percipit, intellectus autem quæ interiora ſunt & abdita. Quare firmiori vinculo vnitur cum iis quæ in intelligentiam cadunt, quàm ſenſus cum illis à quibus mouetur.* Deinde aliud diſcrimen ſubiungit: *Omnis*, inquit, *ſenſus functio, ſi diuturna ſit, ſenſum fatigat. Intelligendi verò munus, quò diuturnius eſt, eò magis intellectum confirmat, puriorem& reddit.* B
Tum obiecta quoque ipſa ſenſuum, quo ſunt exquiſitiora, eò magis ſenſus perſtringunt ac ſauciant; quæ verò intellectu percipiuntur, quò ſunt in ratione cognitionis excellentiora, eò ſuauius intellectum afficiunt.

Denique, quod præcipuè ad rem noſtram facit, externus viſus iiſdem rebus crebrò inſpectis nil proficit: ſed ſimul atque aciem ab obiectis amouerit, eius omnis perit phantaſia. Mens autem eorum, quæ ſemel cognouit, ſimulacra quædam in memoriæ ſinum recondit, & repetitis actibus altiùs infigit. His porrò per reminiſcendi facultatem in conſpectū adductis, abſentia velut præſentia cùm libet intuetur; quò verò plures habet variarum rerum imagines in memoria aſſeruatas, eò res ceteras, quas etiam nullo antè
tempore percepit, clariùs videt, ac promptiùs de eis iudicat. Sic Solon, vt Tullius refert C
in Catone, dicere ſolebat, ſe feneſcere quotidie multa diſcentem. Quod verò ita progrediendo facultatem ſuam ſemper adauget, neque in hac finem vllum attingit; id virtutis eſt, quæ neque interrumpi poteſt, neque deficere. Cùm ergo conſtet corporei aſpectus aciem breui hebetari propter aduerſam obiectorum actionem, quæ organum peſſumdat; mentis autem vim exercitatione exacui, palàm fit, tum primùm incipere mentis oculum acutè cernere, cùm corporis oculus defloreſcit.

Quotidiano verò vſu experimur vires corporis ab anno quadrageſimo minui: animi verò facultatem inde augeri. Viget enim in primo ætatis flore ingenium, & comprehendendi quædam facilitas; ab anno verò ætatis quadrageſimo ad ſexageſimū vſque
iudicium, prudentia, atque conſilium. Quæ niſi excellerent in ſenibus, numquam D
maiores noſtri, vt Cicero ait in Catone, ſupremum conſilium, à ſenio Senatum appellauiſſent. Poſt annum denique ſexageſimum intelligendi acumen retunditur, animiq; vigor marceſcit, non quòd anima ipſa intus patiatur aliquid, cùm ſit immortalis; ſed quòd ſimulacra rerum, quæ memoriæ inſculpta erant, affluente humore, obliterentur. vnde bis pueri dicuntur ſenes, quòd in puerorum ignorantiam relabantur. Hinc etiam pendet quæſtio illa ſanè grauiſſima, quam in Politicis tractat philoſophus, ſitne Reipublicæ vtile perpetuós eſſe magiſtratus, num potiùs verendum ſit, ne aliquando illa incidat in delirantes ſenes: cui quid reſpondendum ſit, iudicent illi, qui de Politicis agunt. Nobis huc vſque de viſus organo, obiecto, naturaque diſſeruiſſe ſit ſatis.



FRANCISCI AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM

LIBER SECVNDVS

DE

RADIO OPTICO

ET HOROPTERE.



ARGVMENTVM.

EXPOSITIS *hactenus iis quæ naturæ visui insunt, ad ea progressum facimus, quæ ex ipsa natura, ceu ex fonte riuuli, emanant; philosophi affectiones vocant. In quibus quæ toti naturæ, ac soli, semperque conueniunt, maximè dicuntur propriæ; quæ verò soli, at non omni, aut non semper, propriæ illæ quidem, sed non maximè; quæ demum aliis quoque interdum obueniunt, communes vocitantur. Quæ primo genere continentur, eæ ex ipsis naturæ principiis proximè scaturiunt, ideoque nullam aliam causam habent, quàm naturam ipsam ita à prima origine constitutam. Ex his deinde propriæ affectiones deriuantur, quarum proinde superiores, quæ maximè pro-*

priæ dicuntur, sunt causæ. At communes ab extrinsecis causis pendent; quæ cùm A
non secùs abesse atque adesse possint, fit vt ipsæ quoque affectiones adsint absintque nullo rei subiectæ interitu. Ad communes affectiones spectant communium obiectorum cognitiones, & quæ circa aspectum contingunt fallaciæ, de quibus, duobus sequentibus libris acturi sumus. Inter proprias verò aspectus proprietates, quas ferè superiore libro retulimus, naturæ proxima ea esse videtur, quòd rerum species formasque rectis lineis euibratas admittat, vt propos. 50. & 74. superioris libri ostendimus; cumque hinc permulta, quæ in ratione visus posita sunt, ceu consectaria B
eliciantur, roborentur, ac stabiliantur, pretium operæ erit diffusiùs hoc caput explicare. Quare præsenti hoc libro de specierum appulsu, id est, de lineis, quibus rerum imagines ad organum visus protenduntur, agemus. Radios vulgò nominant, quòd eumdem habeant cum luminis splendore propagationis modum, quocum etiam à rebus prosiliunt, & ad aspectum porriguntur. Est porrò amplissimus radiorum vsus, non in terrenis solùm rebus, verùm etiam in cælestibus: nam quæcumque sunt inaccessa, aut quæ vulgarem dimensionem superant, vt montes, turres, flumina, vrbium mœnia, atque ipsa etiam sidera, hæc nulla re certiùs quàm oculari radio examinantur. C
Cùm castra disponit metator, cumque arbores in quincuncem decempedator æqualibus interuallis constituit, & architectus tùm ædificiorum parietes columnasque in rectam seriem ducit, operis probitatem radio explorat. hic quippe, si quid extra regionem protenditur, expeditissimè renuntiat. Rursus agrorum spatia, vrbium intercapedines, astrorum magnitudines atque abscessus, terram denique ac cælum ipsum numquid oculo aspectuque metimur? Hinc sanè instrumenta quamplurima à geometris, astronomisque, atque cosmographis ad hos vsus excogitata fuerunt, quibus per diaulis cos opticus radius cogitur, ne vagus instabilisque à proposita meta aberret: è quibus proinde nonnulla D
nulla Radij *etiam nomen acceperunt, vt est celebris ille, atque in astronomicis rebus præstans, qui ab inuentore* Ptolomæi radius *est nuncupatus, & ille de quo Virgilius Eclog. 3.*

Descripsit radio totum qui gentibus orbem.

Huius quoque generis sunt astrolabia, quadrantes, annuli, armillæ, torqueta, regulæ, scalæ altimetræ, baculi Iacob, graphometra, trigometra, holometra, pantometra, atque sexcenta alia, quæ quotidie in lucem prodeunt, specie quidem noua, & quæ portentum E
aliquod scientiæ promittunt, re autem vera nil præter opticum radium continent. Non est autem nobis hoc loco propositum hæc organa describere, atque eorum rationem explicare, multo verò minùs eorum vsum; sed naturam dumtaxat præcipuasque optici radij proprietates, cuius ope organa illa postulatas dimensiones exhibent. Radio optico affinis est Horopter, cuius proinde naturam ac vim prorsus admirandam hoc etiam libro aperiemus, ceteris eius vtilitatibus in librum quartum reiectis, vbi fallacias, quæ circa locum obueniunt, ab Horopteris natura pendere ostendemus. Verùm F
priusquam rem ipsam aggrediamur, ea definire oportet, quæ in nostrum vsum veniunt.

A

DEFINITIONES.

I.

Radius opticus recta eſt linea, per quam forma rei aſpectabilis ad obtutum porrigitur.

B ERSPICVA eſt hæc definitio: quapropter eam breuitatis cauſa
tranſcurrimus, pòſt enucleandam magis ex natura viſibilium for-
marum, cùm prima huius libri propoſitione radiorum opticorum
eſſentiam altiùs inueſtigabimus: id verò obiter monendum hoc
loco eſt, per radioſam lineam non eſſe intelligendum aliquid ima-
ginabile, ſectile quidem, at latitudinis expers; aut marhematicam
longitudinem ab omni materia intellectu diuulſam, ſed formam
ipſam rei aſpectabilis, rectà in centrum viſus exporrectam. Vt enim ſolis aut lucernæ ra-
dius eſt recta luminis euibratio, ita & opticus radius eſt ipſa rei viſibilis imago ſeu for-
ma, quæ luminis ope à re obiecta ad aſpectum noſtrum recto itinere deportatur.

C

II.

Radius qui per ipſius viſus ac totius oculi centra tranſit, proprio nomine Axis opticus *nuncupatur.*

EX propoſit. 48. ſuperioris libri conſtat, innumeros eſſe radios, per quos rerum for-
mis ad ſuperficiem viſus patet aditus; qui tametſi omnes in centrum viſus inci-
dant, tamen vno dempto ceteri à totius oculi centro deflectunt: eum ergo, qui
per vtrumque centrum incedit, propria appellatione *Axem opticum* nuncuparunt, à ro-
D tis deſumpta ſimilitudine. vti enim in his axem reliqui circumſtant radij, atque in eum
ſimul omnes conueniunt: ita lineam quæ centra omnium tunicarum pertranſit, ceteræ
omnes, quæ à rebus educuntur, ambiunt, atque vnà in centrum viſus illabuntur. Rur-
ſus quemadmodum in rotarum axe maximum robur eſſe oportet, quòd in eum totius
machinæ vis ac pondus incumbat; ſic per eam quam diximus lineam, quæque directò
in ſuperficiem viſus impingit, robuſtiſſima eſt ſpecierum actio, ac proinde perfectiſſima
viſio, vt libro primo propoſit. 75. demonſtrauimus. Axis igitur omnium radiorum
acerrimus & viuaciſſimus eſt, nec vſquam res clariùs perfectiúſque videri poteſt, quàm
vbi axe attingitur. Hic enim velut vnica congreſſione à ceteris radiis ſtipatus fouetur,
vt meritò radiorum princeps ac rex dici mereatur. Et vt in totius mundi machina axis
E nuncupatur ea linea quæ per centrum tranſit; ita in oculo quæ per centrum ducta con-
cipitur, axis opticus appellatur: eſt enim oculus quædam maioris mundi ſimilitudo,
in qua cryſtalloides terram, tunicæ verò cælos repræſentant, interuallo ab illa diſcre-
tos. Vocatur etiam oculi acies, quòd veluti quodam acumine aut ſtyli mucrone, res
acutiſſimè certiſſimeq; attingat, ac proinde diſtinctiſſimè internoſcat; quemadmodum
& ingenij acies perſpicacitas nuncupatur, ſeu vis illa quæ in abditas rerum cauſas facilli-
mè penetrat. Ergo vis oculorum quæ per axem exeritur, acies dicitur; non verò pupilla
ipſa, vt quidam voluere: illa inquam vis quæ radiis ſolis, cùm in ipſum directè irrue-
mur, ceu fortiori retunditur.

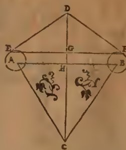
F

III.

Connectens centra viſuum ea dicitur recta linea, quæ ab vnius centro ad centrum alterius ducta concipitur.

TAMETSI clarior videatur huius definitionis ſenſus, quàm vt explicatione in-
digeat; lubet tamen eam adiecto ſchemate illuſtrare, in quo centra viſuum
notantur A & B: quæ verò centra viſuum connectit recta linea AB, cum axi-
bus opticis in C concurſantibus triangulum perficit, quibus etiam velut baſis ſubſter-
nitur:

nitur. D E autem, & D F neruos opticos repræſentant, quorum extremã quidem E & F oculos attingunt ea parte, qua oſſis cauitas intus pertunditur; at reliqua parte in D conueniunt ea ratione quæ lib. I. propoſit. I. 2. & 12. à nobis eſt explicata: vnde is locus nerui communis appellationem accepit; propterea quòd, tametſi in vnum neruum perfectè non coëant, tamen ita coniunguntur vt ſeſe contingant. Quare vocatur etiam neruorum opticorum congreſſio atque commune principium. Quamuis enim altiùs originem ſuam repetant nerui optici, nimirum à cerebro ipſo, vt propoſ. 2. l. I. oſtendimus, tamen præter hunc locum, in quo conueniunt, nullum aliud commune illorum principiũ apparet. Quæ verò puncta A & B connectit, non incongruè etiam oculorum diſtantia & interuallum nuncupari poteſt. A B



IIII.

Connectens extrema neruorum opticorum ea dicitur recta linea, quæ ad terminos, vnde pendent oculorum orbes, applicatur. C

EI quæ centra viſuum connectit, haud abſimilis eſt illa quæ ad extremitates neruorum opticorum adiungitur: cuiuſmodi eſt in ſuperiori paradigmate linea E F neruis opticis E D, F D tamquam baſis ſubiecta, ac triangulum cum iiſdem efficiens, quod quidem Iſoſceles eſſe oportet. Siquidem pares longitudine eſſe neruos opticos, libro primo propoſitione vigeſima ſecunda eſt demonſtratum.

V.

Quæ à neruo communi in connectentem extrema neruorum opticorum normaliter incidit recta linea, Axis communis vocitatur. D

SI quidem in ſchemate definitionis tertiæ æquales ſint anguli D G E, & D G F, ideóque recti, erit D G C *Axis communis*, vtpote à communi neruorum principio in E F connectentem neruorum extrema, ſecundùm normam incidens. Poteſt verò & *medius axis* appoſitè nuncupari, quòd inter vtrumque opticum axem medio loco ſit conſtitutus. Huius quamuis nulla peculiaris actio viſionem perficiat, vel adiuuet; eſt tamen ad cognitionem eorum, quæ de viſu traduntur, eius pernecesſarius vſus: idemque de iis, quæ tum centra viſuum, tum extrema neruorum opticorum connectunt, iudicium eſſe debet. E

VI.

Radius verò communis ea eſt recta linea, quæ ab axium opticorum concurſu educta, connectentem centra viſuum bifariàm ſecat.

VELVTI in ſuperiori ſchemate, ſi recta C H quæ ab axium congreſſione educitur, ipſam A B in H ex æquo diuidat, erit eadem C H radius communis, ſiue directis ſiue limis oculis rem propoſitam intueamur. Communis porrò dicitur hic radius, ſicut & axis communis, quòd aliquid cum axibus opticis vterque commune habeat. nam in concurſum opticorum vterque perpetuò incidit, quorum proinde interſectionis ſignum huic & radio & axi commune eſt. Differt verò radius communis à communi axe, quòd hic arctiori lege aſtringatur, quippe qui connectenti extrema neruorum opticorum normalis poſtulatur: ex quo fit, vt immobilis ſit, vnumque dumtaxat ſitum habeat; à quo ſi dimoueatur, axis communis rationem amittat eſt neceſſe: at communis radius liberiùs vagatur, vt qui hoc ſolùm requirit, ne connectentem centra viſuum in partes inæquales ſecet, atque idcircò maiorem ſitus variationem admittit; quocumque enim oculorum acies obuertuntur, eodem ille medium aſpectum F

defini-

A definiturus subsequitur nullo angulorum discrimine, quos cum ea efficit, quæ centra visuum connectit, nunc rectos nunc obliquos, vt fors tulerit. Recti quidem illi sunt, cùm ita directe oculi in rem propositam intenduntur, vt axes æquales sint, qua oculorum constitutione idem est radius communis, qui & communis axis, vt in præcedenti schemate recta C H: cùm autem in obliquum oculi torquentur, neuique optici inæquales inter se sunt, perspicuum est tum eam, quæ à communi axium opticorum intersectione in connectentem centra visuum medio loco incidit, obliquos angulos efficere. Hæc igitur propria ac peculiari appellatione radius communis vocitatur.

B

VII.

Pyramis optica est figura aspectabilis forma per medium diaphanum ad obtutum vsque diffusa, verticem habens centrum visus, basin verò rem ipsam.

CVM ab omni parte corporis aspectabilis in omnem partem medij circumfusi species prosiliant, vt lib. 1. propos. 48. ostensum est, eæq; rectis lineis protendantur, vt propos. 50. fit profectò vt vniuersa radiorum collectio, quæ à singulis partibus rei visæ ad vnum quodcumque signum medij destinatur, acuminatam quamdam C figuram efficiat, cuius basis quidem est res ipsa, vertex autem punctum illud ad quod radij omnes terminantur. Hæc figura tametsi nonnumquam sit conus, subinde pyramis propria appellatione nuncupata, pro varietate rei visæ, quæ oculis obuersa, ceu basis modum formamque determinat; tamen ob nominis penuriam quo pyramidis conique genus apte significetur, pyramidis nomen vsus inoleuit, & confirmauit.

Rursus licet innumeræ sint eiusmodi pyramides, tot nempe quot puncta medij perspicui, ad quæ radiorum illæ collectiones finiuntur: tamen vna dumtaxat optica dicitur, cuius nimirum vertex est centrum visus. Hæc enim sola visioni obseruit, quandoquidem, vt lib. 1. propos. 51. est demonstratum, radij omnes qui extra centrum crystalloidis vagantur, nullam actionem in visum intendant. Vnde propos. 26. superioris libri D ostensum est crystalloidi principium sensus inesse, quòd in eius centrum, omnium eorum quæ videntur, species colligantur. Est igitur pyramis optica vniuersa radiorum collectio, quæ à re visa ad centrum vsque obtutus extenditur forma turbinata, ad verticem habens ipsius visus centrum, pro basi verò rem ipsam.

VIII.

Maxima pyramis optica ea omnia amplectitur, quæ oculus vnico aspectu contueri potest.

E MAGNITVDO pyramidis opticæ non ex magnitudine rei visæ, sed ex amplitudine anguli verticalis æstimatur. Maior enim optica pyramis ea censetur, cuius maior est ad verticem angulus. Cùm autem maius latus maiorem angulum subtendat per 18. primi Euclidis, maior erit illa pyramis optica, cuius maior erit basis; maxima verò, cuius basis maxima. at maxima illa est basis, qua maiorem complecti oculus vnico aspectu nequit. igitur maxima pyramis optica rectè ea definitur, quæ illa omnia comprehẽdit, quæ oculus vnico aspectu contueri potest. Hæc sanè optica figura, sublatis externis oculi impedimentis, non pyramis, sed conus est; propterea quòd pupillæ ambitus sit orbicularis, nunc verò obsunt frons, nasus, malæ: quæ si spectentur, perspi-F cuum est hunc conum opticum natura maximum non habere basin circularem. siquidem versus tempora magis se visus expandit, quàm circa nasum, & infernè latiùs, quàm supernè, illic naso, hic obstantibus ciliis ac superciliis. Augetur etiam minuiturque ea figura per pupillæ diductionem & constrictionem: latior enim effecta, plures circa ambitum radios admittit, quàm dum in angustum se contrahit.

Aduerte præterea maximam visus pyramidem, si propriè loqui velimus, nullam posse habere sibi subiectam basin. Nam infractionis ope non tantum per eas lineas formæ rerum ad adspectum perferuntur, quæ rectà in centrum visus delatæ angulum in eo efficiunt; verumetiam per eas quæ ad normam optico axi occurrunt: quod manifesta docet experientia, cui refragari est nefas. ex quo fit, vt ne angulum quidem ad

verticem habeat maxima hæc pyramis, nisi infractionis interuentu. A

Demum hoc etiam aduerte, quòd brutæ quædam animantes pupillam minimè orbicularem habeant, vt equi ac feles; sed oblongam illíque figuræ similem, quam duorum æqualium circulorum sese intersecantiũ communis portio repræsentat, cùm vnius centrum in circumferentia alterius aceeptum fuerit. His inquam animantibus ea quæ opticæ pyramidi subijcitur basis, circularis esse non potest. quamobrem eis contingit nonnulla etiam, quæ ad tergum deflectunt, per pupillæ angulos obliquis radiis spectari.

IX.

Axis pyramidis opticæ illa vocatur recta linea, qua per verticem rectæq; basis centrum transit. B

In planis figuris rectilineis centrum dicitur punctum illud, per quod extensa à quouis angulo ad oppositum angulum latúsve quaquauersus recta linea, ipsam figuræ aream bipartitò diuidit. In hoc punctum demissa à vertice pyramidis opticæ recta linea, axis nuncupatur, non ea omnino significatione, qua interdum axis dicitur ille, qui per centrum grauitatis, seu centrum corporis aut solidæ figuræ extenditur, & per quem ductum quodcumque planum, corpus secat bifariàm; sed paulò fusiore intellectu, vt quandoque axis opticus per centrum solidæ figuræ agatur, quandoque extra illud cadat. Ad rationem autem definitionemque axis pyramidis opticæ id iure postulari videtur, vt in centrum rectæ baseos incidat; est porrò recta basis ea, quæ cum oppositis lateribus ipsius pyramidis æquos angulos facit. C

Hæc quia paulò obscuriora videntur, adiecto schemate fient illustriora. Sit A vertex pyramidis opticæ, & recta quidem basis ea, cuius dimetiens BC, cum pyramidis lateribus AB & AC æquales angulos constituens ABC & ACB; obliquæ verò baseos diametrus sit BD efficiens cum AB & AD angulos ABD & ADB inæquales.

His ita positis, si centrum figuræ postuletur, singula trianguli ABD latera bifariàm diuiduntor, nempe AB in E, AD in F, & BD in G, è quorum sectionibus rectæ ad oppositos angulos educuntor, sintque AG, ED, & FB; quæ sese in H intersecabunt, quod figuræ centrum esse aio. Siquidem singulæ lineæ AG, ED, & FB triangulum ABD æquas in partes diuidunt. Nam AG, exempli gratia, duo constituit triangula AGB & AGD, quæ cùm in eadem sint altitudine, & super æqualibus basibus BG & GD constituta, erunt per primam sexti Euclidis ipsa inter se æqualia, similíq; modo in ceteris fiet demonstratio. Igitur lineæ per H, & angulorum vertices A, B, & D actæ, triangulum ipsum bifariàm diuidunt, atque ea propter H ipsius trianguli est centrum. D E

Non est verò AG axis pyramidis opticæ; sed diuisa base recta BC in K bifariàm, erit AI quæ per K transit, axis superius definitus: hic namque angulum, qui ad verticem opticæ pyramidis consistit, in angulos æquales distermınat, ac totius prospectus medietatem signat.

X.

Horopter recta est linea per axium opticorum congressionem, ei, quæ centra visuum connectit, parallelos incedens. F

Svnto visuum centra A & B, quæ verò illa connectit recta linea sit AB, axesq; optici AC & BC coëuntes in C: per C recta ducatur ipsi AB parallela, nempe OE. Hanc ob propriæ vocis penuriam, *Horopterem* placuit nuncupare, ab insigni proprietate qua pollet, nemini, quantum animaduertere licuit, hactenus perspecta.

Hæc visum finit ac terminat. quæcumque enim conspectui obijciuntur, si quidem in illo sint plano quod per axes opticos transit, in horoptere apparent; quoniam is neque

propius

A propiùs radios opticos definiri, neque longiùs prætervehi sinit: sed omnium rerum in plano illo obiectarum apparentia loca in se recipit. Exempli gratia, proposita re visibili F, radij optici A F & B F neutiquam in F conquiescunt, sed rei phantasiam vlteriùs prouehunt, quoad eam in horoptere velut in communi termino ac statione sistant, vbi gemina loca H & G sortitur. Sic radiis longiùs in I protensis, horopter signum I propiùs adducit & ad se reuocat, locaque ei in sua regione ad signa K & L constituit: sicque horopter



B eorum omnium terminus est, quæ vltra citraque axium opticorum concursionem existunt, & in quo omnium, quæ vnico intuitu cernuntur, loca apparent. Qua de re diffusiùs infrà ad finem huius libri, & lib. 4. in fallaciis quæ circa locum eueniunt; nunc verò horopterem definiuisse sit satis, quoniam hoc libro eius facienda est mentio, propter eam, quam cum opticis radiis habet, cognationem.

XI.

Planum horopteris illud vocetur, quod per horopterem du-
C *citur ad id quod per axes secundùm normam constitutum.*

QVEMADMODVM horopter ad eam se habet visionem, quæ per iugatos fit axes; ita horopteris planum ad eas visiones, quæ delaris per ceteros radios speciebus efficiuntur. Omnia siquidem quæ videntur, quibuscumque tandem radiis formæ ad oculos destinentur, ea in plano horopteris apparent, vt suo loco inferiùs explanatiùs dicemus. Vt verò horopter, sic & horopteris planum imaginabile quiddam est, ac neutiquam in rebus existens, sed sola mente conceptum: cuius definitio atque natura duabus proprietatibus circumscribitur, quarum altera est vt per horopterem ductum intelligatur, altera, vt illi plano, quod per iugatos axes opticos transit, rectum sit. Hoc planum ita animo conceptum tabulæ cuiusdam instar erit in termino visus collocatæ, ac directè oculis obuersæ, in quam eorum omnium quæ cernuntur apparentia loca recipientur. Nam seu citra seu vltra hoc planum res visiles sint constitutæ, siue etiam in ipso existant plano, vbi illud optici radij per rem quamlibet ducti inuadunt, ibi locum apparentem spectatæ rei signabunt, ita vt apparens locus propositæ rei sit huius plani, & radij optici per rem producti communis intersectio. Quocircà hoc planum cum horoptere magnum consensum habet, vtpote quod eorum omnium, quæ oculis obijciuntur, prospectum definit ac terminat.

D

Atque hæc ad eorum, quæ hoc libro tractanda erunt, explicationem dicta sufficiant; supponimus autem tria hæc, quæ sequuntur, vt sensui nota.

E

HYPOTHESES.

I.

Visum rectâ lineâ efferri.

HOC tametsi Euclides in suis Opticis præsupponat, vt per se notum, & verò non minùs notum sit, quàm quòd lumen recta linea protendatur, cùm rerum species lumine tamquam vehiculo ad organum visûs perferantur, tamen nos id lib. 1. propos. 74. ratione etiam à natura desumpta demonstrauimus. Quare non modò id vt sensui ac per se notum supponimus, verùm etiam, vt ex naturæ ipsius principiis firmatum probatumque concedi iure postulamus.

F

Porrò cùm visionem rectâ efferri dicimus, non intelligimus visionem rei alicuius ab oculis emissione; sed rectis tantummodò lineis fieri, siue per eas quidpiam ex oculo emittatur, quod lib. 1. propos. 67. confutauimus, siue aliquid intrò suscipiatur, quod propos. 69. superioris lib. vt rationi magis consonum, ita verius esse docuimus. Nunc enim cum Mathematicis loquimur, quorum nil omnino interest, vtrum elegeris, dummodò id constet visum rectis lineis efferri, quod vt notum supponimus.

A

II.

Id omne, ac solum videri, à quo ad oculum radius opticus extendi potest.

EA sanè est intuitiuæ facultatis conditio, vt in actionem numquam prorumpat, nisi specierum appulsu excita, vt propos. 69. præcedentis lib. est demonstratum; hæ autem quoniam tum luminis tum suapte vi rectis semper lineis efferuntur, per propos. 50. primi lib. videri profectò id omne ac solum poterit, à quo ad aspectum opticus radius seu recta linea extendi conceditur, per quam species ad organum traducatur. Saluam autem esse oporter organi incolumitatem, speciesque ad ciendum obtutum efficaces, iustam etiam oculi & rei obiectæ interca pedinem, ac cetera denique, quæ ad exactam functionem conferunt, accommodata. Hæc enim si adsint, fieri nequit, vt id, à quo ad oculum imago defertur, non videatur: ergo id omne videbitur, à quo radius opticus ad adspectum liberè commeat. Si verò corpus aliquod rectæ specierum profluentiæ medium obsistat, quoniam per eius densitatem à re proposita ad oculum forma visibilis penetrare non potest, rei prospectus intercipietur. Quocircà id etiam solum videbitur, à quo ad organum radius opticus directò extendi potest: quod nemo inficiabitur, nisi pariter, quod nefas est, non hausta specie videri aliquid posse concedat. B

III. C

Rem omnem in illo apparere radio, quo ipsius simulachrum ad obtutum porrigitur.

HOC ex propria natura visus facilè ostendi potest: cùm namque is appulsu formatum, quas res ipsæ ex se tamquam iugi ex fonte emittunt, vt libro primo est demonstratum, ad intuendum concitetur, ex affecta parte araneæ tunicæ, cui præcipua sentiendi vis inest, anguloq; quo imago rei inde ad centrum visus per aqueum humorē infringitur, propria facultate cognoscit, ex qua mundi plaga recta illa profluentia aspectabilis formæ obueniat, atque in eius parte aliqua indefinita rem visilem constitutam esse vnus etiam oculus certò concludit, ex ea tantummodò insita persuasione, quòd oporteat rem aspectabilem eò versus locum habere, vnde ipsius simulachrum ad obtutum proficiscitur. Quæcumque enim extra hanc lineam loca existunt, quia nullam imaginem ad oculum transmittunt, nullam quoque seu rei seu loci notionem inferre possunt. Quare præter eam lineam qua forma porrigitur, in nulla ceterarum rem visilem constitutam esse visus cognoscit, ex eo quòd nulla actione per eas delata stimulari se sentiat. Itaque rem omnem in illo apparere radio oportet, quo species ad aspectum transfunditur; quod erat explicandum. D

DE RADIO OPTICO. E

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Radij optici sunt veræ formarum productiones, non autem imaginariæ.



ARIÆ fuere de essentia ac definitione radiorum opticorum sententiæ, quæ omnes ad duas reuocari possunt. Vna realis est, imaginaria altera. Hanc secuti fere sunt Mathematici singentes lineas quasdam à materia secretas, siue ab oculo ad res aspectabiles, siue ab his ad oculum extensas; quas tametsi nihil reipsa visioni conferre existimauerint, tamen fundamentum quoddam illis substerni affectarunt, quo sine visionem fieri impossibile esset: ad eum modum, quo spatia quædam imaginaria multi Philosophi constituerunt, quibus vnaquæque res hic, aut alibi, & non nusquam esse dicatur: esto nullus exister mundus, vel de medio tollatur vniuersa, quibus etiam supra cælorum orbes moueri aliquid possit rectà vel obliquè, aut in orbem; quibus item res vna ab alia distet, inter quas scilicet nullus aër nullúmve corpus interijciatur, quod medium spatium impleat. F

Ita

A Ita inquam Mathematici materiæ insueti, cùm nihil interesse ad suum ipsorum institutum animaduerterent, fiatne visio alicuius rei emissione, an susceptione, an sola obiecti præsentia, rectas quasdam lineas ab oculo ad res obiectas descripserunt, quibus visionis naturam commodiùs explicarent, quas neque in materia concretas, neque omnino nihil esse voluerunt; cùm constet visionem rectis lineis protendi, quacumque tandem ratione visio celebretur: sed mediam quamdam essentiam eis attribuerunt, eamq; à materiæ crassitie liberam, puram sinceramque, quam imaginariam vocarunt.

Eadem opinio illis adscribi potest ex philosophantium numero, qui visionem sola obiecti propositione fieri opinati sunt. Hi enim, visionem rectis lineis fieri, inficiari non B possunt, cum id per se notum sit omnibus: eo autem concesso radios admittunt, haud mente prorsus confictos, siquidem visio rectis lineis non imaginariè sed reipsa fit; neque verò omnino sensibiles, cùm in visionis ratione nihil extra organum præter obiecti præsentiam agnoscant: igitur medios, qualia esse spatia illa imaginaria diximus, quæ ab extima supremi cæli superficie infinite omnem in partem excurrunt.

Probari autem potest hæc sententia. quia si radij optici essent quidpiam sensibile, oporteret necessariò eos vel ab oculis emitti, vel in oculos recipi: at æquè vtrumque incertum est, cùm forte neutro modo, sed sola præsentia obiecti visio fiat; certum autem sit rectis eam fieri radiis: igitur radij non sunt quidquam sensibile.

Ceteri tamen Philosophi, rebus magis quàm Mathematicis abstractionibus addicti, C radios opticos rectas quasdam luminis formarumque visibilium profluentias esse dixerunt, siue illos de suo quemque oculo emicantes, vt Platonici voluerunt; siue, vt Peripatetici, externus fulgor ab obiectis repercussus, rerumque formis affectus, earum simulachra oculis inferat. Nam hac in re dissentire à Platonicis Peripateticos lib. 1. propositione 67. & 69. docuimus.

Galenus libro de vsu partium 10. quandoquidem extra oculum efferri visorium lumen, idque foris minimè otiosum esse cum Platone statuit, non ineptè opticos radios *visiones* appellari voluit, cuius hoc loco verba artexam: *Quòd si id quoque planum tibi est, haud quaquam temerè à Mathematicis pronuntiatum esse tibi videatur, qua cernuntur, ea per rectas lineas cerni: voca vtique mihi rectas has lineas, visiones; tenuesq́, illas* D *araneas, quæ à pupilla ad circuli* (obiecti) *circumferentiam extenduntur, non amplius araneas, sed visiones, circuliq́, circumferentiam dic per visiones illas videri, ipsiusq́, centrum per aliam visionem in axe Coni locatum, omnemq́, circuli planitiem per multas quasdam visiones ad ipsam peruenientes.* Diuus autem Basilius lib. de vera virginitate passim *iactus oculorum* appellat: *Dux, inquit, & prauius, ac pronubus (ita vt dicam) oculorum iactus.* & alio loco: *Iactis enim luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quæcumque voluerit eminus tangit.*

Ex duabus hisce aduersis sententiis posterior nobis veritati magis consona videtur; non eo quidem intellectu, quo eam Plato, & qui hunc secuti sunt, explicarunt, docentes radios opticos esse tenues quasdam luminis productiones ab oculis ad res adspectabiles E rectà effusas; multò verò minùs ex Stoicorum sensu, quorum alij spiritum, alij ipsam cernendi efficacitatem ab oculis foras prosilire existimarunt: sed ea ratione, qua Aristoteles, ceterique Peripatetici hanc rem sunt interpretati, qui radios opticos nil aliud esse definiuerunt, quàm formas rerum, luminis ope directò ad obtutum delatas. Rectè sanè. nam per opticos radios defertur illa virtus, quæ dignoscentem facultatem organo insitam ad agendum excitat: at hoc præstant rerum aspectabilium imagines, quæ rectà ad oculos perferuntur: igitur nil aliud sunt radij optici, quàm eiusmodi formæ, non vtcumque, sed quà directò ad visum destinantur. Ceteri enim, qui huc illucque vagantur, radij quidem dici possunt, at non optici; quòd nisi in oculos illabantur, nihil ad vi- F sionem conferant.

Deinde quemadmodum solares radij sunt quidam fulgores de corpore solis emicantes, ac rectà per vniuersum medium vndequaque diffusi: ita optici radij sunt simulachra ac species rerum ad oculos rectà euibratæ. Cùm verò ab vnaquaque re innumeri radij prosiliant, ac in omnem circùm partem medij propagentur, illos tantùm, vti iam diximus, opticos iure nominamus, qui ad visum appellunt, cùm horum dumtaxat ope visio efficiatur.

Vnde facile est confutare imperiti vulgi sententiam. Sunt verò inter vulgares non pauci, qui radios opticos ita ex oculis emicare arbitrantur, quemadmodum circùm lucernæ flammam conniuentibus oculis quasdam luminis scintillationes nunc prosilire,

nunc subitò sese contrahere videmus, pro vario palpebrarū motu. At enim hi radij nil A
aliud sunt, quam ipsum lucernæ lumen per lacrymosum oculorum humorem infractū, non verò quidpiam ex ipsa flamma erumpens: si namque ex flamma eiusmodi radij exilirent, firmum situm obtinerent; nunc autem motis palpebris maximam subeunt loci situsq; mutationē: igitur in oculis causam habent. vnde fit, vt quo humidiores sunt oculi, eo plures magisque conferti eiusmodi radij conspiciantur, vti etiam cùm palpebræ propemodum clauduntur. tum enim maior humoris affluentia ante pupillam congesta maiorem efficit luminis infractionem.

Hæc licet Philosophorum rationibus consentanea sint, hoc tamen Mathematicis concedendum putamus, posse radios opticos mente à rebus abstrahi, ac per se solitarios B
spectari, quo pacto à nobis deinceps considerabuntur. Id enim commune est omnium Mathematicarum disciplinarum obiectis, vt licet materiæ insint, non tamen ita spectentur; sed quatenus à materia secreta per se in considerationem veniunt.

Non autem iis assentimur, qui radios opticos lineas imaginarias vocant, ad id solùm excogitatas, vt illarum beneficio natura proprietatesque visus commodius explicentur. Nam radios opticos veras, physicas, sensibilesque lineas esse, tum ex iam dictis, tum ex propos. 46. lib. primi manifestum est.

Ad argumentum pro Mathematicorum sententia supenùs allatum respondebitur, visionem haud dubie fieri imaginum, quæ à rebus proficiscuntur, susceptione, vt lib. 1. propos. 69. apertè est demonstratum, ideoque radios opticos nil posse aliud esse, quàm rectas earum profluentias à rebus ad oculos vsque pertinentes. C

Obijciet fortè nonnemo, aliud esse spatium, aliud aërem, aut corpus quodcumque quo spatium impletur; aërem quidem solidum quiddam esse, ac per se consistens: at spatium nil nisi imaginarium quid, vtpote à rerum categoriis exclusum, non tamen penitus confictum, quòd à ratione nostra minimè pendeat. ita species quidpiam sensibile quidem esse; at radios nil nisi lineas imaginarias, per quas species deferuntur.

Respondeo aërem neutiquam posse rationem spatij obtinere, quòd in eo velut in spatio nullum corpus existere queat, etsi is possit corpus aliquod in se tamquam in vase, seu ambiente superficie continere: at species suapte natura radij quidam sunt, seu formæ, quas obiecta ex se fundunt, vt illarum vi organum stimulent, cernendique facultatem ad sui dignotionem prolectent: non sunt igitur præter species commentitij quærendi radij, quibus sanè nulla vis ad visionem concitandam inesse potest. D

Sed adhuc aduersario relicta est ansa: dicet fortè opticum radium non formam ipsam esse, quæ ad oculum porrigitur: sed imaginarium formæ recto tramite delatæ vestigium, haud aliter, quàm Æquator, Tropici, atque Ecliptica, ceterique cælestes circuli nihil reapse sunt; sed imaginabiles tantummodò astrorum viæ, ad illorum motus ac status commodiùs explicandos animo conceptæ, ac posteà facilioris vsus gratia ad materiam accommodatæ.

Huic argumento respondendum est, cælestia sidera à lumine rerumq; formis longo distare interuallo, magnamque rationem esse, cur illa dum mouentur, nequeant radiorum similitudinem habere. Astra siquidem motu quo cientur, locum mutant, deque vno loco in alium perpetua circumlatione commigrant. At rerum formæ, ceu rectæ quædam lineæ à prima origine prolapsæ totum, quo porriguntur, spatium vna sui profusione implent. Hæ proinde iure optimo radij vocantur: non item verò circuli illi, quos in cælo mente depingimus; ceu signa, aut ab astrorum lationibus relicta vestigia. E

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Radij optici sunt formæ partim insectiles, partim sensibili latitudine præditæ. F



CVM formæ illæ, in quarum dignotionem aspectus insita facultate incumbit (lumen atque colorem intelligo) iis dumtaxat rebus insint, quæ magnitudinem habent, ac mole quadam distenduntur, ab iisdem ipsæ corporeo quodam modo porriguntur: sic vt maior forma à maiore corporis parte, à minore autem minor, à diuisibili diuidua, ab atoma diuisionis expers decidatur: quæ omnes rectis, vti superiore libro sæpè ostensum est, lineis ab obiectis promissæ tandem in oculos illabuntur.

A signo

A A ſigno quidem indiuiſibili, Mathematica tantùm linea latitudine craſſitieque vacans extenditur. Hæc tametſi ſecundùm longitudinem ſecari poſſit; quà tamen puncti inſtar aſpectui obijcitur, in partes diſtribui haud vllas poteſt.

Sic à linea ſuperficies prodit, cùm illam ſecundùm longitudinem oculus intuetur. Hæc quoque in ſuperficiem extenſio, licet reuerà geminam dimenſionem habeat; nequit tamen, quà obtutui exhibetur, in latitudinem diuidi, ſed in longum tantùm.

A ſuperficie demum forma prouenit tergemina dimenſione prædita, quæ proinde omnifariàm ſectilis eſt: re ipſa quidem triplici ratione (præter quam nullam aliam in poteſtate naturæ exiſtere perſpicuum eſt) ſecundum aſpectum autem duplici tantum-
B modò, nempe in longitudinem, latitudinemque.

A profunditate, quæ molem ſolidamque craſſitiem corporibus præſtat, nulla ſpectabilis forma erumpit, cùm eius conſpectum ſuapte natura arceat extima, luminibuſque obuerſa ſuperficies, in quam viſus impingit, ac propter ingenitam corpori opacitatem, qua viſui obſiſtit, etiam terminatur. Quocircà quæcumque forma ſecundum latitudinem oculis obijcitur, ea abſoluto ſimpliciique loquendi modo ſenſibilis ac naturalis dicitur, ea nempe ratione diuiſibilis, quam ingenium conditioq; aſpectus admittit. Quæ verò aut nullam, vt Mathematica linea ab indiuiſibili ſigno prouenìens, aut vnam tantùm ſectionem habet, cuiuſmodi eſt à linea profecta ſuperficies, quæ ſecundùm aſpectum in ſolam longitudinem ſecatur, ea Mathematica inſenſibiliſque dicitur.

C Forma porrò quæ à puncto lineàve defluit, etſi forma, & ſpecies, & imago puncti aut lineæ vocitetur; non eſt tamen verè lumen aut coloris intentio, ſed horum tantùm aliquid, quod propriam rei appellationem non mereatur. Vt enim in quantitatis ratione punctum aliquid eſt lineæ, & hæc ſuperficiei quidpiam, ſuperficies autem, & linea, & punctum nonnihil ſunt corporis: ita in qualitatibus nihil propriè cenſetur, niſi quod omnes dimenſiones habet.

Eſt tamen radij Mathematici multiplex ac omnino neceſſarius vſus. hic enim viſibilis formæ partes inter ſe connectit & copulat, non ſecùs atque in continua quantitate puncta lineæ partes; ipſæque lineæ, partes ſuperficiei; ſuperficies autem partes corporis continuatione coniungunt. Igitur beneficio radij Mathematici totus viſibilis formæ
D proceſſus per medium diaphanum ad oculos vſque protenditur, continuatur, atque in vnam formam ex multarum obiecti partium intentionibus coaleſcit. Deinde huius etiam ope, quæcumque circa ſpecierum eductionem emiſſionemque theoremata proponuntur, accommodatiſſimè demonſtrantur; aſſumptis nimirum craſſis, ſenſilibuſque reipſa lineis, at mente hoc ſolùm in eis concepto, quod indiuiſibile eſt, atque omnis latitudinis denſitatiſque expers.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Diſtinctarum rerum formæ non prohibitæ, ſingulæ
E *ſingulis radiis in oculos illabuntur.*



FORMAS ſingulas rerum diſtinctarum ſingulis radiis ad oculos peruenire, in hunc modum vniuersè poteſt demonſtrari. Quæ vno cernuntur radio vnum apparent: igitur quæ vt diſtincta cernuntur, ea diſtinctis radiis ad oculos peruenire neceſſe eſt. Legitima autem eſt hæc argumentatio, aſſumpto nimirum prioris conſequentis oppoſito.

Deinde cùm rectis lineis ſpecies ab obiectis efferantur, neceſſe eſt ſingulas ſingulis radiis ad aſpectum promoueri. Nam neque ab vno puncto ad idem punctum plures li-
F neæ, quàm vna, neque vna ſola à pluribus punctis ad vnum aliquod duci poſſunt: igitur vnius rei forma vno radio, & diſtinctarum rerum formæ diſtinctis radiis ad centrum viſus perferuntur.

Demum niſi ſingulæ res obiectæ ſingulis radiis ad oculum perueniant, ſed vel vna eademque pluribus, vel plures eodem, nihil omnino cernetur. Siquidem ita formæ rerum ſibi ſuperinducentur, quemadmodum ſi exaratis characteribus noui inſcribantur à prioribus diuerſi: quod cùm accidit, poſterioribus ita obſcurantur priores, imò ambo ita confunduntur, vt nihil omnino legi diſcernìve poſſit. Igitur diſtinctarum rerum formæ diſtinctis radiis ſingulæ in oculos illabuntur: quod initio propoſitum fuit demonſtrare.

Ad huius autem propositionis veritatem ea conditio meritò postulatur, vt formæ libere permeent, nec vllo obsistente à recta productione depellantur. Nam si vel per diuersum medium radij infringantur, vel à terso quopiam læuigatoque corpore versus propriam originem remittantur, fieri vtrouis modo potest, vt & distinctarum rerum formæ eodem radio, & rei vnius forma pluribus radiis ad aspectum perueniat, quod propositione sequenti explanatiùs ostendemus. Si cui verò non placet hanc propositionem ad solas formas non prohibitas restringi, is nomine rerum distinctarum non eas simplici intelligentia accipiat, quæ reipsa distinctæ sunt; verùm eas vt quæ distinctæ apparent: has enim singulis radiis singulas ad obtutum porrigi perspicuum est, quandoquidem non distincta illa, sed vnum apparent quæ eodem radio conspiciuntur. Atque ita, ni singulis radiis singulæ formæ admitterentur, non distincta ea cernerentur, aduersus hypothesin, quæ velut distincta videri supponimus. A B

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Possibile est vnius rei formam, directo simul atque inflexo infractóve radio, ad centrum visus peruenire.

DVOBVS modis obuenire posse constat, vt distinctis radiis vnius rei intuitus habeatur: altero quidem formæ repercussione, altero verò infractione. Cùm nimirum alter quidem radius per æquale medium liberè directoq; producitur; alter autem, vi corporis læuigati repercussus, aut alterius medij densitate fractus, tandem per ambages, à loco ad quem fuerat destinatus, ad oculos redit. Vtriusque exemplum habes in adiuncto schemate: in quo primò ostendi potest, quemadmodum eamdem rem directo simul & inflexo radio videri contingat. C

Esto inquam A res quæ spectanda proponitur; visus autem B: at CD sit corporis læuigati extima superficies, vnde velut à speculo forma rei A ad visum B resiliat ex puncto E. Dico A visile duobus radiis videri, vno quidem directo, nempe AB; altero verò inflexo, scilicet EB. Vtroque enim radio imago rei visilis A ad oculum B defertur. Id autem omne videtur à quo ad aspectum radius opticus extendi potest per 2. hypothesin huius libri. Igitur res visilis A à visu B pluribus radiis spectari potest; altero quidem directo, altero verò repercusso. D

Hoc porrò casu geminā apparere propositæ rei phantasiam, ex iis quæ in Catoptricis docebimus, fiet manifestum. Semel enim res visilis A proprio apparet consistens loco per radium directum AB. iterùm verò apparet in speculi profunditate immersa ad signum F per radium inflexū EB, eo nimirum loci, vbi is productus cum catheto AF congreditur. E

Idem alterius radij infractione euenit, quod eodem ferè modo licet demonstrare. Nam repositis iisdem quæ suprà, tantùm loco CD substituatur corpus diaphanum, per quod radius AE non directò transeat, sed ab E frangatur in F. Deinde visus ex B transferatur in F. Huic ergo visile A vno quidem radio eoque directo AF proprio in loco conspicietur, altero verò fracto AEF apparebit ad partes B. Igitur vnius rei forma pluribus radiis, tum repercussione, tum infractione ad aspectum peruenire potest, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V. THEOREMA. F

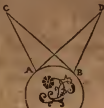
Radios omnes opticos in centrum visus congredi conglobaríque est necesse.

VT planior fiat huius propositionis demonstratio, resumenda hoc loco est propos. 3. huius libri, neope singula singulis radiis videri. Igitur si nullum sit in oculo certum definitumq; punctum, quod proprium cuiusque rei opticum radium, quo videatur, definiat atque determinet; sed illi omnes ad ciendum obtutum efficaces habeantur, qui ad superficiem visus, quà datur via appellunt; profectò continget, vnamquamque rem innumeris radiis videri, ac

tot

A tot omnino quot rectæ lineæ à re ipsa ad superficiem visus duci possunt. quare totidem distinctis locis vnaquæque conspicietur, quot nimirum radiis forma in oculum illabetur. Ex quo id etiam consequens erit, vt plures rei locis communicent, simulque ac nullo interuallo disterminatæ abiunctæq; appareant: ac tandem, vt nihil prorsus visus discernat, sed simul omnia permixta confusaque aspiciat: quod hac ratione perspicuè demonstrabitur.

Esto visus ipsius superficies A B, visile autem vnum quidem C, alterum verò D. Demusq; punctum C, exempli gratia, omnibus illis radiis cerni, qui ad visus superficiem pertinent, puta radiis C A



B & C B: eodemq; modo punctum D radus D B & D A videri. Hoc posito continget vtriusque puncti phantasiam confundi, simulque permisceri. Nam vt in A, sic in B, ac ceteris omnibus partibus sentientis organi, vtriusque visilis simulachra conueniunt: sic vt tota portio A B formâ vtriusque obiecti imbuta sit, quæ cùm naturæ ingenitæ necessitate agat, misceri etiam atque confundi vtriusque obiecti dignotionē fatendum est. Eadem verò ratio, quandoquidem in ceteris quoque rebus existat quæ aspectui simul offeruntur, numero sanè infinitæ, confusæ erunt omnes, ac fortuitò congestæ re-

C rum omnium obiectarum phantasiæ, nec quidquam omnino spectari poterit. Quod quàm sit à sana mente alienum, nemo non videt: ex eo enim fit, vt præstantissimus oculorum visus, qui singula discernit, pessum eat, ipsaq; videndi actio omnium nobilissima funditus euertatur.

Quocircà necesse est vnum aliquod punctum dari, quod proprium cuiusque rei opticum radium determinet, quo spectari queat. Quoniam enim plures reuerà radij ab vnaquaque re ad superficiem visus appellunt, nec per plures, quàm per vnum res quælibet distinctè cerni possit, impossibile est vnum aliquem ex illis superficie terminari, sed punctum aliquod hoc præstabit, quod lib. 1. propos. 26. centrum visus esse diximus. Igitur radios omnes opticos in centrum visus coitionem facere oportet, sic vt per hos

D solos actio obiectorum in visum deriuetur, qui in centrum eius terminantur, per ceteros verò non item.

Hinc superiori lib. propos. 26. diximus centro glacialis humoris, quod & visus centrum est, sentiendi principium inesse, quatenus nimirum omnium radiorum, qui à distinctissimis rebus proueniunt, collectiones suscipit, atque ex innumeris, qui ab vna eademque re educuntur, definit, per quem vnaquæque conspiciatur. Atque ita etiam fit, vt externarum rerum, quæ distinctè cernuntur, imagines eam in sensorio distinctionem obtineant, quam in seipsis habent.

Eodem etiam lib. propos. 24. Vitellonis sententiam confutauimus, opinantis radios opticos in centrum visus minimè coire; sed ab eo, priusquam illuc perueniant, infringi,

E ac deinceps rectà in cauitatem nerui optici protendi, quousq; ad neruum communem præcipuam visionis officinam attingant. Propositionem illam lector, si velit, consulat: est enim ad huius propositi explicationem peropportuna.

Arbitrabitur fortasse aliquis ad articulatam rerum intuitionem haud necessum esse, vt formæ earum in superficie visus eodem ordine distribuantur, quo in rebus ipsis: id verò esse pernecessarium, ac etiam satis, vt distinctis radiis importentur. Exempli gratia, obiecta C & D eam tantùm ob causam videri distincta, quòd radij A C & B C, quibus eorum imagines deferuntur, diuersi sint. Quod videtur probari posse ratione non improbabili: nam vnumquodque in eo apparet radio, quo ipsius imago ad superficiem

F organi sentientis defertur. Ergo C in radio A C, D verò in radio A D cernitur. At hi radij, quantumuis producantur, nunquam tamen congredi possunt, nec quidquam habere commune, præter signum A, quod ipsius organi solitarium est punctum. Igitur distinctæ cernuntur res propositæ C & D, quarum formæ in idem licet punctum sentientis organi, distinctis tamen radiis inuehuntur.

Quæ ratio ex contrario plurimum habet roboris. Neque enim id, quod reipsa vnum est, multiplex ea sola causa apparet, quòd ipsius forma pluribus radiis ad diuersas organi partes adueniat. Vt si C radiis videatur A C & B C, non consestim geminum his radiis videbitur, aut toties numero auctum, quot radiis distinctis cernitur. Nam ita se habent A & B vnius oculi partes, quemadmodum duo oculi. Enimuerò nil interest, sintne A & B vnus,

vnus, an plures oculi, quandoquidem vtrique parti facultas cernendi non secùs ac duobus oculis inesse concedatur. Vti ergo si quidpiam duobus oculis aspicitur vel etiam pluribus, non statim gemina aut multiplex ipsius phantasia sese exhibet; ita nec si vno oculo, quamuis distinctis radiis forma ejus ad obtutum perueniat. Quamobrem è conuerso distincta ea omnia videntur, quæcumque distinctis radiis ingeruntur, tametsi in eamdem organi partem radij illi omnes illabantur. A

Respondeo non eamdem esse horum contrariorum rationem. vnius siquidem rei phantasia non multiplicatur ex eo, quòd forma eius distinctis radiis ad alias atque alias partes superficiei visus porrigatur, vt obiectionis confirmatio luculenter probat: at contrà, res plures in vnam conflatas permixtasque videri oportet, si illarum formæ in eamdem organi partem, distinctis licet radiis, incidant. Nam id, quod sentientem facultatem excitat, non est totius formæ delatæ radius, sed sola eius extremitas, qua superficiem visus, seu præcipuum visionis organũ attingit. Totus siquidem radij processus, qui extra hunc locum contactus extenditur, nullam actionem in facultatem videndi infert, cùm necesse sit obiectum per vicariam speciem coniungi organo, in quo facultas viget. Sola igitur illa pars radij, quæ visus superficiem proximè attingit, potentiam videndi excitat. B

Simile quiddam in sensu tactus experimur. Nam summo quidem digito cuspidi styli admoto tactus consequitur, eo tamen diiudicare non possumus quò ipsius styli longitudo vergat; quia nimirum sensus non à tota styli longitudine, sed à solo mucrone concitatur. Ita ergo & in ratione visus, sola radij extremitas, quæ organum attingit, proximè in sensum agit. Quocircà si in eamdem organi partem multi simul radij à diuersis rebus profecti conueniant, permixtæ hæ omnes atque confusæ videbuntur, nec vna ab alia secerni poterit. Ex quo tandem fit, vt distinctarum rerum imagines in superficie visus eumdem situm obtinere debeant, quem res ipsæ habent: quod tum potissimùm euenit, cùm singulæ res singulis radiis cernuntur, illique omnes, per quos visio celebratur, in centrum visus congrediuntur. C

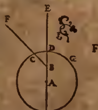
Præterea si concedamus vnum idemque visile, puta C pluribus radiis, nempe A C & B C videri posse, consequens erit, vt vnus oculus rerum distantias certò liquidòque cognoscat; cui tamen manifesta experientia reclamat, vt lib. 3. propos. 1. ostendemus. Itaque proprium aliquod punctum constituere necesse est, quod radios illos omnes, per quos fit visio, determinet, atque in vnum colligat. Sic enim fiet, vt dum oculi tunicas radiosæ formæ pertranseunt, communes illarum & sentientis organi sectiones eumdem situm obseruent, quem res ipsæ habent. D

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Ex vniuersis opticis radiis solus axis in superficiem visus rectis incidit angulis; ceteri autem obliquis. E

LIBRO primo propos. 1. geminam crystallini humoris superficiem distinximus, anticam & posticam, quas centris discrepare, vti & corneam, totumque oculum propos. 7. eiusdem libri est demonstratum.

Esto igitur C D G ipsius visus superficies, seu anterior crystalloidis facies, eiusque centrum A; visus autem centrum B, & quæ per vtrumque centrum transit recta linea A E axis sit opticus per 2. huius libri definitionem. Hunc dico superficiei visus C D G ad signum D relictis angulis insistere. Nam circini pede immobili in A constituto, inchoatus C D G circulus perficiatur, quem quoniam E A producta secat bifariàm per 17. definit. primi Euclidis, erunt quæ vtrimque relinquuntur, segmenta similia, nempe semicirculi. quocircà anguli A D C & A D G æquales inter se erunt, vt ex propos. 31. tertij Euclidis facilè colligi potest: ac proinde recti, quales nimirum in circulo aut sphæra recti esse possunt, quos proinde rectos sphærales vulgò appellant. F



At ceteri omnes radij, qui ad centrum visus B protrahuntur (vt hoc loco est F C B) obliquè superficiem visus intersecant. Cùm enim per centrum A non transeant, totum circuli C D G ambitum in segmenta inæqualia dispescunt. Quare obliquos angulos

cum

A cum superficie visus efficiunt; obtusum videlicet ad maius segmentum, ad minus verò acutum, per 31. tertij Euclidis. Itaque solus opticus axis in superficiem visus rectis incurrit angulis; ceteri autem optici radij obliquis, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Axis opticus rectà in centrum visus penetrat.

B ILLVD in confesso esse arbitror, radios omnes cùm luminis tum formarum, posteaquam per idem medium aliquousque recto tramite progressi sunt, alterius diaphani occursu subinde frangi inflectique, ac relictâ, quam ceperant, viâ aliò pergere. Quod sanè tum neutiquam euenire potest, cùm in superficiem occurrentis alterius diaphani æqualibus angulis radius impingit: hoc namque appulsu rectà in eius profunditatem penetrat, totamque eius densitatem peruadit. Quando enim profusus radius æquales vndique angulos cum superficie secundi diaphani efficit, nulla esse potest ratio, cur in vnam partem potiùs quàm in aliam à recto cursu deflectat. Omnem siquidem linearum infractionem, aut à perpendiculari, aut ad perpendicularem fieri necesse est: ergo non frangitur illa, quæ in superficiem alterius perspicui secundùm normam incidit. At ex omnibus radiis qui in
C centrum glacialis humoris porriguntur, vnum dumtaxat reperire est, qui visus superficiem orthogonaliter pertransit, is nempe, qui centra glacialis humoris, ac totius oculi connectit per præcedentem propos. Hic igitur solus, ex omnibus, qui in centrum visus protenduntur, humorem albugineum rectà ac citra vllam inflexionem penetrat. qui proinde per 2. huius lib. definitionem axis opticus nuncupatur, quòd certum definitumque situm in oculi totius medio habeat, & circumcirca innumeris radiis cingatur, qui quidem tractu omnes in visum subeunt, vt iam dicemus.

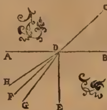
PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

D *Præter axem, ceteri omnes radij optici per albugineum humorem ad perpendicularem inflectuntur.*

DE radiorum per albugineum humorem traiectu ac infractione dicere cœpimus; at fortasse excusatione potiùs nobis vtendum hoc loco fuisset, quàm prosequendi licentia, quòd de infractionis natura nihil huc vsque sit explicatum: quia tamen hæc visus proprietas inter præcipuas numeratur, & ad hunc locum propriè spectat, doctrinæ ordo exposcit, vt eam minimè prætermittamus. Igitur pro eius faciliori intellectu, nunc obiter,

Præsciendum primò est, duplex diaphanum in ea quam tractamus radiorum infra-
E ctione spectari; vnum per quod radius opticus directò fertur, primumque dicitur; alterum per quod frangitur idem radius, & secundum alterúmve nuncupatur.

Deinde præsciendum est, duplicem esse infractionis modum, vnum qui à perpendiculari fit, alterum qui ad pendicularem. Vocatur autem perpendicularis rectà illa linea quæ superficiei secundi diaphani ad incidentiæ signum rectis angulis adiungitur, ad quam infringi radius dicitur, cùm ad ipsam propiùs accedit; cùm verò longius ab illa digreditur, infringi dicitur à perpendiculari.



Exempli gratia; sit secundi diaphani superficies A B, in quam incidat radius C D: ex D verò puncto incidentiæ
F perpendicularis excitetur D E, radiusque incidens C D producatur in F directò, à quo duobus, vti dictum est, modis inflecti potest, vno quidem ad perpendicularem vt in D G, altero verò à perpendiculari, vt in D H. Dicitur autem illa inflexio ad perpendicularem, quòd per eam radius perpendiculari D E vicinior euadat. Siquidem D G, in quam D F primo modo flectitur, propinquior est ipsi D E perpendiculari, quàm D F: hæc verò à perpendiculari vocatur, quòd sit D H à perpendiculari D E remotior, quàm D F, quæ ob secundi medij dissimilitudinem in ipsam D H infractione transfertur.

Scien-

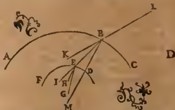
Sciendum tertiò, medium quoque vnum rarius esse, tenuioris que substantiæ, cuiusmodi est aër, alterum densius, magisq; compactum, vt aqua, vitrum, crystallus, & similia. A

Quartò notandum est, radios a primo medio rariori per alterum densius transeuntes ad perpendicularem inclinari: per secundum verò rarius a primo densiori abduci à perpendiculari, vt in Dioptricis Deo fauente latiùs explicabimus.

His prælibatis, planior iam fieri incipit propositionis sensus: nam eam elucidare potius quam demonstrare proponimus, quod necdum iacta sint ea fundamenta, quæ demonstrationi construendæ firmandæque sunt necessaria. Quia albuginei humoris transparentia ab externi aëris perspicuitate diuersa est, hicque ab illo substantiæ solutitate distat, radiorum infractio per eum necessariò consequitur, illorum inquam, B qui oblique in superficiem visus incidunt. (nam perpendicularis rectà ad centrum visus pertransit, vt præcedente propositione diximus.) Obliqui autem quam ob causam frangantur, non est huius loci inuestigare, dicemus de hac re in mentione de fractionibus, cum de his ex instituto agemus in Dioptricorum libris: satis verò in præsentiarum erit, si hoc tantum firmumque habeatur experientia suffragante, numquam siue opticos, siue luminis radios, qui quidem obliquè in superficiem alterius medij incidunt, rectà ac citra flexum traduci.

Deinde cùm albugineus humor externo aëre solidior sit, & compactus magis, per eum radius ad perpendicularem inclinabitur, vt patet ex quarta prænotatione. Cumque rursus glacialis humor albugineo sit densior, fiet per hunc quoque noua versus C perpendicularem inflexio; atque ita radius opticus ab externo aëre, priusquam in centrum visus consideat, bis fractus, semel per albugineum, ac iterùm per glacialem seu crystallinum humorem, sensim propiùs ad perpendicularem accedet.

Quod in hunc modum declaratur. Sit corneæ extima superficies ABC, eiusque centrum M: sit etiam aranea tunica, seu crystalloidis operimentum DEF, ac eius centrum G: visus autem centrum esto H. His positis, dico in primis BM superficiei extimæ oculi perpendicularem esse, quòd M eiusdem superficiei sit centrum. Ac eodem modo EG perpendicularem esse aio superficiei crystallini DEF, quòd G eius sit centrum. Quæ enim ex centro circuli prodeunt, in circumferentiam rectis angulis incidunt. D



Deinde dico ab L puncto visibili profectum radium LB minimè in K rectà produci: sed versus perpendicularem BM, nempe in BE infringi, vt ex quarta prænotatione liquidò patet, quòd scilicet medium BE à medio BL densitate substantiæ dissideat. Rursus eamdem ob causam, quòd nimirum crystalloides aqueo humore sit densior, fit, vt BE non rectà I versus incedat, sed in H propiùs ad perpendicularem EG flectatur. E

Hoc igitur pacto rerum imagines non directò, sed fractis inclinatisq; ad perpendicularem radiis in centrum visus illabuntur, idq; propter mediorum diuersitatem. Quæ causa tametsi nondum cuilibet perspicua sit, fiet tamen manifesta cùm de radiorum fractionibus ex professo in Dioptricis agemus.

Præter hanc aëris atque humorum, quibus oculus constat, diuersitatem, plurimùm etiam conducit ad radiorum infractionem albuginei figura, in medio quàm circa ambitum tenuior, quam proinde propos. 9. lib. 1. myoptræ similem esse diximus (dioptræ id genus est in medio excauatum, quod res minores, quàm libero oculo videantur, repræsentat.) Huius porrò ea est natura, vt radios à subtiliore corpore, qualis aër est, pro- F missos ad perpendicularem colligat, quos è contrario ompbaloptra in medio quàm in ambitu crassior a perpendiculari abducit, atque ea propter res obiectas maiores exhibet.

In quibus verò albugineus humor iustitia temperatus est, atque in ea mediocritate constitutus, quam in plerisq; passim videre licet naturæ visionis consentaneam ac familiarem, hi res obiectas optimo quodam modo intuentur, sic vt neque magnitudine enormes, neque paruitate exiles minus illas conspiciant.

At quibus a cerebri intemperie albugineus humor abundat, oculusque supra naturæ conditionem distenditur, his ea pars oculi, quæ glaciali obijcitur, omphaloptræ figuram æmulatur: quare vt recte cernant, myoptris opus habent, quòd nil eminùs videant. Res

siquidem

A dein quas turgentes illorum oculi informes auctioresque aspiciunt, myoptrarum interiectu iusta portione attenuantur atque ad naturalem aspectum reducuntur.

Denique, quibus albugineus humor siccitate exteritur minuiturque, hi res æquo minores vident, quod cornea oculi tunica illis subsidat, infraque naturæ modum ac exquisitæ visionis rationem deprimatur, qui proinde res eminùs quidem sat clare liquidoque perspiciunt; at cominus non item, nisi prope admoueantur. Myopes hos vocant, quales plurimum senes reperiuntur, extrema præsertim ætate. *Nam*, vt Aristoteles scribit lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *oculi quoque, vt reliquum corpus, senectute siccescunt.* Et paulò pòst: *Senes eam ob rem acutè non cernunt, quòd vt cæterarum partium
B cutis, sic oculorum quoque senescentibus obrugatur.* Quamobrem hi omphaloptris iuuantur, quibus res aspectu augescunt.

Ne varius loquendi modus lectori subinde moram adferat, cursumq; orationis sistat, notatu dignum puto, quòd in illo radiorum flexu, qui per oculi humores contingit, non minùs propriè dicamus eam radij partem, quæ cœptum iter deserit, ab optico axe discedere, quàm ad perpendicularem appropinquare. Nam per 2. huius lib. definitionem opticus axis ea est recta linea, quæ per centra M, G, & H extenditur, cui profectò LB occurret citius si rectà versus K producatur, quàm si in E frangatur. Itaque LB albugineum humorem subiens obliquum iter capessit, tantò longius ab axe disiunctum, quantò ad perpendicularem BM propiùs accedit. Ac simili prorsus modo radius BE cry-
C stalloideum penetrans, si quidem rectà in I pergere intelligatur, in opticum axem compendio incurret, at fractus in H aliquantò longius ab axe digredietur; quod ambiguitatis tollendæ gratia præmonitum oportuit.

Nunc vtilitatem eius infractionis, quæ per oculi densitatem fit, si quis requirat, hanc præcipuam adferre licet, vt scilicet aspectus quàm latissime pateat. Si enim rectis lineis ac citra infractionem species rerum hauriret oculus, non latiùs sese visus effunderet, quàm pateret rectarum linearum è centro visus per pupillæ ambitum emissarum diuaricatio, quæ sane perexigua est, atque minor etiam foret si inflexio radiorum fieret versus axem seu à perpendiculari. Nunc verò repansis vndique qui à centro educuntur radiis, amplissimum spatium foris visus complectitur, latissimumq; habet prospectum.
D Atque in hunc modum vastissima obiecta per collectam angustamq; pupillæ fenestellam suscipit.

Hieronymus Fabricius libro quem de visu, voce, & auditu inscripsit, parte tertia prioris tractatus cap. 2. inter corneæ vtilitates hanc censet, quòd per eam fiat radiorum opticorum infractio ad perpendicularem: idq; duabus potissimum de causis, quarum vna hæc ipsa est, quam modò attulimus, nempe vt visus latissime pateat, pluraque videat: altera verò vt per eam lumen in oculo roboretur, coëuntibus in medio radiis, sicque facultas melius efficaciusque ea perspiciat, quorum imagines cum lumine intrò suscipit, quas proinde vti ipsum lumen intendi augerique est necesse. Hanc infractionis vtilitatem probat illorum exemplo, qui in minutissimis operibus occupantur. hi namque
E ampullam vitream aqua limpidissima plenam lumini obijciunt, vt radiorum à tergo collectione res minimas distinctius accuratiusq; discernant.

Verùm hæc ratio ex falso elicitur principio. Licet enim ex singulis partibus fulgentis corporis singuli radij in centrum visus perueniant; non tamen hanc solam ob causam in centro visus lumen intenditur, cùm eiusmodi radiorum concursatio æque extra oculum, ac in eius centro, & tam citra infractionem, quam eius interuentu eueniat. Quocumque enim modo res se habeant, necessarium semper est, vt sicut à quouis puncto rei luminosæ in omnẽ medij partem radij effunduntur, ita ab omnibus partibus rei lucidæ, in vnum aliquod punctum radij concurrant. Atq; ita si vera esset Fabricij sententia, non
F in centro visus tantùm, sed in quouis puncto medij lumen augeretur, propter radiorum in eo congressionem. Non est igitur ea radiorum intersecatio ad augendam luminis intensionem idonea, quia nimirum in toto medio perspicuo (quod quidem a corpore lucido æquè distet) similis existit. Sed alia quædam est radiorum collectio, quæ lumen intendit, cùm nimirum præter radios, qui suapte natura in eamdem partem medij ab omni parte corporis luminosi procidunt, eòdem etiam illi confluunt fractionis ope, qui aliàs per se numquam congredi possent, vt sunt paralleli omnes, atque illi etiam, qui in recessu diuaricantur, & in diuersas partes abscedunt. Sic per omphaloptras (quod specilli genus ante descripsimus in medio quàm in ambitu densius crassiusque, ac velut extuberans) quicumque pari interuallo, vnaque incedunt radij, versus axem hoc

eſt à perpendiculari infringuntur, & in vnum aliquod idemque punctum colliguntur, in quo proinde lumen ita augetur, vt ignem accendi ſit poſſibile: quod vulgo omnibus perſpectum eſt, & quotidiano vſu comprobatum. A

Quod omphaloptræ, hoc etiam præſtat vitrea ampulla perſpicuo humore ad ſummum oppleta, per cuius denſitatem traiecti luminis radij franguntur coëuntque. Quamobrem illa inſignem vſum præſtat ſcalptoribus, & gemmariis, aliiſque qui minutiſſima opera faciunt. Siquidem in auerſa parte excellens quoddam lumen præbet, ex plurium radiorum conſpiratione excitatum.

Huiuſmodi autem luminis collectionem in oculi centro minimè fieri ex propoſ. 9. libri primi demonſtrari poteſt. Oſtenſum eſt enim corneam araneamque tunicas non B
eſſe parallelas, ſed in medio ſibi, quàm in ambitu viciniores. Ex quo fit, vt albugineus humor formam myoptræ potiùs quàm omphaloptræ habeat. Myoptra autem eos, qui παραλλήλως incidunt, radios diſpergit, atque ab axe diuellit, quos omphaloptra colligit. Igitur in centro viſus non fit ea radiorum collectio, quæ lumen augere poſſit.

Deinde cùm oculorum temperamentum ab intenſiore lumine faciliime oblædatur, quis non videt eam radiorum conſpirationem, quæ lumen adauget intenditque, naturæ oculorum penitus aduerſari; amicam verò oculis eſſe moderatam luminis remiſſionem? Ad quam in primis, ipſa albuginei figura myoptræ inſtar conducit; deinde pupilla ipſa ſeſe dilatandi, aſtringendique vi pollens, quæ quidquid poteſt luminis excludit, ſola ea portione aſſeruata, quam ſine noxa ſuſtinere poteſt. Denique impenſa nigredo, quam C
choroidi inſitam à natura eſſe lib. 1. propoſ. 1. diximus.

Præterea ſi albugineus humor forma omphaloptræ effectus eſſet, lumenque per ipſius denſitatem in centrum viſus illapſum infractione augeretur, nihil omnino videri poſſet. Nam proprium id eſt omnibus, ſeu omphaloptris, ſeu cauis ſpeculis, a quibus radij fracti aut repercuſſi in vnum aliquod punctum colliguntur, vt viſu in concurſu radiorum poſito nihil perſpiciatur. Quod experientia quidem ſatis, quod ad præſens inſtitutum ſpectat, edocet: ſed & ratio demonſtrat. Nam res ex eo loco ſpectatæ adeò augeſcunt, vt penitus euaneſcant. Quod planius fiet, cùm de his viſionum modis ſuo loco agemus. Igitur non fit in oculo ea radiorum collectio, quæ lumen cõdenſet augeatque, ſed à ſingulis obiecti partibus, ſinguli radij proueniunt, qui non recta in centrum viſus D
pergunt, ſed ad perpendicularem, ſeu ab axe priùs deflectunt quàm in centrum viſus prolabantur, ſcilicet vt eò latiùs viſus pateat.

Difficilis nodus hoc loco explicandus ſupereſt, quonam pacto admiſſa ea radiorum infractione non omnia extra proprium locum conſtituta ſpectentur. Nam quidquid fracto radio cernitur, alio in loco quàm reipſa ſit, apparet, vti etiam omne id cuius forma à terſo corpore repercutitur: quod ſi fiat, fallax erit omnis aſpectus noſter, nec aptè quidquam diſcerni poterit.

Reſpondeo viſum noſtrum in multis quidem falli, vt libro quarto oſtendemus, qui de viſus erroribus inſtituetur: nec circa diſtantiam ſolùm, aut magnitudinem, vel figuram, ſitúmve, ſed etiam circa proprium cuiuſque rei locum pluribus modis viſum hallucinari contingit. E
Nil igitur mirum, ſi propter radiorum flexum, qui per albugineum & cryſtallinum humorem fit, res à propriis veriſque locis diſtrahantur. Nec hoc accuratam diſtinctamque viſionem impedit, cùm ſit malum oculo familiare, nec vna aliqua res alieno in loco appareat, ceteris loco proprio cõſiſtentibus, (id enim viſionem omnino confunderet): ſed cùm ſimul omnes rerum phantaſiæ proportione quadam, atque vniformi difformitate cedant, apparentiaque loca capeſſant, nulla in iis quæ videntur perturbatio confuſioque inuehitur. Oculo enim idem euenit, quod iis qui per ſpecilla res intuentur. Hi enim tametſi omnia alienis in locis, atque a propriis ſedibus abducta videant; putant tamen ſe proprio in loco vnumquodque conrueri: vnde & res quaſlibet F
digito recte deſignant, & ſcopum in quem collimant, verè attingunt. Quod quo pacto fiat, ſic accipe.

Sit corneæ tunicæ extima ſuperficies A B C, & centrum eius H; viſus autem centrum ſit D, res verò ſpectabilis F, cuius ſpecies fracto radio F A E D centrum viſus ſubeat: appareatque F in G, vbi nempe D E producta tandem cum perpendiculari H F etiam producta congreditur.

Nunc ſi quis punctum F digito attingere conetur, is eum ſecundùm rectam A F verè quidem extendet, at per rectam DG extendi videbitur, propterea quòd quidquid in A F verè exiſtit, id omne in recta D G appareat. Quare ſi extenſus digitus ſenſim in F promouea-

A moueatur per rectam AF, tunc versus G per rectam DG produci putabitur; cumque attinget punctum F, videbitur attingere punctum G, quòd phantasia puncti F in G apparentē locum habeat.

Idemque in iis, qui collimant, ostendi potest. cùm
B enim signum in scopum apparentem G dirigitur, verè in F tendit, quòd punctum F in G, vti diximus, totaque inflexa linea DEAF in rectā DG extensa esse videatur.

Idem ergo oculo accidit, quod iis qui per specilla aspiciunt; hæc verò fallunt quidem, at visum aspectus non euertunt, quin potiùs perficiunt, collapsumque in pristinam integritatem ac statum naturalem restituunt.

Quamquam ea, quæ ad propositæ difficultatis explicationem huc vsque sunt dicta,
C magnam veri similitudinem præ se ferunt; tamen si in quæstione tam difficili ac dubia experientiam quoque rerum magistram in consilium aduocemus, experiemur profectò rem longè aliter se habere, radiorumque infractionem, quæ per oculi humores fit, aspectui adeò esse naturalem, vt ea etiam quorum imagines fractis radiis in centrum visus commeant, propriis in locis singula conspiciantur. Cùm enim iam constet ea quæ per axem videntur, in axe quoque apparentem locum habere; sanè si cetera non in illa recta linea apparent, quæ à centro visus ad vnumquodque illorum educitur, consequens est, vt axe optico à re vna in aliam procul translato res ipsa locum mutare videatur. Id enim ni fiat, eodem loco nunc res videbitur, cùm per obliquum radium forma eius sese insinuat, quo priùs, cùm axis opticus in eam defixus tenebatur. Sic verò iis qui per dioptras
D seu specilla inspiciunt, dum caput circumagunt, res loco moueri videntur: positis autem specillis nullam rerum lationem percipiunt, quantumuis caput oculósve in orbem ducant. Igitur seu per axem rerum imagines directò ferantur, seu per obliquum radium fractæ inclinatæque porrigantur, in ea semper linea res proposita videtur, quæ ad ipsam à centro visus recta protenditur, tametsi non per eam semper videatur.

Deinde si tamdiu oculum conuertamus donec opticus axis in eum locum venerit, in quo res quæpiam obliquo radio ante cernebatur, experiemur haud dubiè nos iam distinctè ac velut per axem rem istam intueri. Itaque vtroque visionis modo, hoc est illo qui per axem fit, illoque qui per obliquum radium, eodem semper loco res conspiciuntur. Si enim visile F (exemplo quo priùs vti liceat) directo quidem aspectu in F, obli-
E quo verò in G appareat, cùm axis DB, oculo circumacto, in locum DG delatus fuerit, nondum ipsum F perfectè videbitur; sed tum primùm, cùm axis in F erit perductus: at verò experientia docet id quod priùs obliquè cernebatur & obscurè, tum perfectissimè videri, cùm in eum locum axis opticus reponitur, in quo res antè obliquo radio cernebatur: ergo seu rectis seu fractis per oculi densitatem radiis, res eo semper ordine ac loco videntur, quo reapse dispositæ sunt. Cuius effectus hanc esse arbitror causam, quòd humores tunicæque oculi ab extima superficie ad centrum vsque perpetuo contactu, ac serie nullibi interrupta contineantur. Ita profectò familiari quodam partium omnium consensu contractuque sentientis organi visio rectè celebratur, licet per diuersa
F media radij optici sæpiùs infringantur.

Huic sententiæ plurimùm fauet maxima illa diuersitas, quam in animalium oculis deprehendimus. Vix enim vllum animantis genus reperiri potest, cuius oculi alterius oculis per omnia sint similes, quin potiùs in singulis videas tunicarum humorumque figuras ac commensus plurimùm dissidere: quibus tamen nulla inest aspectus deprauatio, sed recto atque humano more res omnes externas intuentur, præterquam, quòd nonnulla alijs acutiùs videant, alia obtusiùs. Sic supremus rerum artifex omnia moderari consueuit, vt ex iis quæ naturæ repugnare videntur, effectus eliciat naturales, sapientiam simul atque potentiam hominibus ostendens.

A

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Radij optici axi viciniores angulis maioribus, remotiores minoribus, æquè distantes æqualibus per albugineum oculi humorem franguntur.

PROPOSITVM in hunc modum demonstrabitur. Sit oculi superficies A B C, cuius centrũ D; visus autem centrum sit K, ad quod perueniant radij G K, F K, E K, è quibus G K quidem axis esto superficiei visus rectis angulis insistens; proximus verò hunc sequatur F K, dein E K, ambo superficiem oculi obliquè secantes. B

Dico igitur F K, quàm E K maioribus angulis frangi. hoc est formam signi F non per rectam lineam F K, sed per fractam F B M: formã verò puncti E non per rectam E K, sed per E A L in K centrum visus peruenire: sic vt maior sit angulus F B M quàm E A L, & B M K, quàm A L K maior.



C

D

Quoniam enim infractionis causa est obliquitas angulorũ, quos incidentes radij, cum superficie secundi diaphani comprehẽdunt, necesse omnino est, vt maiorem angulorum incidentium obliquitatem maior infractio consequatur: hoc est, vt quanto incidentiæ anguli à rectis longiùs absunt, tanto quoque incidentes radij obliquioribus angulis frangantur. At radij ab axe remotiores cum visus superficie obliquiores angulos faciunt, quàm qui axi sunt propinquiores; illi ergo per densitatem oculi obliquioribus angulis franguntur.

Quòd autem E K, quàm F K obliquiores angulos faciat cum oculi superficie, ita probatur. Producta E K in H, & F K in I, iungantur H I & O N. Quoniam igitur per 35. tertij Euclid. rectangulum sub N K & K H contentum, æquale est rectangulo comprehenso E sub O K & K I, erit per secundam partem decimæsextæ sexti Euclid. quemadmodum K I ad K N, ita K H ad K O: est vero angulus I K H, angulo N K O æqualis per 15. primi Euclidis: est igitur & angulus K H I angulo K O N æqualis per 6. sexti Euclidis. At cùm in triangulo H K O maius sit latus H K latere K O per 7. tertij Euclid. erit per 18. primi Euclidis angulus K O H angulo K H O maior. Hi igitur duo inæquales anguli, si addantur æqualibus angulis K H I, & K O N, compositi inæquales erunt per communem notionem, maiorque erit is, cui maior adiunctus fuit, nempe N O H maior quàm I H O. Quare inæqualia sunt ipsa segmenta, ac maius quidem I C O, in quo minor est I H O angulus, minus verò H C N, in quo angulus N O H est maior, vt ex 31. tertij Eucl. colligi potest. F Inæqualium verò segmentorum maioris maior est angulus, qui sub recta linea & circuli peripheria continetur per eamdem 31. tertij Euclidis. Igitur obliquior est E K superficiei oculi, quàm F K. Nam obliquior est ex minoribus recto angulis minor, vti ex maioribus recto maior: est autem vterque angulus K N O, K O C recto minor, quandoquidem neutra N H, O I per centrum D transeat; minor verò iam ostensus est K N O angulus, quam K O C. Est igitur idem angulus K N O angulo K O C obliquior. Quare & linea E K superficiei oculi obliquior erit, quàm F K, quippe quæ obliquioribus incidit angulis. Ideóq; eadem E K ab axe G K remotior, magis infringitur, quam F K eidem G K axi propinquior; propterea scilicet, quòd obliquitas incidentiæ fractionis sit causa, quam in Diopricis explanatiùs tractabimus.

Deinde,

A Deinde, si omnes radij paribus angulis inflecterentur, quantumuis exigua portione
hi à rectis dissiderent, sequeretur aliquorum radiorum fragmenta axem ipsum opticum
intersecare, illorum nimirum qui huic proximi essent; atque ita res quædam ad vnam
axis partem constitutæ, in altera apparerent; quod fieri nequit, cùm axis medius sit, ea
dirimens quæ ex omni circum parte cernuntur. Igitur radiorum inæquali spatio ab axe
disiunctorum inæqualem esse oportet infractionem.

At eamdem ob causam multo minùs fieri potest, vt radij propinquiores axi, minori-
bus angulis frangantur, quàm remotiores. Igitur contrà remotiorum quidem radiorum
fractionem, minoribus angulis quàm propinquiorum, accidere est necesse. Ex quo facilè
B intelligi potest illorum radiorum, qui æque ab axe disiuncti sunt, æquales quoque esse
infractiones, quòd in his par causæ vis efficientiaq; conueniat, nempe angulorum æqua-
litas, quos incidentes radij cum superficie oculi ac visus complectuntur. Atque ita per-
spicuum relinquitur id quod initio propositum fuit ostendere.

Porrò hanc infractionis inæqualitatem eadem consequitur vtilitas, quam superiore
propositione exposuimus, quòd nimirum hac etiam causa latiùs se visus expandat. Si
enim æqualem omnes radij admitterent infractionem, ea pyramis optica, quæ maxima
dicitur, angusta admodum base definiretur, nec omnino maiore, quàm quæ pupillæ
angustiis proportione quadam responderet: nunc verò quo res magis à lateribus proue-
niunt, eo ipsarum radij minoribus angulis fracti in centrum visus aditum inueniunt.

C Hic obiter admonitum lectorem volumus, quamuis hactenus dictum sit radios opti-
cos non directò in oculi centrum illabi, sed per albugineum crystallinumque humorem
fractos penetrare; tamen ne quotiescumque in decursu orationis radiorum opticorum
meminisse oportebit, necesse habeamus eius infractionis mentionem facere, non sine
lectoris tædio ac graui molestia, nos cùm in sermone, tum in schematibus vsurpaturos in
posterum radios opticos, non secus ac si rectà in centrum visus citra infractionem vllam
protenderentur. Ad ea enim quæ hoc libro & sequentibus dicenda sunt, nihil omnino
interest, rectène an per anfractus radij optici humores oculi tunicasque pertranseant,
cùm constet species a re visa ad oculos per idem medium rectis lineis deportari.

D PROPOSITIO X. THEOREMA.

Secundum omnes radios opticos fit rerum comprehensio,
certissima quidem per axes; per ceteros autem
tantò certior, quantò sunt axi propinquiores.

PRÆTER eam vtilitatem, quam superiùs ex radiorum infractione proue-
nire diximus, nempe vt latiùs visus pateat, alia quoque proprietas non
minùs illustris ac vtilis infractionis inæqualitatem comitatur, nimirum
E aspectus difformitas, qua per axem quidem res delatæ ad oculum accu-
ratissimè conspiciuntur; ceteræ autem, quantò per radios ab axe remo-
tiores, tantò obscuriùs imperfectiusque: omnis enim infractio, vti & inflexio, species
hebetat atque eneruat. quo igitur illa maior est, eo minùs enucleatè res ipsas aspectui
repræsentat.

Deinde tantò clarior certiorq; est visio, quantò efficacior; tantò verò efficacior, quan-
tò directius optici radij in superficiem visus incurrunt: siquidem hi magis feriunt, effica-
ciusq; actionem imprimunt: igitur per radios minùs obliquos, quales sunt axi viciniores,
præstantior visio prouenit, quàm per remotiores ac fractos magis.

Fuit autem ea visionis disparitas apprimè necessaria. Cùm enim animus in vnam
F dumtaxat rem, non verò in plures simul possit intendere, ad eam totus conuertitur quæ
organum acrius stimulat lacessitque, quam proinde externus sensus exactiùs dignoscit.
Quòd si visus res omnes æque articulatè perspiceret, animus circa omnes quoque simul
totus occuparetur: perfecta siquidem visio animi attentionem postulet; hoc autem
cum fieri nequeat, nec visus plura simul accuratè videre potest, sed vnum tantùm, quod
in axem cadit. Denique axi proxima perfectius videntur, quòd sicut oculorum, ita &
mentis pronior sit erga hæc discursus.

Ex dictis sequitur, in axium opticorum congressu nobilissimam visionem celebrari.
Cùm enim sigillatim in vno quouis axe, præ ceteris qui hunc circumstant radiis, perfe-

ctissima sit formarum comprehensio, erit & coniunctim eo loci, vbi ambo simul axes A
optici conueniunt, visio omnium exactissima, quod libro etiam superiore, proposit. 76.
certissimo experimento ostendimus, vt præterea nulla alia demonstratione ad roborandum propositum sit opus.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

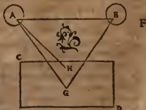
Axis communis eam, quæ extrema neruorum opticorum connectit, bifariàm secat. B

ESTO commune neruorum opticorum principium A, eorumdem autem
neruorum extrema B & C connexa per rectam B C, cadatque A D in B C ad
signum D normaliter. Dico eamdem B C in D sectam esse bifariàm. Cum
enim nerui optici longitudine sint pares, vt lib. 1. proposit. 22 ostensum
est, isosceles erit triangulum A B C, per definitionem, eiusq́, crura A B, & A C
inter se æqualia: perpendicularis verò
A D, quæ totum triangulum æquicrurium in duo triangula diuidit, vtrique
communis est; porrò & angulus B A D,
angulo C A D æqualis esse ita demon- C
strarur. Protensa B C vtrinque in E
& F, fit externus angulus E B A, angulo externo F C A æqualis. Siquidem duo anguli E B A & A B D duobus rectis sunt pares
per 13. primi Euclid. item F C A & A C D pares sunt duobus rectis, per eamdem 13 primi
Eucl. Si igitur ab his æqualibus auferantur A B D & A C D inter se æquales per 5. primi Euclid. reliqui, scilicet externi anguli, per communem notionem æquales inter se erunt. At
externus angulus E B A æqualis est duobus internis & oppositis B D A & B A D per 32. primi Eucl. Similiterque angulus F C A externus, duobus internis & oppositis C D A & C A D
æqualis est. Sunt igitur duo anguli B D A, B A D simul sumpti duobus angulis C D A, C A D
simul sumptis æquales. Ab his ergo si auferantur æquales recti, qui circa D consistunt, D
relinquentur B A D & C A D inter se æquales. Quare cùm in triangulis B A D, C A D duo
latera A B, A D, duobus lateribus A C, A D vtrumque vtrique æqualia sint, & angulus
B A D angulo C A D æqualis, erit per 4. primi Eucl. & basis B D basi D C æqualis. Igitur
B C per communem axem A D qui normaliter in ipsam incidit, est secta bifariam, quod
propositum erat demonstrare.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Axes optici in vnum semper idemq́ punctum conspirant.

LIBRO primo propos. 19. insignem illam oculorum concordiam descripsi- E
mus, qua in mutuam actionem ita consentiunt, vt quò vnus fertur, eodem
mox alter toto conatu, ac velut certo quodam definitoq; naturæ impetu
rapiatur Vnde propositum theorema ceu consectarium elicitur. Cum
enim hæc virtus, perfecti intuitus causâ, oculis inesse videatur, ni amborum luminum axes firmissimo societatis vinculo colligentur, peribit omnis vsura lucis,
ac rerum quæ sub aspectum cadunt: quod in hunc modum ostendi potest.



Sint duorum visuum centra A & B; proposita autem sit superficies C D ceu horopteris planum, in
cuius punctum G si vnius oculi axis terminetur, dico F
& alterius oculi axem ibidem mox naturæ ductu
affuturum: manente siquidem visu A defixo in G,
acies oculi B si fieri potest in aliud punctum, puta H,
deflectat, sic vt axes in immensum producti nusquam concurrant; tunc non modò vtrumque punctum G & H, & quæcumque demum in eadẽ illa superficie C D existunt, geminata apparebunt: verum
etiam nullus omnino locus erit, e quo singulare aliquid ac distincte dignosci poterit. Quod cum naturę visus penitus aduersetur, oculorum
machi-

A machinator Deus, muſculos, quibus illi cientur, ita ſociauit, vt ſuapte vi ipſos orbes aut
pariter attollere, aut vnà deprimere, aut in dextram ſiniſtrámve partem ſimul inflectere
cogantur, vt lib. 1. propoſ. 19. oſtenſum eſt.

Quamquam autem oculorum conuerſiones ita ſe habeant, vt ſuopte ingenio iugatos
ſemper axes contineant; tamen haud diffirendum eſt, quin poſſiot externa vi, aut praua
alterius affectione, velut paralyſi aut coouulſione ab ea ſocietate diuelli: id verò cum
accidit, omnia item geminari videntur, & mutuo congreſſu ita ſe rerum aſpectabilium
imagines impediunt, vt velut turbata acie nil præter indigeſtam congeriem, & ſine forma
formam, intueri liceat.

B Non igitur in poteſtate oculorum poſitum eſt, axes ita diuellere vt nullo loco concurrant,
ne aliquando proprio ac naturali vſu aſpectus deſtituatur. Inutilis enim eiuſmodi
oculorum conſtitutio foret, qua nil vſpiam exactè ſpectari poſſet. omne namque quod
diſtinctè videtur, in axium concurſu exiſtat neceſſe eſt. Quocircà perpetuò axes ita iugantur,
vt ſemper in vnum aliquod idemq́; punctum conſpirent; quod fuit propoſitum.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Axes opticos cum ea quæ connectit centra viſuum, eáq́,
C *quæ extrema neruorum opticorum iungit, in*
eodem plano neceſſe eſt eſſe.

SINT axes optici A C & B C, connectens autem centra viſuum A B. Hæ tres
lineæ cùm triangulum claudant, in
vno eodemq́; ſunt plano, vt per poſteriorem
partem 2. vndecimi Euclidis
conſtat. Neceſſum autem eſſe, vt axes
cum ea, quæ centra viſuum connectit, triangulum
perficiant, ex eo conuinci poteſt, quòd illi & inter ſe,
D & connectenti centra viſuum naturaliter cohæreant:
huic quidem ex neceſſitate, quia per centra viſuum
tranſire ipſi etiam axes neceſſariò debent. Eſt enim
centrum viſus punctum illud, in quod radij vniuerſi
ſimul conueniunt, quodque formas omnes aſpectabilium
rerum, per quoſcumque demum radios inferantur, in ſe recipit, colligitque velut
commune quoddam omnium conceptaculum, vt lib. 1 propoſit. 26. fuſius eſt explicatum.
Cum ergo per centra viſuum axes tranſeant, fit vt illi quoque, quæ centra viſuum
iungit, neceſſariò cohæreſcant. At etiam inter ſeſe. Nam ex præcedente propoſitione
iam conſtat axes opticos perpetuò coniunctos eſſe, ne ſcilicet res à propriis abductæ locis
E geminatæ conſpiciantur. Sequenti etiam libro oſtendemus non niſi in axium congreſſu
res ſingulares videri. Duo ergo iugati axes cum ea, quæ centra viſuum copulat, triangulum
conſtituunt. Quocirca in vno hæc omnia ſunt plano; quod primò propoſitum fuit
demonſtrare.

Quod verò tres hæ lineæ, axes videlicet optici, eaque quæ centra viſuum connectit,
cum ea, quæ iungit extrema neruorum opticorum, in eodem ſint plano, ex propoſit. 8.
& 10. libri primi liquidò conſtat. Nam octaua quidem propoſitione oſtenſum eſt, omnium
partium totius oculi centra in directum conſtituta eſſe: ex quo in primis illud efficitur,
per hæc omnia rectam quamdam lineam extendi poſſe, quandoquidem ea ſit rectæ
F lineæ definitio, vt omnes eius partes ex æquo ſibi reſpondeant. Deinde recta iam linea
per omnia centra oculi acta intelligatur: hanc propoſitione 10. lib. 1. per eam nerui
optici extremitatem, qua oculum attingit, incedere manifeſte oſtendimus, eſt porrò
recta hæc linea eadem cum axe optico per ſecundam huius libri definitionem. Igitur
triangulum efficiunt axes optici cum ea quæ extrema neruorum opticorum coniungit,
in quo cùm & illa ſit, quæ per vtriuſque viſus centrum protenditur, perſpicuè colligi
poteſt vtrumque axem opticum cum vtraque connectente in eodem plano exiſtere;
quod ſecundo loco demonſtraſſe oportuit.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA. A

Et nerui optici, cum ea quæ illorum connectit extrema, in vno sunt plano.



HVIVS propositionis eadem est quæ superioris demonstratio. Quoniam enim nerui optici communi principio ab origine connectuntur, & ea quæ illorum extrema copulat, triangulum perficit, fit per posteriorem partem secundæ propositionis libri vndecimi Euclidis vt omnes in vno sint plano, quod demonstrasse oportuit. B

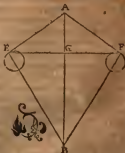
Non est tamen idem responsus neruorum opticorum cum connectente centra visuum, qui opticorum axium cum ea quæ neruorum opticorum extrema coniungit. Optici namque axes cum superioribus oculi partibus, vnde cernendi vis efficientiaque prolabitur, ita consentiunt, vt illorum congressum cum centris visuum, ac neruorum initiis, in eadem semper regione constituta esse oporteat: at nerui optici, qui insitam sibi facultatem cerebro potius, quàm subiectis oculi partibus acceptam referunt, non ita centris axibusque opticis, vt propriis extremitatibus ac communi principio respondent. Quocirca hi quidem, id est nerui optici, eaque tecta linea, quæ ipsorum extrema colligat, in vno semper sunt plano; non verò in eodem in quo & centra visuum axesque optici.

PROPOSITIO XV. THEOREMA. C

Si duo axes optici cum axe communi conueniant, erunt in eodem plano cum ea quæ extrema neruorum opticorum connectit, & duabus à neruo communi eidem connectenti conterminis.



SIT axis communis A B, duóque optici E B & F B concurrentes cum communi axe in B. Sit item ea quæ extrema neruorum opticorum connectit F F. Huic autem conterminæ, hoc est à neruo communi A ad eius extrema seu terminos E & F, ductæ sint A E & A F, quæ neruos ipsos opticos repræsentant. Dico has omnes in vno eodémque plano esse. nam per posteriorem partem 2. vndecimi Euclid. trianguli E A F latera omnia in vno sunt plano, sic & latera trianguli E B F, vt duabus superioribus propositionibus est demonstratum. At vtrumque triangulum in eodem plano esse prior eiusdem 2. vndecimi Euclid. pars conuincit. Nam in vtroque simul duæ lineæ A B & E F sese intersecant in G per 11. propos. huius libri, quæ proinde in vno sunt plano: est verò vti E F sic & A B, quæ ab A communi neruorum principio originem ducit, & in B opticorum axium congressum procidit, vtrique triangulo communis. Igitur vtrumque triangulum in eodem illo est plano, in quo sese A B & E F intersecant. Quocircà & omnes supradictæ lineæ, vtpote horum triangulorum latera, in vno eodémque sunt plano; quod erat demonstrandum. D



E

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Radij omnes, qui à proposita quapiam recta linea ad centrum visus porriguntur, in eodem sunt plano. F



PERSPICVA est huius theorematis demonstratio, tum ex iis quæ tribus proximis propositionibus diximus, tum ex posteriore parte prop. 2. lib. 11. Euclidis. Constat enim triangulum esse oportere id, quod proposita recta linea ceu base, radiisque ab oculo ad ipsius extremitates pertinentibus continetur. In hoc ergo cùm ceteri omnes radij existant, qui à proposita linea ad centrum visus porriguntur, consequens est per iam citatam Euclidis propositionem,

A nem, vt illi omnes in eodem sint plano. Hinc porrò colligi potest, eam formæ productionem, quæ à recta linea visili directè vel obliquè aspectui obiecta ad alterum oculorum protenditur, radiosam quamdam esse superficiem, cuius nos suprà mentionem fecimus propos. 2. huius libri, & sæpè in posterum meminisse oportebit, libro præsertim sexto, in quo de proiecturis agemus.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Axis communis per se immutabilis est.

B



QVEMADMODVM nerui optici propriis locis firmi consistunt, vna quidem extremitate neruo communi cohærentes, altera verò ossibus inserti, in quorum cauis sphærulæ oculorum turquentur. Ita communis axis, qui angulum neruis opticis comprehensum, subiectamq; illi basin secat bifariam, immutabilis esse conuincitur. Cùm enim motis oculis, loca, per quæ axis communis suapte natura transit, immota perseuerent, necesse omnino est axem ipsum communem, sicut & neruos opticos, immutabilem esse.

Est verò hic situs oculorum, naturæ aspectus quàm maximè accommodatus, vt sicut nerui optici cum axe communi superiùs cohærent, ita & axes visuales cum eodem communi axe exteriùs concurrant, in eodemq; extendantur plano. Quare in ea constitutio-
C ne situq; sponte oculi conquiescunt, nec inde facilè dimouentur nisi ope ac vi musculorum, qui voluntaris imperio ac motrice, qua pollent, facultate, cùm res exigit, eos vel attollunt, vel deprimunt, vel ad latera inflectunt.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Motis oculis, axes quoque optici pariter loco dimouentur.



D CVM ex secunda huius libri definitione constet, axem opticum rectis angulis superficiei visus insistere, perspicuum est, mota visus superficie & angulum incidentis axis vnà mutari, nisi axis ipse motum oculorum pari vestigio subsequatur. Essentia namque recti anguli in indiuiduo est constituta, cui nec addi nec detrahi quidquam potest citra essentiæ mutationem: detractione siquidem acutus, additione verò obtusus efficitur.

Cùm axem opticum mutari mouerique dicimus, neutiquam volumus, vt formæ visibiles, quæ rectà per aëtem protenduntur, loco mutari intelligantur, quasi eædem numero ex vna in aliam partem medij commeent, quod fortè nos dicere quispiam arbitrāretur, eam ob causam, quòd propositione prima huius libri ostensum sit, radios opticos esse ipsas aspectabiles formas directò ad centrum visus exporrectas, axemque proinde opti-
E cum esse eam formæ productionem, quæ rectis angulis in visus superficiem incidit. Cum igitur axem moueri dicimus, existimabit aliquis indicare nos velle formam ipsam moueri loco, quod tamen à specierum natura alienum est, cùm vniuersam actiuitatis sphæram rectis vndique lineis profusæ impleant, nisi qua impediuntur adiaphani corporis interiectu.

Verùm non hoc astruimus, sed tantùm rectas illas formarum productiones, licet immotas, respectum appellationemque mutare. Vti enim idem luminis radius sola corporis conuersione, nunc posterior esse potest, qui priùs anterior erat; & nunc sinister, qui priùs dexter: sic oculi mutatione formæ visibiles, quæ priùs perpendiculares erant,
F nunc obliquæ fiunt, aliæque in perpendicularium, non dico locum, sed respectum appellationemque succedunt, licet immotæ loco consistant.

Quamobrem autem axes opticos motis oculis mutari necesse fuerit ex libro sequenti planum fiet, cùm ostendemus ex oculorum motu, eorum quæ foris versantur, motum plurimum cognosci. Nisi enim circumactis oculis & axes optici transferantur, nulla ratio erit cur internus sensus ex organi motione externarum rerum lationes cognoscat. mutantur itaque axes optici loco situque circumactis oculis, quod probasse oportuit.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA. A

Radius communis omni oculorum motu, præterquam diuaricationis & contractionis, variat.

RADIVS communis, non secùs ac optici axes, mutationi obnoxius est: attamen non omni oculorum motu situm immutat; sed eo dumtaxat, quo oculi vel attolluntur, vel deprimuntur, vel vnà in dextram aut sinistram partem flectuntur, vel in orbem torquentur. Illo autem motu, quo B pariter diuaricantur, aut contrahuntur, ipse communis radius nullam mutationem suscipit. Tum siquidem ita oculi mouentur, vt axium concursus, per quem communis radius necessariò transit, in eadem semper recta linea existat.

Quod vt planius intelligatur, sint, exempli gratia, sphæræ oculorum A & B, quæ autem visuum centra connectit A B secta sit bifariàm in G. Ac primò quidem conueniant axes optici in C puncto communis radij G C: dico igitur posse oculos ita diuaricari, vt axium concursus in eumdem radium communem incidat, ad signum D; hoc verò oculorum motu perspicuum est communem radium immotum atque in- C uariatum perstare; mutari autem si oculorum axes ad aliud quodcumque punctum conuertantur, quod extra communem radium G D assumptum sit siue suprà, siue infrà, siue ad latera, vt puta E. Nam cum C & E puncta non sint in directum cum puncto G posita, aliam esse oportet lineam G E à linea G C, vt ex definitione rectæ lineæ constat.

Rursus possibile est oculos ita constringi, vt axes optici à puncto E in F punctum radij communis G E adducantur: atque hoc item oculorum motu quo ab E in F axium congressus transfertur, nequaquam mutatur communis radius: igitur solo diuaricatio- D nis & constrictionis motu radius communis nullam mutationem subit. Quod autem omni alio oculorum motu, quo axium concursus à linea G E diuellitur, ipse simul communis radius moueatur, eodem argumento probari potest, quo in mutatione communis radij G D proximè vsi sumus. Nam omnis oculorum inflexio, præter solam diuaricationem & constrictionem, ad eiusmodi loca ducit, quæ cum G in directum constituta non sunt. Quare vna aliqua recta linea per ea omnia duci non potest: sed alia est quæ per G E, alia verò quæ per G D extenditur: at fieri nequit, vt radius communis immutatus alius atque alius existat: igitur omni alio motu oculorum, excepta diuaricatione & constrictione, radius communis variat; quod propositum fuit demonstrare.

E

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Oculi ita diuaricari nequeunt, vt axes firmentur paralleli.

PRÆTER illas musculorum coniugationes, quibus oculorum orbes concitantur, alium esse neruum docuimus lib. 1. propos. 3. cuius proprium sit munus obtutum defigere, aciemque immotam continere. Id verò cùm fieri non possit, nisi axes optici in rem aliquam vnà conueniant, consequens est, vt hi situ parallelo firmari ac contineri aliquanto temporis F interuallo nequeant.

Subinde tamen euenire crediderim, at fortuitò, vt axes optici paralleli fiant; cùm nimirum laxatis musculis, abiectoq; retentionis conamine oculi fluxum quemdam, atque incertum situm habent. Quemadmodum in somnis fortè nonnumquam contingit; at tum feriante motrice facultate nequaquam oculi in eo situ firmantur. Igitur ea vis, quæ oculos continet figitque obtutum, ita est comparata, vt, nisi intentis in vnum aliquod punctum axibus, oculos diu continere non possit.

Neque in somnis modò, verumetiam ex deprauato habitu ea passio oculis accidere interdum solet. Nam musculi longo vsu validoque conatu debiliores aliquando effecti,

aut

A aut morbo immutati vagum aspectum efficiunt, qualem persæpe videre est in iis, qui diu multumq; legere, aut assiduæ scriptioni incumbere consueuerunt: sic & in senibus, nec non in iis quibus crebriores sunt lacrymæ, aut quibus cerebrum vacillat, mensque titubat; in iis denique, qui vel paralysi, vel strabismo tentantur: quorum his propter conuulsionem oculi torquentur, vnde strabones à morbo dicti; illis verò, ob musculorum dissolutionem vires collabuntur: ac tandem propter motus abolitionem oculi volubiles & inconstantes fiunt; quibus autem id vitij in habitum transiit, hos pætos vocant.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

B *Neque propiùs oculorum axes terminari possunt, quàm vbi cum neruis opticis angulos rectos efficiunt.*



INTER illas conditiones, sine quarum præsidio res corporeæ aptè concinnéque aspectu dignosci non possunt, distantiam numerari lib. 1. diximus: vbi etiam propos. 58. non minorem obiecti distantiam ad accuratam visionem postulari ostendimus, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos rectos efficiunt. Id verò quoniam non tam ex aspectus natura efficientiaque, quam ex radiorum promissione pendet, ad hunc lo-
C cum propriè spectat veram causam inuestigare, ob quam axes optici propiùs adduci nequeant, quàm vbi cum neruis opticis rectos angulos comprehendunt. Quam inuenire arduum non erit, si oculorum constructionem attentiùs contemplemur.



Sint A B & A C nerui optici à communi principio A deriuati, qui sphæras oculorum contingant in B & C. ex B auté & C orthogonales axes educantur B D & C D, qui per centra oculorũ transeant. Dico posse quidem in D obtutum terminari, quòd huc vsque nerui optici rectà & citra vim vllam ad oculorum sphæras extendantur. Siquidem per 16. tertij Euclidis, extra con-
D uexitatem oculorum cadunt.

Non posse autem propinquiùs visum terminari, ita probatur. Adducantur, si fieri potest, oculi, ita vt visus propiùs terminetur, velut in E. Cùm E B & E C axes necessariò per centra oculorũ transeant, oportebit neruos opticos circa oculos inflecti. Est enim per 16. tertij Euclidis semicirculi angulus quouis acuto rectilineo maior: at angulus A B E acutus est, quandoquidem A B D positus sit rectus: igitur semicirculi angulus, qui maior est, acuto illo A B E capi non potest. Quare necesse erit, vt nerui optici circa oculorum conuexitates torqueantur, & in curuas lineas B F A & C G A flectantur. quod fieri non posse,
E certissima testatur experientia.

Quando enim eò adducere oculos conamur, vt nerui optici circa oculorum orbes curuari, tendiq; incipiant, manifestum dolorem percipimus, non aliunde profectò quàm ex ea coactione excitatum. Igitur propiùs adduci oculi non possunt, quàm vbi axes cum neruis opticis angulos rectos efficiunt; quod erat probandum.

Cùm verò ad excitandam animi attentionem mirum in modum prodesset axium opticorum contractio (solent enim meditabundi oculos nasum versus adducere) vt ea facilior homini esset, minimam ei oculorum intercapedinem natura molita est; maximam autem beluis, iis præsertim quibus minima est cogitatio, vt equis & ouibus: quæ verò animantia rerum cogitatione plus occupantur, vt leones, simiæ, canes, feles, ele-
F phanti, his etiam pro rata corporis mole minus à natura concessum est oculorum interuallum. Sic vt vnumquodque pro suo ingenio eam oculorum constitutionem nactum esse videatur, quæ excitandis internis facultatibus apprimè conducit. Quod etiam cuilibet promptum erit animaduertere, si quæ indies in oculos nostros incurrunt, attentiori consideratione perpenderit. Neque enim oues aut equos videas ceruices circumagere, vt axibus iunctis vtroque oculo in rem obiectam perfectiùs colliment; sed sat ipsis est vnico oculo rem explorasse: contrà verò simiæ, feles, & id genus animantia ad quemuis terrorem ac strepitum caput oculosque circumferunt, iunctisque axibus è directo sese opponunt ei rei, quam exactiùs volunt habere perspectam.

PRO-

 A

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

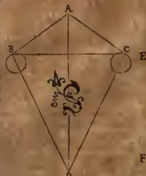
Axes optici eò adduci non possunt, vt ad normam concurrant.

NON æqua inest oculis axes producendi ac contrahendi facilitas. Nam
pedes, inquit D. Chrysostomus Homilia vndecima ad populum Antio-
chenum, *paululùm progressi fatiscunt & lassantur; oculus verò tantam
altitudinem permeans, tantamq́; latitudinem, nullam sentit imbecillitatem.*
Cum vero tantam oculorum vim admiremur in oculis, vt ad cælos vsque
aspectum profundant, immensaque spatia nullo negotio, ac puncto ferè temporis vi- B
dendo percurrant, an non id omnium maximè admiratione dignum videbitur, quòd ad
proxime admota laborent & cæcutiant? Igitur quamquam summa velocitate ac prom-
ptitudine ad remotissima spatia axes optici protendantur; non tamen pari facilitate ad
res proximas contrahuntur: numquam enim vsu venit vt ad normam coëant.

Experientia in primis huic propositioni suffragatur. Qui enim summo conatu aspe-
ctum contrahunt, numquam axes eò adducunt, vt rectum angulum in congressu effi-
ciant: summum verò, si ad verticem trianguli æquilateri super connectente centra vi-
suum descripti pertingant; quod ex distincto aspectu, qui per solos fit iugatos axes, facile
colligitur. Nam re quapiam oculis obiecta eo interuallo, quo lineæ ab oculis eductæ,
cum ea, quæ centra visuum connectit, triangulum æquilaterum perficiunt, nemo fermè C
reperitur, qui ex eo loco rem propositam liquidò perfectéq; intueatur, quòd scilicet opti-
cos axes eo adducere non possint: est verò trianguli æquilateri acutus quilibet angulus.
Multò igitur minùs fieri potest vt ad normam axes concurrant, hoc est, vt in concursu
angulum rectum efficiant. Breuiores enim esse oportet axes normaliter concurrentes,
quam si acutum faciant angulū, quod ex 21. primi lib. Euclidis facile potest demonstrari.

Deprehendimus autem non eamdem omnibus inesse oculos contrahendi faculta-
tem; sed quibusdam longiorem, aliis breuiorem terminum a natura positum esse, quo
propiùs adducere oculos nequeunt. Proximum autem terminum esse compertimus ver-
ticem trianguli æquilateri super connectente centra visuum descripti; quem tamen vix
quisquam perfecte attingit. D

Ratio autem huiusce propositionis ea est, quòd nerui optici in concursu seu communi
principio obtusum angulum contineant, vt ex anatomica administratione constat.
Quia verò per proximè antecedentem proposit. nerui optici perpendiculares esse axi-
bus vt minimùm debent, angulus, qui in concursu axium excitatur, acutus sit necesse est.



Exemplo res fiet illustrior. Sint A B & A C nerui
optici; B D verò & C D optici axes. Quia ergo A B D
& A C D anguli ex neruis opticis A B, A C & axibus B D,
C D constituti minores rectis esse non possunt, vt supe-
riore propositione est demonstratum, reliquos duos
B A C & B D C aut duobus rectis pares, aut duobus re- E
ctis minores esse oportet. Ducta enim A D, si quidem
in triangulo A B D angulus A B D rectus est, erunt duo
reliqui, nempe B A D, B D A anguli vni recto æquales
per 32. primi Euclidis: eademq; ratione in triangulo
A C D probari possunt anguli C A D, C D A vni recto
æquales esse. Erunt ergo simul omnes, hoc est duo
B A C & B D C duobus rectis pares: at B A C obtusum
esse ex dissectione constat. Reliquus igitur B D C acu-
tus esse conuincitur. Si verò anguli A B D & A C D re- F
ctis sint maiores, (quod plurimùm euenit propter
neruorum opticorū crassitudinem, quæ tantos flexus
sine vi atque insigni distensione non admittit) erunt reliqui B A C & B D C duobus re-
ctis minores: quoniam igitur B A C recto est maior, erit B D C multò adhuc recto mi-
nor. Quare axes optici eò adduci non possunt, vt ad normam concurrant; quod pro-
bare fuit propositum.

PRO-

A

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Visus percipit angulum sub connectente centra visuum & axe optico comprehensum.

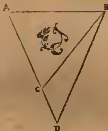
SVPERIORE libro propositione 20. ostensum est, motum oculorum interno sensu percipi. Cùm igitur omnis illa diuersitas, quam subit angulus sub connectente centra visuum & axe optico comprehensus, ex oculorum
B rum mutatione dependeat: vti necesse est, oculo moto angulum augeri minuive; ita consequens est, vt percepto motu, anguli quoque euariationem animus persentiat, augerique oculorum diuaricatione, contractione verò minui cognoscat. Tametsi verò præter motus quibus oculi cientur, etiam motuum differentias interna facultas animæ distinguat, vt propos. 21. superioris libri docuimus; non inde tamen confestim sequitur eam cognitionē, qua angulus sub conuectente centra visuum & axe optico comprehensus percipitur, ita exactam esse debere, vt ipsius anguli quantitatem ad vnguem determinet, maiorisq; ac minoris discrimina ad amussim internoscat, nam neque ipsorum motuum differentias ita accurate internus sensus dignoscit: vti ergo motuum, sic & angulorum discrimina sensus æstimat; ac tum angulos augeri, cùm
C axes optici diuaricantur; tum verò minui, cùm axes contrahuntur. hæc enim necessitudine quadam ita sequuntur, vt perceptio motus in cognitionem anguli deducat.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Longitudinem vnius axis percipit alter oculus ex magnitudine anguli sub proprio axe & connectente centra visuum contenti.



SINT duo centra visuum A & B, axisque oculi A sit A C, cuius magnitudinem cognosci dico à visu B, ex magnitu-
D dine anguli A B C sub B C axe proprio & A B connectente centra visuum comprehensi. Hic enim quo maior est aut minor, eò necesse est oppositum illi axem, cui insistit, maiorem aut minorem esse per 19. primi Euclidis. Non quidem eo sensu, vt quam proportionem habet angulus ad angulum, hoc est A B C ad A B D, eam proportionem habere intelligatur axis A C ad axem A D, id namque rationi aduersatur: sed vt maiori angulo A B D maior axis A D respondeat.



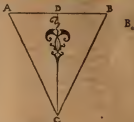
E Hoc tamen prætereundū non est, quando inæquales axes æqualem angulū subtendunt, vt B C & B D angulum A, tunc visum A haud posse suapte sola vi inæqualitatem axium B C & B D assequi, sed internæ facultatis præsidio opus esse. Hæc enim aduertens angulum A B D maiorem factum esse, quàm erat A B C manente axe A D immoto, tacita argumentatione colligit B D axem axe B C maiorem esse. Cùm enim acutus sit angulus B C A per 21. propos. huius libri, reliquum nempe B C D obtusum esse oportet per 13. primi Euclidis. Quare per 19. primi Euclidis maius esse conuincitur latus B D quod maiorem angulum subtendit, quàm B C, quod acutum subtendit angulum B D C. sicque in diiudicandis axium opti-
F corum longitudinibus mutuam sibi oculi opem conferunt.

Notandum etiam, quòd quò anguli sub connectente centra visuum & axibus contenti maiores euadunt, diductis nempe diuaricatisque plurimùm axibus, eò incertius fit de illorum longitudine iudicium. cuius rei hæc est ratio, quòd in triangulis non eadem sit proportio angulorum quæ subtensorum laterum; sed maior sit laterum ratio, quàm angulorum, vt lib. sequenti propos. 7. & 12. demonstrabitur.

 A

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Si radius communis, ei quæ centra visuum connectit, normalis fuerit, erunt axes optici inter se æquales.



SIT ea quæ centra visuum connectit A B, cui radius communis ad normam incidat ad signum D. dico axes opticos A C & B C æquales inter se esse. Cùm enim per radij cõmunis definitionem, quæ sexta est huius libri, æquales sint A D & D B, sitque B vtrique triangulo A D C & B D C latus D C cõmune, & angulus A D C angulo B D C æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi B C æqualis; quod erat demonstrandum. Est verò hæc axium opticorum dispositio ad videndi munus facilè obeundum accommodatissima; vtpote qua oculorum nerui musculiq; ex æquo renduntur; ita scilicet moderatione quadam vnà laborant, seq; mutuò iuuant. Quod sanè contrà accidit, cùm limis oculis aliquid intuemur. tum namque distortis coactisque musculis vali- C diore conatu est opus, vt aliquo temporis spatio in eodem situ contineantur.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Et si æquales inter se fuerint axes optici, radius communis, ei quæ connectit centra visuum, normalis erit.

HÆC superioris propositionis est conuersio, poteftque eodem modo demonstrari. Cùm enim in triangulis A D C, B D C, æquales sint A D & D B D per radij communis definitionem; sitque D C vtrique triangulo communis, basis verò A C basi B C æqualis concedatur, erit quoque per 8. primi Euclidis angulus A D C æqualibus lateribus contentus, angulo B D C æqualis, ac proinde C D ipsi A B normalis per 10. definitionem primi Euclidis. Deinde per id, quod ex contrario sequitur impossibile, idem confirmari potest: esto enim C D ipsi A B obliqua, angulusque A D C angulo B D C maior: erit ergo per 24. primi Euclidis, & axis A C maior axe B C; siquidem A D ipsi D B est æqualis, D C verò vtrique triangulo communis: at ex hypothesi A C ipsi B C est æqualis: igitur nequit angulus A D C angulo B D C maior esse, sed neque minor, eamdem ob causam. Est itaque rectus vterque & C D ipsi A B quæ centra visuum connectit normalis; quod ostendisse oportuit. E

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Axes optici ad signum aliquod communis axis congredientes sunt inter se æquales; & cum ea, quæ extrema neruorum opticorum connectit ceu basi isosceles efficiunt; cuius angulum concurrentibus axibus comprehensum, axis communis bifariàm secat. F

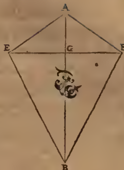


AXES optici sint E B & F B, concurrentes cum axe communi A B ad signum B. Quoniam per 11. propositionem huius libri E F axe communi A B bifariàm discriminatur in G, erit latus E G trianguli E G B lateri G F trianguli E G B æquale; latus autem G B vtrique commune est: sed & anguli E G B, F G B, æqualibus lateribus comprehensi sunt inter se æquales; vtpote recti ambo per axis communis definitionem: igitur per 4. primi Euclidis erit & basis E B basi F B æqualis; quod primò proponebatur.

Quare isosceles erit triangulum E B F, ex duobus æqualibus axibus & connectente extrema neruorum opticorum B F constitutum; quod secundò propositum fuit.

Cumque

A Cumque per eamdem 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales sint, vterque vtrique, quibus æqualia latera subijciuntur, erit angulus E B G angulo F B G æqualis: vnde & illud sequitur, angulum E B F per communem axem A B bifariam sectum esse; quæ omnia proposita fuerant demonstranda.

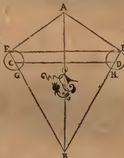


Hæ & similes nonnullæ opticorum radiorum proprietates minorem in se subtilitatem
B habere videbuntur, quòd absque demonstratione vel mediocriter versatis perspicuæ esse possint: tamen quia ad totius materiæ intelligentiam earum cognitionem necessariam esse deprehendimus; voluimus non absque Mathematica demonstratione prætermisse, in gratiam eorum, qui id in minimis etiam rebus pertinaciter exigunt.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

C
Axe communi cum duobus opticis coëunte, quæ centra visuum connectit, illi quæ iungit extrema neruorum opticorum est parallela.


PTICI nerui sint A E & A F, quæ verò illorum extrema iungit E F, quæque centra visuum cōnectit C D: eùm æquales sint oculorum orbes, erunt & ipsorum diametri E G & F H inter se æqua-
D les. Rursus cùm ex oculorum constructione centra visuum similem in suis orbibus situm habeant, erit E C ipsi F D æqualis, quæ si ab æqualibus iam antè ostensis E B & F B auferantur, relinquentur C B & D B æquales. Quare vt E B ad F B, ita erit C B ad D B, nempe æquale ad æquale; & alternatim, vt E B ad C B, ita F B ad D B: sunt igitur latera E B & F B in C & D secta proportionaliter. Ex quo tandem fit per secundam sexti Euclidis, vt quæ ad sectiones adiungitur recta linea C D, hoc est quæ centra visuum con-
E nectit, ad E F reliquum trianguli latus sit parallela; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Axis communis cum duobus opticis conueniens, eam quæ centra visuum connectit, ad normam & bifariàm secat.


F XIS communis sit A B concurrens cum duobus opticis C B & D B in B, secansque C D connectentem centra visuum in G. Dico primò B G ipsi C D perpendicularem esse. quoniam enim propositione præcedente parallelæ ostensæ sint C D & E F, quæ in illas incidit recta linea B G H (incidet autem in vtramque, quoniam in eodem sunt plano per 15. huius) faciet per 29. primi Euclidis, angulos E H B & C G B æquales: at angulus E H B rectus est per axis communis definitionem, ergo & C G B rectus erit: quare A B est ipsi C D perpendicularis per 10. definitionem lib. primi Euclidis.

Deinde, dico C D in G sectam esse bifariàm. Cùm enim duo triangula C B G, D B G, latus C B lateri D B æquale habeant per 27. huius: latus verò G B vtrique sit commune, angulos item habeant C B G, D B G æqualibus lateribus contentos æquales per eam-

M 2 dem

dem 27. huius, erit per 4. primi Euclidis & basis C G basi G D æqualis; quod erat demonstrandum. A

Licet idem in hunc quoque modum demonstrare. Cùm trianguli C B D angulus B sit sectus bifariàm per 27. huius; secans autem angulum recta linea A B, secet & basin, proptereà quòd in eodem sint plano per 14. huius: basis segmenta per 3. sexti Euclidis eamdem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera: at reliqua trianguli latera C B & D B ostensa sunt æqualia propositione 27. huius: ergo & basis segmenta æqualia inter se erunt. Rursus cùm æquilatera sint triangula C B G & D B G, erunt & æquiangula per 8. primi Euclidis: æquales igitur sunt inter se anguli C G B & D G B, ac proinde recti per 10. definitionem primi Euclidis; quod erat demonstrandum. B

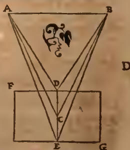


PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Omnes radij ducti ab vtroque oculo ad idem punctum eius lineæ, quæ cum æqualibus axibus rectos angulos facit, sunt inter se æquales. C

SINT centra visuum A & B in sublimi constituta; æquales autem axes A C & B C in rectam lineam D E subiecti plani F G normaliter incidant: dico omnes radios ad idem punctum huius lineæ D E protensos æquales inter se esse. Sint enim, verbi gratia, A D & B D ad idem punctum D eius lineæ D E ducti: quoniam in triangulis A C D & B C D duo latera A C & B C sunt æqualia ex hypothesi: latus verò C D vtrique est commune; angulus autem A C D angulo B C D æqualibus lateribus contentus æqualis est ex constructione, vtpote rectus vterque, erit & basis basi, hoc est A D ipsi B D æqualis per 4. primi Euclidis; quod propositum fuit demonstrare. D

Eodemque modo demonstrare licebit radios A E & B E ad idem punctum E lineæ D E protensos, atque adeò quoscumque alios iisdem legibus ductos æquales inter se esse.



PROPOSITIO XXXI. THEOREMA. E

Et qui ad diuersa puncta lineæ axibus normalis, æquè tamen ab axium concursu dissita procidunt radij, sunt inter se æquales.

REPOSITA eâdem figurâ, quæ in præcedente propositione, ostendendum est radios A D & B D, radiis A E & B E singulos singulis æquales esse, si quidem puncta D & E pari interuallo ab C axium concursu disiuncta sint. Nam in triágulis A C D, A C E, latus C D lateri C E ex hypothesi æquale est; latus verò A C vtrique est commune, anguliq; A C D, A C E æquis lateribus contenti F æquales sunt, ambo scilicet recti ex constructione: igitur per 4. primi Euclidis & basis A D basi A E æqualis erit. Cùm verò eadem demonstratio in radiis B D & B E, ceterisq; omnibus locum habeat, constat radios qui ad diuersa puncta lineæ D E axibus normalis æquè à concursu axium disiuncta porriguntur, æquales inter se esse; quod erat propositum demonstrare.

A

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si fuerint axes optici inæquales, radij omnes ducti ad idem punctum eius lineæ, quæ cum axibus angulos rectos facit, inæquales inter se erunt.

OPTICI axes sint A C & B C inæquales, maior quidem A C, minor verò
B C; linea autem, quæ cum axibus
B rectos angulos facit, sit C E, punctúmque in ea acceptum quodcumque E, ad quod ducti radij A E & B E inæquales quoque inter se sint necesse est. Sumatur enim ex A C ipsi B C æqualis C D per 3. primi Euclidis, iungantúrque D & E per rectam D E. Cùm igitur æquales sint B C & D C in triangulis B C E & D C E, vtrique autem communis sit C E, angulique B C E, D C E æquis lateribus contenti æquales sint, nempe recti ambo ex hypo-
C thesi, erunt & B E, D E bases per 4. primi Euclidis æquales. At cùm D E E angulus rectus sit, erit per 16. primi Euclidis angulus externus A D E recto maior, atque idcircò per 32. primi Euclid. maximus eorum, qui sunt in triangulo A D E. Igitur per 19. primi Euclidis, quod ei subijcitur latus A E, latere DE maius est: est verò D E ipsi B E ostensa æqualis; erit ergo A E etiam quàm B E maior: sunt igitur AE, B E inæquales. Quæ demonstrandi ratio cùm in ceteris quoque locum habeat, erunt omnes radij ea lege ducti inæquales; quod erat propositum demonstrare.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

D *Si axes optici æquales inter se sint, per illorum verò concursum recta agatur linea imparibus angulis: dico radios ab vtroque visu ad quoduis eius lineæ punctum ductos inæquales inter se esse.*

SINT A C & B C axes optici æquales, per C autem, in quo axes conueniunt, recta ducatur M N, inæquales angulos cum axibus A C, B C efficiēs, minorem quidem A C M, maiorem verò B C M; & ad punctum eius quodcumque, exempli causâ M radij optici
E emittantur A M, B M. Hos dico inæquales inter se esse.

Cùm verò duobus modis propositum eueniat, sit primò M N in eodem plano cum axibus A C & B C: atque ex C recta erigatur C H, quæ angulum A C B bipartitò secet; eadem ergo secabit & A B bifariam, quòd nimirum per 3. sexti Euclidis linea A B segmenta A H & H B eam inter se rationem habeant, quam radij A C & B C ex hypothesi æquales. Quare per 8. primi Euclid. erunt anguli A H C & B H C æqua-
F les, quoniam latera A H & H C lateribus B H & B C vtrumque vtrique æqualia sunt, & basis A C basi B C æqualis. Cùm verò anguli A H C, B H C æquales sint, erunt per 10. definitionem libri primi Euclid. ijdem recti. Rursus ex H recta ducatur H M, erit ergo angulus A H M recto minor, nempe pars toto, & B H M maior recto. Quocircà cùm in triangulis A H M & B H M duo latera A H & B H æqualia sint, latus verò H M vtrique commune, & angulus B H M angulo A H M maior, erit per 24. primi Euclidis & basis B M basi A M maior. Simili autem modo in ceteris, veluti A N & B N, ac quibuscumque alijs demonstratio instituetur.

Sit deinde M N non in eodem plano cum æqualibus axibus A C & B C, ducanturq́; ad idem punctum M radij A M & B M. Hos dico inæquales esse. Cùm enim in triangu-

 lis A M C

ſis A M C, B M C latera A C & B C æqualia ſint ex hypotheſi, & M C vtrique ſit cõmune; an- A
gulus verò A C M minor ſit angulo B C M ſub æqualibus lateribus contento ex hypotheſi,
erit per eamdem 24. primi Euclid. & baſis A M baſi B M minor. Cumque in ceteris veluti
A N & B N eadem ſit demonſtratio, vniuersè concluditur radios omnes ductos ab vtro-
que viſu, &c. quod initio propoſitum fuit demonſtrare.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Si radius communis in rectam quamdam lineam connectenti cen-
tra viſuum parallelam rectis inciderit angulis, erunt radij B
omnes, qui ab alternis viſibus ad puncta æquè à radio commu-
ni diſtantia procident, inter ſe æquales.

SIT ea quæ centra viſuum connectit A B, eique parallela G K, in cuius punctum C radius cõmunis H C rectis incidat angulis; puncta autem in ea ſumantur D & E pari interuallo à C diſsita: dico radios A E & B D ab alternis viſibus ad puncta E & D pertinentes æquales inter ſe eſſe.

Cùm enim A B & G K parallelæ conſtituantur, in eaſque incidat H C, erunt per 29. primi Euclidis angulus A H C angulo H C E, item angulus B H C angulo H C D æquales: at rectus ſupponitur vterque angulorum H C E & H C D; ergo & A H C, B H C recti erunt: ideoque recta H C
vtrique A B & G K perpendicularis per 10. definitionem lib. 1. Euclidis: quare, per 25.
huius, axes optici A C & B C æquales inter ſe erunt; & per 27. huius, angulus A C B per re- D
ctam H C ſectus erit bifariàm.

Si ergo æqualibus angulis H C D & H C E addãtur æquales, H C B quidem angulo H C D, ipſi verò H C E angulo angulus H C A, fient B C O & A C E anguli inter ſe æquales: at latera quibus hi anguli continentur æqualia quoque ſunt, nempe B C & C D trianguli B C D lateribus A C & C E trianguli A C E, vtrumque vtrique, hoc eſt B C ipſi A C per iam factam demonſtrationem; C D verò ipſi C E. ex hypotheſi igitur per 4. primi Euclidis ſubiectæ etiam baſes B D & A E æquales inter ſe erunt; quod erat demonſtrandum.

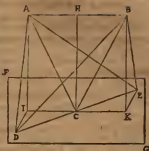
PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Si radius communis in ſubiectum planum rectis incidat angulis, & E
in eodem plano per punctum incidentiæ recta quædam linea du-
catur, radij ab alternis viſibus ad duo eius puncta pari inter-
uallo à communi radio diſiuncta, æquales inter ſe erunt.

HÆC propoſitio vniuerſalior eſt antecedente: poteſtque ſimili ferè modo
paucis mutatis demonſtrari. Sit igitur D E non parallela ipſi A B conne-
ctenti centra viſuum: ſed tamen in plano F G, cui H C radius communis F
rectis angulis inſiſtit, perque C punctum communis ſectionis H C & pla-
ni tranſiens. Sint etiam in eadem hac linea D E ſigna D & E æquali inter-
uallo ab C diſiuncta.

Dico radios A E & B D ab alternis eductos viſibus, æquales inter ſe eſſe. ducatur enim I K ipſi A B æqualis & parallela, ſic vt æquales etiam ſint eius I C & C K, iunganturque A I & B K, quæ per 33. primi Euclid. æquales & parallelæ erunt. iungãtur item I D & K E. His ita conſtructis, quoniam in triangulis C I D & C K E, C I ipſi C K, & C D ipſi C E æquales ſunt, hæc quidem ex hypotheſi, illæ verò ex conſtructione; eſt autem & angulus I C D angulo K C E per 15. 1. Eucl. æqualis; erit per 4. 1. Eucl. & baſis I D baſi K E æqualis.

Deinde,



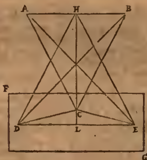
A Deinde, cùm in triangulis A I D, B K E sint A I & I D æquales ipsis B K & K E vtraque vtrique per iam exhibitam demõstrationem, sitq́; angulus A I D, angulo B K E æqualis, vtpote rectus vterque per 8. vndecimi Euclidis; quia nimirum H C, quæ vtrique A I & B K est parallela, subiecto plano ad rectos est angulos, erit basis quoque A D, basi B E æqualis per 4. primi Euclidis.

B Rursus, quoniam in triangulis A C D, B C E, æquales sunt A D & A C ipsis B E & B C vtraque vtrique, hoc est A D ipsi B E per iam factam demonstrationem, & A C ipsi B C per 27. huius; sitque ex hypothesi basis quoque C D, basi C E æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus C A D angulo C B E æqualis, ac proinde per 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt.

Demum, in triangulis A D E & B E D quandoquidem æqualis iam ostensa sit A D ipsi B E, sitque D E vtrique communis, angulus item A D E æqualis quoque iam probatus sit C angulo B E D sub æquis lateribus contento, sequitur per eamdem 4. primi Euclidis basim quoque A E basi B D æqualem esse. Similis autem est in ceteris demonstratio. Igitur si radius communis in subiectum planum, &c. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Sint axes optici inter se æquales, radiusq́; communis plano cuipiam rectis insistat angulis, dico alternos radios qui ad puncta æquè à radio communi disiuncta in linea connectenti centra visuum D *parallela porriguntur, æquales inter se esse.*



SVNTO axes optici A C & B C æquales; radius autem communis H C plano F G rectis angulis insistat: sumanturque in linea D E, quæ connectenti cētra visuum sit parallela, duo signa D & E pari interuallo ab C remota. non transeat autem D E per punctum C: (nam casus quo hæc linea per punctum incidentiæ incedit, superiùs est explica- E tus propositione 34.) dico alternos radios A E, B D, æquales inter se esse.

Ex H enim recta educatur H L connectenti centra visuum A B perpendicularis, quæ ipsi quoque D E perpendicularis erit, per 29. primi Euclidis. In parallelas namque A B, D E, recta incidens linea H L alternatim angulos æquales efficit; si igitur A H L & B H L anguli recti sint, vti supponimus, erunt & H L D, H L E recti.

Deinde, ducantur C D & C E quæ ex hypothesi æquales inter se erunt; supponimus F enim D & E ab C æquali interuallo distare.

Quoniam igitur in triangulis H C D & H C E æqualis est C D ipsi C E, & H C vtrique communis est; angulus autem H C D angulo H C E æquis lateribus contento æqualis est, vtpote rectus vterque per 3. definitionem vndecimi Euclidis, quòd H C plano, cui C D & C E inscribuntur, recta supponatur, erit & basis H D basi H E æqualis.

Rursus, quia æquales sunt H D & H E, erunt anguli H D E & H E D per 5. primi Euclid. æquales: est verò angulo H D E æqualis angulus A H D, quòd nempe in parallelas A B & D E recta incidens linea H D alternatim angulos æquales efficiat per 29. primi Euclidis: sic & angulo H E D angulus B H E est æqualis: igitur ipsi quoque A H D & B H E anguli inter se

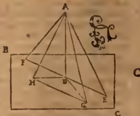
se erunt æquales. His proinde si communis addatur D H E, fient & compositi A H E, B H D A
æquales per communem notionem.

Cùm verò circum æquales iam ostensos angulos A H E & B H D, latera A H & H E lateribus B H & H D æqualia consistant vtrumque vtrique, erit & basis A E basi B D per 4. primi Euclidis æqualis; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Si vnius oculi axis opticus in subiectum planum rectis incidat angulis, erunt omnes radij, ab eo ducti ad puncta in plano æquè ab axe dißita, æquales. B

SIT A centrum visus in sublimi constitutum, à quo axis opticus A D in subiectum planum B C rectis angulis procidat. Sumantur autem E & F gemina puncta æquali spatio à D remota, quæ iungantur per rectam E F. Hæc si per D transeat, erunt A E & A F radij per 4. primi Euclid. æquales. Quoniam enim in triangulis A D E, A D F latus D E lateri D F æquale supponitur: est verò A D vtrique commune, & anguli A D E & A D F æquales sunt, quippe recti initio positi, erunt & bases A E & A F inter se æquales; quod erat demonstrandum.



C

Si verò sumantur puncta G & H æquè etiam à D remota, connectens autem illa G H non per D transeat: nihilominus ostendemus radios ab oculo A ad puncta G & H pertinentes æquales inter se esse. ducantur enim D G & D H, quæ quoniam æquales sunt ex hypothesi in triangulis A D G & A D H, est verò A D vtrique communis, & anguli A D G, A D H æquis lateribus contenti, recti sunt per 3. definitionem vndecimi libri Euclid. erunt per superiùs citatam 4. propofit. primi Euclidis & bases A G & A H inter se æquales; quod erat demonstrandum. D

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

A re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis res ipsa est, quæ spectatur; at vertices in oculis sunt.

TAMETSI in omnem partem medij perspicui emissitiæ formæ à re spectabili destinentur, tamen illæ solæ dignoscenti facultati obseruiunt, quæ directò in centrum visus porriguntur, vti sæpiùs hactenus dictum ostensumque est. Harum verò productiones, quoniam à re visa, quæ sensibilem latitudinem habet, initium sumunt, indeque sensim in angustum coactæ, tandem in punctum, quod centrum visus esse diximus, definiuntur, formam cuiusdam corporis acuminati induunt, de genere illorum, quæ τὰ ςέρεα Græce nuncupantur, angulum in oculo tamquam in vertice habens, basim verò ipsius rei visæ superficiem oculis obiectam. E

Hæc corporea forma interdum quidem est conus, vt cùm circulus planè obuersus spectatur; frequentiùs autem pyramis est basim habens rem ipsam quæ spectatur, subinde triangularem, interdum quadrangularem, aliàs alterius numeri multilateram superficiem. Vnde licet coni optici nomen interdum vsurpetur; frequentior tamen est vsus opticæ pyramidis, quo nos etiam in decursu orationis passim vtemur, ne multitudo synonymorum rem per se obscuram etiam reddat obscuriorem. F

Cumque eiusmodi sit, vti diximus, formarum eductio ac profluentia, necessariò efficitur, vt ab vna eadémque re, non modò ad geminos oculos, sed ad quotcumque etiam, ad quos rectis lineis formæ protenduntur, opticæ pyramides attineant. Id vero maximè ex eo apparet, quòd rerum imagines, à quacumque parte obiecti, in omnem partem medij perspicui destinentur. Ergo & ad quotcumque oculos, quo tandem vulueris loco consistant, dummodò ad illos liber pateat formarum per rectas lineas accessus. Igitur

a re

A à re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis est res ipsa quæ spectatur, vertices autem centra sunt visuum; quod erat ostendendum.

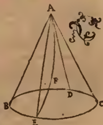
Cum res vna duobus spectatur oculis, anguli qui ad vertices sunt pyramidum opticarum, non semper æquales inter se existunt: nam præter directum obtutum, quo pyramides æquales esse oportet, in quamcumque partem limi oculi conuertantur, imparibus semper angulis formas rerum admittunt, quorum is maior est, qui ad propinquiorem oculum terminatur; is verò minor, qui oculum spectat remotiorem. Quod sane manifestum per se esse arbitror: id verò admiratione dignum puto, quo pacto fiat vt quæ limis oculis cernuntur, non omnia confusa ac velut informia videantur, etsi per axes B opticos in res ipsas defixos intuitus fiant. Nam maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus apparent. Si ergo res vna eademque altero quidem oculo maior, altero verò minor propter angulorum, in quos pyramides terminantur, inæqualitatem conspiciatur, illa profectò seipsa maior & minor, eodem tempore & ab eodem intuente videbitur: atque ita cùm singulorum oculorum phantasiæ minimè sibi congruant, confusa quædam ac perturbata rei imago sensui principi exhibebitur.

Hæc certè rationi consentanea videtur oratio: at, quod planè mirum est, non ita se res habet, sed limis etiam oculis res obiectæ clarè atque perspicuè cernuntur, cùm in eas optici axes intenduntur. Cuius rei causam hanc esse arbitror, quòd non ideò res obiectæ singulares appareant, quia apparentes imagines, quæ ab vnaquaque illarum ad C distinctos oculos porriguntur, sibi mutuò exactè congruunt: sed quia singulorum oculorum functionibus communis sensus ex æquo opem suam impertit, eodem vim suam exerens, quò per axes opticos oculorum acies intenduntur. Igitur eius, quod vterque simul oculus iugatis axibus intuetur, communis sensus vnam notionem effingit, non ex duabus illis, quæ ad singulos oculos pertinent, conflatam; sed propriam atque imaginatiuæ facultati, cui eam consignat, accommodatam. Licet ergo pyramidum opticarum, quæ ab eadem re ad duos oculos obliquè spectantes proueniunt, inæquales sint anguli, atque eapropter vni quidem oculo res eadem maior, alteri verò minor offeratur; non tamen eadem diuersitas in primarium sensum transit, si modò per axes intuitus fiat, vti diximus: si autem axes citra vel vltra rem propositam congrediantur, gemina quidem D eiusdem rei phantasia spectabitur, vt lib. 4. in fallaciis loci dicemus; at maior altera, altera minor apparebit, propter angulorum, quibus spectantur, inæqualitatem.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Pyramis optica per se immobilis est: mouetur autem ex accidenti, tota quidem moto obiecto; at moto oculo, solum ex parte.

Si per se moueri loco posset optica pyramis, id euenire interdum posset, oculo req; visa immotis ac persistentibus. Id autem fieri nulla ratione E posse perspicuum est, cùm manente pyramidis vertice, ac basi immota, superficies, quæ præter basin reliqua est, mutare locum omnino nequeat: basi etenim quiescente, singula eius puncta, veluti sunt B, C, D, E, suis locis firma consistunt. Si ergo & A vertex quiescat, singulæ etiam lineæ à basi ad verticem protractæ, vt sunt B A, C A, D A, E A, ac ceteræ, quæ ab aliis punctis eiusdem basis ad verticem educi possunt, immotæ perseuerant; propterea nimirum quòd à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere concedatur, ne aduersus commune axioma duæ re- F ctæ lineæ spatium comprehendant, quod profectò ruin eueniret, si a basis puncto E, exempli caussa, ad A verticem pyramidis opticæ alia quam E A recta linea extenderetur, cuiusmodi esset E F A. Fieri igitur non potest, vt basi ac vertice pyramidis opticæ persistentibus, superficies, quæ præter basin reliqua est, moueatur: quare pyramis optica per se immobilis est; quod primo loco ostendendum erat.



Deinde, moto obiecto, & basis pyramidis opticæ, & ea quæ præter basin est superficies, pariter mouentur; his autem duabus partibus tota pyramis continetur: igitur obiecto moto totam simul pyramidem opticam transferri manifestum est: verum hic

motus

motus ex accidenti est, quoniam eius causa non ipsa est pyramis, sed obiectum transmutatum; quod secundo loco probandum fuit. A

Demum, cùm sola superficies excepta basi verticem communem habeat, basi nulla sui parte verticem cötingente, perspicuũ est, si basis immota perseueret visibili quiescenti adhærens, solum autem centrum visus muretur, in quod pyramidis opticæ vertex terminatur, totam superficiem pyramidis opticæ oculi motum subsequi. Ex quo proinde constat, translato solo oculo pyramidem opticam ex accidenti quidem, sed ex parte tantummodò transmutari; quod tertio loco propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XL. THEOREMA. B

Axis pyramidis opticæ mouetur quidem mota pyramide; at situm in ea non mutat.

NON æquè, fateor, in pyramide atque in cono axis nomenclatura vsurpatur: propriè namque axis dicitur ea linea, circa quam res quæpiam circumagitur. Vnde in cono, qui ex conuersio circum quiescens alterum latus eorum, quæ rectum angulum continent, orthogonio triangulo gignitur, cùm in eumdem rursus locum triangulũ restitutum fuerit, vnde moueri cœperat, axis propriè dicitur quiescens illa linea, circum quam triangulum vertitur. C

Tamen in pyramide, ex quadam cum cono similitudine & cognatione, axem vocamus eam lineam, quæ à vertice in subiectam basin ita incidit, vt ductum per eam planum pyramidis angulum qui ad verticem est, secet bifariàm, seu quæ per verticem, ac rectæ basis centrum transit; quod in definitione nona huius libri clariùs est explicatum. Hæc enim proprietas prima præcipuaque esse videtur ex illis, quæ in vetum axem quadrant. Et vt non modò in circulo, verùm etiam in triangulo, quadratoque ac ceteris isoperimetris figuris planis centrum seu punctum quoddam reperitur, per quod ductæ ad circumferentiam lineæ, quas diametros vocant, eam bipartito diuidunt: ita in solidis non tantùm in cono, qui circulum basin habet, sed etiam in pyramide, cuius basis triangulum, vel quadratum, aliúdve polypleuron, linea quæ à vertice in centrum basis terminatur, axis potest nuncupari, eam ob causam, quòd plana, quæ per eam aguntur, diametrísque basis insistunt, ipsum solidum ita secent bifariàm, quemadmodum basin diametri. D

Exposita in hunc modum axis natura, perspicuum relinquitur axem pyramidis opticæ moueri quidem mota pyramide: nam cùm mouetur optica pyramis, consequens est, vt aut vertex, aut basis, aut simul vtrumque locum mutet; at mutato vel vertice, vel basis centro, vel vtroque, axem sequi necesse est, cùm is per vtrumque ducatur: igitur mota pyramide optica, axem quoque pariter transferri necesse est.

At situm propterea non mutat: quoniam enim vtcumque pyramis optica moueatur, vertex eius semper in oculo est, centrum autem basis numquam à medio ipsius discedat, perspicuè sequitur, axem qui per vtrumque transit, eumdem semper ac firmum situm in optica pyramide retinere; quod erat ostendendum. E

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Axem opticum extra pyramidem subinde excurrere nil vetat.

PRÆNOTANDVM est alium esse axem opticum, alium verò pyramidis axem. Nam opticus axis ille dicitur radius, qui superficiem visus rectis angulis pertransit; pyramidis autem axis est, qui à vertice ad centrum rectæ baseus ducitur. Vnde fit, vt mota pyramidis basi, oculo verò subsistente, moueatur axis pyramidis, optico axe immoto: at contrà circumacto oculo, basi autem persistente, axis opticus maximam mutationem suscipiat, qua parte rem attingit; pyramidis autem axis ad rem visam quiescat. F

His præcognitis, iam per se notum euadit, qui fieri possit, vt axis opticus extra visualem pyramidem procurrat, nimirum si obiectum in vno sit loco, axis autem opticus in alium dirigatur, fortè eueniet, vt axis obiectum non attingat. Exempli gratia, si axis opticus sit A B, visile autem C D obliquo oculo A ita spectatum, vt axis opticus in B defixus maneat;

A maneat; obiectum autem obliquis radiis ad aspectum perueniat. Quod si concedatur, consequens erit, vt axis opticus extra pyramidem A C D cadat. nam pyramis optica duabus tantùm superficiebus circumscribitur, vna rei spectatæ, quæ ipsi tamquam basis substernitur: altera illa radiosa, quæ à perimetro basis in centrum visus rectà extenditur: at si opticus axis rem visilem non attingat, non incidet in basin pyramidis opticæ, quæ est ipsa rei superficies: ac propterea etiam



B extra eam superficiem cadet, quæ præter basin vndique pyramidem cingit. Est enim hæc extrema omnium earum, tum superficierum, tum linearum, quæ ab oculo ad basin porriguntur. Vnde si intra eam opticus axis incideret, & basis ipsum exciperet: at extra basin, id est rem visilem, protendi supponitur: ipsum igitur hac constitutione extra pyramidem procidere necesse est; quod propositum fuit demonstrare.

Fieri autem omnino nequit, vt axis opticus verticem pyramidis aliquando subtendat: cuius rei in promptu est perspicuaq; demonstratio, inde desumpta, quòd axis opticus verticem pyramidis visualis pertranseat. in centrum enim visus, velut in communem terminum, & pyramis & axis opticus definiuntur. nequit igitur axis angulum vertica-
C lem pyramidis opticæ subtendere, per cuius communem linearum concursum necessariò incedit.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Visus percipit magnitudinem anguli, qui ad verticem est pyramidis opticæ, ex magnitudine eius portionis araneæ tunicæ, quam rei simulachrum inuadit.

De illo angulo hîc sermo est, qui in centro obtutus ex concursu radiorũ effi-
D citur, & in quem vertex pyramidis opticæ definitur; cuius magnitudinem quo pacto visu percipi contingat, ab ipso specierũ appulsu accipiendũ est. Formæ visibiles, quæ ab externis rebus directò in centrum visus destinantur, prius araneam pertranseunt, quàm in centro visus congrediantur, atque in ea eius parte quam occupant, velut in compendium redactæ, eumdem ordinem situmq; obtinent, quem in rebus ipsis habebant. Inde enim ab ipsis rebus, vnde emanant, sensim coarctantur, atque per angustum pupillæ aditum coactæ ad centrum vsque obtutus perstringuntur, araneam prius prætereuectæ, vbi nouæ quodammodò pyramidis basin efficiunt, cuius magnitudo propria est illius anguli mensura, qui in verticem pyramidis definit: cum verò præcipuam sentiendi vim ac facultatem ad araneam
E pertinere superiori libro propositione 27. sit demonstratum, dubio procul aranea dum speciem qua imbuitur percipit, eius pariter magnitudinem dignoscit, hoc ipso, quòd non tota aranea in actionem videndi incumbat, sed ea tantùm eius portio quam species inficit, ex cuius proinde magnitudine quantitatem anguli verticalis cognoscit.

Hic obiter notandum non rectè Vitellonem asserere lib. 4. proposit. 17. ita se habere angulum pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars superficiei visus quæ forma rei insignitur ad totam oculi sphæram. Neque enim ex ipsius sententia pyramis optica verticem propriè habet, cùm nullam radiorum coitionem faciat; sed vt ipse lib. 3. propos. 21. & 22. fusè edisserit, radij à centro visus prius fracti discedunt, quam in illud conueniant.

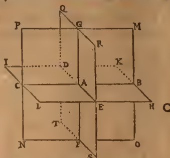
F Deinde, nos etiam superiore libro propos. 7. manifestè ostendimus non idem esse visus centrum, atque araneæ tunicæ, aut totius oculi, siquidem hæc omnia centris differunt. Igitur non ita se habet angulus pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars superficiei visus, quæ angulum ad verticem pyramidis opticæ constitutum subtendit, ad totam oculi sphæram. id enim de angulo tantùm, qui ad centrum sphæræ constituitur, veritatem habet.

Præterea radiorum infractione, quam per oculi humores fieri diximus proposit. 8. & 9. huius libri, fit vt eadem proportio esse nequeat anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ est superficiei visus ad totam oculi superficiem. Esto enim

(quoniam

(quoniam id Vitelloni placet) vt idem sit visus centrum, quod araneæ tunicæ ac totius A
oculi. quoniam verò per oculi humores radij fracti penetrant, minor omnino angulus
sit necesse est ad centrum visus ex concursu fractorum radiorum excitatus, quàm foret si
radij liberè in centrum visus rectaque commearent. Ergo per 8. quinti Euclidis minor
est ratio anguli ex congressu fractorum radiorum effecti ad octo rectos, quàm eius qui ex
directis fit lineis. quocirca & minor ratio est anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ
reipsa constituitur ad octo rectos, quàm sit illius partis superficiei visus, quæ simulachro
rei imbuitur ad vniuersum oculi ambitum.

Quod vt clarius eiucescat, sciendum est circa vnum idemq; punctum octo angulos
rectos solidos constitui posse. si enim per datum punctum A recta ducatur linea B C, in B
eamq; ad datum punctum A alia quæpiam incidat recta linea D A, quæ cum priore duos
æquales angulos efficiat, rectus erit vterque planorum angulorum D A B & D A C per 10. definitionē primi Euclidis. Si verò eadem D A producatur in E, rectus iterùm erit vterque angulorum: namque E A B æqualis est ipsi D A C per 15 primi Euclid & E A C ipsi D A B per eamdem æqualis: quare erunt omnes quatuor plani anguli recti in eodem plano H L I K constituti per 2. vndecimi Euclidis. C



Rursus si ex puncto A plani H I perpendicularis excitetur A G per 12. vndecimi Euclidis, ea per 3. definitionem vndecimi Euclidis cum iam dictis A B, A C, A D & A E, rectos angulos
efficiet; eademque A G si producatur in F, quatuor itidem rectos angulos infra planum
H I constituet. Erunt ergo plani anguli recti omnino duodecim, nempe quatuor in plano
H I his litteris signati B A E, E A C, C A D, D A B: totidem suprà, nimirum B A G, E A G,
C A G, D A G: ac totidem infrà, videlicet B A F, E A F, C A F, D A F.

Cumq; in constitutione angulorum solidorum singuli bis assumantur, erunt vniuersi D
potestate anguli recti plani viginti quatuor, è quibus cum terni rectum solidum conflent,
erunt circa punctum A solidi anguli recti octo. nam ter octo vigintiquatuor efficiunt.
Primus constat tribus rectangulis planis M A, R A, H A: secundus tribus hisce R A, P A, L A:
tertius P A, Q A, I A: quartus Q A, M A & K A. atque hi superiores sunt; inferiores autem
totidem simili modo colliguntur. Primus enim tribus his constat planis O A, S A, H A:
secundus S A, N A, L A: tertius N A, T A, I A: quartus T A, O A, K A.

Quemadmodum verò per secundum corollarium Clauij ad 33. propos. sexti Euclid.
angulus qui ad centrū, eam habet rationem ad quatuor rectos planos, quam subtendens
arcus ad totam circuli peripheriam, propterea quod per vltimam sexti Euclidis anguli
ad centrum circuli constituti eamdem habeant rationem cum peripheriis, quibus insi- E
stunt: ita in sphæra eam rationem habet angulus solidus ad centrum constitutus ad octo
rectos solidos, quam pars peripheriæ, cui ille insistit ad vniuersum sphæræ ambitum.

Ex his apertè conuincitur fieri non posse, vt eam rationem habeat angulus pyramidis
opticæ ad octo rectos, quam ea pars superficiei visus, quæ formâ obsignatur, habet ad totum oculi perimetrum, nisi centrum visus idem esse concedatur, quod araneæ tunicæ ac
totius oculi, quod nos propos. 7. superioris lib. confutauimus. nec profectò hoc satis est:
sed prætereà opticos radios in centrum visus congredi est necesse, quod Vitellonis sententiæ aduersatur. & verò id etiam exigitur, vt radij per oculi humores tunicasque impune ac citra flexum peruadant, quod nos propos. 8. & 9. superiùs citata reiecimus. F

Hæc igitur cum ita se habeant, liquidò patet Vitellonem non rectè pronuntiasse, eamdem rationem esse anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ est superficiei visus forma rei insignitæ ad totum oculi ambitum.

Superest igitur, vt non alia ratione amplitudinem anguli, qui ad verticem radiosæ pyramidis constituitur, ex affecta parte araneæ visus cognoscat, quàm quia communis sensus, qui suam etiam externi visui actionem impertit, hanc prænotionem quasi a natura insitam habet, maiorem sentientis organi partem maiori angulo ad centrum visus subiici debere. Centrum namque visus immobile est: ergo araneæ tunicæ, quæ potissimùm sentiendi vi pollet, pars maior radiis diductioribus circùm ambitur, minor verò arctioribus,

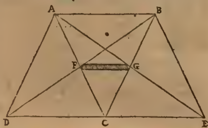
A ribus, non quòd ad amussim, atque exacta proportione ista sibi respondeant; sed quòd proximè ad iustitiam accedant, propterea quòd centrú visus à centro araneæ tunicæ minimo distet interuallo. Cùm ergo perexiguú discrimen illud sit, quod ex centrorum diuersitate in angulum pyramidis opticæ araneæque tunicæ superficiem inuehitur, mentò dicimus ex affecta portione araneæ angulum radiosæ pyramidis, qui ad centrum visus protenditur, velut propria mensura æstimari.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

B *Corpus opacum inter rem visilem aspectumq́, interiectum, si axibus comprehendatur, nullam quidem rei partem obteget; efficiet tamen vt pars aliqua obscuriùs appareat.*



SINT axes optici A C & B C defixi in punctum C rei visibilis D E: hanc inter & vtrumque oculum corpus interijciatur F G ab axibus A C & B C



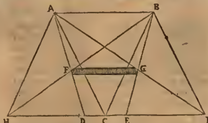
C comprehensum: dico totum visile D E apparere, nullamque eius partẽ à corpore F G obtegi. Nam pars C D videtur à visu A, propterea quòd ab ea ad oculú radij directò extendi possunt, per secundam hypothesin huius libri: pars verò C E à visu B eamdem ob causam conspicitur. At tota D E obscuriùs videtur, quàm partes ceteræ quæ deinceps hinc inde procurrunt: siquidem totius D E nulla portio à duobus visibus, sed vnaquæque ab D altero tantùm conspicitur. Excellentior autem clariorque est visio ab vtroque oculo simul, quàm ab altero tantùm, vt libro primo propositione 76. est demonstratum: igitur perspicuum est id, quod initio propositum fuit.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Iisdem resumptis quæ in præcedente propositione, si interpositum corpus axes opticos excedat, pars aliqua visilis extra conspectum cadet, alia ab altero oculorum tantùm conspicietur; quod E *reliquum est, vterque oculus comprehendet.*



RVRSVS sint axes optici A C & B C defixi in punctum C rei visibilis H I; corpusque interiectum F G axes vtrimq; excedat: dico in primis D E visilis partẽ omnino extra conspectum esse per secundam hy-



F pothesin huius libri. Siquidem præter A D & B E radios, qui per extremitates corporis opaci destinantur, multæ aliæ rectæ lineæ ab oculis ad lineam D E produci queunt.

Deinde dico D H & E I ab altero oculorum tantùm conspici, nempe D H ab oculo A per radios A D, A H ac ceteros intermedios: E I verò ab oculo B, radiis B E, B I, ceterisque, qui inter hos medij duci possunt. Quod etiam liquet per eamdem secundam hypothesin huius libri.

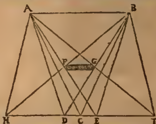
Demum, quidquid ab H & I vtrimque reliquum est, vterque oculus assequitur. Est A enim E extremum signorum, quæ versus C ab opaco corpore F G obteguntur, sic vt omne quod ab E ad partes I consequens est, oculus B attingat: I verò extremum est eorum quæ visui A ad partes C surripiuntur. Igitur quidquid post I deinceps sequitur, vterque visus complectitur, per eamdem secundam hypothesin; quòd nimirum libera inde sit ad vtrumque aspectum specierum eductio: eodemque modo, de eo quod post H consequitur, ostendi potest. quare patet quod propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Iterùm repositis eisdem, si interiectum corpus axes non attingat, B *pars media & extrema rei visibilis ab vtroque visu; duæ verò hinc inde inter mediam & extremas posita, ab altero oculorum tantùm conspicientur.*



SINT iterùm repositi visus A & B, axesque optici A C & B C in punctum C rei visibilis H I defixi; corpus autem F G inter oculos ac rem visibilem positum, sic vt axes non attingat: dico primò, ductis per extrema corporis interpositi radiis A E, A I, item B D, B H, portionem D E vtroque visu conspicuam esse. Cùm enim F G axes non attingat, necesse est A E & B D intra axes sese intersecare, ac proinde A E vltra C versus I, item B D vltra C versus H protendi. Quare portionem D E vterque aspectus complectetur, A quidem radiis A E & A D; B verò radiis B D & B E. Sic quæ vltra H & I longiùs à C portiones excurrunt, vtrique aspectui patent, vt manifestum est ex libera radiorum promissione, quemadmodum & in superiore propositione ostensum est. C D

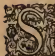


At cùm F G intra radios B H & B D contineatur, oculo B aspectũ portionis D H surripit; videtur autem eadem portio D H ab oculo A, quoniã radij A D & A H ab F G non intercipiũtur, vt ex eo manifestè constat, quòd corpus F G intra axes A C & B C contineatur; A D verò extra eosdẽ axes cadat. Cumq; eodẽ modo ostendi possit E I oculo A occultari, patere autem eius prospectũ oculo B, fit, vt D H & E I altero oculorum tantùm conspiciantur; media verò D E & extremæ, quæ vltra H & I vagantur, vtrique oculo expositæ sint.

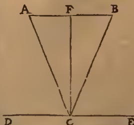
DE HOROPTERE.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA. E

Horopter cum axibus opticis, eaq; quæ centra visuum connectit, in eodem est plano.



SVNTO A & B centra visuum, è quibus optici axes A C & B C prosiliant (siue illi pares sint longitudine, vt in directo aspectu; siue impares, vt in obliquo, nihil interest) cẽtra autem visuum recta coniungat linea A B: denique per C axium concursum horopter incedat D E. hunc dico in eodem esse cum axibus plano; quoniam enim A B & D E parallelæ sunt inter sese per decimam huius libri definitionem, erunt A C & B C in eodem, in quo & A B & D E plano per 7. vndecimi Euclidis. Itaque horopter, axesq; optici, & quæ centra visuum connectit, in vno eodemque plano simul omnes extenduntur; quod erat demonstrandum. F



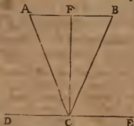
PRO-

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem rectis incidat angulis, & cum axibus horopter æquales angulos efficiet.

Duobus visibus A & B axes optici promittantur A C & B C, radiusque communis F C in horopterem D E rectis incidat angulis. dico illos, quos horopter cum axibus facit angulos, nempe A C D & B C E, æquales inter se esse. Cùm enim per 10. huius libri definitionem constet horopterem, ei quæ connectit centra visuum, parallelam esse, erunt per 29. primi Euclidis etiam recti illi, quos idem communis radius cum connectente efficit, videlicet A F C & B F C: ac proinde per 25. huius libri & axes optici A C, B C æquales inter se erunt: est verò vtrique triangulo A F C, B F C communis F C, basisque A F basi B F æqualis per 6. definitionem huius libri: ergo per 8. primi Euclidis anguli A C F, B C F, æquis lateribus contenti, æquales inter se erunt. Quos tandem si ab æqualibus rectis F C D & F C E detraxeris, reliqui A C D, B C E per communem notionem inter se æquales erunt; quod erat demonstrandum.

B

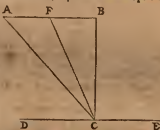


C

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem obliquis incidat angulis, erunt & illi, quos horopter cum axibus facit, inæquales.

D ESTO rursus vnius visus centrum A, alterius B, atque ab his in horopterem proiecti axes A C & B C, ita vt radius communis F C obliquè in horopterem incidat: dico angulos quoque A C D & B C E obliquos & inæquales esse; siquidem horopter, & ea quæ centra visuum iungit, parallelæ cùm sint per 10. definitionem huius libri, incidens in vtramque A B & D E communis radius F C alternos angulos æquales



E facit per 29. primi Euclidis, hoc est A F C, ipsi F C E & B F C ipsi F C D, eruntque; ad connectentem, quemadmodum ad horopterem, obliqui & inæquales; sit autem maior A F C quàm B F C: erit ergo per 24. primi Euclidis, & basis A C basi B C maior; quia nimirum in triangulis A F C, B F C latus A F lateri B F æquale est per radij communis definitionem, latus verò F C vtrique cõmune est, & angulus A F C iam suppositus maior angulo B F C: est igitur basis A C basi B C maior. Vnde vlterius efficitur per 18. primi Euclidis, vt in triangulo A B C angulus A B C, cui maius latus subijcitur, sit maior angulo B A C lateri minori insistente. Sed per 29. primi Euclidis angulo A B C æqualis est angulus B C E, angulo verò B A C angulus A C D æqualis: sunt

F igitur anguli, quos horopter cum axibus efficit, inæquales, & B C E quidem maior, quàm A C D; quod erat demonstrandum.

Hæc angulorum inæqualitas eo tantùm motu obuenire potest, quo oculi in obliquum torquentur, dextram aut sinistram versus; non verò illo quo vel in sublime efferuntur, vel in imum deprimuntur. Oculo siquidem in has plagas transmutato, & horopterem mutari necesse est, quia nimirum planum mutatur in quo optici axes existunt; quod minime accidit, cùm solùm in latera oculi obliquantur.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA. A

Quidquid conspicitur in eodem cum axibus existens plano, id omne in horoptere verum vel apparentem locum habet.



MAGNA sanè vis est atque potestas eius lineæ, quæ per iugatorum axium
concursum ducitur, ei, quæ centra visuum connectit, parallela: (horo-
pterem ab effectu anteà nominauimus definitione 10. huius libri.) Hanc
profectò nemo satis demirari poterit, qui naturam visionis curiosiùs fuerit B
perscrutatus: est enim illa intuitus ipsius velut meta, ad quam radij omnes
ab oculo profecti contendunt, aut velut translucidum quoddam interseptum, ea ab
inuicem dirimens, quæcumque vltra citràve axium concursum in eodem cum axibus
plano existunt, in quod proinde eorum omnium quæ spectantur, loca vniuersa cùm
propria tum phantastica seu apparentia recipiuntur: propria quidem ac vera, cùm in illo
res etiam ipsæ spectatæ existunt; aliena verò seu apparentia, cùm vel citra ipsum consti-
tutæ sunt, vel vltrà procurrunt. Omnia siquidem in horoptere apparent, ac nonnulla
quidem distinctè, alia confusè; atque ex his quædam singularia, alia geminata.

Quorum omnium propriam ac genuinam caussam si quis postulet, aliam equidem
non reperio, quàm ipsam oculorum naturam, ita à prima sui origine comparatam, vt C
quemadmodum in eo horopteris puncto, in quod axes conueniunt, res constitutæ di-
stinctissimè cernuntur, ita secundo loco imperfectè quidem, sed minùs ea videantur,
quæ in reliquis horopteris partibus versantur; ac tertio denique loco omnium imperfe-
ctissimè ea, quæ extra horopterem excurrunt, quæ proinde gemina etiam conspi-
ciuntur, vt libro 4. in fallaciis loci & numeri, Deo propitio, docebimus: sic vt omnia
quæ in eodem cum axibus plano constituta oculis obuersantur, apparentem locum con-
gressiuni axium, quàm fieri potest proximum sortiantur: ea est enim conditio sensus
communis, aut (si quæ alia est) attendentis facultatis, vt eò semper vires intendat, vbi
axes conueniunt.

Hæc proprietas quia ex ipsius aspectus natura intimisque recessibus proximè ema- D
nat, haud facilè probari potest eo demonstrandi genere, quod A priori vocant. nam sin-
gularum rerum naturæ minùs nobis perspectæ sunt, aut si aliquarum notitiam habere
videmur, hanc ab iis quæ natura sunt posteriora, accepimus. Quocircà hanc horopte-
ris proprietatem, tum ab effectis, tum ab impossibili, quod oppositum comitatur, argu-
mentando stabiliemus.

Primò quidem efficax huius rei argumentum est, quòd nisi statuamus omnia in ho-
roptere videri, nulla idonea caussa reddi possit, ob quam certa oculorum dispositione res
quædam geminæ conspiciantur. Nam quæcumque ab aliis huius fallaciæ caussæ in me-
dium adducuntur, siue à communi neruorum opticorum principio, siue ab imaginum
perturbatione, siue à spirituum animalium dissipatione, siue aliunde desumptæ, has om- E
nes ad propositum explicandum minus idoneas esse lib. 4. in fallaciis numeri perspicuè
ostendemus. Quapropter vti in astronomicis rebus phænomena hypothesibus expli-
cantur, illæque hypotheses præcipuè ab omnibus commendantur, quæ ad saluandas
phænomenon rationes potissimùm valent: ita in confesso esse oportet hanc horopteris
proprietatem, qua ad explicandas fallacias loci, geminosque aspectus, nil videtur excogi-
tari posse accommodatius. Siquidem cùm rei cuiuspiam phantasia geminatur, tum ea
duobus spectatur locis; nam si vno tantùm loco cerneretur, res ipsa singularis appareret:
nunc ergo cùm gemina videri supponatur, duobus eam locis spectari est necesse: at ho-
rum neuter proprius esse potest; quod enim proprio in loco spectatur, singulare apparet: F
vterque igitur locus alienus est. Nusquam verò commodiùs ac etiam veriùs apparens
rei locus statui potest, quàm in horoptere, citra vel vltra quem nihil reperire est, quod
radium opticum ab oculo per rem extensum definiat. Hic igitur eorum omnium, quæ
oculis obijciuntur in plano, in quo axes, apparentia loca in se recipit.

Accedit ad hanc ipsam rem confirmandam haud obscurum experimentum, à gemi-
nato aspectu desumptum. Cùm enim duæ res in axibus opticis constitutæ tribus nume-
rantur locis (id quo pacto fiat lib. 4. dicemus in fallaciis loci) tum tres apparentes phan-
tasiæ in rectam lineam, illi quæ centra visuum connectit parallelam, dispositæ conspi-
ciuntur. at mediam constat in horopterem transfundi, eo scilicet loci vbi inter se axes
commit-

A committuntur. Igitur & reliquæ in eodem horoptere apparentem locum habent: is quippe per axium concursum mediamque phantasiam incedit. Ex his duplex causa elici potest, cur è tribus phantasiis, illa quæ medio sita est loco, perfectiùs euidentiúsque cernatur: primò namque quia axibus cernitur; secundò quia ex duabus effecta est vna. Idem per omnia experimur in eo aspectu, quo subinde res duæ quatuor locis numerantur. omnes enim phantasiæ in rectam lineam oculorum distantiæ parallelam rediguntur, quamuis res ipsæ in lineam visibus parallelam constitutæ non sint.

Itaque quemadmodum in rebus aliis non paucis, ita in ratione aspectus, rei imaginariæ vim ac potestatem licet admirari. Est enim horopter non vera aliqua, atque in materiam conserta linea; sed quam animus ex ratione confingit: non secus, atque in cælestibus orbibus coluros, tropicos, horarios, aliósque sine numero circulos Astronomi sola mente concipiunt, quorum ope, ea quæ in astrorum lationibus cernuntur, phænomena velut propria ex causa eliciunt, explicant, probant, inque veram scientiæ lucem transcribunt. aut velut tempus quoddam sibi mens nostra effingit, quod, tametsi nullus existat in rebus motus, interrumpi tamen numquam possit. aut velut supra extimum cæli ambitum spatia quædam imaginamur (vbi reipsa aliquid esse ratio dissuadet) in quibus alios mundos constitui nihil prohibeat, & per quæ citeri corpus aliquod posset ocyùs vel tardiùs; esto nullus ibi sit locus, a quo & ad quem motus fiat; quamuis item nullum sit tempus, secundùm quod citiùs tardiúsve res mobilis spatium decurrat. Ita inquam lineam quamdam per axium opticorum concursum animo ducimus, quæ tametsi nusquam reipsa sit, ea tamen aspectus noster definitur, & quodammodò à vago situ intra certos terminos constringitur, quæ proinde linea ad omnem intuitum mutabilis est: vti enim mutato aspectu axes optici mutantur, ita & horopterem pariter mutari est necesse.

Porrò cùm dicimus res omnes in horoptere apparentia loca capessere, non intelligimus ea illic distinctè internosci, seu ea cognitione, quæ de rerum veritate sententiam fert; sed confusè ac velut indefinitè: non enim internus sensus suapte vi vnà cum re propriũ etiam rei locum percipit; sed rem quasi indefinito loco. Vnde vnus oculus, licet communis sensus præsidio adiutus, verum rei locum non assequitur: sed præter communem facultatem, duorum præterea oculorum conspiratione ad distinctam loci dignotionem opus omnino est. & quamquam rem nullo loco propriè videri impossibile forsitan esse nonnullus arbitrabitur, ea ratione inductus, quod quemadmodum nihil illud est quod nusquam est, ita omnino non videatur id quod nusquam videtur; est tamen illud non modò possibile, verùm etiam necessarium, quoties nimirum vel vnus tantùm oculus in visionem incumbit, vel extra axium concursum res constituta vtroque oculo cernitur. His namque casibus id primò constat, rem in illo radio, qui per ipsam ducitur, apparere; at in qua eius sit parte necdum compertum est, nisi iunctis ambobus luminum axibus communis facultas accedat, quæ locum definitò decernat. Ergo præter id solum, quod in concursu axium existit, cetera omnia in horoptere indefinitè videri intelligenda sunt; non autem certa atque indubitata loci dignotione.

(B, C, D, E are marginal letters beside the lines beginning "teriam conserta linea", "rat. Ita inquam", "nem facultatem", "telligenda sunt".)

PROPOSITIO L. THEOREMA.

Quæcumque extra axium opticorum regionem excurrunt, ea omnia in horopteris plano cernuntur, eo loci, vbi illud radij producti attingunt.

F QVAM vim horopteri inesse diximus, eamdem & horopteris plano communem esse satis superque ex superiùs demonstratis constat. Vti enim horopter ad ea se habet quæ in aliqua parte eius regionis seu superficiei existunt, per quam axes optici incedunt: ita horopteris planum se habet ad cetera, quæ extra opticorum axium plagam regionemque procurrunt. Horum enim omnium loca, seu vera seu apparentia, in se recipit ad eas partes, in quas radij per res visiles ducti impingunt. Quod sane iisdem rationibus demonstrari potest, quibus in horopteris explicatione superiore propositione vsi fuimus. Est enim horopteris planum ex innumeris quodammodò horopteribus in axium congressu sese intersecantibus conflatum, cuius medium punctum, in quod axes conueniunt, tamquam vmbilicus directum obtutum definit; ceteræ autem partes ad illos aspectus pertinent, qui extra

axium opticorum regionem emittuntur. Quocircà primarius ſenſus, qui ſuapte vi A eò ſemper contendit, quò axes coëunt, eorum omnium, quæ extra horopteris planum axiumque regionem oculis obijciuntur, phantaſias in ipſum horopteris planum transfundit, incerta quadam, vti ſuperiùs diximus, loci æſtimatione; non verò ea dignotionis perfectione, qua res ipſæ in horopteris plano, ceu proprio ac definito loco, conſpiciuntur.

Ex his colligas horopteris planum inſtar tabulæ eſſe natura perſpicuæ, ac directò oculis obuerſæ, in quam omnium eorum, quæ ſpectantur, phantaſiæ ſe recipiunt: ita vt in ipſa omnium imagines opticè ac velut proiectione quadam deſcriptæ eſſe videantur.



FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM
LIBER TERTIVS
DE
COMMVNIVM OBIECTORVM
COGNITIONE.



ARGVMENTVM.

NATVRÆ ſimul ac doctrinæ ordo expoſcit, vt definita viſus eſſentia, præcipuaque eius affectione, quæ ad viſionis modum opticorumque radiorum traductionem pertinet, explicata, ad communium viſibilium cognitionem veniamus. Hæc enim per ſe quidem, at non primò, vt ea quæ propria dicuntur, ſub aſpectum cadunt. Nam lux & color ſimplici obtutu; hæc verò aut collatione, aut diſtinctione, aut antecedente notione, aut ſyllogiſmo, aut alia demum ratione, quam internus ſenſus variam ac multiplicem adminiſtrat, cognoſcuntur. Quod ſanè ex eo prouenire videtur, quòd hæc non propriè ad viſus facultatem attineant, ſed aliis quoque ſenſibus ſeſe ingerant: vnde

non nisi communis sensus præsidio, cuius est de omnium externarum potentiarum diffe- A
rentiis scire, iudicare, ac sententiam ferre, in cognitionem veniunt. Nouem ea omnino
numerari lib. 1. propos. 29. ostendimus, nempe DISTANTIAM, QVANTITA-
TEM, FIGVRAM, LOCVM, SITVM, CONTINVITATEM, DISCRE-
TIONEM, MOTVM, QVIETEM. *Inter quæ primo loco Distantiam numeramus.*
tametsi enim naturæ ordine prima sit Quantitas, eaq; de causa lib. 1. prop. 29. eam pri-
mo loco recensuimus; hic tamen doctrinæ ordinem sequentes, Distantiam præmittimus,
ex cuius perceptione ceterorum cognitio dependet. Distantia complectitur longinquum B
propinquum, altum profundum, & quædam alia. Sub Quantitate magnum & par-
uum, crassum tenue, longum latum, æquale & inæquale, aliaq; eiusmodi continentur.
Figura sub se habet rectum curuum, conuexum concauum, asperum læue, acutum obtu-
sum, ac cetera eiusmodi. Ad Locum spectant positionum differentiæ, quæ sex à philoso-
phis numerantur, supernum infernum, dextrum sinistrum, ante & retro. Ad Situm
pertinent sessio, statio, ordo, dispositio, aliaque permulta. A quibus erecti, iacentis,
proni, supini, inclinati, & similes appellationes proueniunt. Continuitas vnitatem; C
Discretio numerum, multitudinem, paucitatemque gignit. Motum tempus consequi-
tur. Quies demum de genere illorum cum sit, quæ in priuatione consistunt, sterilis est,
nulliusque fecunda prolis. His adde media illa obiecta quæ nec propria nec communia
esse diximus lib. 1 prop. 29. tamen non ex accidenti illa aspectu dignosci constat, vt sunt
TRANSPARENTIA OPACITAS, VMBRAE TENEBRAE, SI-
MILITVDO DISSIMILITVDO, PVLCHRITVDO DEFOR-
MITAS. *Hæc quæ modò sunt recensita, quo pacto singula visu dignoscantur, tertio*
hoc libro explicare instituimus vt, strata molliter via; pronior planiorque fiat erro- D
rum, qui circa visum contingunt, tractatio, in sequentem librum studio asseruata.

HYPOTHESIS.

Communia obiecta visus alia ex aliis cognosci.



HANC communium obiectorum proprietatem vt per se notam supponi-
mus, cumq; nulli non conueniat, plurimaque eius exempla in singulis re-
periantur, superuacaneum fore arbitror diffusius hanc veritatem expli- E
care; ergo pauca, eaque illustriora exempla rem ipsam planam facient.
Quis neget Distantiam ex nota rei magnitudine subinde argumentando
colligi, ex illa præsertim communi notione, qua quisque longè abesse illa iudicat, quæ
parua apparent, cùm magna reipsa sint? Et è conuerso quis ignorat astra, etiam quæ mi-
nora apparent, maiora pronuntiari, perspecto ampliori illorum à nobis interuallo? Sic
incertus rei locus non rarò ex nota distantia magnitudineve solertia quadam eruitur. Et
ex cognitis partium locis figura, situs, continuatio, discretio, motus, aliaque quæ ad lo-
cum spectant, deprehenduntur. Quid plura commemorem? cùm ex his satis superque
constet, communia visus obiecta in mutuam cognitionem ducere.

Inde verò hæc proprietas originem ducit, quòd non modò obiecta visus, sed etiam F
quæcumque ceterorum sensuum organa subeunt, mox inde in principem sensum men-
temq; conscendant, vbi infinita quadam capacitate excepta, postquam singula suis per-
functa sunt muniis, ratione componuntur, atque in ordinem rediguntur. nec enim, vt
Ecclesiastes cap. 1. oculus satiatur visu, nec auris auditu impletur. Quod sanè D. Gre-
gorius Nyssenus præstantissimus philosophus oppidi similitudine docte explicauit, cuius
verba ex lib. de hominis opificio cap. 10. desumpta attexam: *Quæ res mihi maximè in*
nobis admiratione digna videtur, quæ nimirum illa sit interioris nostræ capacitatis amplitu-
do, in quam omnia per auditum infusa confluunt; qui sint quasi à commentariis, quorum
opera

A *opera consignentur ea quæ in aures penetrant, quæ receptacula sint rerum auditu percepta-*
rum; quo pacto fieri possit, vt cùm adeò multa & varia immittantur, non in collocatione
rerum aliarum super alias confusio ac perturbatio quædam contingat. Idem & in facultate
vidente in admirationem venit. nam & per hanc modo quodam consimili mens extraria
prahendit, receptisq; rerum apparentium simulachris, formas eorum quæ cerni possunt apud
se depingit. Atque vt in ampla quadam vrbe, quæ per diuersos aditus homines aduenientes
recipit, non vnum quemdam ad locum omnes concurrunt; sed alios videre est ad forum, alios
in ædes tendentes: ita & mentis oppidum, quod est intra nos exstructum, diuersi quidam sen-
suum aditus quasi complent, mens tamen de singulis quæ ingrediuntur, iudicium faciens, &
B *quælibet inquirens, sic deinde proprias ea velut in sedes notitia collocat. Ac quemadmodum*
vsu venire potest (libet enim vti eadem, qua cœpimus, ab oppido sumpta comparatione) vt
tribules vel etiam cognati eadem vrbem porta non ingrediantur, alio fortè fortuna per
alium aditum ad vrbem itante, qui nihilominùs postquam intra mœniorum ambitum vene-
runt, conueniunt, & necessitudine mutua sibi deuincti sunt: contrà; fieri potest, vt homines
peregrè venientes, interq; sese ignati, eodem ad vrbem aditu contendant, quos tamen commu-
nis in vrbem ingressus nullo modo coniungit, quando vrbem ingressi pro libitu quisque se
ab aliis separat, singulis suos quærentibus: non dissimilem intelligere videor etiam mentis
amplitudinem esse. Nam sæpenumerò ex diuersis sensuum organis vnius rei cognitionem pa-
ramus, ipsa re diuersis modis sensibus se insinuante: contrà videre est vno eodemq; sensu mul-
C *ta variáque percipi, quæ ceteroqui natura inter se non conueniunt.*

Hoc ergo pacto quoniam communia obiecta visus partim sensu primario, partim intelligentia dignoscuntur, eæq; facultates sublimiores sunt externo visu, circa obiecta illa excellentiori etiam quodam cognitionis genere versantur: & intelligentia quidem primarij sensus prænotione adiuta componendo, secernendo, ac variè argumentando (quæ propriæ eius sunt functiones) ex assumptis cognitisque propositum deducit: sic ergo fit vt communia obiecta visus alia ex aliis cognoscantur.

Deinde, id ratum ac firmum esse debet, communia visus obiecta ex iis cognosci debere, quæ sub aspectum cadunt: id enim nisi concedatur, nulla superest ratio qua dignosci
aspectu possint: at præter lucem & colores quæ primò ad intuitum pertinent, & quibus
D solis distantia, quantitas, figura, locus, situs, ceteraque communia obiecta dignosci
nequeunt, nihil aliud relinquitur nisi hæc ipsa obiecta communia, quæ proinde in mutuam cognitionem sese inducunt.

DE DISTANTIÆ
COGNITIONE
E
PRÆNOTATIONES.

I.

PRÆNOTANDVM *hoc loco primò est duplicem esse Distantiam,*
vnam rerum ab inuicem, qua neutiquam conueniunt, aut se mutuò
tangunt; sed spatio quodam atque interuallo à se inuicem distra-
F *huntur. Hæc quoniam magnitudinis cuiusdam speciem aspectui re-*
fert, cuius mensura est vel corpus interiectum, vel id quo spatium
ipsum oppleri est aptum, de ea hoc loco nulla mentio fiet, quòd eadem ratione in cognitionem deueniat, qua magnitudo, vt mox infrà.

Altera est, qua res à visu plus minúsve abducuntur, quæ tametsi non secùs ac superior, magnitudo quædam sit, tamen quia ex recta linea ab oculo ad rem ipsam pertinente æstimatur, non ita propriè vt illa magnitudinis notionem ingerit, sed cuiusdam potiùs recessus. De hac ergo Distantia in præsenti tantùm agemus.

II. SE-

 A

II.

Secundò prænotandum est, aliud esse Distantiam, aliud Distantiæ quantitatem. Sæpè namque, vt cùm maximè res distant, nihil certiùs nouimus, quàm rem à visu longè dissitam esse; at nihil obscurius incertiúsque est, quàm intercapedinis mensura & quantitas. Distantia nihil aliud est, quàm contactus, aut coniunctionis priuatio; at Distantiæ quantitas est magnitudo corporis, quod vel reipsa inter rem visumque intercedit, vel interseri potest. B

III.

Distantia absolutè prolata syllogismo probari hoc modo potest: Id quod occluso oculo non videtur, cernitur autem aperto, nequit esse in oculo, aut oculum contingere, aliàs enim haud secùs clauso, atque patente oculo conspiceretur: distet ergo necesse est. Verùm de hac vaga Distantiæ notione hoc loco non agimus, sed de eius quantitate ac mensura. Non enim quòd res distent, sed quantum absint, difficile cognitu est. Hoc ergo quo pacto contingat, deinceps exponemus. C

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiam vnus oculus per se definire non potest.

Distantia magnitudo quædam est, vt paulò antè est prænotatum: necesse est igitur, vt per eiusmodi aliquid cognoscatur, quod magnitudinis notionem ingerat. Nam quod indiuidui specie exhibetur, indiuisibile apparet. Quare, vt Distantia sub propria ratione cernatur, specie radioque diuisibili proponi debet. At radius, qui ab vno oculo, verbi gratia A, ad rem visibilem B emicat, recta est linea, ita vi- D sui obiecta, vt eius longitudo neutiquam appareat, sed solius puncti rationem obtineat, quemadmodum lib. 2. propos. 2. ostendimus. Igitur signi B distantia, quæ in longitudine lineæ A B consistit, vno oculo determinari non potest.

A B C

Simile quiddam euenit, cùm de duorum signorum inæquali distantia iudicium à sensu exquiritur. Vt si oculo A obijciantur duo puncta B & C, quorum alterum, B nempe, propinquius, alterum verò C remotius sit. Quandoquidem ambo in eadem recta linea cum visu constituta sint, vnum alteri quoad aspectum exactè congruet, & B quod propinquius est, inter C remotius, & visum A ex æquo interiectum erit per rectæ lineæ definitionem. Ergo B ipsi C ex aduerso respondebit. Quapropter eodem omnino modo vi- E sum ambo afficient, sibique mutuò prospectum surripient, sic vt inæqualem illorum distantiam vnus oculus percipere non possit, cùm non secùs B C, ac A B, imò tota A C vt punctum appareat, per eamdem 2. propos. lib. 2. igitur distantiam vnus oculus per se definire non potest; quod erat explicandum.

Hanc eamdem rem illustria quædam experimenta confirmant, inter quæ haud ignobile illud est, quòd altero oculo tecto perdifficile sit, ac propemodú impossibile, signum in aëre constitutum, velut corpusculum aliquod ex iis quæ ob paruitatem leuissimo aëris impulsu subuehuntur, aut araneam ex filo pendulam indicis summitate attingere, præsertim si à latere promotionem digiti instituas, nisi id casu euenerit: fortuitò enim F & quasi ex insperato subinde fit, vt in postulatum contactum digitus incidat. Hinc etiam filum per foramen acus transuersum immittere, altero occluso oculo incerti negotij est.

Simile & illud est ludicri experimenti genus, quod à pueris olim didicimus, sed philosopho dignum sumus arbitrati, vtpote cuius consideratione in eximiæ huius proprietatis cognitionem deuenimus. Lusus hic erat: puerorum alter bacillum erectum tenebat manu, hunc alter protenso in transuersum indice tangere nitebatur vno tantùm cernens oculo, ac quoties id moliebatur, toties pænè à meta aberrabat. Id verò cùm sæpiùs euenisset, tandem sodalium cachinno exceptus suas alteri vices sponte resignabat; quas proximus quisque auide arripiebat: siquidem certatim omnes curiositatem suam explere satage-

A satagebant. Hoc ergo illi cùm per iocum agerent, argumentum sagacioribus præbebant, quo facilè colligi poterat, altero tantùm oculo rerum distantias certò definitoque cognosci non posse: non enim alia ex causa illorum manabat error, quàm ex ignorata metæ distantia; hanc namque si perspectam habuissent, numquam in re tam facili, ac toties, tantoque interuallo eos errare contigisset.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

B *Distantiam sæpè vnus etiam oculus per vicina corpora, quæ intercedunt, ex accidenti cognoscit.*



AMETSI vnus oculus suapte vi ac per se solus distantiam rei non discernat, tamen externarum rerum aspectu adiutus, in aliquam rei distantis cognitionem venire potest. Exempli gratia, sit in terræ superficie A B signum B oculo C propositum, cuius quidem distantiam radio C B propria virtute dignoscere nequeat; at conspicatis variis corporibus, puta D, E, F & G in
C eadem terræ superficie A B visum inter & signum B interiectis, atque longo ordine sese consequentibus, facilè colliget signum B non exiguo spatio disiunctum esse debere, inter quod & visum tot tantaque corpora intercedunt.

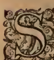
Hoc pacto non tantùm vnus oculus propriæ virtutis defectum supplet, verumetiam duo oculi non rarò adiuuantur, præsertim cùm ob nimiam disiunctionem dissitarum rerum excessus minùs exactè dignosci possunt.

Deinde, cùm spatium seu intercapedo nulla res sit corporeis qualitatibus, quæ sub
D aspectum cadant, affecta; sed potiùs quædam continuationis priuatio, nullam sui imaginem in organum inferens; longè promptiùs efficaciusque dignoscetur in iis rebus, quæ spectabili aliquo corpore interposito dirimuntur, quàm si inane tantùm spatium interiectum sit. Nam corpus inter rem visumque diffusum mensura quodammodò est eius spatij, quo res à visu semotæ cōspiciuntur. vnde cùm nullum corpus reipsa adest mensuram distantiæ definiens, sæpenumerò aspectus fœdè hallucinatur, quòd non æquè exactè intellectus æstimare possit magnitudinem corporis, quod inter rem & aspectum intercedere potest, ac cùm illud reuerà oculus interpositum videt.

Hanc porrò cognitionem non ex se, sed ex accidenti oculus elicit; quoniam neque eam vim oculus sibi congenitam habet, neque id spatio naturæ legibus debetur, vt cor-
E pore aliquo oppleatur. Enimuerò non minùs res distant, si vacuum sit intermedium spatium quàm si corpore aliquo oppleatur, vt ex physicis rationibus constat. Itaque cùm spatij magnitudo, quam distantiam vocamus, ex corporum interiectorum magnitudine cognoscatur, ex accidenti erit ea cognitio, qua distantiam per interposita corpora percipimus, cùm neque ex natura distantiæ, neque ex aspectus conditione principium ducat.

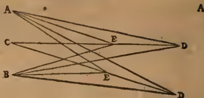
PROPOSITIO III. THEOREMA.

F *Non rectè quidam ex axium coniunctorum angulis distantiam per se cognosci affirmarunt.*



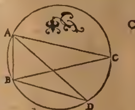
VNT qui distantiam ex quantitate anguli, quem faciunt concurrentes axes, colligi volunt, sic vt remotiora illa sint, quæ minoribus axium angulis attinguntur; quæ verò maioribus, propinquiora. Quod in hunc modum nituntur demonstrare. Sint duo oculi A & B, communisque radius C D, siue is connectenti centra visuum rectus sit siue obliquus, nihil interest: sit vero in communi radio signum visibile nunc in E, nunc in D. Ductis ex E & D ad vtrumque aspectum axibus opticis D A & D B; item E A & E B, erit angulus A E B angulo A D B

lo A D B maior per 21. primi Euclidis: ſiquidem E intra triangulum A D B cadat. Quare E propinquius indicabitur, quia maiore angulo conſpicitur; D verò remotius, quia minore. A



Firma illis videtur hæc demonſtratio: verùm duobus potiſſimùm argumentis confutatur. Primum hoc eſt: Viſus non percipit magnitudinẽ anguli, quem in concurſu axes efficiunt: B
eſt enim extra oculum; nec vllis viſibilibus qualitatibus, quibus ſpectari poſſit, imbutum eſt. Quæ namque extra oculum ſunt, non niſi per ſenſibiles ſpecies cognoſci poſſunt; at quæ in oculo, per ſe ipſa quodam conſenſu ſentiuntur, vt motus oculorum, eorumque ſitus, ipſa viſionis operatio, & cetera huiuſmodi: non igitur ope illius anguli viſus rerum diſtantias cognoſcere poteſt.

Alterum eſt, quo etiam ſuperior demonſtratio tamquam contraria demonſtratione refellitur. Si obiecta in diuerſos radios communes cadant, fieri poteſt, vt res inæqualiter diſtantes, æqualibus tamen angulis cernantur. vt ſi viſibus A & B punctum C directò opponatur: deſcripto circum tria puncta A, B, & C circulo per 5. quarti Euclidis, ſumatur in eius circumferentia aliud quodpiam ſignũ, puta D, quod viſibus propinquius ſit quàm C, erit nihilominùs angulus A D B angulo A C B æqualis per 21. tertij Euclidis. Æquè igitur ab oculis disiunctum id quod in D collocatum fuerit, ac quod in C viſus arbitrabitur: at falſò, cùm longiùs abeſſe conſtet punctum C quàm D. Quocircà fallax eſt diſtantiarũ cognitio, quæ ex angulis coniunctorum axium deſumitur; quod erat probandum. C



PROPOSITIO IV. THEOREMA. D

Diſtantia per ſe cognoſcitur ex axium opticorum longitudine.



QVIBVS non placuit ea ratio cognoſcendi diſtantiam, quam ſuperiore propoſitione confutauimus, illis potior viſa eſt hæc, quæ ex axium opticorum longitudine deſumitur: quo enim hi ſunt maiores eo res longiùs diſtare haud dubiè colliguntur.

Quod ita poteſt demonſtrari. Sint viſuum centra A & B, res autem viſibilis nunc in C, nunc in D. dico, quoniam axes A D & B D longiores ſunt, quàm A C & B C per 21. primi Euclidis, idque viſui perſpectum eſt per 24. libri ſecundi, maiorem indicari diſtantiam ſigni D, quàm ſigni C. Cùm enim nil ſit aliud diſtantia, quàm recta linea ab aſpectu ad rem ipſam extenſa, eiuſmodi linea ipſe eſt axis opticus, profectò cognita axis longitudine per 24. libri ſecundi, nota erit rei diſtantia, quæ ignota quærebatur. E



Nec tantùm hac ratione cognoſcitur obiectum vnum altero magis à vidente diſtare: verùm etiam vnũ idemque, puta C à viſu A longiùs abeſſe quàm à viſu B, non tantùm propter communem illam notionem, qua conſtat viſile à medio aſpectu deflectens illi oculo propinquius eſſe oportere, qui eſt ad eamdem partem, in quam obiectum vergit: ſed ob id vel maximè, quòd oculi axium opticorum inæqualitatem propria virtute percipiant, maioremque cognoſcant axem A C ipſo B C propter angulorum A B C & B A C inæqualitatem. F



Fit

A Fit interdum, vt visile in eodem existens axe B D, nunc propinquius sit, vt in C, nunc remotius, vt in D: quod cùm accidit, quemadmodum oculus B vtrumque axem A C & A D æqualem videt, quòd vterque eumdem angulum A B C subtendat; ita idem oculus B puncta C & D propria quidem facultate in eadem cernit distantia; vel vt meliùs dicam, inæqualem illorum distantiam non discernit, cum ambo illa æquè distare arbitretur: nec enim, vt propos. 1. huius libri est



B demonstratum, solus oculus B distantiam eorum quæ in recto radio ab ipso educto existunt percipere valet. At oculus A suam quoque actionem in commune conferens, quæstionem dirimit. Is namque minorem complectens radium B C, quàm B D, definit signum C oculo B propinquius esse, quàm punctum D. sicq; ex nota axium opticorum longitudine, duo oculi iunctis viribus in cognitionem distantiæ ducunt, quod alter eorum solitaria actione præstare non potuit.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

C *Minores rerum distantiæ ex axium longitudine, maiores per interiecta corpora exactiùs discernuntur.*

MINORES hoc loco distantias eas intelligi volumus, ad quas axes optici sensibilem angulum in concursu efficientes, attingunt. Maiores verò, ad quas, qui perueniunt axes optici, insensibilem angulum in cõcursu comprehẽdunt. Illæ quidem minores iure optimo vocantur, non modò quòd maioribus minores re vera sint, sed etiam quòd in se spectatæ perexiguæ sint. Cùm enim concurrentibus axibus exigua basis subijciatur, ea nempe recta linea, quæ centra visuum connectit, profectò non longè excurrere axes debent, vt angulus, quem in congressu faciunt, aciem obtutus effugiat. Quod priusquam accidat, hoc est,
D cùm adhuc minores distantiæ sunt, facilè eas aspectus dignoscit ex axium opticorum longitudine, vt propositione 4. est demonstratum: cùm verò iam maiores fieri incipiunt, nequit visus ex axium longitudine eas dignoscere: siquidem longitudinem axium ex magnitudine angulorum, qui iisdem axibus & connectente centra visuum continetur, percipit, vt libro secundo propositione 24. est ostensum. Insensibiles esse hos angulos in ea distantia qua angulus axibus contentus insensibilis est, hoc modo demonstrabitur.

Sit, exempli gratia, C concurrentium axium angulus insensibilis, sitq; D in distantia maiori, quàm C; erit ergo angulus D angulo C minor, & ipse
E quoque insensibilis: at cùm vniuscuiusque trianguli tres anguli duobus rectis sint pares per 32. primi Euclidis, erunt & vnius trianguli omnes simul



anguli tribus alterius trianguli angulis simul sumptis æquales. Si igitur angulus D angulo C minor est, oportet duos reliquos D A B & D B A duobus reliquis C A B & C B A maiores esse per communem notionem. Quoniam verò vterque angulorum C & D insensibilis est, erit & illorum discrimen insensibile. Quare excessus quoque, quibus anguli D A B & D B A angulos C A B & C B A superant, imperceptibiles erunt. Atque idcircò ex-
F cessus, quo apparens axis A D axem apparentem A C excedit, omnem effugit & oculorum aciem. Fieri igitur nequit, vt maiores distantias ex longitudine axium visus distinguat.

Commodiùs autem id præstabit ex corporum interiectorum inspectione. Quoniam, licet angulus coëuntium axium in maximis distantiis iudicari non possit, est tamen in iis angulus pyramidis opticæ, quo spatia interiecta oculus contuetur, non modò sensibilis; sed eò etiam maior, quò distantia maior fuerit. At angulum hunc visu percipi ostendimus propos. 43. libri 2. Itaque maiores distantias per interiecta corpora certiùs distinctiúsque visus internoscit, quàm ex axium opticorum longitudine; quod probasse oportuit.

A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Sæpè etiam ex nota rei magnitudine distantiam visus per argumentationem colligit.

HÆC ratio distantiam coniectandi tum potissimùm locum habet, cùm cetera præsidia denegantur, quibus necessariò & quasi apodicticè in eius cognitionem induci solemus: sunt autem plurima eius exempla communi B vsu celebrata, quæ omnia aut pleraque illorum recensere pretium operæ non est, cùm per se sint notissima, & ex paucis reliqua nullo negotio intelligi queant.

Si inquam, exempli gratia, ardea sublimè volans exigua apparet, procul eam abesse pronuntiamus, cùm certum habeamus, quæ longè absunt ea minora apparere, &, quod hinc consequens est, quæ parua apparent, cùm sint magna, ea multùm abesse oportere. Sic qui ingruentibus tenebris iter faciunt, turres, quas eminus atque ex incognita distantia conspiciunt, cùm magnæ eis apparent, vicinas omnino arbitrantur, tametsi propter aëris obscuritatem nequeant longitudinem axium definire, aut media corpora internoscere, quibus vera distãtia cognosci solet; ex ea tantùm notione omnibus ingenita, C quod quæ magna apparent, cùm parua sint, ea propinqua necesse sit esse: siquidem quo vnumquodque propius sit, eo apparet maius.

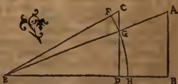
Has similesq; ratiocinationes in rebus præcognitis atque assuetis animus promptissimè absoluit, ita vt breuissimum tempus ipsi ad colligendam veritatem sufficiat. Mox enim vt rem aliquam consuetam oculus aspexit, multúmne, an parum absit, celerrimè certissimeq; concludit. Tantum nimirum valet in rebus, quarum anceps dubiaq; cognitio est, assuetactio, quæ eam perficit visionem, quam lib. 1. in definitionibus ad propos. 81. ex prænotione vocauimus.

Est verò hæc distantiæ collectio ratione magis quàm ex aspectu, ad quam proinde non plus præsidij duo oculi adferre possunt, quàm alter tantùm, nisi quòd ab vtroque perspicacior sit visio, vt lib. 1. propos. 72. est declaratum. D

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualibus magnitudinibus ex inæquali distantia conspectis, maior est ratio distantiarum, quàm angulorum sub quibus magnitudines illæ conspiciuntur, si maior minori comparetur.

PER æquales magnitudines hoc loco intelligendæ sunt, non tantùm eæ E quarum extensiones sese mutuò non excedunt, sed illæ etiam quæ eumdem habent oppositionis situm. Fieri enim potest, vt in iis quæ diuersimodè opponuntur, eadem sit, aut etiam minor distantiarum, quàm angulorum proportio. Id sanè ex eo manifestè liquet, quòd res eadem ex eadem distantia visa, pro situs obliquitate, nunc maior, nunc minor appareat, vt libro 4. ostendemus. Igitur sic aptati quoad oppositionis situm possunt res obiectæ, vt anguli sub quibus illæ spectantur distantiis ex æquo respondeant; vel etiam, vt minor ratio sit distantiarum, quàm angulorum. Itaque de æqualibus similiterq; obiectis rebus hoc loco agimus, in quibus maiorem esse distantiarum quàm angulorum rationem, hunc in modum demonstratur. F



Esto vt æquales magnitudines A B & C D visui E similiter opposite, nempe parallelæ ab inæquali distantia videantur: A B quidem ex distantia E B, C D verò ex distantia E D. Statuantur verò eæ magnitudines eo pacto, vt B & D in vnum radium opticum E B cadant: palàm igitur A & C, distinctis radiis ad aspectum peruenire, quorum alter nempe A E magnitudinem C D intersecet in G. Cùm enim ipsi A B sit posita

A sita C D parallela, erunt in triangulis A B E, G D E angulus B A E angulo D G E, & angulus A B E angulo G D E per 29. primi Euclidis æquales: at angulus A E B vtrique communis est: sunt igitur æquiangula ipsa triangula A B E & G D E. Quare per 4. sexti Euclidis, vt est E D ad E B, ita est D G ad B A; sed E D minor supponitur, quam E B: est igitur & D G ipsa B A minor. Itaque diuersis radiis A & C in oculum incurrunt, quorum is qui ab A porrigitur, magnitudinem C D intersecat.

Per intersectionis verò signum G ex centro E arcus decircinetur H G F, qui secet radium C E in F, B E verò in H. Quoniam itaque trigonum E G C maius est sectore E G F, & trigonum E G D sectore E G H est minus, habebit E G C trigonum ad trigonum E G D

B maiorem rationem, quàm sector E G F ad E G H sectorem. Nam per 8. quinti Euclidis, cùm maius sit trigonum E G C sectore E G F, erit trigoni E G C ad trigonum E G D maior proportio, quàm sectoris E G F ad idem trigonum E G D: sed per eamdem 8. quinti Euclidis, maior est ratio sectoris E G F ad trigonum E G D, quàm eiusdem sectoris E G F ad E G H sectorem, quod trigonum E G D sectore E G H sit minus. Igitur multo maior est ratio trigoni E G C ad trigonum E G D, quàm sectoris E G F ad sectorem E G H. Quare per 28. quinti Euclidis, secundùm Campanum erit coniunctim maior proportio trigoni E C D, hoc est trigoni E G C cum trigono E G D ad trigonum E G D, quàm sectoris compositi E F H ad sectorem E G H. Sed proportio trigoni E C D per 1. sexti Euclidis, ad trigonum E G D est sicut basis C D ad basin G D. cumque sit C D æqualis ipsi A B ex hypothesi,

C erit per 7. quinti Euclidis A B ad G D, vt C D ad eamdem G D. Est verò superius ostensum æquiangula esse triangula A B E & G D E: erit igitur per 4. sexti Euclidis, vt A B ad G D, ita E B ad E D: ergo per 11. quinti Euclidis erit proportio lineæ E B ad E D maior quàm proportio sectoris E F H ad sectorem E G H. At quemadmodum se habet sector ad sectorem, ita arcus ad arcum, per vltimam sexti Euclidis: vt verò arcus ad arcum, ita angulus F E H ad angulum G E H per eamdem vltimam sexti Euclidis. Est itaque maior ratio distantiæ E B ad distantiam E D, quàm sit anguli F E H ad G E H angulum; quod erat demonstrandum.

D

DE QVANTITATIS COGNITIONE.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Apparentes rerum magnitudines ex quantitate anguli verticalis pyramidis opticæ dignoscuntur.

RERVM magnitudines visu percipi iuxtà ac ceteras aspectabiles proprietates, omnium intuentium oculis compertum est. At quî euenire id possit, si

E visio susceptione specierum perfici concedatur, Galenus lib. de Hippocratis & Platonis decretis videre non potuit, cùm à ratione alienum id ei semper visum sit, tam vastas rerum moles tam exiguum pupillæ hiatum posse subire: quocircà in eam sententiam adductus est, vt visionem emissione radiorum fieri cum Platone existimauerit.

Cuius sententia tametsi libro primo propositione 67. abundè sit confutata, hoc tamen postulare prættereà liceat, vt Galenus edisserat, quonam pacto emissitium illud lumen, cuius ope visionem fieri ipse autumat, rerum, quas foris attingit, visibiles affectiones per pupillæ angustias in oculum inferat? Nam lumen res extra oculum per se non videt, sed

F spectandas organo importat, vt proximè citata propositione ostendimus. Si dixerit lumen ab oculo effusum ampliari, atque in omnem circùm partem distendi, receptum verò coarctari sensim, atque in angustum premi, sic vt spectabiles proprietates, quibus lumen affectum redit, in compendium redactæ pupillam, licet angustissimam, facilè subeant: hoc ipsum & nos astruimus, species scilicet in externum lumen receptas, eius quoque ope in oculum inuehi, nullo ab oculis emicante natiuo lumine, quo velut manu, vt Galenus ait, res externæ attingantur.

Sic igitur rerum magnitudines visu dignosci contingit, quoniam species in coni seu pyramidis modum sensim contractæ in oculum illabuntur, cuius qui ad verticem constituitur angulus mensura est apparentium magnitudinum. Hinc per exile tabulæ fora-

men res amplissimas coutuemur: ac tum plures maioresq; visu cóplectimur, cùm tabula oculo vicinior est; tunc siquidem diducitur pyramidis opticæ angulus, maiorque euadit. Quoniam ergo pyramide optica velut haustro rerum imagines confertim intrò suscipiuntur: quantò eius ad verticem angulus maior fuerit, tantò plura capit, quæ simul spectari queunt, atque vniuersè ex illius anguli mensura & quantitate apparentium magnitudinum dignotio exsistit; quod erat ostendendum. A

Vocantur autem ita spectatæ magnitudines apparentes, quòd non verè tales sint, quales apparent; sed longè aliæ videantur, quàm sint reipsa. Fieri namque potest, vt res vna, quæ altera maior reipsa sit, minor appareat, nempe si angulo minore contineatur: & vt minor reuerà, maior visui exhibeatur, si videlicet maiore côcludatur angulo; vt demum B inæquales æquales appareant, & è conuerso æquales cernantur inæquales: & vt idem seipso nunc maius nunc minus appareat, quæ omnia libro sequenti diffusiùs explicabuntur in fallaciis quæ circa magnitudinem eueniunt. Aliæ sunt igitur magnitudines veræ, aliæ apparentes: illæ, vti diximus, ex magnitudine anguli verticalis pyramidis opticæ cognoscuntur; hæ verò vt infrà dicemus.

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus comprehenduntur. C

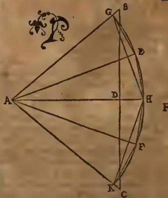


TAMETSI ex superiore propositione iam constet, rerum magnitudines quæ apparent, percipi ex quantitate anguli qui ad verticem pyramidis opticæ constituitur; nondum tamen compertum est, quam hæc inter se rationem habeant: an inquam quemadmodum non eadem proportio est distantiarum & angulorum, quibus æquales magnitudines conspiciuntur (quod propos. 7. docuimus) ita quoque alia fortè proportio sit apparentium magnitudinum & angulorum, quibus ex comprehenduntur.

Eamdem igitur horum proportionem esse, in hunc modum potest demonstrari. Spectatæ rerum magnitudines ita se habent, quemadmodum arcus, quibus optici anguli insistunt: at quam arcus, eamdem proportionem habent anguli, quibus illi subtenduntur: D igitur apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus continentur. Assumptio patet ex vltima sexti Euclidis.

Propositio verò ita probatur: Apparentium magnitudinũ proportio spectari in rebus debet, qua illæ exactissimè cernuntur: at eò accuratiùs vnaquæque percipitur, quò directius visui opponitur; exactissimè verò illæ, quarum omnes omnino partes eumdem habent oppositionis modum, seu in quas radij omnes æquis incidunt angulis. Itaque secundùm directissimam oppositionem accipienda est apparentium magnitudinum proportio. Eiusinodi autem oppositioné habere nulla quidem recta magnitudo potest: sed illa tantùm, quæ in peripheriam circuli ex centro visus descripti conformatur. E

Nam sit, verbi gratia, oculi centrum A, eiq; obiecta magnitudo recta B C, quoniam eius medietates B D & D C non directè opponuntur, quòd maior sit angulus A D B quàm anguli A B D vel A C D, minùs etiam accuratè ipsæ medietates videntur, quàm si directæ vnaquæque illarum opponeretur. Quare si linea B D C ita inflectatur, vt sit G H ipsi B D, & H K ipsi D C æqualis, iam directiùs opposita erit linea inflexa G H K, quàm recta B C, ac proinde accuratiùs illa quàm hæc conspicietur. F



Rursus quia lineæ G H medietates inæqualibus obijciuntur angulis, quemadmodũ prius medietates lineæ B C, si ipsa quoque linea G H, ac simul altera H K iterum inflectatur, vt prius tota B C, hæc iam in quatuor partes fracta accuratiùs cernetur, quàm prius cùm in duas tantùm dissecta erat; quoniam plures iam partes directum oppositionis situm sunt adeptæ.

sicque

A ficque vlteriùs, quò in plures partes fingulæ franguntur, eò accuratiùs femper videntur, quoad tandem in circuli perimetrum omnes incidant, vbi perfectiffima eft omnium comprehenfio. Ille namque folus paribus vndique radiis à vifu diftat, partiumque radios omnes æqualibus angulis in vifum deftinat. Quare ex eius ratione apparentium magnitudinum proportiones æftimandæ funt; aut certè ex iis qui ad centrum eius confiftunt angulis: hi namque per vltimam fexti Euclidis, arcubus, quibus infiftunt, proportione refpondent.

Quocirca æquales videbuntur magnitudines, quæ fub æqualibus cernuntur angulis, & maiores quæ fub maioribus, & quæ fub minoribus minores; & quantò angulus maior
B erit aut minor, tantò quoque res confpecta maior aut minor: vti fub minimo angulo res minima; & fub duplo vel triplo, res ipfa dupla triplave confpicietur.

Huius proprietatis origo ex eo duci videtur, quòd ita fe habeant fpectatæ rerum magnitudines, vt partes fuperficiei vifus, quas rerum vifarum formæ attingunt; at partes feu arcus fuperficiei vifus, funt inter fe vt anguli pyramidum opticarum, vt lib. 2. propof. 43. oftendimus: ergo & apparentes rerum magnitudines eamdem cum angulis opticis proportionem habent. Quamquam autem eadem propof. 43. lib. 2. oftenfum fit aduerfus Vitellionem, non ita exactam proportionem inter angulum pyramidis opticæ, eamque araneæ tunicæ fuperficiem quæ vifibili forma obfignatur, intercedere, vt ifta ad amuffim fibi refpondeant; eft tamen illorum refponfus adeò iuftitiæ affinis, vt exiguum eorum
C difcrimen rationem, qua vifus rerum magnitudines æftimare folet, minimè obturbet: quippe cùm nec afpectus ipfe, nec eius dignofcendi actus in indiuiduo fit conftitutus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Res fenfibiles fub angulo fenfibili confpiciuntur.

CVM oftenfum iam fit ex magnitudine anguli, qui ad verticem eft pyramidis opticæ, rerum magnitudines dignofci, fic vt maior illa appareat, quæ maiore angulo continetur, & quæ minore minor, neceffariò omnino efficitur, vt quorum infenfibilis eft angulus, eorum infenfibilis fit magnitu-
D do: hæc enim ita fe habeant, ac fi nullum angulum in oculo efficerent: quandoquidem quod non percipitur, hoc nihil effe exiftimatur; quod verò nihil eft, angulum aliquem in oculo efficere non poffit: at quæ nullo angulo continentur, ea vifus non dignofcit: igitur quorum infenfibilis eft angulus, eorum infenfibilis eft magnitudo. Quare res fenfibiles fenfibili angulo fpectantur. fi enim infenfibili, iam res ipfæ infenfibiles forent, quod iam dictis repugnat. Senfibiles namque effe oportet, quas fenfibili angulo fpectari affirmamus.

Cur autem vifus ita fit comparatus, vt nihil dignofcat, nifi quod fenfibili magnitudine præditum eft, eamdem effe arbitror caufam, quæ in ceteris rebus, quæ agunt &
E quæ patiuntur: in quibus nulla actio intentatur nifi ab eo, quod mole quapiam diftenditur; nec actionē quidquam recipit, nifi quod quantitatis dimenfionem aliquam habet.

At quæ tandem ea eft caufa? Hæc fanè, quòd vis, quæ ad agendum rebus indita eft, corporeo quodam modo illis infit, ita vt in maiore parte corporis maior virtus, in minore minor, in atoma indiuifibilis ac nulla exiftat, propterea nimirum, quòd corporeæ virtutes, non fecùs ac formæ ipfæ quæ ad effentiam pertinent, ex materiæ gremio eliciantur. Sic in maiore igne vim calfaciendi maiorem, & in ampliore magnete potentiorem attrahendi facultatem deprehendimus; atque in ceteris eodem modo. Igitur neceffe eft virtutes hafce omnes corporibus modo quodam quantitati accōmodato ineffe.

F Id ipfum verò in vifibilibus quoque fpeciebus elucet, quæ quo maiorem in oculo diftenfionem habent, eo vim exerunt maiorem, validiùfque inertem animæ facultatem ad agendum excitant. Vnde non ita in magnarum rerum afpectu oculi laborant, vt in minutarum curiofa peruestigatione: in his enim non modò oculi longiore vfu prauè afficiuntur, fed & acies hebetatur, & facultas ipfa fenfim exhauritur; quod atteftantur illi, qui fubtilioribus operibus intendunt.

Igitur formæ vifibiles nulla magnitudine præditæ vifum ciere non poffunt: confequens eft ergo, vt quidquid videtur, magnitudinem aliquam habere debeat, ac tantam, quæ in oculi centro angulum opticum efficere poffit à fenfibili bafe in aranea fubtenfum: res itaque fenfibiles fub angulo fenfibili confpiciuntur; quod erat demonftrādum.

A

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Veræ magnitudines, ex collatione anguli pyramidis opticæ cum distantia rei, à visu per syllogismum colliguntur.



AD veræ magnitudinis dignotionem, non satis præsidij adferre potest anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ consistit, amplitudo; quippe qui nullam rei iustam exactamque mensuram definit, sed falsò omnia, vti ostensum est, repræsentat: idcircò vim oculis natura concessit, qua simul B
rei distantiam percipiant, atque ex eius collatione cum angulo pyramidis opticæ, veram magnitudinem quam proximè dignoscant. Manifestè enim deprehendimus errores omnes, qui in magnitudinis perceptionem irrepunt, ex distantiæ ignoratione originem ducere. Quocircà si res quæpiam angusto radiorum spatio conspiciatur, parua illa quidem apparebit: at si longè dissita esse intelligatur, magna iudicabitur. vti contrà, res parua esse pronuntiabitur, amplo licet angulo contineatur, si aliunde propinqua esse conuincatur.

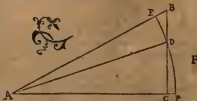
Veras autem esse hoc pacto conspectas magnitudines dicimus, quòd in illarũ dignotionem deceptio nulla interueniat, nisi fortè cùm distantia minùs probè perspecta est. Fieri enim haud vmquam potest, vt res dissita, si magno angulo comprehendatur, C
parua iudicetur; aut contrà æstimetur magna, si paruo angulo è proximo conspiciatur: proptereà videlicet, quòd res eadem in eadem distantia constituta, sub diuerso angulo spectari nullo modo possit.

Conducit ad hanc ipsam rem vsus experientiaque: nam ratio in magnitudinis æstimatione hanc tacitè format argumentationem. Res breui interuallo ab aspiciente disiuncta, si paruo angulo optico comprehendatur, exigua est magnitudine: at hæc res proposita non longè à vidente disiuncta est, paruoq; angulo continetur: ergo parua esse conuincitur. Assumptionis quidem pars prior, quòd nempe res proposita non longè sit dissita, in præsenti nota supponitur ex iis quæ superiùs de distantiæ cognitione tradidimus: posterior verò, anguli videlicet pyramidis opticæ magnitudo, visu cognoscitur, vt D
libro 2. propos. 43. docuimus. At propositionis notitia, quanta nempe res sit, tanto angulo è tanta distantia conspecta, ex vsu experientiaque pendet: vnde eius quoque defectu in iudiciis, quæ de magnitudinibus fiunt, hallucinari atque à vero aberrare non rarò contingit, vt libro 4. ostendemus in fallaciis magnitudinis.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Veræ magnitudines inæquales non ita se habent, vt anguli optici quibus conspiciuntur: sed maior est magnitudinum quàm angulorum ratio, si maior minori comparetur. E

SINT ex eadem distantia A C, spectatæ inæquales magnitudines, maior quidem B C, minor verò D C (oportet verò præter magnitudinũ ipsarum inæqualitatẽ, eumdem esse oppositionis situm, ac cetera paria) visus autem sit A, ex quo in primis radij educatur A B & A D; deinde ex eodem tamquam centro per D arcus describatur E D F, qui radio quidem A B occurrat in E, productæ verò distantiæ in F. F



His ita constitutis, dico maiorem esse rationem magnitudinis B C maioris ad minorem magnitudinem D C, quàm sit anguli B A C ad D A C angulum. Quoniam enim triangulum A B D maius est sectore A E D, erit per priorem partem 8. quinti Euclidis maior ratio trianguli A B D ad A D C triangulum, quam sectoris A E D ad idem triangulũ A D C. At cùm triangulum A D C minus sit sectore A D F, erit per posteriorem partem 8. quinti Euclidis,

A Euclidis, eiusdem sectoris A E D ad triangulum A D C maior ratio quàm ad A D F secto-
rem. Igitur longè maior est proportio trianguli A B D ad triangulum A D C, quàm secto-
ris A E D ad sectorem A D F. Atque per 28. quinti Euclidis, secundum Campanum erit
coniunctim trianguli A B D cum triangulo A D C, hoc est compositi trianguli A B C
ad triangulum A D C proportio maior, quàm sectoris A E F compositi ex A E D & A D F ad
sectorem A D F. Cùm verò sit per primam sexti Euclidis, triangulum A B C ad triangu-
lum A D C, vt basis B C ad basin D C, & per 33. sexti Euclidis vt sector A E F ad A D F se-
ctorem, ita arcus E D F ad arcum D F; vt autem arcus ad arcum, ita angulus B A C ad an-
gulum D A C per eamdem 33. sexti Euclidis. Consequens est, vt maior sit proportio ma-
B gnitudinis B C ad magnitudinem D C, quàm sit anguli B A C ad D A C angulum; quod
erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Maiorem esse verarum, quàm apparentium magnitudinum proportionem, si maior minori comparetur.

C FACILE hoc ex dictis colligitur. Quoniam enim hac propositione osten-
sum est veras magnitudines inter se maiorem rationem habere, quam ha-
beant anguli optici, quibus illæ comprehenduntur; per 9. autem propos.
huius libri apparentes rerum magnitudines ita inter se sint, vt anguli
quibus conspiciuntur: perspicuè sequitur, maiorem esse verarum, quam
apparentium magnitudinum rationem, si, quemadmodum dictum est, maior minori
comparetur.

II.

Numquam ita apparere magnitudines rerum, vt sunt: sed maiores semper esse quàm appareant.

D SIQVIDEM minor semper est apparentium magnitudinum proportio, quàm ve-
rarum. Vnde si dupla sit reuerà B C ipsius D C, minor erit eadem B C apparens, quàm
dupla ipsius D C apparentis. Nam ita apparent ipsæ magnitudines, vt sunt inter se
anguli, quibus subtenduntur: at angulus B A C minor est quam duplus anguli D A C, vt
iam est demonstratum. Igitur & B C minor quàm dupla apparet ipsius D C. Quare liquet
ex dictis non ita apparere magnitudines rerum vti sunt, sed semper, quàm reipsa sint,
minores.

III.

E *Non vt distantias, ita esse apparentes rerum magnitudines: sed æquales reipsa magnitudines ex inæquali distantia visas, inæquales apparere: sic vt minor sit ratio apparentium magnitudinum, quàm distantiarum.*

CVM enim propositione 7. sit demonstratum, maiorem esse proportionem distan-
tiæ maioris ad minorem, quàm sit anguli ad angulum; & rursus cùm propositio-
ne 9. ostensum sit ita se habere apparentes magnitudines inter se, quemadmo-
dum se habent anguli sub quibus conspiciuntur: consequens est, vt maior quoque sit
ratio distantiarum quàm apparentium magnitudinum, per scholium Clauij ad 13. pro-
F pos. quinti Euclidis, quod sic se habet: Si prima ad secundam eamdem habuerit ratio-
nem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam minorem rationem habuerit,
quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam minorem rationem habebit, quàm
quinta ad sextam: cuius demonstrationem lector ex Clauio petat, atque hoc pacto pro-
posito accommodet. Cùm sit apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem, vt
angulus opticus ad opticum angulum per 9. huius libri; sitque minor ratio anguli ad
angulum, quàm distantiæ ad distantiam; erit & magnitudinis apparentis ad apparentem
magnitudinem minor ratio, quàm distantiæ ad distantiam, & è conuerso distantiæ ad
distantiam maior ratio, quàm apparentis magnitudinis ad magnitudinem apparentem.

Quare si æqualium magnitudinum vna duplo remotior altera existat, nequaquam A propinquior duplo maior remotiore apparebit. Non enim angulus, sub quo propinquior videtur, duplo maior est angulo remotioris: minor igitur quàm dupla remotioris propinquior apparebit. Neque item si quis rem eamdem longiore recessu iam dimidio minorem intueatur, duplo eam spatio abesse argumentando concludat: in quem errorem fortè aliquis prolaberetur ex propositionis 6. intelligentia; nisi liquidò iam constaret, non eamdem esse apparentium magnitudinum, quam distantiarum proportionem. Quoniam ergo maior est distantiarum ratio, quàm apparentium magnitudinum, amplius certè quam duplo spatio abesse rem oportet, prius quàm dimidio minor appareat: aut si duplo spatio abcessent, minùs quàm dimidio minorem eam apparere oportebit. B

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Magnum & paruum, crassum ac tenue, longum latúmque, visus comparatione percipit, interni sensus adiutus præsidio.



QVANTITAS cuiusque rei interdum absolutè dicitur, vt cùm nullius alterius respectu hominem, verbi gratia, aut equum ea magnitudine animo comprehendimus, quam vel reuerà habent, vel habere existimantur. Aliàs dicitur ad aliquid, quo pacto non significat eam molem, ac partium C distensionem, quam vnaquæque res pro materiæ copia vel penuria accepit: sed vario respectu diuersa sortitur nomina. Minoris enim comparatione eadem res magna dicitur, quæ cum maiore collata habetur parua.

Similis est per omnia crassi ac tenuis, item longi & lati contemplatio. hæc namque ad species quantitatis referuntur. Et crassum quidem ac tenue in iis duntaxat locum habent, quæ στερεὰ nuncupãtur: crassumq; dicitur id cuius duæ dimensiones tertiam maiorem propemodum exæquant; tenue verò id cuius duæ dimensiones tertia longè sunt minores. Item quod tenuioris comparatione crassum est, id crassioris respectu est tenue: igitur hæc quoque ad aliquid dicuntur, sicut magnum & paruum.

Longum autem & latum in solis superficiebus locum habent. nam in linea tametsi D longitudo reperiatur, ea tamen latitudinis est expers, & ad eam reciprocè breuitas non latitudo refertur. Dicitur verò latitudo in superficiebus minor ex duabus dimensio, quæ autem maior est, longitudo vocatur.

Cùm iam constet ad aliquid hæc omnia referri, ac πρὸς ἀντιστρέφοντα dici, perspicuè sequitur, non solo externo visu ea dignosci, sed sensus interni auxilio: cuius est ea inter se conferre, atque de illorum habitudine quid sentiendum sit, supremæ animæ facultati renuntiare. Non igitur priùs externus visus quid magnum, quid paruum sit, quidve crassum aut tenue, longum latúmve internoscit, quàm internus sensus ea inter se contulerit. Tum namque primùm, cuiusmodi vnumquodque sit, perfectè diiudicat.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA. E

AEquale & inæquale ex cognitarum magnitudinum proportione internus sensus distinguit.



VT magnitudinum quædam veræ sunt, aliæ apparentes: ita æqualia aut inæqualia quædam sunt reuerà, alia apparent tantùm. Quare eo pacto hæc propositio intelligenda est, vt apparens æqualitas inæqualitásque ex apparentium magnitudinum cognitione distinguatur; vera autem ex verarum F perceptione.

Porrò cum hæ quantitatis affectiones sint habitudines quædam vnius ad alteram, qua nimirum vna quantitas alteri superposita vel exactè congruit, vel eam excedit, consequens est, vt non solo exteriori obtutu cognoscantur, sed interni sensus æstimatione, nempe vnius cum altera collatione; quod proprium munus esse interni sensus persæpe iam dictum est, atque abundè probatum. Hæc æqualitatis diiudicatio tum maximè locum habet, cùm adhibita communi mensura palmi aut pedis alterutríve similis, rerum quantitates dimetimur, singulas rei partes modulo exæquantes; aut cùm rem vnam alteri reipsa adiungimus, vt excessus defectúsve appareat.

Fit

A Fit autem plurimùm vt spectatæ magnitudines non minimo interuallo ab inuicem disiunctæ sint, ita vt comparari inter se commodè nequeant. Hoc sanè euentu quod suapte vi præstare nequit internus sensus, ratio ipsa intelligentiaque supplet, quæ sagaciori quadam solertia obscuram rerum æqualitatē non vno modo inuestigat, sed vario, quod ipsius est ingenij & facultatis. Interdum alteram illarum transportari quodammodò atque ad alteram efferri imaginatur, vt ex mutua coniunctione illarum æqualitas inæqualitásve appareat. Alias mensuram quamdam sibi confingit alteri magnitudini æqualem, quam identidem ab vna magnitudine ad aliam sola cogitatione transfert, crebroque hoc transcursu de illarum æqualitate vel inæqualitate æstimat. Si adeò locis dis-
B cretæ sint quæ obijciuntur magnitudines, vt vno aspectu eas oculus videre nequeat: tum primò quidem de vera vnius quantitate mens iudicat, per ea quæ propos. 11. docuimus; deinde de vera quantitate alterius; ad extremum verò memoria prioris adhuc superstite vtramque confert, sicque vtra maior sit aut minor, an autem æquales ambæ, pronuntiat. Plurimùm autem ad hanc rem confert frequens modulorum vsus: qui enim in rebus per modulos dimetiendis sunt exercitati, sat promptè, quot palmos aut pedes propositæ res contineant, solo aspectu assequuntur. Id ergo cùm de vtraque magnitudine factum fuerit, haud difficilis erit illarum comparatio. Qui geometriæ principiis imbuti sunt, siue à natura, siue ex disciplina, hi illorum etiam ope iuuantur, quamuis hoc ipsi plerumque ignorent. Propositis nempe duabus magnitudinibus, vtriusque
C extremitates rectis lineis connecti intelligunt; has si parallelas animaduertant, æquales esse magnitudines illas concludunt; sin minùs, inæquales. Habet verò tacita hæc argumentandi ratio in iis rebus præcipuè locum, quæ vel ad perpendiculum erectæ sunt, vel ad horizontem sunt perlibratæ. Has enim (quoniam parallelæ sunt) si connectant parallelæ rectæ lineæ cogitatione ductæ, æquales esse oportet per 34. primi Euclidis.

Hæ omnes ratiocinationes atque argumentandi formæ multis erroribus obnoxiæ sunt. quocircà fit vt sæpe in illis sensum falli contingat, quod assidua docet experientiā. Nec quisquam in hisce rebus adeò est promptus aut tanta ingenij solertia pollet, aut in dimensionibus tantum est exercitatus, vt non persæpè à vero plus minúsve aberret, quod non tam rebus ipsis optimè institutis, quàm ingenij nostri imbecillitati tribuen-
D dum est. In rebus enim nihil est quod non cognosci exactè possit; at nobis facultas deest, quæ latentes earum proprietates intelligendo assequatur.

DE FIGVRAE COGNITIONE.

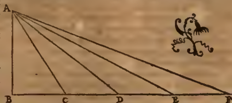
PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Rectum ac planum aspectus dignoscit ex vniformiter difformi partium à visu distantia.

E



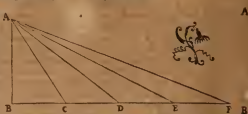
QVONIAM ex iis, quæ hactenus sunt demonstrata, constat visum percipere eam distantiam, qua res ab aspiciente disiunguntur: nunc ostendendū est rectæ propositæ lineæ partes quasdam aspectui viciniores esse, alias remotiores. Vt si centrum visus sit A, recta autem proposita linea B F, cui occurrat radius A B in B orthogonaliter. Quoniam hæc minima est omnium quæ ex
F puncto A ad rectam B F duci possunt, per collarium Clauij ad 19. primi Euclidis, erit punctum B aspectui A proximum.



Quod verò A C maior sit, quàm A B, ex 19. primi Euclidis liquet. Cùm enim in trigono A B C angulus A B C ex hypothesi rectus sit, erunt reliqui anguli A C B & B A C acuti. Sunt enim per 32 primi Euclidis omnes tres duobus rectis pares. Quare idem A B C angulus maior est angulo A C B. Est igitur A C latus, quo rectus angulus subtenditur, latere A B maius per 19. 1. Euclidis.

Rursus

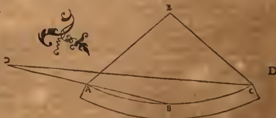
Rursus maiorem esse AD quàm AC, ac sequentes semper prioribus maiores, ita demonstratur. A Trianguli ABC externus angulus ACD vtrouis interno & opposito maior est per 16. 1. Euclidis: est igitur angulus ACD obtusus, quippe recto ABC maior. Quare ADC acutus B



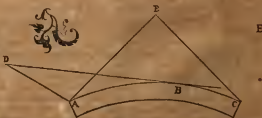
est, per 32. primi Euclidis. ex quo tandem fit, per 19. primi Euclidis, AD maiori angulo subtensam maiorem esse ipsa AC quæ minori angulo ADC subijcitur. Sicque deinceps qui sequuntur radij AE, AF, cùm semper longiores euadant, erunt & puncta, ad quæ illi pertingunt, ab oculo remotiora; ita tamen vt incrementum vniformi quadam difformitate procedat, cui cùm visus longo vsu assueuerit, promptè ac simplici inspectione eius, quod rectum est, naturam conditionemque agnoscit.

Est verò longè certior rectitudinis dignotio ex obliquo aspectu, quàm ex directo. Vnde fit, vt euthygrammum seu rectitudinis regula obliquo aspectu secundùm longitudinem extenso certissimè examinetur. Si quæ enim in illo eminentiæ directum obtutum latent, in has obliqui radij faciliùs impingunt, sicq; manifestiùs regulæ inæqualitas deprehen- C ditur. Ea namque est rectæ lineæ conditio, vt perpendiculariter obiecta aspectui, instar puncti appareat; quouis autem alio situ opposita, videatur vt linea, cuius omnes simul partes conspiciantur.

Quare si proposita regula nequaquam recta ABC locus visui reperiri possit, puta D vnde extremas quidem partes A & C oculus D videat, ex intermediis verò illas, quæ aspectui sunt propinquiores, (vt quæ inter A & B existũt) radij non assequantur, depressam in medio esse regulam illam probè internus sensus iudicabit.



Si verò partes sibi viciniores visus percipiat, vt quæ inter A & B E sunt, remotiores autẽ quæ nempe inter B & C non item protuberare hanc regulam certò cognoscet. Hoc ergo præstat obliquus aspectus, vt si quid in recta linea vitiosum est, id mox se prodat, cuiusmodi vitia directo aspectu animaduertere vix vmquam licet. Nam F oculus in E positus, vnde regulam directè prospicit, omnes eius partes simul complectitur, & discrimen recti ac curui, præsertim in partibus, quæ circa medium consistunt minùs accurate distinguit; at exactius circa extrema: hæc enim obliquiores radios excipiunt.



Similis per omnia ratio est diiudicandi exquisitè planum. cùm enim illud rectis vndique lineis constet, ac nullibi in altum protrusis, aut in imum depressis: si in illius aspectu vniformis illa difformitas dissitatum partium, quam diximus, appareat, procul dubio planum illud exactum esse iudicabitur. Sed vt in linearum, ita in planorum quoque peruestigatione certior est obliquus aspectus, quàm directus, ob eamdem, quam in rectis lineis

A lineis diximus, causam. Quare qui pauimentorum complanationes examinant, oculos in terram demittunt: & murorum planitiem solo aspectu illi certissimè denuntiant, qui oculos proximè admouent. Itaque in ceteris. Hoc namque pacto si quid è recta regione eminet, facillimo negotio animaduertunt.

Porrò tametsi in linearum rectarum disquisitione vnicus intuitus sufficiat; planorum tamen certa inuestigatio ex pluribus aspectibus dependet. Cùm enim planum sit per 7. definitionem primi Euclidis, quod ex æquo suas interiacet lineas, eæ autem plurimæ sint, atque in omnem partem diffusæ, tum primùm certa erit plani indicatio, cùm illud pluribus aspectibus decussis in morem actis fuerit comprobatum.

B Quæ hactenus de rectitudinis inspectione dicta sunt, in illis tantùm lineis locum habent, quæ cum radio aspicientis oculi in eodem descriptæ sunt plano. Fit autem interdum, vt oculus lineas in subiecto plano existentes è sublimi contueatur: vt si duæ lineæ aliquantum longè in plana terræ superficie designatæ concurrant, angulum efficientes quam maximè obtusum, oculus in sublimi positus, quò directiùs in punctum concurrentium linearum acies intenderit, eò difficiliùs iudicabit, sitne recta illa vna linea, an duæ: quo verò abfuerit longiùs versus alteram extremitatem, ac magis se demiserit, eò certiùs veritatem cognoscet, propter aspectus obliquitatem.

Ita in ædificiorum structuris, propter locorum seruitutes, interdum fit vt parietes non rectà producantur, sed fracti in angulos obliquentur. Hi si admodum obtusi sint, oculus ex aduerso oppositus perpetuos parietes ipsos arbitratur, quòd eorum angulos non
C percipiat: si verò ad alteram extremitatem abscesserit, illicò discrimen internoscit. Sic flexus viarum à medio conspecti insensibiles non rarò sunt, qui ab extremitatibus spectati adeò immanes sæpè videntur, vt ad finem protendi obtutum non sinant.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Irregularis curuitas ex difformiter difformi partium à visu distantia internoscitur.

D QVANDOQVIDEM curuum recto è diametro opponatur, æquum est existimare partim eodem, partim diuerso modo illud à visu cognosci: siquidem & eadem est contrariorum disciplina, & contraria contrariorum ratio. Ergo ex distantia partium à visu curuum cognoscitur, sicut & rectum; at non ex eadem distantiæ proportione.

Inter ea quæ à rectitudine desciscunt, nonnulla certam quamdam atque vniformem partium sequelam obtinent, vt circularis inflexio, quæ non in planis descriptionibus tantùm, verumetiam in solidis, vt sphæra, cylindro & cono locum habet. Alia irregularia sunt, quæ nulla certa lege curuantur: sed nunc in vnam, nunc in aliam partem projecta velut fortuitò euariant. Hæc irregularis curuitas rectitudini longè maximè aduersatur.

E In iis enim quæ certam legem obseruant, vniformitas quædam cernitur vt etiam in rectis: at in irregularibus nihil est cum rectis commune. Nam recta per 4. definitionem primi Euclidis, linea illa dicitur, quæ ex æquo sua interiacet puncta, quorum ordo in irregularibus sine lege interrumpitur.

Ex eo porrò quòd in rectis lineis omnes partes in directum exporrectæ iacent, consequitur illa vniformiter difformis proportio, quam suprà explicauimus. Si igitur æquabilis illa punctorum sequela per irregularem curuitatem intermittatur, necesse est quoque vniformem illam difformis analogiæ progressionem pariter interrumpi. Quapropter curuum sine lege illud oculus iudicat, cuius agnoscit non esse vniformiter difformem partium à se distantiam. Neque verò id simplici intuitu oculus internoscit, tametsi om-
F nes simul radios à qualibet lineæ parte transmissos vnico obtutu percipiat; sed sensus communis oculorum nuntio admonitus, comparat inter se tum partium tum distantiarum proportionem: & ex vtriusque proportionis collatione, quasi per consequentiam, infert nullam esse legem, nullam æquabilitatem huius curuitatis; ex hoc velut antecedente, nimirum quòd pro rata portione productionis siue extensionis lineæ, non sit ea quæ esse deberet, certa mensura distantiæ partium, sed minor quàm si lineæ partes in directum porrigerentur: & ita minor, vt nullam seruet æqualem rationem decrementi.

PRO-

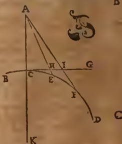
A

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Conuexum cognoſcitur ex præcipiti partium extremarum receſſu.

PRo huius theorematis elucidatione animaduertendum eſt, extremas partes hoc loco vocari illas, quæ à perpendiculari radio ſunt remotiores, idq́; mediarum comparatione, quæ eidem radio ſunt viciniores. Exempli gratia, ſit centrum viſus A, eiq; obiecta circularis lineæ portio B C D, in cuius conuexum incidat radius A C ſecundùm æquales angulos: dico punctum C abſolutè medium eſſe, quòd ſecundùm aſpectum centro K, quod medium eſt, reſpondeat. Nam quæcunque in circuli peripheriam æquis incidit angulis, producta centrum circuli tranſit. Cùm enim per 10. definitionem tertij Euclidis ſimilia ſegmenta ſint, quorum æquales ſunt anguli, fit vt ea quæ in circuli peripheriam æquis angulis cadit, producta circulum in duo ſimilia ſegmenta, hoc eſt in duos ſemicirculos, diuidat. Quare recta illa linea per centrum acta erit. Recte igitur punctum C medium abſolutè nuncupatur, & quæ huic deinde viciniora ſunt, cum remotioribus collata, media etiam dici poſſunt, aut medio propinquiora; vti extrema, quæ propinquioribus comparantur, & à medio ſunt remotiora.

B



C

Nunc ad propoſitum veniamus. Longiora eſſe A E quàm A C, & A F longiorem quàm A E, ex 8. tertij Euclidis patet. At magis præceps eſſe hoc linearum incrementum illo, quo in rectam incidentes lineam excreſcunt, ita poteſt demonſtrari:

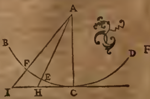
Ducatur C G ipſi A C perpendicularis; hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum B C D cadet: quare radios A E & A F ſecabit. Sint autem ſectionū puncta H & I, erit ergo maior A E quàm A H, & A F maior quam A I, nempe totæ ſuis partibus: igitur diſtantiarum progreſſio, qua longiùs ab A diſtat E quàm C, & F quàm E, itaque deinceps, difformior eſt ac magis præceps quàm illa, qua longiùs ab A diſtat H quàm C, & I quam H. Quocircà viſus illam animaduertens, rectè conuexam eſſe propoſitam lineam enuntiat. Quantumuis enim & in recta, & in conuexa linea vniformis ſit elongationis difformitas, non eſt tamen in recta linea difformitatis progreſſio tam celeris incremēti, quàm in cōuexa. D

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Concauum ex minore partium extremarum elongatione, quàm in rectis accidat lineis, cognoſcitur.

E

TRIBVS modis obuenire poteſt, vt minor ſit extremarum partium à viſu receſſus, quàm in lineis rectis. Primò, ſi viſus in concauæ inflexionis centro exiſtat, vt in A: tum verò partes extremæ ac mediæ, nempe E, F, & C, æquè omnes à viſu diſtant per circuli definitionem. Neque enim propriè extremæ ac mediæ partes hoc caſu nominantur, quandoquidem in omnes radius opticus ſecundùm normam cadat. At partes lineæ rectæ extremæ quàm mediæ longiùs à viſu abſunt, vt propoſitione 15. oſtenſum eſt. Igitur hoc ſitu oculus nullo negotio concauam inflexionem dignoſcit.



F

Secundò, cùm viſus à medio propoſitæ lineæ ampliùs quàm ſemidiametro diſtat, ſiue intra circulū cadat, ſiue extra eum procurrat. Verbi gratia, ſit linea propoſita BCD, cuius centrum G, viſus autem A, vnde radius A C per centrum actus medius eſt, omniumque longiſſimus; extremæ verò partes, nempe A F quam A E, & hæc quàm A C breuiores.

Longiſſi-

A Longissimam quidem esse ipsam A C sic demonstratur: Connectantur G E & G F; erunt ergo in triangulo A G E duo latera A G & G E, reliquo A E maiora, per 20. primi Euclidis: at duobus lateribus A G & G E æqualis est recta A C; nam G C & G E æquales sunt, vtpote semidiametri, quibus si addatur A G, erit A C ipsis A G & G E æqualis: est ergo A C ipsa A F maior.

Simili ratione ostendetur A C maior esse, quàm A F; quippe eadem A C est æqualis duabus A G & G F trianguli B A G F: at duæ A G & G F sunt maiores reliqua A F, per eamdem 20. primi Euclidis: ergo A C ipsa A F maior est.

Esse verò A E maiorem quam A F, sic demonstratur: Cum in triangulo A G E latera A G & G E æqualia sint lateribus A G & G F trianguli A G F; sit verò angulus A G E angulo A G F maior, vt totus sua parte; erit per 24. primi Euclidis & basis A E basi A F maior, & ita deinceps, cum angulus A G F maior sit sequente, latera autem æqualia, erit semper basis, quæ mediæ lineæ A C propinquior erit, remotiore maior per 7. & 8. tertij Euclidis.

Tertiò, cùm visus ab obiecta cócaua linea circulari minùs quàm semidiametro distat, quo euentu extremæ quidem partes longiùs à visu abscedunt, quàm mediæ: at minore C difformitatis progressione, quàm in rectà ostensum est linea. Vt si proposita sit concaua linea B C D, in cuius punctum C à visu A cadat A C secundum rectos angulos circulares, sic vt producta eadem A C per G circuli cétrum transeat, sitque centrum G quàm A visus à medio puncto C remotius: dico ergo A C minimam esse omnium illarum, quæ ab A in cauum lineæ B C D incidere possunt: deinde A E quàm A F minurem, atque ita deinceps propinquiorem ipsi A C remotiore semper minorem esse, quæ D omnia constant per 7. tertij Euclidis.

Quoniam enim G E æqualis est ipsi G C per circuli definitionem, G A verò & A E maiores sunt, quàm G E per 20. primi Euclidis, erunt eædem G A & A E ipsa G C maiores; ab vtrisque igitur si communis portio detrahatur G A, relinquetur A E ipsa A C maior per communem notionem. Eodemque modo ostendetur A F ipsa A C maior esse, quia videlicet G F ipsi G C est æqualis; duæ verò G A & A F ipsa G F maiores: est itaque A C minima omnium quæ ab A in propositam cauam lineam educi possunt.

Quòd verò A F sit maior ipsa A E sic probatur: cùm trianguli G A E duo latera G A & G E æqualia sint duobus lateribus G A & G F trianguli G A F: sitque angulus A G F maior angulo A G E, nempe totus sua parte, erit per 24. primi Euclidis & basis A F basi A E maior.

E Verùm licet in proposito casu extremæ partes longiùs distent à visu quàm mediæ, hoc est F quàm C, & F quam E, non est tamen tanta ea distantiæ euariatio, quanta est in lineis rectis, ideoque hinc concaui differentia quàm optimè dignoscitur.

Nunc vniuerse etiam ostendamus, in quouis concauorum aspectu maiorem esse extremarum partium elongationem, quàm in planis aut rectis. Ipsi A C perpendicularis excitetur ad punctum C, nempe C I. hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum cadet: ergo maior erit A H quàm A E, & A I quàm A F maior. Sicque deinceps sequentium maior semper erit ea, quæ ad rectam C I pertinget, illâ quæ in concauam lineam B C D incidet.

Hic igitur verus est concaui pernoscendi modus, qui ex minore partium extrema- F rum elongatione, quàm in rectis planisve desumitur. At cùm tantò euidentius sit hoc discrimen, quantò oculus puncto C propinquior est, fit vt concaui dignotio certior sit è propinquo, quàm è remoto, quod & in conuexi perceptione locum habet.

Quæ de conuexo & concauo hactenus explicata sunt in lineis, facile ad solida transferri possunt. nam sphæræ conuexum est, quod vndique conuexis constat circulis, & concauum, quod concauis. Sic conus ac cylindrus transuersis circulis ambiuntur, hic æqualibus, ille inæqualibus, qui ambo in longitudinem rectis lineis distenduntur. Quare vno tantùm respectu conuexitatem & concauitatem habent, quæ, vti dictum est, ex linearum cauitate aut conuexitate pernoscitur.

P PRO-

A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Corporum eminentias & profunditates, si exiguæ sint, ex vmbris præcipuè aspectus dignoscit.



VONIAM ostensum iam est ex distantia partium à visu conuexitatem cauitatemque cognosci, perspicuè sequitur eminentias & profunditates, quæ nihil aliud sunt quàm quædam conuexa & caua, tunc minimè percipi posse, cùm distantiarum discrimina, quibus ab vniformi difformitate rectarum linearum discrepant, non sentiuntur. B

Contingit autem id vel ob paruitatem, vel ob immoderatam illarum longinquitatem, qua res ipsæ, perinde ac si reuerà exiles ac paruæ essent, conspectui repræsentantur. Quæ enim adeò dissitæ sunt, vt iustum moderatumque interuallum excedant, illorum partes, quæ sensibilem proportionem ad totum habent non percipiuntur: ac proinde distantiæ quoque, quibus vna longiùs quàm altera à visu distat, penitus aspectum effugiunt. Quòd autem res quædam ob paruitatem oblitescant, ex proposit. 54. libri primi patet.

Duobus igitur hisce modis contingit, vt quarumdam rerum eminentias & profunditates obtutus non assequatur. Cum verò grandiores sunt atque illustriores, eumdem habent cum conuexo & concauo dignotionis modum superiore propositione explicatum. C
At cùm eam mediocritatem obtinent, qua neque omnino imperceptibiles sint, neque more conuexorũ & concauorum dignosci possint, tum plurimum visus in illarum perceptione subsidium ex vmbris mutuatur. Nam extantes gibbi in cauas depressiones vmbras proijciunt: ex his ergo colligit visus profundas esse partes illas, quæ obscuræ sunt; illas elatiores, quæ à lumine quo perfunduntur splẽdorem ad oculos remittunt. Iuuat ad hanc ipsam cognitionem corporis situs, si nimirum oblique lumini obijciatur: sic enim profundæ partes vberiùs vmbras excipiunt, aut si oculi acies obliquè in illud intendatur. ita namque euidentiùs partium difformitatem visus assequitur, quemadmodum propositione 15. ostendimus. D

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Asperum & læue, ex luminis formarumq; repulsione cognoscuntur.



SPERITAS nil aliud est, quàm minutissimarum eminentiarum profunditarumque permixtio atque confusio. Læuitas verò perfecta quædam atque exquisita corporis complanatio. cumque ea sit natura læuis, vt lumen abs se repellat, ac proinde vnà cum lumine etiam rerum formas, hinc commodam nactus occasionem aspectus per ea quæ propriè ad ipsius obiectum pertinent, (lumen & colores) in cognitionem corporum læuium ingeniosè se insinuat. E

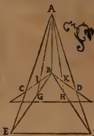
Ergo si adeò exigua est asperitas, vt neque ex distantiæ diuersitate, neque ex vmbris facilè dignosci queat, periculum faciendum in luminis aut specierum repercussione, quæ si nulla accidat, quocumque tamdem situ res oculis obuertatur, asperam eam esse aspectus iudicabit. Si enim læuis esset ac perpolita, lumen abs se formasque rerum ad intuentis oculos aliqua saltem oppositione remitteret.

Si autem insignis asperitas est, cognosci ea aliquando poterit oculis proximè admotis ex eminentium partium propinquitate, & depressarum distantia; percipiet autem visus distantiam & propinquitatem, vt initio huius libri dictum est. Alias etiam cognosci poterit insignis asperitas ex lumine, quo partes exstantes perfunduntur: hæ namque, si solæ collustratæ resplendeant, profunditates autem obscuræ appareant, haud dubium erit sensibilis asperitatis argumentum. F

PRO-

A PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Acutum & obtusum ex eo cognoscuntur, quòd eorum partes à summo fastigio celeri tardóve motu secundùm aspectũ prolabantur.



SVNTO aspectui A obiecta duo corpora C B D & E B F eumdem habentia verticem B, atque ad signa B, G, E, H, F, radij ab oculo A educantur, qui etiam in partes I, C, K & D alterius cor-
B poris incidant: dico, si longior sit radius A G quàm A I, & A H quàm A K; item A E longior quàm A C, & A F quàm A D, acutius esse corpus E B F quàm C B D. Est enim acutius id cuius minor est angulus, obtusius verò cuius angulus est maior: at angulus E B F minor est angulo C B D. ergo E B F corpus altero acutius est.

Quòd verò angulus E B F angulo C B D minor sit, ex hypothesi colligi potest. Cùm enim concedatur radius A G maior esse radio A I, idque portione I G; itemq́; radius A E radio A C maior portione C E; inter B C & B E spatium intercedet lineas continens I G &
C C E: ac simili modo inter B D & B F spatium consistit, quod lineas K H & D F intercipit. Est igitur angulus C B D angulo E B F maior, vt totus sua parte; angulus verò E B F minor. Quare acutius est corpus E B F corpore C B D, propterea videlicet quòd huius partes à vertice deinceps ocyùs prolabantur.

Constat verò per 4. proposit. huius libri inæqualitatem radiorum, qui à visu A ad vtrumque corpus C B D & E B F protenduntur, aspectu dignosci. Ergo cùm hanc visus animaduertit interna adiutus facultate, illud, ad quod prolixiores radij attinent, acutius pronuntiat, vtpote cuius partes G, H & E, F, ab ipso mucrone B celeriori motu secundùm aspectum abscedunt.

D *Quæ hucusque proposita sunt, cognitioni figurarum præmisisse oportuit, vtpote scitu necessaria. Cùm enim figurarum quædam rectilineæ sint, aliæ curuilineæ; atque in his quædam latera habeant conuexa, aliæ concaua; in illis verò quædam eminentiores habeant angulorum productiones, aliæ depressiores; nisi recti ac curui, conuexi & concaui, acuti item & obtusi, ceterarumque proprietatum, quæ in figuras cadunt, discrimina aspectus internoscat, numquam veram figuræ notionem percipiet. Itaque quo pacto figuræ intuitu cognoscantur, deinceps aperiamus.*

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

E *Figura circularis hac nota dignoscitur, quòd eius peripheria à centro visus paribus vndique distet radiis.*

PROPOSITA figura quapiam, mox oculus in eius peripheriam iugatos axes opticos ducit, vt eius à visu distantiam exploret, idque natura duce. Cùm enim ambitus seu extremus terminus, speciem ac propriam differentiam figuræ conferat, eius τὸ ἐμβαδὸν peculiari quodam modo definiens, nulla certiore nota obiectæ figuræ essentiam visus dignoscere
F potest, quàm ea, quæ ex perimetri inspectione colligitur. Quare circumacta visuali acie, si pari vndique interuallo circumferentiæ partes à centro visus distare cognoscantur, rectè circularis figura ea esse pronuntiatur. Quod sic potest demonstrari:



Sit visui A obiecta figura B C D E, promissique vtcumque ad circumferentiã figuræ radij A B, A C, A D, & A E sint inter se æquales, eaq́; radiorũ æqualitas perspecta visui esse concedatur per 24. propos. libri secundi. Ex A verò in obiectam figuram perpendicularis demittatur A F per 12. primi Eu-

clidis, iunganturque F B, F C, F D, & F E: has dico omnes æquales inter se esse. A

Si enim æquales non sint: sit autem verbi gratia F C quàm F B maior, de maiore F C abscindatur F G per 3. primi Euclidis, ipsi F B æqualis, iunctisq; G & A, ostendendum primò est G A ipsi B A æqualem esse per 4. primi Euclidis. Quòd videlicet trianguli A F G duo latera A F & F G æqualia sint duobus lateribus A F & F B trianguli A F B; angulus autem A F G angulo A F B æqualis sit, vtpote rectus vterque ex constructione. Est ergo & basis A G basi A B æqualis per eamdem 4. primi Euclidis. Deinde cùm angulus A F G rectus sit, erit per 17. primi Euclidis, angulus A G F recto minor, ac proinde angulus A G C recto maior per 13. primi Euclidis, & A C G minor recto per eamdem 17. primi Euclidis; vnde tandem consequitur per 19. primi Euclidis, latus A C latere A G in triangulo A C G maius esse: ergo erit A C & latere A B maius, quòd A B ipsi A G ostensum sit æquale. At latus A C suppositum initio fuit ipsi A B æquale. fieri ergo nequit vt F C ipsa F B maior existat. B

Quare si fieri possit, minor esto F C ipsa F B, ponaturque per 2. primi Euclidis datæ rectæ lineæ F B æqualis recta linea F H. Cùm ergo in triangulis A F H & A F B duo latera A F & F H duobus lateribus A F & F B sint æqualia vtrumque vtrique, C sitque & angulus A F H angulo A F B æqualis, nempe rectus vterque per constructionem, erit & basis A H basi A B æqualis per 4. primi Euclidis. Cùm verò per constructionem rectus sit angulus A F C, erit per 17. primi Euclidis A C F recto minor, ac proinde angulus A C H maior recto per 13. primi Euclidis: & iterùm per eamdem 17. primi Euclidis, erit angulus A H C minor recto, ex quo demum fit adiuuante 19. primi Euclidis, vt in triangulo A C H latus A C minus sit latere A H. Quare idem latus A C latere quoque A B minus erit, siquidem ostensum iam est latus A H ipsi A B æquale esse. Illud autem hypothesi aduersatur. supponimus enim tantum A C ipsi A B æqualem esse. fieri ergo nequit, vt F C ipsa F B minor existat: sed neque maior esse potest, vt proximè est demonstratum: æqualis igitur est. Quod cùm in ceteris eodem demonstrandi genere D ostendi possit, erunt omnes à circumferentia B, C, D, E ad F punctum ductæ æquales; atque adeò eiusmodi figura circulus esse conuincitur, per ipsius circuli definitionem.

Conninigit subinde, vt figura verè circularis oblique aspectui obijciatur, sic vt eius peripheria non partibus vndique à visu radiis distet, sed vna parte remotior sit, altera propinquior. Id iis quæ hactenus demonstrata sunt minimè aduersatur. Siquidem ita conspecta figura hanc ipsam ob causam non apparet sensui circularis: sed solùm mentis præsidio talis iudicatur, cùm habita ratione maioris distantiæ, qua vna pars altera à visu remotior est, prudenter æstimat, quantum figura ipsa parte altera longius excurrat, latiúsve expandatur: quemadmodum proposit. 11. huius libri de veris magnitudinibus discernendis docuimus. E

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Rectilineam figuram laterum rectitudo conspicuam facit.

CVM rectilinea figura ea sit, quæ rectis clauditur definiturque lineis, his visu cognitis, haud dubie rectilinea figura nota erit. Tum enim maximè vnamquamque rem comprehendere nos arbitramur, cùm eius proprietates, illas præsertim, quæ ad essentiam proximè pertinent, perspectas habemus. Igitur cùm rectis lineis figuræ rectilineæ essentia circumscribatur, nulla F re magis, quàm laterum rectitudine rectilinea figura conspicua euadit. Quo verò pacto rectæ lineæ visu dignoscantur, suprà diximus propositione decimaquinta. Porrò si præter laterum rectitudinem illorum etiam numerus, angulorumq; æqualitas vel inæqualitas cognita fuerit, nihil amplius ad absolutam figurarum rectilinearum cognitionem desiderabitur. Ita enim vniuersæ illarum species ac differentiæ perspectæ erunt.

A

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Figura polygona ex maiore angulorum, quàm laterum, à visu distantia recte colligitur.

QVEMADMODVM rectilineæ figuræ essentia in laterum rectitudine, ita polygonæ in angulorum numero consistit: vt ergo illa ex laterum rectitudine, sic ista ex angulorum productionibus, seu partium quarumdam prominentiis, quæ ex maiore earum à centro distantia æstimari debent,
B
cognoscitur. Perspecta igitur, per 14. proposit. huius, inæqualitate earum linearum, quæ à centro ad circumferentiam educuntur, si longissimas quasque ad communes laterum congressiones pertinere animaduertit, polygonam esse eam figuram iudicat, & quot eiusmodi lineas, totidem angulos numerat. Si verò æquales inter se sint eæ omnes longissimæ lineę, circulo inscriptibilem esse eam polygonam figuram concludit.

Eadem cùm sit in ceteris figuris ratio, facilè prudens lector suopte ingenio colliget quæcumque circa earum cognitionem, quæ visus ope acquiritur, versantur: ea propter studio prætermittimus, ne in re per se notissima, diutiùs quàm par est, singula perscrutando immorari videamur.

C

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Figura solida cognoscitur ex laterum dispositione, interdum per se, aliàs syllogismo.

FIGVRÆ solidæ vel vna constant conuexa superficie, vel pluribus lateribus, quæ vel plana sunt, vel concaua, vel conuexa, in solidos angulos vtcumque conformata. Ipsum ergo corpus solidum cognoscitur vel percepta conuexitate per 17. propos. huius, vel nota concauitate per
D
18. huius, vel cognitis lateribus planis per 15. eorúmve situ, de quo infrà, vel inspectis angulorum prominentiis per 24. iis enim cognitis ex quibus constant, & ipsæ figuræ solidæ perspectæ sint necesse est.

Hæc omnia in distantia mediocri tantummodò locũ habent. nam maiore quàm par est interuallo, corporis figura, ac laterum angulorumque differentiæ non distinguuntur, nec aliud quàm corpus esse quod videtur, ratio tacita hac argumẽtatione concludit: Color in sola superficie videtur: at hic quod videtur color est; ergo in superficie: superficies autem non est sine corpore. Quocircà corpus est quod hic colore infectum videtur.

Ex dictis, quæcumque de figurarum cognitione in medium adferri possent, perspicua
E
esse arbitror, vt ad rem tam facilem plura addere nihil sit opus. Ergo quæ reliqua sunt, tecum ipse Lector expende, & locum da, vt ad Locum nostra digrediatur oratio.

DE LOCI COGNITIONE.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Locus visu cognoscitur ex rei distantia,
F
respectuq́; partium vniuersi.

NON hîc agimus de loci essentia, neque de concaua illa superficie corporis ambientis locatum, aut de spatio quod corpore locato oppletur: sed de ea proprietate rei existentis in loco, quæ Vbi nuncupatur, cuius gratia res hîc aut alibi, & non nusquam esse dicuntur, vel horsum aut illorsum vergere.

Rei cuiusque locum aspectu cognosci per se notissimum est. nam qui rem quampiam persequuntur, non in incertum huc illucque oberrant, sed proprium eius locum directò petunt, ibique, cum rem assecuti fuerint, conquiescunt. Item rem aliquam de-

monstrantes, non decussatis indicibus, vt pueri per iocum assolent, quatuor mundi plagas indicant; sed exporrectis rem ipsam certo loco ostendunt. Visus ergo non rem modò, verùm etiam quo in loco constituta sit, agnoscit. A

Nunc superest, vt qua nota rei locum obtutus discernat exponamus. Spectator in medio horizontis conspicui constituturus, eius velut centrum occupat, vnde emisso per rem visilem radio, eam horizontis partem, seu mundi plagam, cui res ipsa respondet, primò designat. Hoc enim ad loci essentiam definitionemque proximè accedit. Res siquidem quæ spectatur eam horizontis partem necessariò spectat, ad quam productus per rem opticus radius terminatur; nec extra eum existere res ipsa vllo modo potest, vt libro 2. pluribus in locis indicauimus. Quæ causa est, cur vnusquisque se rem accurate demonstrasse arbitretur, cùm exporrecto indice radium opticum, qui ad rem pertinet, ostenderit. Hoc itaque percepto, facile quod reliquum est ad loci inuentionem, visus assequitur; cùm deinde qua in parte huius optici radij existat res ipsa, propinquáne an remota, perquirit ea ratione, qua initio huius libri distantiam cognosci docuimus. Inuenta igitur in hunc modum rei distantia, mundique plaga, cui respondet, priùs accepta, verus ac proprius rei locus certò definitur, qui fuerat postulatus. B

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Vno oculo certus definitusque rei locus designari non potest. C

Ex superiore propositione liquidò constat, non solùm per respectum ad partes vniuersi, sed simul etiam ex distantia à visu cuiusque rei locum rectè designari. Quare perspicuè sequitur, ad loci determinationem duarum omnino linearum cognitione opus esse. Vna quidem, quæ doceat in quam mundi plagam res vergat, an in quam in anteriorem an in posteriorem, dextram an sinistram, quantumque à directo deflectat. Hoc sanè præstat vnius oculi quicumque radius: oportet enim rem omnem apparere in aliqua illius radij parte, qui per rem transit. Altera verò priorem secans, ostendit quantum res à vidente distet, quod facit alterius oculi radius, vt propositione 4. huius libri est demonstratum. D



Verbi gratia, sit res spectanda A; hanc oculus B in partem C interminatam vergere certò cognoscit radio A B, quo species ad oculum fertur, remque in aliquo loco radij infiniti B C existere pronuntiat: at quisnam ille locus sit, nequit idem oculus per se definire, vt propositione prima huius libri ostendimus: ergo illum determinat radius D A ab altero oculo ad rem eductus. Hic enim, cùm longitudinem radij B A cognoscat per 24. proposit. secundi libri, certò definit obiectum A à puncto B nec plus nec minùs distare, quàm longitudine lineæ B A, vt proposit. 4. huius libri docuimus. Vbi ergo duo radij B C, D A, sese intersecant, ibi est verus rei propositæ locus. cumque eiusmodi intersectio ab vno oculo prouenire non possit, sequitur vno oculo certum definitumque locum designari non posse; quod erat probandum. E

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

In axium opticorum congressu locus exquisitissimè dignoscitur.

Præ ceteris opticis radiis ea vis insita est axi, vt in certissimam distinctissimamque cognitionem deducat, quemadmodum lib. secundo propos. 10. est demonstratum: igitur consequens est, vt perspicacissimus aspectus à duobus axibus proueniat. Etenim, quod libro primo propos. 76. ostendimus, perspicacior est visio à duobus oculis simul agentibus, quam ab altero tantùm: at duobus axibus res vna videri non potest, nisi ea in parte vbi axes concurrunt: igitur licet proprius rei locus obliquo etiam aspectu conspiciatur, cùm nimirum res quæ videtur in horoptere existit; nusquam tamen ita perspicue absoluteque, vti in axium opticorum congressu. Hic namque amborum luminum vis in vnam eamdemque; F

actionem

A actionem conspirat, atque extremum potentiæ exerit: quare præstantissimam visionem sequi necesse est. Itaque in opticorum axium concursu, distinctissima loci cognitio obtingit; quod probandum erat.

Deinde, loci cognitio ex distantiæ cognitione pendet, vt propositione 26. docuimus: at distantia ex axium opticorum longitudine colligitur, per quartam propositionem huius: axium autem longitudo ab eorum concursu desumitur: ex quibus tandem sequitur perfectissimam loci visionem in axium opticorum societate compleri.

Eorum verò quæ ab axium concursu digrediuntur, tanto locus videtur obscuriùs, quanto longius absistunt. Hoc ex eadem propos. 10 libri secundi superius citata velut
B consectarium elicitur. Nam cum se mutuo res locusq; consequantur, vt res ipsa, ita eius locus perspicue aut obscure videtur: neque alia postulanda est causa cur ita appareat locus, quam cur res ita videatur; hanc autem ibidem dedimus, nempe radiorum obliquitatem, quam proinde Lector consulat.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Medius prospectus ex radio communi ad horizontem librato, eiq; quæ centra visuum connectit normali, cognoscitur.

C EST enim medius prospectus, qui inter omnes positionum differentias medius interiacet, duplici relatione definitus, qui scilicet nec elatus nec depressus dici potest, nec in dextram aut in sinistram proiectus. Primò igitur elationis & depressionis medium, sensus internus libratione communis radij examinat: libratur autem communis radius horizontis inspectione, quemadmodum dioptris aquarum deductiones, alueorumque fastigia. nam quæ horizonti æquilibria sunt, medium situm inter elatum ac depressum obtinent. Est enim horizon (is inquam quem conspicuum & apparentem vocant) cæli terræque, hoc est superni atque inferni interseptum, vtrumque quoad aspectum dirimens.

Librato igitur hunc in modum obtutu, sensus interior ad axes opticos sese conuertit,
D vt dextri quoque ac sinistri medium inueniat. Quare æqualesne illi inter se sint an inæquales, per 24. proposit. lib. 2. exquirit. Et si æquales deprehenderit, angulos quoque sub communi radio & connectente centra visuum contentos æquales esse concludit, quod & proposit. 26. secundi libri est demonstratum. Vnde & quoad latera medium esse hunc aspectum cognoscit, quod scilicet neutram in partem sociati axes deflectant.

Cùm igitur duplici comparatione medius prospectus definiatur, nempe horizontis conspicui, & eius quæ centra visuum connectit, rectè, vti diximus, libellæ ac normæ beneficio communis radius medium prospectum designat. Nam libella communem radium pari cum horizonte libra constituit: norma verò eumdem ei quæ connectit centra visuum rectis angulis adiungit. Quare ex communi radio ad horizontem perlibrato,
E & ei quæ connectit centra visuum normali, medius prospectus dignoscitur; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Positionum differentiæ ex comparatione medij prospectus colliguntur.

F E Positionum differentiis, quæ sex omnino à Philosophis numerantur, supernum, infernum, dextrum, sinistrum, ante & retrò, vna quidem quæ à tergo est, ab aspectu, corporis interpositione dirimitur; altera verò quæ in anteriora extenditur, ad distantiam pertinet, de qua initio huius libri ex professo est actum. Quæ autem reliquæ sunt, propriè ad hunc locum spectant. Ac supernum illud dicitur, quod supra libellam extollitur, infernum quidquid infra libellam spectatur, dextrum & sinistrum quod in hoc vel in illud latus aspicientis declinat.

Quocircà si radius communis ad horizontem libratus ei quæ centra visuum connectit rectis insistat angulis, hic medij prospectus index erit, vt proxime antecedente propositione ostensum est: vnde omnis declinationis ac positionis principium sumi debet.

Visus ergo aliquam ex positionum differentiis inuestigaturus, primò medij prospectus A verum locum accipit, deinde ad rem propositam conuersus, atque identidem ab vno aspectu in alium prolapsus, facta semper cum medio prospectu comparatione, ex ipsis oculorum conuersionibus quam in partem res vergat, quamque loci positionem obtineat, inuestigando perquirit.

Posse autem obrutum eam comparationem facere, sensus interni auxilio, ex ipsius natura perspicuum est. Atque ex eo etiam, quòd oculorum lationes ac motuum differentias ipsa animæ facultas persentiscat, vt libro primo propositione 20. & 21. est declaratum: itemque ex eo quòd angulorum, qui sub connectente centra visuum & axibus continentur, inæqualitatem visus cognoscat, per 23. propositionem lib. 2. Igitur colla- B tione medij prospectus omnis differentia positionis visu dignoscitur.

Quod vt planius euadat, finge eam quæ centra visuum connectit rectam lineam bipartitò diuidi, ac per sectionis punctum tria plana imaginarie duci; vnum ad horizontem libratum, cuius respectu dicuntur supernum & infernum: alterum huic ad perpendiculum insistens, ita vt vtriusque communis sectio sit illa ipsa, quæ centra visuum connectit, recta linea, cuius plani comparatione antè vel retrò aliquid esse dicitur: tertium quod vtrumque planum secundùm normam secet, cuius intuitu dextri & sinistri appellationes proueniunt.

Quoniam verò hæc plana quæ singulas locorum differentias disterminant, imaginaria sunt, minúsque sensu per se nota, aliorum quorumdam signorum intuitu singulis po- C sitionum differentiis internoscendis aspectus iuuatur. sic supernum & infernum comparatione visibilis horizontis oculus distinguit. Nam primum illud planum, quod per medium punctum connectentis centra visuum ad libellam distenditur, si produci intelligatur, tandem in visibilem horizontem incidet. Igitur cùm horizontem intuemur, quidquid radio oculi nostri supereminet, absolutè supernum; quidquid infrà procumbit, absolutè infernū pronuntiamus. Quæ in anteriorem aut posteriorem partem vergunt, suiipsius comparatione oculus diiudicat: sic vt illa omnia antè esse existimet, quæ in eam sui partem protenduntur, ad quam aspectus porrigitur; illa verò retrò esse, quæ in oppositam partem tendunt. Dextrum denique ac sinistrum ex axium opticorum inæqualitate visus colligit. Quoniam enim dextrum inter ac sinistrum medium consistit per- D pendiculare illud planum, quod directò in anteriora procurrit, quique ad huius plani punctum aliquod diriguntur, axes optici sunt inter se æquales per proposit. 25. libri secundi; necessariò fit, vt id omne ad quod inæquales axes optici protenduntur, ab hoc plano in dextram sinistrámve partem desciscat. Hinc ergo dextri sinistrique appellationes aspectui innotescunt, quòd axium opticorum inæqualitatem visus distinguat, vt proposit. 24. libri secundi est demonstratum. Et dextrum quidem illud cognoscitur, ad quod breuior dextri oculi axis, longior verò sinistri pertinet; illud autem sinistrum, quod contrarios axes admittit.

Hæ sunt vsitatissimæ, vt opinor, locorum cognitiones, in quas insita procliuitate omnes penè natura duce feruntur: si quæ autem aliæ non minùs familiares alteri vide- E buntur, is suam sequatur sententiam; scimus enim proprium cuique esse ingenium, hominesque nulla re magis quàm iudiciis discrepare.

DE SITVS COGNITIONE.

DEFINITIONES.

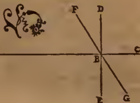


RIPLEX *in iis, quæ visui obijciuntur situs spectari potest. Vnus est Oppositionis, alter Obuersionis, tertius Partium inter sese: Mixto* F *excepto, qui non alium habet suæ cognitionis modum, quàm partium ipsarum inspectionem.*

Oppositionis situs bipartitam habet differentiam. Vnus quidem ex aduerso dicitur, cùm rem obiectam non quicumque radius, sed opticus axis attingit: alter verò declinans, cum nempe res proposita ab axe optico in dextram vel sinistram, supernam vel infernam partem dimouetur. Inter quas situum differentias plurimæ aliæ

A *aliæ reperiuntur mediæ proprio nomine destitutæ. Hic positionum differentiæ non absolutè sumuntur, qua ratione proximè antè sunt explicatæ, sed axis optici comparatione. Sic vt illud declinare intelligatur, quod ab axe deflectit, seu quod magis quàm axis ipse opticus in vnam aut in alteram partem vergit. Est enim axis opticus totius velut aspectus directio, vna sua extremitate centrum visus, altera centrum basis pyramidis radiosæ, seu eorum quæ foris obijci possunt, medium attingens. Quare quæcumque ab axe optico quaquauersus discedunt, ea declinationis situm habent.*

B *Obuersionis situs est, quo res eodem consistens loco sola conuersione aut inclinatione respectum ad obtutum mutat. Estque omnis eius diuersitas secta trifariàm. Aut enim directò res visui obuersatur, cùm nimirum axis opticus rectis in eam angulis incurrit; aut perpendiculariter, cùm videlicet res ipsa producta in centrum visus defertur; aut demum obliquè, quo in genere omnis reliqua varietas continetur.*



C *Exempli causa, visui A linea spectabilis D E directò obuertitur, siquidem cum axe optico A B rectos angulos efficiat. Linea verò B C, si protracta ad oculum vsque eius superficiei ad rectos angulos incidat, perpendiculariter obuersari dicitur. At obliquè, si cum axe obliquos angulos faciat, vt F G, in quamcumque demum partem ea inclinetur.*

D *Situs partium inter sese est, qui sola partium transpositione mutatur: vt in eodem exemplo, si lineæ D E, quæ directè aspectui obuersatur, pars D, quæ superior est, fiat inferior, mutatus erit non totius lineæ, sed partium dumtaxat situs: ita si linea F G inuertatur, tota quidem linea obliquè vt priùs visum respiciet, sed partium situs inuersus erit.*

Mixti situs ij sunt, qui variè ex his permiscentur, vti sessio, statio, cubatio, illæque dispositiones, quibus qui stant recti aut inclinati, qui iacent proni aut supini dicuntur, atque his similes.

E *Tres situs iam explicati hanc habent inter se comparationem, quòd primus, nempe oppositionis, motu ad locum, duo verò posteriores, videlicet obuersionis & partium inter sese, motu in loco euarient. At inter obuersionis situm ac partium hoc interest, quòd hic citra inclinationem vllam partium suarum respectum immutet; ille autem seruato partium ordine ac dispositione solummodò in hanc vel in illam partem inclinetur.*

Notandum hoc loco est, quòd licet partium situs rem ipsam potiùs quàm visum spectare videatur; tamen ea ratione ad præsens institutum pertineat, qua eius varietas
F *sub aspectum cadit. Nam partibus rei visibilis permutatis, ipsa quoque simulacra in oculi superficie nouum in modum transmutantur, aliumque situm adquirunt; quandoquidem, vt libro primo proposit. 51. ostendimus, species rerum visibiles ordinatè ad aspectum perueniant.*

Notandum etiam directum oppositionis situm fusiore significatione hoc loco accipi. Cùm enim axis opticus in vnum tantummodò punctum obiecti plani rectis angulis incidere possit, sequitur, strictissimo loquendi modo solum punctum visui directè opponi

opponi; quòd ceteri radij, qui in reliquas obiecti partes incidunt, obliquos angulos faciant. Quia verò latiore intellectu eò directiùs res visui obijci dici potest, quò magis circa medium eius punctum axis normaliter procidit: eò verò obliquiùs, quò normalis axis propiùs ad extremitates rei visibilis accedit. Idcircò indiuiduum quidem signum directissimè visui obijcitur. Deinde ea circularis linea, aut sphæræ portio, cuius idem est ac visus centrum. Tum linea aut superficies plana, in cuius medium opticus axis ad normam cadit. Demum ceteræ tum lineæ, tum superficies, quarum medio normalis axis propinquior est. A B

Notandum prætereà, in sphæra nullam esse posse obuersionis differentiam: quocumque enim modo sphæra conuertatur, semper eius visibilis terminus vt circulus apparet. Punctū verò nec obuersionis, nec partium inter se situm habet: sed oppositionis tantùm. Nam cùm moueri ad locum possit, nunc dextram nunc sinistram, nunc supernam nunc infernam partem tenere potest, sicque obtutui vario opponitur respectu. At cùm nec mole distentum sit, nec partes habeat, nequit harum loca permutare, aut sui totius conuersione variam oculis phantasiam exhibere. C

Similiter visui opponi ea dicuntur, in quorum mediū eadem recta linea à centro visus educta æqualibus angulis pertingit. Vt si à cētro visus A *educta recta linea* A G *in duas visibiles lineas* B C *&* D E *incidens angulos* A F B *&* A F C *angulis* A G D *&* A G E *æquales faciat, vtrumque vtrique, hoc est angulum* A F B *angulo* A G D, *&* A F C *angulum ipsi* A G E *angulo; propositæ lineæ* B C *&* D E *similiter visui* A *opponentur. Siquidem obuersionis situs ex incidentium radiorum angulis pensatur: quorum ergo æquales sunt anguli, similiter ea oculis obuersari necesse est.* D

Ex quo fit vt parallelæ omnes esse debeant, quæ similiter opponuntur, adstipulante 27. primi Euclidis. Si enim in duas rectas lineas, verbi gratia B C *&* D E *recta incidens linea* A G *alternatim angulos, hoc est* A F B *&* A G D *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt illæ inter se rectæ lineæ. Rursus è conuerso quoque sequitur, parallelas omnes, si per vtriusque medium idem radius incedat, similiter visui opponi. Nam per 29. primi Euclidis, in parallelas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos inter se æquales facit.* E

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Situs qui ex aduerso est, ex obtutus perspicacitate cognoscitur. F



ID quod ex aduerso obtutui obijcitur, vniuersaliorem significationem habet, quàm id quod in medio prospectu exisftit. Nam ex aduerso id omne videtur, quod axe optico attingitur, siue rectos angulos cōmunis radius, siue obliquos cum connectente centra visuum efficiat: at medio aspectu cerni id solùm dicitur, quod in communi radio ad horizontem librato, ac ei quæ centra visuum connectit normali constitutum est, vt superiùs est explicatum. Vnde sola oculorum conuersione aliud atque aliud ex aduerso spectari potest, medio autem aspectu non nisi totius capitis motu, quo scilicet connectens centra visuum pariter mouetur.

Cùm

A Cum ergo ex aduerso opponi illud superius sit definitum, in quod opticus axis incidit, sitque per propos. 9. secundi libri visio, quæ per axem fit, omnium perspicacissima; consequens profectò est, vt illud ex aduerso oppositum esse oculus iudicet, quod manifestissimè dignoscit. nam quantò remotior est ab axe radius, tantò res minus perspicuè cernitur, per eandem proposit. 9. secundi libri. Ergo quod perfectiùs, id propinquiore radio; & quod perfectissime, id in axe, hoc est ex aduerso, constitutum esse oportet.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

B *Declinationis situs ex affecta portione araneæ tunicæ, & magnitudine anguli radiorum opticorum dignoscitur.*

DVPLEX obiecti declinatio hactenus a nobis exposita est; vna à prospectu medio, quæ propriè ad positionum differentias pertinet: hæc quo pacto visu dignoscatur, dictum est proposit. 29. Altera est, qua obiectum ab optico deflectit axe, de qua in præsenti agimus; estque de eorum genere, quæ ad aliquid dicuntur. Non enim illa est, qua absolute in dextram aut in sinistram partem res vergit, sed respectu axis optici, qua nimirum ad aliquam positionis differentiam magis quam ipse opticus axis accedit.

C Vnde fieri omnino potest vt axe, verbi gratia, A C a medio aspectu B in altum elato, obiectum illius comparatione inferius sit, si nimirum ab illo versus partem inferiorem aliquantum distet, vt constitutum in D; non tamen sit absolutè infernum, sed supernum, cùm inter axem & medium aspectum B sit situm. Illud enim absolute supernum dicitur, quod supra medium aspectum eleuatur. Ita si axis opticus à medio aspectu in sinistram deflectat, resque visilis hunc inter & D axem consistat, ea quidem à dextris optici axis erit, at absolutè sinistram occupabit.



Hic ergo declinationis situs in duobus consistit, nimirum in remotione ab axe, & in respectu ergaaliquam positionis differentiam. Priore ex capite dicitur obiectum ab axe multum vel parum declinare; ex posteriore verò in hanc aut in illam partem vergere. Quocirca ex duobus percipi hanc declinationem ostendendum est. Nempe ex araneæ portione, quam obiecti species formaque attingit, atque ex amplitudine anguli opticorum radiorum. siquidem disiunctionem ab axe nempe C D (cùm ea quædam sit magnitudo) cognoscit visus, quemadmodum ceteras magnitudines, hoc est ex amplitudine anguli C A D qui ex radiorum concursu ad centrum visus constituitur, vt propositione 8.

E huius libri ostensum est.

Deinde cùm idem situs ac dispositio formarum in superficiem visus, seu anteriorem crystalloidis tunicam, quam araneam vocant, recipiatur, quæ in rebus ipsis cernitur, vt propositione 51. libri primi demonstrauimus, sitque ea ipsa aranea primarium visionis organum, sentiet profectò ea non tantùm rei spectabilis formam, verùm etiam qua sui parte eam admittat cognoscet. Quòd si parte dextra, & rem ab axe in dextram declinare intelliget; si sinistra in sinistram, ac tantum, quantus est angulus quem opticus axis & radius in centrum visus coëuntes efficiunt per 9. huius libri.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

F *Directus situs percipitur ex æquali à visu distantia partium æquè ab axe disiunctarum.*



DISTANTIAM visu dignosci iam initio huius libri est demonstratum. Quare si axis opticus in obiectum quodpiam inciderit, & ab eius occursu æquè disiunctæ partes vtcumque sumantur, quarum à visu distantiæ sint æquales: dico axem in obiectum rectis angulis incurrere, ac proinde situm eius directum esse.

A visu namque A in obiectum C D axis opticus extendatur A B, sumanturque partes C & D

A



B

c & d pari interuallo ab axis occursu b disiunctæ, ad quas radij educantur a c & a d, qui à visus facultate comprehendantur æquales per 4. propositionem huius libri. Cùm igitur in triangulis a b c & a b d latera a b & b c, lateribus a b & b d æqualia sint vtrumque vtrique, sitque iam cognita basis a c basi a d æqualis; erit per 8. primi Euclidis & angulus a b c sub æqualibus lateribus contentus angulo a b d æqualis, atque adeò rectus erit vterq; angulorum per 10. definitionem libri primi Euclidis, ipseq; situs directus, vt ex præfinitionibus ad propositionem 31. perspicuum est. Rectè igitur ex æquali distantia partium æquè ab axe disiunctarum situs directus cognoscitur, quod erat probandum.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Obliquus situs ex inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum deprehenditur.

C



D

Esto visus a, axis verò opticus a b cum obiecto c d concurrens in b; partes autem in re obiecta sumantur ab axis occursu æquè distantes c & d, quarum à visu distantiæ si per 4. huius libri propositionem inæquales dignoscantur, a c quidem maior, quam a d: dico inæquales fore angulos a b c & a b d. Cùm enim æquales ponantur b c & b d, sitque a b communis vtrique triangulo a b c & a b d; basis autem a c basi a d maior aspectu deprehendatur, erit angulus a b c angulo a b d maior per 25. primi Euclidis, vnde certò visus concludit obiectum c d obliquè situm obuersumque esse, per obliqui situs definitionem superiùs ad 31. propositionem explicatam.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Directus atque obliquus situs duobus oculis indubitate cognoscitur.

E

Iam enim ostensum est proximè antecedente propositione, ex æquali vel inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum hos situs deprehendi: at distantia per primam huius libri propositionem vno oculo certò definiri non potest: ergo duorum oculorum præsidio ad obliquitatis directionisque inspectionem opus est; quorum consensu certa atque indubitata obuersionis cognitio habetur sicut & distantiæ, vt proposit. 4. huius libri ostendimus. Nam vtraque vnius est facultatis, quandoquidem ex prænotione distantiæ, cognitio obuersionis dependeat.

F

Hæc licet ita sint, vti diximus, tamen cùm propositione 6. huius libri ostensum sit visui propinquiora accuratiùs videri; poterit directio atque obliquitas obiecti vno etiam oculo quodammodò dignosci. Illa enim æstimatrix facultas quæ discernit propinquiora, rectè iudicabit, quæ perspicaciùs videt; illa verò remotiora, quæ obscuriùs; illa denique æquè distantia, quæ eadem perfectione intuetur.

Simile iudiciū ex apparente magnitudine partium æquè ab axe remotarum desumi potest. nam & propinquiora maiora, remotiora verò minora cōspiciuntur. Vnde si visui a magnitudo quæpiam obijciatur c d, in cuius medium b axis incidat opticus a b: ad extrema verò eius c & d radij perducantur a c & a d: si b c quàm b d minor appareat, cùm sit æqualis, obliquè sitam esse lineam c d oculus rectè iudicabit, & c quidem longius ab



A ab oculo abesse quàm D. siquidem longiùs abesse ea oportet quæ minora apparent, cùm reipsa æqualia sint.

Quod verò minor apparebit B C quàm B D, si obliquè linea C D aspectui obijciatur, inde potest demonstrari, quòd minor futurus sit angulus B A C quàm B A D. Centro namque A, interuallo autem A B arcus decircinetur

B E B F. quoniam obliqua ponitur C D ipsi A B, illa circulum secabit per 16. tertij Euclidis, & pars quidem B C quæ cum axe A B obtusum angulum facit extra, reliqua verò B D intra circulum cadet: erit ergo trigonum A B C sectore A B E maius, trigonum verò A B D sectore A B F minus: sed per primam sexti Euclidis, trigona sunt quemadmodū bases B C & B D: sectores verò quemadmodum arcus B E & B F per 33. sexti Euclidis: ergo minor erit arcus B E recta B C, & B F arcus maior quàm recta B D: at B C æqualis supponitur ipsi B D, ergo B E arcus ipsa quoque B D recta minor erit, ac proinde multo minor arcu B F, qui eadem recta B D iam ostensus est minor. Sed vt arcus B E ad B F arcum, ita angulus B A E ad B A F angulum per eamdem 33. sexti Euclidis: ergo vicissim per 16. quinti Euclidis, vt arcus B E ad angulum

C B A E, ita erit arcus B F ad B A F angulum. Ex quo tandem fit, per 14. quinti Euclidis, vt quoniam B E arcus minor est, quàm arcus B F, sit quoque angulus B A E angulo B A F minor: quocircà minor apparebit B C quàm B F, per nonam proposit. huius.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

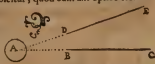
Perpendicularis situs inde cognoscitur, quòd obiectum axisque opticus ex æquo suas interiacent partes.

D EA namque præcipua est rectæ lineæ nota, quòd sua ex æquo interiacet puncta, vt Euclides docet 4. definitione libri primi. Quia igitur solus axis opticus superficiei visus perpendicularis est, vt libro 2. proposit. 6. ostendimus, fit vt cum ea quæ perpendiculariter visui obijcitur, vnam eamdemque rectam lineam efficiat. Quare ex eo maximè perpendicularis situs dignoscitur, quòd obiecta linea axisque opticus ex æquo suas interiacent partes, seu quòd ambæ in directum sint constitutæ.

Porrò tametsi hoc loco, & in præfinitionibus ad proposit. 31. huius libri strictiùs paulò explicatus sit perpendicularis situs, quàm eius significatio pateat, cùm non tantùm illa linea obtutui perpendiculariter obijciatur, quæ in axem producta incidit; verumetiam omnis illa, quæ protracta in centrū visus terminatur: id tamen vitio nobis verti non

E debet, cùm illic eum dumtaxat situm definire propositum fuerit, qui propriè perpendicularis dicitur; hic verò eius cognitionis modum edocere, qui facile ad omnem perpendicularem situm possit accommodari.

Vt ergo presse acceptus perpendicularis situs, ille inquam, quo res obiecta ad superficiem visus rectis perducitur angulis; ex eo cognoscitur, quòd cum axe optico rectam lineam efficiat, vt in apposito schemate res obiecta B C cum axe optico A B ex A centro aspectus euocato in vnam rectam lineam coit. Ita fusiori significatione eæ omnes lineę perpendi-



F culariter visui exhibentur, quæ productæ cum radio quopiam optico rectam lineam constituunt, ac vnà in centrum visus porriguntur, cuiusmodi est recta D E, quæ cum radio optico A D in directum protensa pariter cum illo in A centro visus terminatur, licet in superficiem oculi rectis nequaquam angulis incidat, vt ex sexta propositione libri secundi perspicuum est.

Rursus quemadmodum lineæ, ita & superficies perpendiculariter visui obijciuntur: strictè quidem cùm productæ omnia oculi centra pertranseunt, ipsumque oculum bifariàm secant; latè verò cùm per visus quidem centrum, at non totius oculi incedunt, nec oculum secant bifariàm. Perpendicularis situs, quo superficies oculis obuersantur, & is

quo rectæ lineæ idem diagnosticum signum habent, nempe partium inter sua puncta A
centrumque visus æqualem interpositionem, ita vt radij omnes ab oculo ad positam superficiem destinati in eodem cum ipsa sint plano: quare & eumdem habent cognitionis modum. Si enim nulla pars præ ceteris eminere cernitur, aut à recta regione deflectere, quod ita apparet, planum perpendiculariter obiectum esse conuincitur.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Situs partium inter sese ex notis positionum differentiis perspicuus euadit. B

DISPOSITIO partium in eo præcipuè consistit, quòd pars vna recta sit, altera inflexa; vna dextram, altera læuam occupet; vna elata, altera depressa sit, aliæ media inter hæc loca teneant: his igitur locorum differentiis cognitis, vti propositione 30. huius libri docuimus, ipse partium situs, earumque omnium inter se consensus perfectè, quarum ipsius natura postulat, perspectus erit. In his verò sæpè etiam ratione est opus, quæ singulorum membrorum dispositiones, ex quibus totius corporis situs dependet, inter se conferat. Nam omnes situum differentiæ de illorum sunt genere, quæ ad aliquid ducuntur; nec minùs opus est tempore, quo primò quidem partes omnes sigillatim in cognitionem veniant, C
posteà verò in vnum totius corporis situm vniuersa illarum multitudo vniatur. Sic ergo ex particularium perceptione compositi situs colliguntur; quod erat explicandum.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Compositi situs ex particularium notitia colliguntur.

COMPOSITI situs sunt, qui ex simplicibus, quos hactenus exposuimus, variè coalescũt, vt sunt pronus, supinus, erectus, inclinatus, obuersus, auersus, inuersus: item sessio, statio, cubatio, ac ceteri eiusmodi qui ex membro- D
rum dispositione proueniunt, quibus propter varietatẽ non sunt imposita propria nomina. Hos omnes ex partium cognitione innotescere palàm est. Vti enim magnitudines ipsæ, quæ partibus constant, nequeunt vno simplicique intuitu exactè dignosci, sed ex singularum partium inspectione comprehenduntur, vt libro primo propositione 83. ostendimus; ita situs, qui ex particularibus in vnum congestis efficiuntur, ex partibus sigillatim inspectis dignoscuntur.

Huius rei hanc rationem adferre liceat, quòd totum ab omnibus simul sumptis partibus nihil discrepet, vt plerique rectè philosophantium probant. Et vt ex nonnullorum sententia concedatur, totum aliud quiddam esse à suis partibus; nihil tamen obstabit quin totius cognitio ex partium cognitione conflетur, non secùs ac totum ipsum ex om- E
nibus partibus coalescit. Igitur compositi situs omnes ex particularium notitia colliguntur; quod probandum erat.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quæ ad perpendiculum, aut ad libram constituta sunt, ea in mutuam cognitionem aspectum inducunt.

PRÆTER quamplurimos situs, quibus res aspectabiles variè obtutui repræsentantur, & quos hactenus exposuimus, nonnulli etiam reperiuntur, quorum habitudines non tam ad oculum, quàm ad aliud aliquid referuntur: inter quos præcipui illi sunt, quibus res quædam rectæ aut libratæ F
dicuntur. recti, exempli gratia, sunt ædificiorum parietes, columnæ, stylobatæ, & quæcumque demum in altum eriguntur: librantur verò pauimenta, tabulata, epistylia, coronices, omnesque planæ sedes quibus noui ordines imponuntur. Rectitudo verticem ac centrum mundi respicit; libramentum verò horizontem. Rectitudnis regula perpendiculum est, libramenti verò libella, aut veterum more chorobates.

Hæc sæpenumerò solo aspectu diiudicantur, cùm vel perpendiculum, vel libella deest qua veritas expendatur. est porrò incerta horum ex solo aspectu æstimatio, nisi sibi animus

A mus perpendiculum aut libellam effingat, quam cogitatione rebus adiungat non secùs ac faber reipsa: cùm verò nec id mens possit, multò autem minùs adiunctione illa certum iudicium confirmare, ex iis ferme rebus præsidium quærit, in quibus aliquid perpendiculi aut libellæ fide exstructum animaduertit; vt sunt ædes in quibus parietes recti consistunt, coronæ verò ac fasciæ pari libra cum horizonte sunt collocatæ.

Si ergo erectum quippiam sit, quod propendere in aliquam partem videatur, duobus modis aspectus eius penculū facit. Primus est, cùm eam partem, quæ inclinare videtur, ex aduerso firmi cuiusdam ædificij intuetur: si enim hæc mutuò sibi respondeant, ad perpendiculum consistere vtrumque pronuntiat. Alter est, cùm nullum exstat vicinum

B ædificium, cuius comparatione aspectus iuuetur, vt in aperto campo; tum inquam dubium rei exstructæ latus cum libero horizonte confert, & si quidem rectum angulum deprehendat ad perpendiculum existere, id de quo ambigebat, intelligit. Hic modus non ita vt prior rem facit exploratam, tum quòd visibilis horizon non semper ad libram extentus sit ob terræ inæqualitatem, tum quòd recti anguli æstimatio à solo facta sit visu.

Eadem est libramenti inuestigatio, partim ex illorum aspectu, quæ ex arte librata sunt, partim ex comparatione illorum quæ ad perpendiculum sunt constituta; quamuis & hæc ratio minùs quàm prior sit exquisita.

C DE CONTINVI AC DISCRETI COGNITIONE.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Continuum ex non interrupta partium coniunctione, ex interrupta verò discretum aspectu colligitur.

D CIRCVLVM argumentando committunt, qui continuitatem ex distantiæ priuatione, ac vicissim ex priuatione continuitatis distātiam cognosci volunt. Non enim continuitas distantiæ est priuatio, sed potiùs distantia continuitatis aut coniunctionis absentia meritò censeri debet. Est igitur continui verum diagnosticum, non interrupta partium coniunctio; interrupta verò, discreti. Siquidem cōtinuitatis essentia non in priuatione, sed in positiua partium vnione consistit, quam cùm oculus perspicit, continuū corpus iudicat. Rectè verò: quemadmodum enim ratio mensq; ipsa ignotum interdum per definitionem explicat, alias per essentiæ proprietates in cognitionem adducit; ita visus res latentes aspectu eorum, quæ apparent & ad essentiam pertinent, conspicuas facit.

E Neque ea in re nugacitatis quidquam interuenit, sicut nec in rerum definitionibus. Licet namque idem omnino sint definitum eiusq; definitio; non tamen æquè vtrumque perspicuum est: ita licet idem sint, continuitas & partium coniunctio; hæc tamen quàm illa efficaciùs aspectum mouet. vnde numquam visus continuum aliquid concludit, nisi omnium partium vnionem coniunctionemque lustrando perceperit.

Discretio cùm sit continuitatis oppositum, in priuatione potius quàm in positiua contrarietate consistit: quare ex disiunctione partium, seu interrupta coniunctione cognoscitur.

Continuo affine est contiguum. Illa enim contigua esse dicuntur, definitore Aristotele, quorum extrema sunt simul, seque tangunt: illa verò quorum extrema communi

F vinculo colligantur, continua sunt. Quia verò vnio illa, qua partes rei continuæ inter se concrescunt, sub aspectum per se non cadit, sit vt visus contigua à continuis non discernat. vnde ipsum non rarò hallucinari contingit, cùm continua putat quæ se tantùm contingunt; vt lapis recens præfractus, cuius partes arctè iunguntur, integer apparet, tametsi partes eius nullo vinculo inter se coalescant.

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Identitas distinctioq; percipitur ex identitate vel distinctione formarum, quæ in diuersas partes sentientis organi consignantur.



QVÆ sub visum cadunt, multis distinguuntur modis, inter quos is solùm ad rem præsentē facit, qui in qualitatibus aspectabilibus versatur. Has enim dumtaxat visus percipit: substantiam verò, & quæcumque sub his latent, non nisi ex accidenti, vt libro primo propositione 28. ostensum est. B

Enimuerò rerum formæ, quæ ad organum visus appellunt, eamdem distinctionem secum inferunt, quam à rebus, à quibus proueniunt, & quarum sunt velut simulachra quædam, acceperunt. Hanc porrò cùm facultas cernendi percipit diuersis sui organi partibus insignitam, eamdem in rebus distinctionem coloris ac luminis inesse cognoscit, quam in speciebus reperit. Non aliam profectò ob causam, quàm quòd intentionalibus formis ea insit potestas, vt res ipsas, quales sunt, repræsentent. Quarum igitur distinctæ formæ ad aspectum perferuntur, has distingui inter se aspectus diiudicat.

Quæ de colorum ac lucis distinctione diximus, sunt etiam de distinctione communium visibilium intelligenda. Cognoscuntur enim omnia per illos specierum modos, quibus res ipsæ facultatem animæ ad sui dignotionem excitant, vt libro primo propositione 44. est demonstratum. Vnde si species aliqua directè in mediam visus superficiem impingat, alia oblique; ipsæ res quæ exhibentur, altera quidem directè, altera verò oblique opponi concluditur, vtque formæ in oculo, ita res ipsæ foris situ oppositionisque modo distingui iudicantur. Rursus, cuius species maiorem portionem superficiei visus implet, maior apparet illa, cuius species minorem attingit portionem. Hæc proinde magnitudine distingui existimantur. eodemque modo se res habet in iis quæ loco, figura, ceterisq; visibilibus proprietatibus afficiuntur. C

Genericas & specificas indiuidualesque distinctiones mens colligit ex illis proprietatibus, quæ vel genus, vel speciem, vel indiuiduum consequuntur. Natura enim vnicuique rei quasdam affectiones indidit, easq; aspectabiles velut latentis essentiæ notas, in quarum numero nonnullæ communes sunt, quibus res illæ inter se conueniunt, quarum eadem est essentiæ ratio, aliæ propriæ, quibus res singulæ distinguuntur, quarum proinde diuersa esse naturæ principia conuincuntur. Et si quidem in propositis rebus omnes aspectabiles intentiones similes inter se sint, solo numero res illæ distinguentur; si verò in paucis discrepent, diuersarum specierum indices erunt; at si multæ plurimumq; dissideant, generis diuersitatem inducent. Atque ita ex iis quæ sub sensum cadunt, mens latentes rerum identitates ac discrimina ingeniose eruit. Ipsas autem visibiles qualitates ex propriis imaginibus cognosci in organum consignatis, libro primo propositione 69. est demonstratum. Quare ex iisdem formis ipsæ quoque rerum identitates ac discrimina cognoscuntur; quod erat demonstrandum. D E

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Vnitas ex continuatione vel identitate, vti numerus ex discretione vel distinctione, dignoscitur.



VNVM duobus dicitur modis, continuatione scilicet, & identitate. Vnum continuatione illud vocatur, cuius partes licèt indiuidua proprietate distinctæ, quantitatis tamen beneficio inter se copulantur: Identitate verò vnum illud solùm dicitur, quod alteri comparatum, diuersum ab illo reperitur. F

Quot modis vnitas, totidem numerus dici potest. Vnus enim ex dissolutione continui, alter verò ex rerum quæ numerantur distinctione consurgit. Vnde consequens fit, vt continuationis vnitas, partium distinctionem ac numerum admittat: quemadmodum rebus accidit corporeis, quæ partibus quidem constant substantia ac numero distinctis, vno tamen quantitatis vinculo cohærentibus: sic & vnitas identitatis cum diuisione quantitatis consentit, velut in aceruo lapidum, qui secundùm se vnus idemque, in partibus numerum multiplicitatemq; patitur. Porrò corpus omne vnum continuatione, in

partibus

A partibus multiplex est, at spiritus vnus quidem est identitate, sed non continuatione, nec
secundùm partes numerari vllo modo potest.

His ita explicatis perspicuum est id quod proponitur. nam ex iis vnumquodque
cognoscitur, ex quibus constat, si videlicet hæc ipsa sub aspectum veniant: at vnitas ex
continuatione vel identitate, numerus verò ex discretione vel distinctione consequitur,
vt iam iam ostensum est; vtrumque autem aspectu dignoscitur, vt propositione præce-
dente est declaratum: igitur ex continuatione vel identitate vnitas, ex discretione autem
vel distinctione numerus visu dignoscitur; quod erat exponendum.

Quanta porrò sit multitudo eorum, quæ aspectu discreta distinctáve cernuntur,
B solus intellectus numerando assequitur, adiuuante memoria. Postquam enim primum
visus aspexit, dum ad secundum progreditur, iam prioris phantasia perit. nisi ergo
primum memoria sit asseruatum, & perpetua recordatione velut præsens contineatur,
atque eodem modo secundum ac tertium, ceteraq; deinceps, numquam poterit ratio se-
cundum cum primo, ac tertium cum vtroque, cum his verò reliqua, quæ oculus intue-
tur, in vnam summam definitumque numerum colligere. Ergo ea, quæ visus discreta
distinctáve agnoscit, connumerare, atque ex omnibus certum numerum constituere
solius mentis est opus, quæ id potissimùm intelligentia & recordatione efficit.

C DE MOTVS ET QVIETIS COGNITIONE.

MOTVVM PARTITIONES.

MOTVS alius ad locum est, alius ad qualitatem. De motu locali in
præsenti non agimus, sed de eo qui est ad qualitatem. Hæc namque
aut per se primò visu cognoscitur, vt cùm lumen vel colores gignun-
D tur, quòd hæc sint proprium visus obiectum, aut certè nullo modo
ad intuitiuam facultatem spectat, vt cùm ad illas ducit qualitates,
quæ visu non percipiuntur. At localis motus ex iis est, quæ visu quidem dignoscun-
tur, sed ad alios quoque nonnullos sensus pertinent. Quare præsentis negotij est eius
tractatio. Priusquam verò ad rem accedamus, operæ pretium erit illius species ac diffe-
rentias recensere.

Inter simplices loci mutationes prima illa est, quæ Latio nuncupatur. Est autem Latio,
cùm res tota de vno loco in alium commigrat. Vna quidem recta, vt qua lapis deor-
E sum, aut ignis sursum contendit; alia circularis, vt qua lunare corpus circum epicycli
axem fertur. Ita enim hoc motu circumducitur, vt maculosa eius facies semper ad nos
prospectet, quod ceterorum astrorum nulli contingit; ea tamen omnia circa cælorum axes
circulari latione feruntur, siue ab ortu in occasum per meridiem, siue contra ab occasu
in ortum.

Gyratio est cùm res tota eodem consistens loco, secundùm partes locum mutat, duo-
bus duntaxat punctis exceptis, quos polos vocant seu cardines: cuiusmodi est cælorum
F motus, præter eum qui octauo proprius est.

Inter compositos motus, Volutatio est cùm res gyratione simul & latione mouetur.
Volutatio vna quidem ex gyratione & recta latione constat, qualem videre est in cur-
ruum rotis, & globo cùm per decliuem descensum præceps ruit: alia verò ex gyratio-
ne & circulatione, vt qua planetæ ceteri, præter solem ac lunam, epicycli simul ac cæli
motu voluuntur; sole inquam excepto, qui non habet epicyclum, & luna, quam paulò
antè ostendimus ita ferri motu epicycli, vt eadē eius facies ad nos perpetuò conuertatur.

Agitatio seu trepidatio, vna fit ex crebra motus recti in contrarias partes repeti- A
tione, qua in primis conspicuè cientur animalia illa quæ stabili sede degunt, nec loco effe-
runtur, vt conchæ, & quæ ζωόφυτα seu plantanimalia à philosophis vocãtur. Nil verò in
præsenti interest, siue ea medium inter frutices & animalia naturam obtinere dicantur,
siue animalia nuncupentur. Hæc inquam certis affixa locis ceu plantæ locũ omnino muta-
re cùm nequeant, identidem sese exerunt ac retrahunt, sicq; animantium ritu si pungan-
tur, corporis agitatione doloris sensum indicant. Alia fit ex circulari motu numquam
peracto, sed vicissim eunte ac redeunte, qualis in horologiorum momentis cernitur. Alia B
fit ex diuersis orbicularibus motibus, qua vnum idemque corpus circum diuersos axes
cietur, cuiusmodi est motus signiferi firmamenti, quem trepidationis Astronomi vocant.
Alia ex recto ac circulari motu crebrò repetitis componitur, qualem subeunt curruum
rotæ per loca aspera agitatæ.

Prætereo progressionem, reptationem, volatum, natationem, cursum, incessum,
saltationem, ascensum, descensum, casum, & ceteros motus, qui præter præcedentes
differentias solum respectum ad corporis situm, vel ad mundi plagas adsignificant. C

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Motus plurimùm cognoscitur ex oculi motione.



ROPOSITIONE 10. libri secundi ostensum est eam vim insitam esse
oculis, vt in axium concursu res obiectas perspicacissimè videant. vnde
& illud naturæ oculorum consentaneum esse oportet, vt rei obiectæ latio-
nem promptissimè sequantur, iunctosq; axes in eam semper contineant:
nempe vt accuratissimo obtutu eam perpetuò comitentur.

Hinc fit vt dum præterlabentes amnes attentiùs contemplamur, nequeamus etiam D
cùm volumus aspectum continere, quin decurrentes fluctus intuendo prosequamur.
cùm enim maximè putamus nos firmasse acies, miramur subitò eas cum prætereunte
amne defluxisse: quòd nimirum id naturale sit oculis, vt motum rei sponte prosequãtur,
aciesque in rem motam continuò dirigant, non secus ac si quiesceret. Id verò quia fieri
nequit, nisi ipsi oculi pariter moueantur; consequens est, vt rem motam ex eo maximè
aspectus persentiat, quòd ipsi oculi in rem continuò defixi vna moueantur. Quod sanè
non minùs perspicuè experimur, cùm nocte emissitij quidam ignes cometarum more
euibrantur: hos enim iugatis axibus intuendo prosequimur, indeq; in altum efferri
cognoscimus. Tenebris namque omnem prospectum eripientibus, præter motum visiui
organi nil omnino præsidij superest, quo illorum lationem cognoscamus. Percipi verò E
oculorum motum ab interna animæ facultate libro primo proposit. 20. docuimus: igi-
tur motus ex organi visiui motione plurimùm cognoscitur.

Ex hac organi motione, spiritus interdũ ipsi præter naturam concitantur, ita vt ex aspe-
ctu eorum, quæ in gyrum ocyssimè aguntur, vertiginem subinde patiamur; & postquam
celeribus equis diu vecti fuerimus, in quiete nihilominùs equitare nos arbitremur, quæ
quidem aspectus sunt fallaciæ, sed ex hac causa prognatæ, & ad confirmandum proposi-
tum maximè idoneæ.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Si motus oculi insensibilis sit, & rei motus imperceptibilis erit. F



VPLICI de causa fieri potest vt oculi motus sit insensibilis; aut scilicet pro-
pter paruitatem, aut propter tarditatem. Ob paruitatem magnitudines
quasdam aspectum latere, libro primo proposit. 54. ostendimus, & ex eo
patet quòd eæ intuitiuæ facultati corporeo membro insertæ minus sint ac-
commodatæ. Sic & ob tarditatem aliquando insensibilem esse motum
hinc probatur, quia tarditas quietis quodammodò est æmula, motumque à propria seu
volubili natura abductum, constantiæ ac firmitati propinquiorem facit, quod videre est

in

A in solatibus vmbris, & in horologiorum indicibus, & in vegetantium incrementis, ac sexcentis aliis; quæ non moueri sed mota esse, post aliquod temporis interuallum animaduertimus.

Vtcumque verò oculorum motus sit insensibilis, dico & rei motum imperceptibilem esse. Priùs enim cognitum esse oportet id, quod in alterius cognitionem deducit; at motus oculi diagnosticum est eius motus, quo res aspectabilis cietur, vt paulò ante est demonstratum proposit. 43. ergo ille, vt hunc cognitum faciat, prius sub aspectum veniat necesse est. Ex cuius consequentis opposito, si insensibilis sit oculi motus, rectè concludere licet oppositum antecedentis, nempe & rei motum imperceptibilem esse; quod
B erat propositum.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Quiescente oculo, motus deprehenditur ex diuerso corporis situ, distinctis momentis sensibilis temporis deprehenso.

PER situm hoc loco non illum tantùm intelligimus, quo partes singulæ certo quodam ordine in corpore disponuntur; sed illos etiam quos oppositionis & obuersionis nominant, reliquosq; hoc libro ad proposit. 31. ex-
C plicatos nec non illum, quo res propiùs; aut remotiùs sita esse dicitur, quamuis hic magis ad distantiam pertineat.

Cùm verò situs omnis, proprietas quædam sit loci; fieri omnino non potest, vt citra loci mutationem situs vllus mutetur. Quare rectè ex diuerso situ, distinctis instantibus sensibilis temporis annotato, motum cognosci asserimus. nam momento temporis situm mutari impossibile est; quæ autem eumdem situm retinent, immota perstant; & quæ insensibili tempore mutationem subeunt, mota quidem esse, at non moueri videntur. Igitur motum ex situs mutatione dignosci perspicuum est, quòd scilicet mutato conspicue situ tempore sensibili, mutari etiam perspicue locum sit necesse.

D

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Motum præterea quiescens oculus ex parte organi successiuè affecta persentiscit.

SPECIEBVS organo impressis, omnia percipiuntur, vt sæpè superiùs ostensum est, & præcipue libro primo proposit. 69. Communia item visibilia, quamuis a primariis obiectis reipsa non distinguantur, sed sint illorum dumtaxat modi, quibus quodammodò afficiuntur; tamen per proprias formas dignoscuntur, quæ vt modi quidam species primarias tan-
E tummodo afficiunt, ab eisdem reipsa minime distincti, vt lib. primo proposit. 44. docuimus. Igitur quemadmodum rei cuiuspiam species organo impressa rem ipsam repræsentat, ita species eadem per organum continua quadam successione delata rem exhibet motam. Nam diuersa organi loca continuò occupans, rem quoque alio atque alio in loco successiue repræsentat.

Simile quiddam in sensorio tactus manifestè deprehendimus. hac namque vnica ratione contingit motum tactu sentiri, quòd scilicet res per sensorij superficiem continuò delata, alium atque alium semper obtineat. Quod autem tactui accidit per rei ipsius coniunctionem, hoc visui per præsentem speciem obiecti vicariam euenire necesse est; quod erat propositum.

F

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Interdum etiam motus per se cognoscitur ex loci ipsius mutatione.

MOTVS nil aliud est, quàm continua quædam minimeque interrupta loci mutatio: locum autem visu dignosci, superiùs propositione 26. est demonstratum: ergo si res obiecta, quouis momento sensibilis temporis, alio semper atque alio in loco existere cernatur, dubio procul moueri intelligetur.

Est verò hic modus non infrequens, præsertim cùm visus proprium rei locum è moderata

derata distantia exactè discernit: aliàs enim aut ex organi motu, vt propos. 43. aut ex situs mutatione, vt propos. 45. aut ex alia atque alia organi parte successiuè affecta rei motus cognoscitur. Quos omnes modos ceu quædam supplementa visiuæ potentiæ natura concessit, vt ipsi præsidio sint, cùm per se motum percipere non valet; siue ob immoderatam distantiam, siue quòd quis altero orbatus sit oculo. Neque enim vno tantùm oculo, neque maximo interuallo ea loci mutatio, qua mobile accedit aut recedit, cognosci per se potest, sed ex accidenti solùm, adhibitaque ratiocinatione, vt iam dictum est. A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Motus accessus & recessus iisdem colligitur modis, quibus distantiæ quantitas. B

In prima prænotatione ad primam huius libri propositionem, diximus distantiam rei designari radio optico, ab oculo ad rem ipsam pertinente, sic vt longiùs illa absint, ad quæ longior radius protenditur; ad quæ verò minor, ea sint viciniora. Quare motus qui per opticum radium incedit, secundùm distantiam effertur, corpusque quod ea latione ●cedit vel recedit, quantitatem distantiæ immutat. Ex quo sequitur hunc motum, quem opticus radius metitur, iisdem modis cognosci, quibus distantiæ quantitas in cognitione deuenit. C

Est verò non vnus distantiam cognoscendi modus. nam per se quidem duorum oculorum beneficio ex axium opticorum longitudine percipitur, vt hoc libro propositione quarta ostendimus. Sic ergo & motus. Accessio scilicet ex contractis continuò axibus, ex productis autem recessio conuincitur.

Ex accidenti verò colligitur motus, vt & distantia ex corporibus, quæ inter rem atque intuentem reipsa intercedunt, vt propositione secunda huius libri fusius est explicatum. Nam longius ea abducuntur, quæ plura semper corpora versus spectatorem relinquunt; quæ verò pauciora, hæc propius adducuntur.

Deinde ex continua apparentis magnitudinis euariatione, licet quoque motum ex accidenti colligere, vt propositio quinta edocet. Cùm enim communi notione omnibus persuasum sit, quæ propinquiora sunt maiora, quæ verò remotiora minora apparere; consequens est, vt res illæ oculo accedere existimentur, quæ sensim augescunt, illæ autem recedere, quæ paulatim minuuntur. Qua argumentandi forma non rarò vtimur, cum volantes aues per directum visus radium ferri videmus, dubij an accedant, an verò recedant: nam cum propter interiecti spatij inanitatem non sat certò æstimari possit distantiæ augmentum vel decrementum, quibus per se directus motus cognoscitur, necesse habet mens ad aliena hæc præsidia confugere, quibus licet ex accidenti, certò tamen in cognitionem ignoti motus ratiocinando ducitur. D

Simile omnino argumentum ex propositione sexta sumi potest. Cùm enim ex illa constet aspectui viciniora perspicaciùs videri, remotiora autem obscuriùs; necessariò sequitur ea appropinquare, quorum intuitus pedetentim clarescit; illaq; dimoueri, quæ magis magisque obscurantur. Hoc etiam mentis discursu ij persæpe vtuntur, qui iter faciunt: contingit enim quandoque, vt penitus ignorent, an quos ante se vident, abscedentes an accedentes dicere debeant: ac tunc considerata attentiùs aspectus mutatione, si articulatior fiat, accedere illos pronunciant; si obscurior, recedere. E

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Cetera motuum differentiæ percipiuntur è spatio, per quod res visæ cientur. F

Motvvm differentiæ ac species, vt philosophi docent, sumuntur ex figura spatij quod res delatæ pertransscunt. Eiusmodi est enim motus, cuius forma est spatium, quod percurritur. vt si quidpiam per rectam feratur lineam, rectus erit ipsius motus; si per circularem, circularis; mixtus autem, si per circularem & rectam simul, quales sunt volutatio & trepidatio. At figuram aspectu dignosci superius hoc libro ostensum est. Ergo ex figura formaq; spatij, per quod vnumquodque cietur, motuum species ac differentiæ cognoscuntur.

Qui

A Qui verò motus ad aliquid ſunt, & reſpectum quemdam præterea adſignificant, ſiue ad corporis partes, vt progreſſio, reptatio, volatus, natatio, inceſſus, curſus, ſaltatio; ſiue ad poſitionum, quas vocant differentias, vt aſcenſus, deſcenſus, ac lateralis motus; hi omnes, perceptis ſimul cum loci continua mutatione partium ſitu aut poſitionum differentiis, exactè cognoſcuntur. Hæc enim omnia viſu cognoſci, & quo pacto in cognitionem ex aſpectu veniant, ſuo loco ſuperiùs eſt explicatum.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

B *Motus omnis ſenſibili percipitur tempore.*

QVONIAM in tempore fit motus, non niſi tempore percipi à viſu poteſt. Si enim inſtanti perciperetur, exiſteret in inſtanti, tum ſiquidem motum eſſe oportet, cum videtur: at in inſtanti motum exiſtere eſt impoſſibile, quia partibus ſibi mutuò ſuccedentibus conſtat: ergo nec inſtanti percipi poteſt, ſed tempore. Nam partes quæ priùs exiſtunt, prius cognitas eſſe oportet, illas verò poſteriùs quæ pòſt ſequuntur. Vnaquæque enim tum percipitur, cum præſens exiſtit.

Iam verò motum, qui viſu dignoſcitur, tempore ſenſibili percipi, ita demonſtratur:
C Motus percipi non poteſt, niſi partes eius priores ac poſteriores, ex quibus componitur, diſtinctè comprehendantur: at ſingulis eius partibus, hoc eſt ſingulis locorum mutationibus, diuerſa reſpondent temporis momenta, ſeu partes quibus illæ cognoſcantur: ergo quo modo ſingulæ mutationes viſu percipiuntur, ita & ſingula temporis momenta. Sed ex perceptibilibus mutationibus mutuò ſibi ſuccedentibus ſenſibilis fit motus; igitur ex ſenſibilibus momentis, tempus conſurgit ſenſibile. Quare cùm ſibi vndique motus tempuſque reſpondeant, viſibilem motum tempore ſenſibili percipi neceſſe eſt; quod erat demonſtrandum.

Hinc fit, vt quoad aſpectum tempus menſura quædam ſit motus, non quæ eius magnitudinem, ſed quæ velocitatem ac tarditatem metiatur. Nam motus quantitatem, ſpa-
D tium quod conficitur, determinat: at velocitatem tempus breue, longum verò tempus in æquali ſpatio tarditatem inducit, vt mox dicemus.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Velocitas tarditaſq; motus cognoſcuntur ex inæqualitate temporis, quò mobile æqualia percurrit ſpatia; vel ex inæqualitate ſpatiorum, quæ æqualibus temporibus conficiuntur.

VELOX dicitur motus, quo mobile breui tempore magnum conficit ſpa-
E tium; tardus verò, quo paruum ſpatium longo tempore percurrit. Ex quo fit, vt pari velocitate illa moueantur, quæ æqualibus temporibus æqualia ſpatia traijciunt; impari autem, quæ vel inæqualia ſpatia æquis temporibus, vel inæqualibus temporibus æqualia ſpatia emetiuntur: ocyuſque illud feratur, quod aut breuiori tempore æquale ſpatium, aut minus ſpatium æquali tempore abſoluit. Cùm igitur ſpatiorum magnitudines aſpectus complectatur, per ſuperiores demonſtrationes, tempuſq; ex motu ipſo, cuius eſt duratio, perſpectum ſit, ex horum paritate aut diſparitate viſus in cognitionem velocitatis tarditatiſq; certiſſimè ducitur; quod probandum erat.

F Clarius hoc euadit ex vſu quotidiano: nam & in hippodromis, & olim in circenſibus aliiſq; ſpectaculis, in quibus certamen erat velocitatis, aut certæ conſtitutæ erant metæ, quæ ſpatium aliquod definirent, quas qui prior attigiſſet, ſpectatorum aut agonothetarum ſuffragiis, velocitatis palmam obtinebat: aut certe ſi libero campo equi committebantur; ille generoſiſſimus & perniciſſimus habebatur, cuius, vt ait Poëta,

Clara fuga ante alios, & primus in æquore puluis.

Idem in nauali certamine ſpectatur, in quo omnis nauarchorum ſociorumq; naualium conatus eſt, vt ſe mutuò remis veliſque præuertant, antequam aut ad deſignatum portum, aut ad præſtitutum in mari terminum perueniant.

PRO-

A

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Motus, si tardus est, ex comparatione vicini corporis quiescentis percipitur.

INTER cetera externa præsidia, quibus aspectus in cognitionem motus velut manu ducitur, familiarissimus ille est, quo facta collatione eius quod mouetur, cum vicino aliquo corpore quiescente, moueri illud colligit, cùm intercapedinem vtriusque sensim ac successiuè augeri minuive B animaduertit. Certissimum enim motus indicium est distantiæ euariatio.

Hæc ratio motum cognoscendi tametsi perfrequens sit, maximè tamen in tardioribus motibus locum habet. Hi namque cùm per se minùs conspicui sint, non rectè ex organi visiui motu, aut ex loci ipsius sitúsve mutatione, aut ex speciei visibilis per sensorij superficiem discursu cognosci possunt. Siquidem hæc diagnostica signa non minùs obscura sunt, quàm ipsi motus, cùm eadem in illis tarditas spectetur, quæ in ipsis externis motibus. Quare diuina prorsus ratione effectum est, vt motus (cuius cognitio ad humanam vitam societatemque tuendam quammaximè est necessaria) pluribus modis dignosceretur; è quibus aliqui semper præstò essent, quorum ope facultas cernendi in aliorum defectu vti posset. Sic nubes ferri ex proximarum ædium aspectu cognoscimus, C præsertim cùm de earum velocitate aut tarditate certiores fieri volumus; hæc enim non æquè in patente campo percipi possunt, ac vbi propinqua quædam sunt signa, quorum intuitu cognitio iuuetur. Sic cælos variis motibus circumferri ex mutatis siderum interuallis certò colligimus: sic prætetlabentes amnes ac naues ex riparum vicinitate: sic denique rerum ferè omnium lationes nulla re promptiùs euidentiúsque, quàm ex quiescentium corporum propinquitate tacita quadam argumentatione obseruamus: tum verò maximè cùm tardiores sunt motus, qui nisi proximi alicuius signi quiescentis intuitu, percipi nulla alia ratione possunt.

PROPOSITIO LIII. THEOREMA. D

Quæ tardè mouentur, non moueri, sed mota esse deprehenduntur.

ID proprium est tardioribus motibus, vt ex comparatione corporis quiescentis agnosci debeant, quemadmodum antecedente propositione ostensum est, quòd scilicet ipsi per se non satis conspicui sint. Vnde ex continua euariatione distantiæ, quæ inter id quod mouetur, & id quod quiescit corpus interiacet, discernuntur. at quemadmodum ipsi motus per se obscuri sunt propter tarditatem, ita ipsæ quoque euariationes distantiæ sensibili tempore sint E insensibiles.

Quocircà moueri illa quidem non percipimus, cùm spatia, quæ sensibili tempore conficiuntur, sensum penitus effugiant: sed mota esse post longiorem temporis moram deprehendimus, cùm primùm nempe spatij decursi quantitas sensibilis esse incipit. Sic arbores videmus creuisse, non crescere; sic horologiorum indices, vmbrasque gnomonis signa horarum pertransiisse, non circumagi; sic demum quæcumque tardè feruntur, non moueri, sed mota esse deprehendimus; quod erat ostendendum.

Est verò ea cognitio tempore interrupto, quàm continuato, magis conspicua: plus namque discriminis inter priorem & longè posteriorem mutationem intercedit, quàm hanc inter & proximè antecedentem. quare continuo intuitu minùs perspicuæ sunt F mutationes, quàm interrupto. Quod experientia quoque attestatur; nam adolescentium incrementa, non ita animaduertunt contubernales, qui illos perpetuò vident, vt illi, qui longa interposita mora, cùm antè pueros nossent, iam viros mirantur. Quod & in ceteris grauioribus mutationibus quæ successiuè fiunt, licet animaduertere. Quapropter superuacaneum foret plura huius farinæ exempla attexere, cùm res ipsa per se sit notissima.

PRO-

A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Quies percipitur è visibili eumdem locum situmq́; tempore sensibili obtinente.



EFIXA oculorum acie in rem quampiam sensibili tempore, si ea nullo temporis momento locum sitúmve mutasse deprehensa fuerit, quieuisse rectè iudicabitur: si enim mota fuisset, locum sitúmve mutasset; siquidem loci sensibili tempore sitúsve mutatio in definitionem motus venit:
B igitur si constans eodem loco situq́; cognoscitur, quiescere conuincetur. Quies ergo è visibili eumdem locum situmque tempore sensibili obtinente colligitur, quod erat probandum.

Scire autem quis volet, quo argumento res locum nullo temporis punctò mutasse cognoscatur. Respondeo non simplici aspectu aut solo intuitu id percipi, sed ex plurium negatione; si nimirum neque oculus mora aliqua temporis contuendo loco sit mutatus, neque res distantiam aut magnitudinem variauerit, neque alia pars sentientis organi sit affecta, neque aliud quidpiam deprehensum sit, vnde loci mutationem consequi sit necesse. Horum enim si nihil deprehensum sit, quieuisse id quod videtur, tractu illo temporis certissima ratiocinatione colligitur.
C

DE MEDIORVM OBIECTORVM COGNITIONE.



IBRO *primo prop.* 29. *à communium obiectorum numero reiecimus* TRANSPARENTIAM OPACITATEM, VMBRAM
D TENEBRAS, SIMILITVDINEM DISSIMILITVDINEM, PVLCHRITVDINEM DEFORMITATEM; *quamuis nonnulli ea inter communia adnumerent: at perperàm nostra quidem sententia, quòd nullo alio sensu, quàm visu dignoscantur. Non sunt autem de genere illorum quæ eo loci propositione* 28. *propria diximus, quòd non tam visu, seu facultate cernendi oculis insita, quàm interno sensu communium obiectorum more colligantur, vt ex singulorum enarratione palàm fiet.*

Quare media illa inter propria & communia esse ostendimus, vtpote quibus com-
E *mune aliquid cum vtrisque intercedit. Nam cum propriis hoc conueniunt, quòd nullo alio sensu cognoscantur, quàm visu: qua nota non tantùm à communibus, verùm etiam ab iis quæ ex accidenti sub aspectum cadunt, distinguuntur. Hæc enim vti communia aliis quoque sensibus ex accidenti sese ingerunt; velut corporea substantia sub tactilibus qualitatibus delitescens æquè tactu ac visu sub aspectabilibus ex accidenti percipitur: at media quæ vocamus obiecta solo hauriuntur aspectu, quod ex ceterorum sensuum dignotionibus patet. Communibus verò obiectis media in hoc consentiunt, quòd*
F *eorum species ac formæ visibiles non sint à speciebus colorum aut luminis reipsa diuersæ, sed vel modi harum tantùm, aut earum priuationes, qua nota à propriis discriminantur.*

De his igitur, quæ media obiecta vocamus, post communium explanationem pauca dicenda supersunt coronidis loco, vt huius libri epilogum claudant.

PRO-

A

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Transparentia è rebus post trans corpus interiectum apparentibus syllogismo colligitur.

PER se quidem corpus diaphanum non videtur, nisi qua portiunculam aliquam opacitatis habet, vt libro primo propositione 53. ostendimus. Quæ verò mixtam habent perspicui atque opaci naturam, vt chalcedonius, cornu in laminas diductum, charta oleo perlita, ac similia, per hæc B turbida quædam eaque pertenuis lux conspicitur, quemadmodum & per suffusiones: at formæ colorum, aut figuræ, lineamentaq; rerum non transparent. Vnde qui suffusionibus infestantur, præter confusam lucem nihil horũ accurate dignoscunt. Quò porrò lux quædam per hæc corpora traijcitur, eatenus diaphana quodammodò esse iudicantur. Sic igitur se habet natura perspicui, vt ex transmissione specierum, rebusque post trans corpus spectatis dignoscatur. qua in re mens apud se tacitè in hunc modum ratiocinatur: Diaphanum esse oportet id, quod spectabiles rerum formas transmittit, vt ex ipsius natura libro primo explicata manifeste constat: at rerum propositarum species seu formæ visibiles per hoc interiectum corpus transuehuntur (siquidem per ipsius densitatem res apparent videnturque:) igitur ex rerum post trans interiectum corpus apparentium intuitu ipsa διαφάνεια argumentando colligitur; quod erat propositum. C

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Opacitas ex aspectus prohibitione percipitur.

VTI diaphana corpora lumen formasq; rerum spectabiles ad visum transmittunt, sic adiopta has ipsas prohibent, atque obtutum ab eorum conspectu arcent, vt fusiùs libro primo propositione 53. est explicatum: ex quo fit, vt visum terminent ac finiant, ne scilicet vlteriùs protendatur. D Sunt autem eiusmodi ea omnia corpora quæ colore aliquo aut luce fulgent, vt libro primo propositione 31. demonstrauimus. Cùm enim in termino visus, quem horopterem libro secundo nominauimus, vniuersa conspiciantur, atque omnium perspicacissimè in axium opticorum concursu, vt propositione 10. libri secundi ostensum est: sanè si corpora quæ colore aut luce nitent, quæque ad ciendum aspectum sunt comparata, perspicua essent, visum non terminarent, ac adeò minus exactè perspicerentur. nunc verò opaca illa esse oportuit, vt visum terminent. Si igitur propositum aliquod corpus ita aspectum definiat, vt nullo modo vltrà progredi patiatur, opacum illud esse visus certissimè concludet, argumento ex natura opaci desumpto, cui proprium est aspectum à rebus post ipsum existentibus arcere.

E

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vmbra ex vicinia lucis maioris spectatur.

QVAMQVAM vmbra lucis maioris priuatio quodammodò sit, eo nimirum sensu, quo lux minor non continet maiorem; non tamen absolutè priuatio lucis dici potest, vt quidam malè arbitrantur, sed lux minor in luce maiore. Vnde lux secunda primæ comparatione est vmbra, & tertia F cum secunda collata vmbra est, sicq; deinceps sequens semper prioris, hoc est minor maioris respectu dicitur vmbra: at tertia lux secunda, id est minor semper maiore densior est atque obscurior vmbra.

Quapropter vmbra (quam lucem minorem iam esse constat) in minore luce existens, non vmbra sed lux absolutè dici debet, nec eius comparatione vt vmbra cernitur, sed vt lux. Ex quo fit, vt vmbra, hoc est lux minor nequeat vt vmbra spectari, nisi in maioris lucis vicinia, quæ clariùs quàm illa elucescat.

PRO-

A

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Tenebræ ex totius luminis absentia cognoscuntur.

NON secùs vmbra ac lux ipsa intensione & remissione euariat, semperque lux minor maioris collatione vmbræ rationem habet. hinc autem fit vt nusquàm vmbra propter diminutionem deficiat, nisi vbi in tenebras, hoc est, in meram luminis priuationem definit. Quare si ita obscura sint omnia, vt nullum omnino lumen spectetur (licet exiguum quoddam re- B uera adhuc supersit) has tenebras dicemus. At quandoquidem nullo vmquam tempore id euenire potest, solemus densissimas vmbras tenebras nuncupare; cùm nimirum adeò obscuræ sunt, vt ne minimi quidem luminis appellationem mereantur. Sicq; accipienda est propositio, vt tenebræ ex totius luminis conspicui priuatione dignosci intelligantur: sic vt tum affusas rebus tenebras mens iudicet, cùm externus visus nullum in aëre lumen perspicuè deprehendit.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Similitudo ex conuenientia, dissimilitudo ex diuersitate visi- C *bilium formarum, virtute sensus communis elicitur.*

DE ea tantùm similitudine ac dissimilitudine hoc loco agimus, quæ in visibilibus qualitatibus reperitur; non autem de ea quæ in ceteris: hæc enim ad alios sensus spectat; nempe sonorum similitudo ac dissimilitudo ad auditum, odorum ad olfactum, sapotum ad gustatum, tactilium qualitatum ad tactum; sic inquam visibilium qualitatum similitudo & dissimilitudo ad aspectum pertinet.

Hanc autem ex visibilium specierum similitudine ac dissimilitudine percipi ita demonstratur: Communi sensui ea vis inest, vt sensibilium formarum proprias differentias D agnoscat & distinguat, vt libro primo propositione 88. est declaratum. In quibus ergo visibilibus speciebus nullū discrimen visus perspiciet, harum primitiuas qualitates similes esse iudicabit; in quibus verò discrimen animaduerterit, harum qualitates dissimiles arguet. Nam species, rebus à quibus prosiliunt, similitudine quadam respondent, non quoad naturam, sed repræsentandi vi ac proprietate, vt libro primo propositione 45. ostendimus. Quare quæcumque discrimina ac similitudines speciebus insunt, has rebus primùm inesse, velut in origine, necesse est, atque hinc in species transfundi, quæ postmodum, quidquid in obiectis existit, aspectui repræsentat.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

E

Pulchritudo ex omnium visibilium proprietatum symmetria, turpitudo verò ex earumdem asymmetria per discursum comprehenditur.

PLATO in Hippia maiore apertè docet vim pulchri percipi primùm ratione & intelligentia; deinde duobus sensibus, aspectu & auditu. Pulchrum enim illud censetur, quod ex grata iucundaque earum intentionum, quæ sub aspectum cadunt, proportione constat. Absolute illud quidem, in quod omnes omnino eæ intentiones symmetræ conueniunt; ex F parte verò id, in quod aliquæ tantùm, reliquis existentibus asymmetris, è quibus turpitudinis deformitatisque nota colligitur. Interdum enim ex vnius aut alterius visibilis proprietatis mensura, aliàs ex plurium simul commensuratione pulchritudo æstimatur. Nam quibusdam in rebus sola magnitudo aut paruitas decori est, aliis figura gratiam confert, in nonnullis situs commendatur, in aliis ordo ac dispositio, sicque in ceteris; plurimùm verò, vt est apud Aristotelem lib 4. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 5. in colore atque figura pulchritudo versatur, prout hæc sua moderatione oblectant: quorum omnium exempla supervacaneum esset recensere, quippe cùm in vnoquoque rerum genere innumera pæne cuiuis occurrere possint.

Spectatur verò etiam ea proportio quæ venustatem confert, noo tantùm ex rei ipsius A natura, quemadinodum pulchrum illud in quouis genere dicitur, quod eam haber omnium partium compositionem, quam vsus functioque, ac finis, ob quem instituta res est, obtiouit; verum etiam ex consuetudine ac hominum opinione.

Ex fine propriaq; functione laudabilis ille est equus, cui

Virgil. 3. Georg.

—— ardua ceruix
Argutumq; caput, breuis aluus, obesaq; terga,
Luxuriatq; toris animosum pectus: honesti
Spadices, glaucique: color teterrimus albis,
Et giluo: tum si qua sonum procul arma dedere, B
Stare loco nescit, micat auribus, & tremit artus,
Collectumq; premens voluit sub naribus ignem.
Densa iuba, & dextro iactata recumbit in armo:
At duplex agitur per lumbos spina: cauatq;
Tellurem, & solido grauiter sonat vngula cornu.

cui inquam corpus breue, tibiæque altæ & graciles, ad celerem cursum aptiores; caput paruum in erecta ceruice, ne pondere ac mole in anteriorem partem motum præcipitet; cauda densa promissaque, ad motus directionem; volubiles ac micantes oculi, ad circumspectiooem.

Ex consuetudine verò Æthiopibus niger torridusque color albo in hominum corpo- C ribus veoustior. Et apud eumdem Poetam,

—— Optima toruæ
Forma bouis, cui turpe caput, cui plurima ceruix,
Et crurum tenus à mento palearia pendent.
Tum longo nullus lateri modus: omnia magna:
Pes etiam, & camuris hirtæ sub cornibus aures.
Nec mihi displiceat maculis insignis, & albo:
Aut iuga detrectans, interdumq; aspera cornu,
Et faciem tauro propior, quæq; ardua tota,
Et gradiens ima verrit vestigia cauda. D

Denique ex hominum opiniooe illud omnino excellentius augustiusque existimatur, quod vniuscuiusque ingenio ac propensiooi magis est accommodatum. Cuius rei exempla in nulla re clariùs, quàm in pictoria eluceot. Natura enim melancholici grauitatem in omnibus affectant, mansueti ac phlegmatici quamdam etiam in rebus ferocibus modestiam ac suauitatem: quorum ingenium acre & audax, hi figuras magnas, gestus liberales, vestes profusas, & omnia maiore efficacia atque energia depiogunt: quibus angustus est aoimus, pectusque suppressum, his paruæ figuræ magis arrident, in quibus res ipsas mutilas contractasque efformanr. Qualia nempe vnusquisque animo concipit iuxta naturæ inclinationem, talibus delectatur & capitur, eademque præ ceteris sibi effingit, deligit atque collaudat. E

Ex quibus perspicuè inferri potest, pulchri ac turpis æstimationem ex ratione magis quàm ex aspectu pendere; tametsi qualitates illę, in quibus pulchritudo ac turpitudo consistit, visu percipiantur. Cuius rei id quoque magnum est argumẽtum, quòd hæ proprietates à subiecto nequaquam emanent: si enim è subiecto prodirent, oporteret pro maiore subiecti quantitate maiorem quoque pulchritudinem turpitudinemq; existere: atqui animaduertimus in paruo corpore formam non minùs, imò etiam interdum magis oblectare, quàm in magoo: igitur non ipsius pulchritudinis ratio, sed fundamentum in corpore est positum. Atque eapropter pulchritudo atque deformitas solo intellectu per discursum, non verò externo visu percipiuntur; quod erat propositum.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM
LIBER QVARTVS
DE
FALLACIIS ASPECTVS.



ARGVMENTVM.

RECENSITIS *superiore libro communium obiectorum cognitionibus, ad aspectus errores (quod antè non semel promisimus) gradum facimus. Sunt verò ij adeò crebri ac varij, vt meritò dubitare quis possit, sæpiúsne visus hallucinetur, quàm rectè sentiat. cùm enim communium obiectorum cognitiones, in quibus potissimùm fallaciæ aspectus contingunt, non ita sint certæ ac euidentes vt propriorum, quemadmodum ex superiore libro constat, non dubium est, quin circa ea innumeris ferè modis hallucinetur aspectus. Sic prouidus naturæ machinator Deus Opt. Max. nobilissimam oculorum vim atque efficaciam attemperauit, vt ceteris quidem sensibus dignitate præsta-*

p[illegible]aret, at mente inferior esset, tum propter ignobiliorem naturæ conditionem, tum propter incertitudinem functionis. Si namque semper erraret, nulla existeret in rebus scientia, quod ineptè Academici contendebant. Si autem nulli errori subiaceret, vt Epicurei, plus oculis quàm rationi concederetur. Porrò eumdem ordinem hoc libro obseruaturi sumus, quem superiore in communium obiectorum dignotionibus explicandis tenuimus. Ac primùm quidem errores, qui circa distantiam eueniunt; deinde eos, qui circa magnitudinem, tum cæteros deinceps, ea breuitate, quam res concedent, prosequemur: duo in singulis obseruantes, alterum vt erroris caussam assignemus, alterum vt quo pacto mens, aut cæteri sensus errorem corrigant, aperiamus. His enim ea omnia comprehendi videntur, quæ de proposita materia dicenda occurrent. At verò quia multæ sunt caussæ quibus aspectus variè eluditur, vt mox secunda hypothesi ostendemus; duas ex his, nempe radiorum infractionem ac eorumdem repercussionem, hoc libro non attingemus, erroribus etiam, qui ex his prouenium, in caussarum tractationem reiectis. Nam de repercussione, iisque quæ eam consequuntur in Catoptricis; de refractione verò in Dioptricis, Deo iuuante, ex instituto agemus. Nunc priùs quàm ad propria huius tractationis accedamus, præter ea quæ vt per se nota concedi ab omnibus debent, nonnulla etiam Lemmata præmittemus, quorum vsus in demonstrationibus huius libri frequentior erit: quæ eo consilio in vnum simul locum congessimus, ne eorum crebra vsurpatio, plerasque demonstrationes per se obscuras satis, etiam reddat difficiliores; atque ob id vel maximè, quòd ea non propriè ad materiam nobis hoc libro propositam spectent; sed iis etiam quæ sequentibus libris dicturi sumus, totique Mathesios facultati vniuersè conducant. Quare

Martialis lib. 14. Epigr. 2.

Lemmata si quæris cur sint hîc scripta, docebo:
Vt si malueris, lemmata sola legas.

Ad extremũ hoc te monitum Lector volo, pluribus consectariis hunc librum respersum esse quibus Optices vtilitas edocetur; quod & sequentibus libris, Deo propitio, obseruaturi sumus, vbi res postulabit. Ea verò à propositionibus seiuncta tradidimus, quòd sinceram opticorum theorematum naturam non habeant; sed potiùs effectus quidam esse videantur, quos Optice ex se fundit.

LEMMATA.

LEMMA I.

Æqualium similiterq́; oppositarum magnitudinum propinquior sub maiore, remotior verò sub minore angulo conspicitur.

ESTO vt A B & C D æquales magnitudines visui E eodẽ opponantur modo, sit verò A B propinquior visui quàm C D: dico A B sub maiori angulo spectari quàm C D, hoc est maiorem esse angulũ A E B, quàm sit angulus C E D. Cùm enim A B & C D eodem modo visui opponantur, necesse est illas esse parallelas, vt in definitionibus ad proposit. 31. libri 3. expositum est. Quare si recta E F vni perpendicularis ducta fuerit, ea erit alteri quoque perpendicularis. Secet igitur E F ipsam A B ad angulos rectos in G: erit ergo angulus



Angulus A G E rectus, ac proinde & C F G rectus erit, vtpote alternus per 29. primi Euclidis. Quocircà fingatur triangulum A E B ita moueri versus lineam C D, vt puncta E & G à recta E F non discedant, quousque A B in C D incidat, cui exactè congruet, cùm ipsi posita sit æqualis. Itaque punctum A in C, & punctum B in D cadet; vertex autem E in H, vbi nimirú est F H ipsi G E æqualis. Iunctis igitur C H & D H fiet triangulum C H D triangulo A E B æquale, cuius vertex H intra triangulum C E D cadet, cùm posita sit E F maior quàm E G atque etiam quàm H F ipsi E G æqualis. Quapropter per 21. primi Euclidis, erunt C H & D H minores quidem quàm C E & D E; at angulus C H D maior angulo C E D erit: est verò angulus C H D angulo A E B æqualis: igitur & angulus A E B angulo C E D
B maior erit; quod propositum erat demonstrare.

Potest idem hoc quoque alio modo demonstrari. Sit centrum visus E; duæ autem magnitudines æquales A B & C D inæqualiter à visu distantes, similiterque oppositæ: quæ proinde parallelæ erunt, vt suprà: sit verò A B propinquior. Ab extremitatibus autem vtriusque magnitudinis radij educantur ad visum A E, B E, C E, D E; à quibus duo complebuntur triangula A E B & C E D, iunganturque extrema propositarum magnitudinum rectis A C & B D, quæ per 33. libri primi Euclidis parallelæ erunt & æquales. Quare radius C E non transibit per punctum A, neque radius D E per punctum B, aliàs enim esset C A E vna recta linea, similiterque & D B E, ac proinde lineæ C A & D B productæ concurrent in puncto A; quod impossibile est, cùm sint ostensę parallelæ. Palàm igitur, quòd
C radij C E & D E intersecent magnitudinem A B in locis exempli gratia F & G. Quocircà minor erit F G ipsa A B, pars videlicet totâ: igitur & angulus A E B angulo F E G vt totus sua parte maior erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA II.

Aspectui viciniora euidentiùs cernuntur.

CVM enim per proximè antecedens lemma propinquiora maioribus angulis cernantur, fit vt in propinquioribus obiectis minutissimæ quædam partes angulo sensibili contineantur, quæ in remotioribus angulos subtendunt imperceptibi-
D les. Quare in remotioribus obiectis multæ quædam partes latent, quæ patent in vicinioribus: at euidentiùs perfectiusque illa videntur, quorum partes visus enucleatiùs distinguit; hæc autem sunt quæ maioribus angulis comprehenduntur: igitur quæ aspectui viciniora sunt, ea perspicaciùs dignoscuntur.

Deinde alia quoque est huius rei certissima demonstratio ex natura simulacrorum desumpta. Nam ea perspicaciùs videntur, quorum imagines sunt viuaciores; hæ siquidem fortiùs agunt: at formæ aspectabiles quò propinquiores sunt suæ origini, eò sunt robustiores; inde autem longiùs prouectæ sensim languescunt, tum suapte natura, quam cum ceteris qualitatibus, quæ sphæra actiuitatis definiuntur, communem habent; tum propter lumen cuius ope ad organum vehuntur, & cuius etiam vi formæ ipsæ natura sua
E inertes agunt. At lumen longius à corporibus repercussum hebetatur, vt ceteræ qualitates omnes. Ergo & specierum actio è longinquo segnior, è propinquo vegetior est. Quocirca & visio rerum longè dissitarum obscurior, viciniorum autem perspicacior est; quod erat demonstrandum.

LEMMA III.

Cùm quatuor magnitudinum prima fuerit maior quàm tertia, secunda verò minor quàm quarta; maior erit proportio primæ
F *ad secundam, quàm tertiæ ad quartam.*

HOc consectarium est ex octaua propositione quinti elementorum Euclidis, cuius etiam ope potest hoc lemma demonstrari. Sint propositę quatuor magnitudines, A prima maior quàm C tertia; & B secunda minor quàm D quarta: dico maiorem rationem esse A ad B quàm sit C ad D. Quoniam enim magnitudo A maior ponitur quàm C, habebit A maiorem ad B, quàm C ad eamdem B per priorem partem proposit. 8. quinti Euclidis, sed quia ex eadem hypothesi minor est B quàm D; habebit C ad B maiorem rationem quàm eadem C ad D, per posteriorem par-

A ———————
B ————
C ——————
D ———————

tem eiusdem 8. propos. quinti Euclidis. Est igitur multo maior proportio magnitudinis A
A primæ ad B secundam, quàm C tertiæ ad D quartam; quod erat demonstrandum.

LEMMA IV.

Propositis quatuor magnitudinibus, si prima ad secundam maiorē rationem habuerit, quàm tertia ad quartam; sit verò prima secundæ æqualis; erit tertia minor quàm quarta: at si tertia & quarta æquales fuerint, erit prima quàm secunda maior. B

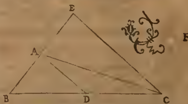
SINT quatuor magnitudines propositæ A, B, C, & D, habeatque A ad B maiorem
rationem quàm C ad D; sitque insuper A ipsi B æqualis: A ———
dico C quàm D minorem esse. Ponatur enim E ipsi D B ———
æqualis, ac proinde eamdem proportionem habens ad D C ———
quam A ad B: iam si ordo magnitudinum immutetur, fiatq; D ———
E prima, D secunda, tertia A, quarta B, quinta C, & D rursus E ———
assumpta sexta, licebit ex 13. quinti Euclidis in hunc modum argumentari: Cùm sit per constructionem quemadmodum prima ad secundam, hoc est, E ad D, ita tertia ad quartam, id est, A ad B; habeatque A tertia ad B quartam maiorem rationem, quàm C quinta C ad D sextam per hypothesin: prima quoque nempe E, per eamdem 13. quinti Euclidis, ad D secundam maiorem habebit rationem, quàm quinta C ad eamdem D sextam. At per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta D, rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, scilicet E, illa maior est. Igitur C minor est quàm E, ac proinde etiam minor quàm D, quæ ipsi E ex constructione æqualis est.

Si autem C ipsi D æqualis sit, dico A maiorem esse quàm B. nam si assumatur E ipsi B
æqualis, ad quam proinde A eamdē rationem habeat, quàm E ———
ad B, fitq; A prima, E secunda, tertia iterùm A, quarta B, quin- A ———
ta C, & D sexta, sic rursus formabitur demonstratio similis B ———
priori, ex 13. quinti Euclidis desumpta. Quemadmodum A C ——— D
ad E, ita per cōstructionem A ad B: sed per hypothesin A ad B D ———
maiorem rationem habet quàm C ad D: ergo & A ad E maiorem habet rationem, quàm C ad D: at eadem facta est proportio B ad E, quæ est C ad D: igitur si maior proportio est A ad E quam C ad D, erit & A ad E maior proportio, quàm B ad eamdem E. Sed per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta E, rationem habentium, A quæ maiorem rationem habet quam B, illa maior est; quod erat demonstrandum.

LEMMA V.

Si duo trianguli latera inæqualia fuerint, basisq; secta bifariàm; quæ à vertice ad basis sectionem applicatur, angulum qui ad verticem in duos inæquales partitur: quorum is maior est, qui minore latere; is verò minor, qui maiore continetur. E

SVNTO trianguli A B C duo inæqualia latera, A B quidem minus, A C verò maius: basis autem B C secta sit bifariàm in D, & ad eius sectionem D ab A vertice recta applicetur A D: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse.

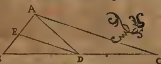


F

Producta enim B A in E, ductaque C E ipsi D A parallela, erunt per secundam sexti Euclidis B A & A E æquales, quoniam B D & D C æquales sunt positæ: at A C maior est ex hypothesi quàm A B: ergo eadem A C ipsa A E maior erit. Quare per 18. primi Euclidis, maior erit angulus E quàm angulus A C E: sed angulo A C E æqualis est angulus C A D per 29. primi Euclidis, & angulo E angulus B A D est æqualis per eamdē 29. primi Euclidis: ergo maior est angulus B A D quàm D A C angulus; quod erat demonstrandum.

Idem

A Idem poteſt in hunc quoque modum demonſtrari: Intra idem triangulum A B C à puncto D, in quo baſis B C eſt diuiſa biſariam, recta ducatur D E ipſi A C parallela. Quoniam æquales ſunt poſitæ B D & B C, erunt & B E & E A æquales per ſecundam ſexti Euclidis. Rurſus, cùm A C maior ponatur quàm A B, erit & D E quàm B E maior per quartam ſexti Euclidis. Quare eadem D E ipſa quoque A E maior erit; quòd videlicet A E ſit ipſi E B iam oſtenſa æqualis. Erit igitur per 18. primi Euclidis angulus

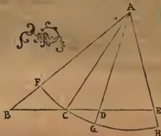


B D A E angulo A D E maior; ſed angulo A D E æqualis eſt D A C angulus per 29. primi Euclidis: igitur angulus B A D angulo D A C eſt maior; quod erat demonſtrandum.

LEMMA VI.

Si duo triangula ſuper æqualibus baſibus ad idem punctum conſtituantur, eius minor erit ad verticem angulus, cuius latera, excepta baſi, ſunt maiora, & ad baſin anguli obliquiores.

DVO triangula ſuper æqualibus baſibus B C & D E ad idem punctum A conſtituan-
C tur: vnum quidem A B C maioribus contentum lateribus, alterum verò A D E minoribus: ſint verò anguli A B C & A C B obliquiores angulis A D E & A E D, ſic vt maior maiori comparatus, & minor minori, maior vnius trianguli angulus, ſit maior maiore alterius trianguli angulo, & minor vnius alterius minore minor: vt A C B maior quàm A E D, A B C verò quàm A D E minor: dico eorum qui ad verticem ſunt angulorum B A C quàm D A E minorem eſſe.
D



Nam per alterutrum punctorum C aut D, vbi latera A C vel A D obliquè in lineam B E incidunt, ex centro A circulus deſcribatur F C G H. Hunc ſecabit B E per 16. tertij Euclidis, propterea quòd B E quæ ad C extremitatē ſemidiametri A C applicatur, non ſit eidem A C perpendicularis ex hypotheſi. quare pars eius, nempe B C extra, pars verò nempe C E intra circulum cadet. Ex quo neceſſariò conſequitur, vt triangulum A B C maius ſit ſectore A F C; triangulum verò A D E ſectore A G H ſit minus. Igitur ſi primo loco ſumatur triangulum A B C, ſecundo loco triangulum A D E, tertio ſector A F C, quarto ſector A G H, erit per 3. lemma maior proportio trianguli A B C ad triangulum A D E, quàm ſit
E ſectoris A F C ad A G H ſectorem: at triangula ſunt vt baſes per 1. ſexti Euclidis: & ſectores velut arcus quibus inſiſtunt per 33. ſexti Euclidis. Ergo maior eſt ratio baſis B C ad baſin D E, quam ſit arcus F C ad arcum G H: ſed vt arcus F C ad arcum G H, ita eſt angulus B A C ad D A E angulum per eandem 33. ſexti Euclidis: eſt igitur maior ratio baſis B C ad baſin D E, quàm anguli B A C ad angulum D A E: ergo cùm baſis baſi æqualis ſit ex hypotheſi, erit angulus B A C angulo D A E minor per 4. lemma; quod erat demonſtrandum.

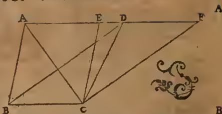
LEMMA VII.

F *Triangulorum ſuper eadem baſi, & in iiſdem parallelis conſtitutorum, minimus eſt ad verticem angulus, cuius maximum eſt alterum eorum, quæ præter baſin ſunt, latus.*

SINT ſuper eadem baſi B C, & in eiſdem parallelis B C, A F deſcripta triangula B A C & B D C; trianguli autem B D C latus B D maximum ſit eorum, quæ præter baſin ſunt, laterum: dico angulum B D C angulo B A C minorem eſſe.

Si enim ponantur A E & D F æquales ipſi B C, erunt hæ quoque ipſæ inter ſe æquales, per primam communem notionem Euclidis. deinde ſi à puncto C ad E & F rectæ perducantur lineæ C E & C F, erit C E ipſi B A, & C E ipſi B D parallela per 33. primi Euclidis,

quia nimirum A E & B C, item D F & B C æquales sunt & parallelæ.

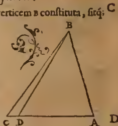


His ita constructis positisque, cum in duas parallelas A B & E C recta incidat linea A C, erit per 29 primi Euclidis, angulus A C E angulo B A C æqualis, nempe alternus: sic cùm in parallelas B D & C F recta incidat linea D C, erit per eamdem 29. primi Euclidis angulus D C F angulo B D C æqualis: at per sextum superius lemma minor est angulus D C F quàm A C E angulus: igitur & B D C angulus angulo B A C minor erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA VIII.

Si duo triangula ad eumdem verticem constituta inæquales habuerint bases, quarum maior complectatur minorem, eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis maior fuerit.

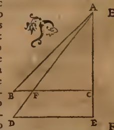
Dvo exponantur triangula A B C & A B D ad eumdem verticem B constituta, sitque trianguli A B D basis A D, basi A C trianguli A B C communis, maior autem A C quàm A D: dico & angulum A B C angulo A B D maiorem fore. Nam angulus A D B maior est angulo A C B per 16. primi Euclidis: addito ergo communi angulo A, erunt per communem notionem duo anguli A D B & A duobus A C B & A maiores. Cùm ergo per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus angulis alterius sint æquales, nempe duobus rectis pares, relinquetur A B C angulus angulo A B D maior, per 3. communem notionem Euclidis; quod erat demonstrandum.



LEMMA IX.

Si duo triangula ad eumdem verticem constituta æquales & parallelas ac similiter positas habuerint bases, eius maior erit ad verticem angulus, cuius basis vertici propinquior fuerit.

Svnto æquales & parallelæ, ac similiter positæ bases B C & D E, in quibus duo triangula constituantur ad eumdem verticem A: sit verò B C ipsi A propinquior quàm D E: dico angulum B A C angulo D A E maiorem esse. Cùm enim in parallelas iam datas lineas B C & D E rectæ incidant lineæ A D & A E quæ ipsam B C secant in C & F, erunt in triangulis A F C & A D E anguli A C F & A E D item A F C & A D E æquales: est autem D A E angulus vtrique triangulo communis: igitur æquiangula sunt ipsa triangula A F C & A D E. Quare per 4 sexti Euclidis, vt A C ad A E, ita se habet C F ad E D: sed A C minor est ipsa A E quia C vertici A propinquior est posita quàm E. Itaq; & C F ipsa E D minor erit. Ergo F B extra triangulũ D A E procurrit, ac proinde per 16. primi Euclidis, angulus A B C angulo A F C minor erit, cumque angulo A F C æqualis iam ostensus sit angulus A D E, erit A B C angulus ipso quoque A D E minor: sunt verò anguli A B C & C A B simul sumpti angulis A D E & E A D simul sumptis æquales, propterea quòd A C B ipsi A E D ostensus sit æqualis, & per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius trianguli angulis sint æquales. Demptis igitur vtrimque C & E æqualibus angulis, relinquentur, vt dictum est, duo A B C & C A B duobus A D E & E A D æquales, à quibus si inæquales auferantur B & D, relinquentur inæquales, maior quidem C A B à detracto minore B relictus, minor autem E A D, qui ablato D maiore residuus est; quod erat demonstrandum.



Simili-

A Similiter verò poni hoc loco parallelas bases intelligimus, cùm crura, quæ à vertice ad remotiorem basin protenduntur, neutiquam extra propinquiorem basin cadunt.

Porrò vniuersalius est hoc theorema illo, quod in solis isoscelibus triangulis à nonnullis proponitur hoc modo: *Isoscelium triangulorum super æqualibus basibus constitutorum, eius maior est ad verticem angulus, cuius minora sunt crura.* Quæ propositio etsi illorum instituto fuerit satis, nobis tamen propter vniuersaliorem vsum, fusiori sensu hoc theorema ponere necesse fuit.

LEMMA X.

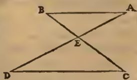
B *Si alteram parallelarum secet quapiam recta linea, hæc producta secabit & reliquam: oportet autem secantem cum parallelis in eodem plano existere.*

HÆC Procli assumptio est ad propositionem 29. libri primi Euclidis vsurpata, qua primùm demonstrare nititur illud siue postulatum, siue communem notionem, quod sic se habet: *Si in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad easdemq́; partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitũ productæ sibi mutuò incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores.* Vnde multa quæ circa pa-
C rallelas proponuntur dependent. Cumq́; illud Euclidis pronunciatum à doctissimo Clauio aliter iam solidiusque quàm à Proclo sit confirmatum, licebit nobis hoc lemma aliter quoque, quàm Proclus fecit, demonstrare. Ille enim huius ope parallelarum naturam proprietatemque erat explicaturus, quam proinde assumere ipsi non licuit; nos verò ea iam supposita, atque ex alio capite comprobata, propositionem hanc demonstrabimus, quod etiam Vitello fecit libro primo propositione 2.

Sint ergo duæ parallelæ rectæ lineæ A B & C D, in quarum alterã A B recta incidat linea E F: hanc dico vlteriùs productam secare & reliquam C D in G, siquidem in eodem sit cum parallelis plano. Si enim E F quantum-
D uis producta non concurrit cum interminata C D, parallela erit eadem E F ipsi C D per parallelarum definitionem. sunt enim parallelæ, quæ in infinitum productæ numquam concurrunt. Quòd si E F ipsi C D conceditur parallela, & ipsi A B parallela erit per 30. primi Euclidis: hoc autem hypothesi aduersatur. nam E F in ipsam A B incidere, eamque secare supponitur: itaque necesse est E F productam, cum infinita C D tandem concurrere; quod erat propositum.

LEMMA XI.

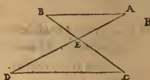
E *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, erunt segmenta vnius segmentis, alterius proportionalia.*



INTER A B & C D parallelas rectas lineas, duæ rectæ lineæ A D & B C se mutuò secent in E: dico ita esse A E ad E D, quemadmodum est B E ad E C. nam in triangulis A E B & D E C angulus E A B angulo E D C, & angulus E B A angulo E C D per 29. primi Euclidis est æqualis: angulus
F verò A E B angulo D E C æqualis est per 15. primi Euclidis. Æquiangula igitur sunt ipsa A E B & D E C triangula. Quare per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt illa ipsorum latera, quæ circum æquales angulos existunt. Vt igitur A E ad E B, ita se habet D E ad E C; & alternatim, vt A E ad E D, sic se habet B E ad E C. Sunt itaque segmenta vnius segmentis, alterius proportionalia: quod erat demonstrandum.

LEMMA XII. A

Si in duas rectas lineas parallelas duæ rectæ incidant lineæ quæ se mutuò secent, erunt parallelarum interceptæ portiones vt secantium se segmenta.



IISDEM repositis quæ priùs, dico insuper vt A E ad E D, vel vt B E ad E C, ita se habere A B ad D C.
Cùm enim triangula A E B & D E C ostensa iam B
sint æquiangula, erunt per 4. sexti Euclidis illa etiam
homologa latera, quæ æqualibus angulis subtendunrur. Igitur quemadmodum A E ad E D, vel B E ad E C, ita erit A B ad D C, quibus æquales anguli insistunt ad commune intersectionis signum E constiti; quod erar probandum.

LEMMA XIII.

Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, C
& per communem sectionem alia ducatur, quæ parallelarum interceptas portiones diuidat, erunt & harum portionum segmenta inter se similia.



SINT vt priùs parallelæ rectæ lineæ A B & C D, inter quas sese A D & BC intersecent ad signum E; per E autem communem sectionem agatur F G, vtcumque quæ A B & C D secet in F & G: dico ita esse A F ad F B, vt D G ad G C. Nam æqui-
angula sunt rriangula A F E ipsi D G E, item B F E ipsi D
C G E, quoniam per 29. primi Euclidis æqualis est angulus A F E ipsi D G E, & F A E ipsi G D E, angulus autem A E F angulo D E G æqualis est per 15 primi Euclidis, sicq; in ceteris. Igitur per 4. sexti Euclidis, similia sunt latera, quæ circum æquales angulos consistunt, nempe vt A F ad F E, ita D G ad G E, & per 16. quinti Euclidis vicissim vt A F ad D G, ita F E ad G E: sed quemadmodum se habet F E ad G E, ita per præcedens lemma se habet F B ad G C: igitur per 11. quinti Euclidis, vt A F ad F B, ita est D G ad G C; quod erar demonstrandum.

His adiungere placuit sequentia Lemmata ex libro sexto Collectionum mathemati- E
carum Pappi Alexandrini, ad propositiones non paucas apprimè vtilia, ad eas præsertim, quæ de obliquo circuli aspectu in fallaciis figuræ tradentur. Sunt verò hæc Pappi lemmata aliquantulùm à nobis immutata, tum vt clariora illa firmioraque redderemus, tum etiam vt proposito nostro magis efficeremus accommodata. Quo nomine nihil de eximia Pappi auctoritate detractum iri existimo, cùm non profiteamur eius hoc loco verba repræsentare; sed tantummodò inuentis vti, quæ ipse hac causa posteritati reliquit. Imò si verum fateri volumus, non modò nihil Pappo decedet; verùm etiam accedet non parum perspicuitatis ac luminis confusis eius ac proinde etiam obscuris prin- F
cipiis. Quæ enim dicturi sumus de fallacia aspectus nostri in obliquum circulum incidentis, commentarij instar obtinebunt & corollarij respectu principiorum Pappi, quæ antè in confusam congeriem aggregata, determinatum scopum minus obuium habere videbantur: nunc autem & in se futura sunt illustriora, & multiplici velut prole fecundiora, deducta scilicet ex iis doctrina quæ maximum in Mathesi momentum afferre consueuit.

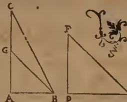
A

LEMMA XIV.

Duorum triangulorum rectangulorum si vnius maximum latus ad alterum reliquorum maiorem rationem habuerit, quàm alterius maximum latus ad alterum reliquorum; maior erit angulus sub illis lateribus comprehensus, qua maiorem rationem habuerint.

B

SINT duo triangula A B C & D E F rectos angulos habentia A & D; sitque proportio B C ad B A maior, quàm E F ad E D: dico A B C angulum angulo D E F maiorem esse.



Ponatur enim per 12. sexti Euclidis B G eamdem habens rationem ad B A, quam habet E F ad E D, vt sit quemadmodum D E ad E F, ita A B ad B G. Manifestum igitur quòd maiorem rationem habebit B C ad B A, quàm B G ad eamdem B A: quare per 10. quinti maior est B C quàm B G. Ac rursus C cùm duo triangula A B G & D E F angulum A angulo D æqualem habeant; sitque vt D E ad E F, ita A B ad B G & angulorum A G B & D F E vterque recto sit minor, erit per 7. sexti Euclidis angulus A B G angulo D E F æqualis. At angulus A B C angulo A B G maior est per 32. primi Euclidis (siquidem A communis est & rectus, itemque angulus A C B angulo A G B per 16. primi Euclidis est minor.) Igitur per communem notionem perspicuum est angulum A B C angulo quoque D E F maiorem esse; quod erat demonstrandum.

Huius propositionis conuersam ex Federico Commandino Vrbinate ad 42. proposit. libri sexti Collectionum Pappi in hunc modum licebit demonstrare.

D

CONVERSIO.

Si maior sit angulus A B C *quàm* D E F: *aio* B C *ad* B A, *quàm* E F *ad* E D *maiorem rationem habere.*

PONATVR enim ad punctum B per 23. primi Euclidis, angulus A B G angulo D E F æqualis, erit igitur & A G B angulus angulo D F E æqualis, quòd per 32. primi Euclidis omnes tres duobus rectis sint pares: ac proinde & latera proportionalia erunt per 4. sexti Euclidis: ac totum triangulum A G B toti triangulo D F E simile per primam definitionem libri sexti Euclidis. Cum ergo concedatur angulus A B C angulo D E F maior esse, E idem angulus A B C angulo quoque A B G maior esse conuincetur. Quare per 32. primi Euclidis erit angulus A C B angulo A G B minor: sed angulus C G B maior est angulo A G B: nam per 16. primi Euclidis maior est angulo A qui rectus est. Quoniam igitur per 13. primi Euclidis A G B & B G C duobus rectis sunt pares, necesse est angulum B G C obtusum esse, ac proinde ipso A G B angulo maiorem. Quocircà per 19. 1. Euclidis maius est latus B C quàm B G, & per 8. quinti Euclidis B C ad B A maiorem rationem habet quàm B G ad idem latus B A: sed vt B G ad B A, ita ostensum est latus E F ad E D: ergo B C ad B A maiorem rationem habet quàm E F ad E D; quod erat demonstrandum.

F

CONSECTARIVM.

Si duo triangula rectangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrumque vtrique, æquilatera & æquiangula erunt ipsa triangula.

SVNTO triangula A B G & D E F rectos habentia angulos A & D: si ea quæ æqualia postulantur latera circa rectos ipsos fuerint angulos, vt A B & A G æqualia ipsis D E & D F per 4. primi Euclidis, concludetur propositum. Si autem de numero fuerint reliquorum,

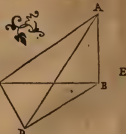
quorum, vt A G & G B æqualia ipsis D F & F E: dico & basin A B basi D E, & angulum G angulo F ac B ipsi E æquales esse, ac proinde æquilatera & æquiangula esse ipsa triangula.

Si enim A B non sit ipsi D E æqualis, esto ea primùm maior. Erit ergo per 8. quinti Euclidis maior ratio B G ad D E quàm eiusdem B G ad B A: quoniam verò æqualis est B G ipsi E F ex hypothesi, erit per 7. quinti Euclidis, vt B G ad D E, ita E F ad D E: sed iam ostensum est maiorem proportionem habere B G ad D E quàm ad B A: ergo & E F ad D E maiorem habebit rationem quàm B G ad B A. Atque ideircò per præsens lemma maior erit angulus E quàm B; cumque A & D B recti sint, omnesq; tres duobus rectis pares per 32. primi Euclidis, erit G angulus angulo F maior. Quod si concedatur, vt argumentum cogit, erit per conuersionem huius lemmatis maior proportio B G ad G A, quàm E F ad F D: ideoq; per 10. quinti Euclidis, adiuuante 7. eiusdem, erit B G quàm E F maior: posita autem fuit æqualis: igitur nequit A B quàm D E maior esse.

Sit deinde minor A B quàm D E; eodem modo ostẽdemus maiorem fore rationem B G ad B A quàm E F ad E D, atque ita per præsens lemma angulum B angulo E fore maiorem. Quo dato erit & F angulus angulo G maior, ac proinde per huius lemmatis conuersionem erit E F quàm B G maior; quod cùm hypothesi aduersetur, non potest A B ipsa D E minor esse: itaque æqualis est. quocircà & reliqui anguli æquales per 4. primi Euclidis. C Sunt igitur æquilatera & æquiangula ipsa triangula; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA XV.

Si à puncto sublimi A *in subiectum planum perpendicularis demittatur, atque à puncto incidentiæ* B *ad aliam quamcumque, puta* CD, *perpendicularis educatur* B D: *dico &* A D *ipsi* C D *perpendicularem esse: si autem* B D C *angulus acutus fuerit vel obtusus; dico &* A D C *acutum vel obtusum esse.* D



In recta linea C D sumatur quoduis punctum C, & A C, C B iungantur. Itaque quoniam A B perpendicularis est ad subiectum planum, angulus A B C rectus erit. Ergo quadratum ex A C est æquale quadratis ex A B & ex B C per 47. primi Euclidis: quadrato autem ex B C æqualia sunt quadrata ex B D & D C. Quadratum igitur ex A C est æquale quadratis ex A B, B D & D C: sed quadratis ex A B & B D æquale est id, quod fit ex A D. Ergo quadratum ex A C quadratis ex A D & D C æquale est: ac propterea rectus sit E oportet angulus A D C. Recta igitur linea A D ad ipsam D C perpendicularis est; quod demonstrare oportebat.

Esto nunc angulus B D C acutus: dico & A D C angulum acutum fore. Nam quadratum ex A C quadratis ex A B & B C est æquale; quadratum autem ex B C minus quadratis ex B D & D C per 13. secundi Euclidis, ergo quadratum ex A C quadratis ex A B, B D & D C est minus: sed quadratum ex A D quadratis ex A B & B D æquale est: igitur ex A C quadratum minus etiam est quadratis ex A D & D C. quare per conuersam eiusdem 13. secundi Euclidis, angulus quoque A D C acutus est. F

Eodemq; modo si obtusus sit angulus B D C, erit quadratum ex B C quadratis ex B D & D C maius per 12. secundi Euclidis. Quocircà eodem ratiocinandi modo ostendetur ex A C quadratum, iis quæ ex A D & D C fiunt quadratis maius esse; ac propterea per conuersam eiusdem 12. secundi Euclidis, angulum quoque A D C obtusum esse; quod erat demonstrandum.

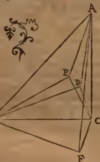
LEMMA-

A

LEMMA XVI.

Recta quæpiam linea subiecto plano ad signum B *obliquis insistat angulis, atque ab eius puncto sublimi* A *perpendicularis demittatur cadens in* C, *ducta* B C: *dico angulum* A B C *minimum esse omnium eorum qui continentur linea* A B, *& quacumque per* B *in plano ducta: atque eum qui ipsi propinquior est remotiore*
B *minorem esse: duos autem tantùm æquales ad vtrasque ipsius partes constitui.*

DVCATVR enim quæpiam recta linea B D in subiecto plano, & à puncto C ad ipsam perpendicularis agatur C D per 12. primi Euclidis: & A D iungatur: est igitur A D ipsi D B perpendicularis per lemma proximè antecedens. & quoniam rectus est angulus A C D, maior est D A quàm A C per 47. primi Euclidis: ergo per 8. quinti Euclidis
C maiorem rationem habet B A ad A C, quàm eadem B A ad A D, sunt verò B C A & B D A anguli recti: maior igitur est B A C angulus quàm B A D per 14. lemma. quare reliquus angulus A B C angulo A B D minor est. Cùm autẽ simili demonstrandi genere ostendi possit angulus A B C quocumque alio minor esse, minimus is erit omnium eorum, qui linea A B, & quacumque alia per B in plano acta continentur, quod primò ostendendũ fuit.



Dico etiam angulum, qui ipsi A B C propinquior est, remotiore semper minorem esse. Ducatur enim ex B
D quæcumque linea in eodem plano, nempe B E à B C remotior quàm sit B D, atque à puncto C ad ipsam B E perpendicularis agatur C E per 12. primi Euclidis, & A E iungatur: ergo per antecedens lemma A E ipsi E B est perpẽdicularis. Et quoniam rectus est angulus B D C, erit is æqualis recto B E C: angulus autem B C D maior est angulo B C E. Nam cùm recta B E sit posita extra B D, angulus C B D minor erit angulo C B E, quare reliquus B C D, reliquo B C E maior erit. Igitur per cõuersam 14. lemmatis superiùs demonstratam, quoniam B D C & B E C anguli recti sunt, & angulus D C B angulo E C B est maior, habebit B C ad C D maiorem rationem, quàm eadem B C ad C E, ac proinde per 10. quinti Euclidis minor est D C quàm E C. Est verò C A vtrique C D & C E ad rectos angulos, quare E A maior est quàm D A: nam quadrata ex E C & C A maiora sunt quadratis ex D C & C A; at quadratis ex E C & C A æquale est id quod ex E A fit quadratum: & iis quæ ex D C & C A
E æquale est id quod ex D A per 47. primi Euclidis: ergo maius est ex E A quàm ex D A quadratum; atque ob id recta E A quàm D A est maior: B A autem ad A D maiorem proportionem habet, quàm eadem B A ad A E, suntq; anguli ad D & E recti. Igitur per 14. superius lemma B A D angulus angulo B A E maior est. quare angulus A B D per 32. primi Euclidis angulo A B E est minor; quod secundo loco propositum fuit.

Dico præterea duos tantùm constitui æquales angulos ad vtrasque partes. Constituatur enim ad B C rectam lineam, atque ad eius signum B in subiecto plano angulus C B F æqualis angulo C B D, & à puncto C ad B F perpendicularis ducatur C F, & A F iungatur; dico angulum A B F angulo A B D æqualem esse. Quoniam enim angulus
F C B F angulo C B D æqualis est, & rectus vterque angulorum C D B & C F B, erit per 32. primi Euclidis & reliquus angulus B C F angulo B C D reliquo æqualis. Æquiangula sunt itaque triangula B C D & B C F: quare per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt ipsorum latera, quæ circum æquales consistunt angulos. Vt ergo C B ad B D, ita eadem C B ad B F, & permutando, vt C B ad seipsam, ita B D ad B F, sed C B sibiipsi æqualis est: ergo & B D ipsi B F est æqualis, & eadẽ ratione C D & C F inter se æquales sunt. Est autem A C & perpendicularis & communis vtrique D C & C F: ergo A D est æqualis ipsi A F per 4. primi Euclidis. Rursus cùm in triangulis A B D & A B F æqualia ostensa sint latera B D & B F, sitque A B vtrique commune, basis iteum A D iam ostensa sit æqualis basi A F, erit per 8. primi

Euclidis & angulus A B F angulo A B D æqualis. Constat verò præter triangulum B F C A
nullum aliud in plano dari posse ipsi B D C æquiangulum & æquilaterum, ex quo hæc
demonstratio pendet. Igitur duo tantùm æquales anguli ad vtrasque partes minimi an-
guli A B C constituuntur; quod tertiò fuit propositum demonstrare.

LEMMA XVII.

Si à quouis puncto circularis diametri recta ad circumferentiam educatur; ea pars diametri, quæ hac maior fuerit, & reliqua diametri parte maior erit; & quæ minor, minor. B

VT si in diametro A B sumatur vtcumque punctum D, ab eoque ad circumferen-
tiam circuli recta educatur D C: dico si maior
fuerit diametri portio A D quàm D C, eamdem
portionem A D & reliquâ D B maiorem fore. Iungan-
tur enim A C & C B: quoniam igitur angulus A C D
maior est angulo C A D per 18. primi Euclidis, erit reli-
quus D C B reliquo C B D minor. nam per 31. tertij Eu-
clidis, angulus A C B rectus est, ideoq; duobus D A C
& D B C æqualis per 32. primi Euclidis, quare si A C D C
pars recti maior sit angulo C A D, erit reliqua pars recti,
nempe D C B, reliquo angulo C B D minor. Ergo per 19.
primi Euclidis, maior erit C D quàm D B. Est autem A D
posita maior quàm D C, multò igitur maior est A D quàm D B.

Quòd si A D minor sit quàm D C, similiter ostendemus A D ipsâ quoque D B minorem
esse; angulus enim D C A angulo D A C per 18. primi Euclidis minor erit, ideoque reli-
quus D A C reliquo D B C maior. Ergo D C minor est, quàm D B: sed A D minor ponitur
quàm D C, multò igitur minor est eadem A D ipsâ D B; quod erat demonstrandum.

LEMMA XVIII. D

Si à quouis signo circularis diametri duæ lineæ inæquales ad circumferentiam educantur, portio diametri maiori vicinior, reliqua parte diametri maior erit.

SIT inquam vt priùs in diametro A B acceptum signum D vtcumque, ab eoque duæ
educantur D C & D E: dico si D C maior conce-
datur ipsa D E, & A D quæ ipsi D C vicinior est, reli-
quâ D B maiorem esse. Iungantur enim puncta C & E E
per rectam C E, cui ex D perpendicularis ducatur D F
per 12. primi Euclidis: quoniam igitur maior ponitur
C D quàm D E, erit quadratum ex C D maius quadrato
ex D E: sed quadrato ex C D æqualia sunt quæ fiunt ex
C F & F D per 47. primi Euclidis, & quadrato ex D E
æqualia sunt ex D F & F E quadrata per eamdem: igitur
quadrata ex C F & F D quadratis ex D F & F E sunt maio-
ra: sublatis igitur quæ sunt ex D F, relinquetur per com-
munem notionem ex C F quadratum, quadrato ex F E maius. Quare C F ipsa F E maior
erit. Secetur ergo C E bifariàm in G, vnde ducatur G H ipsi F D parallela per 31. primi Eu- F
clidis, ergo per 29. primi Euclidis G H ipsi C E perpendicularis erit. In recta igitur G H est
circuli centrum ex corollario Clauij ad primam tertij Euclidis, sed est etiam in A B: pun-
ctum igitur H est circuli centrum, quare per 7. tertij Euclidis, maior erit A D quàm D B,
quod erat demonstrandum.

A

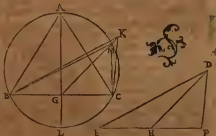
LEMMA XIX.

Si à verticibus duorum triangulorum, quorum æquales sint bases, ad media signa basium æquales quidem rectæ lineæ, sed disparibus angulis pertineant, vna videlicet rectis, altera obliquis, sitq́ utraque maior medietate suæ basis: eius trianguli maior erit ad verticem angulus, in cuius basin demissa à vertice rectis incidit angulis.

B

SINT duo triangula A B C & D E F, quæ æquales habeant bases B C & E F: secentur B C & E F bifariam in punctis G & H, ad quæ delapsæ à verticibus A & D rectæ lineæ A G & D H æquales quidem sint inter sese; sed inæquales angulos ad bases efficiant: sitque A G ad B C perpendicularis, D H verò ad E F

C obliqua: vtraque autem A G & D H sit medietate suæ basis maior, hoc est A G maior quàm B G, & D H quàm E H maior: his ita positis, dico angulum B A C angulo E D F maiorem esse.



Describatur enim circa triangulum A B C circulus per 5. quarti Euclidis, quoniam igitur maior posita est A G quàm G B, patet per circuli definitionem G non esse descripti circuli centrum. Item cùm A G ipsi B C sit perpendicularis producta A G in L, perspicuum

D est per corollarium Clauij ad primam propositionem tertij Euclidis in A L centrum esse circuli. Rursus cùm per 17. lemma constet A G quàm G L maiorem esse, sequitur centrum circuli inter A & G constitutum esse. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G maxima omnium illarum, quæ ex G in circuli peripheriam cadunt, & huic propinquior remotiore semper maior. Constituatur igitur super B C triangulum B K C ipsi E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: erit ergo & G K ipsi H D æqualis. Quocircà & A G ipsi G K æqualis erit per communem notionem. Est autem per 7. tertij Euclidis G M minor ipsa A G, ergo & ipsâ G K minor erit. Igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior erit: at B M C æqualis est angulo B A C per 21. tertij Euclidis; ergo & B A C angulus angulo B K C maior erit; quod propositum fuit demonstrare.

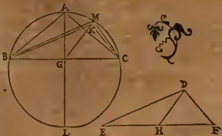
E

LEMMA XX.

Iisdem positis sit A G *minor quàm* G B *: dico angulum* B A C *angulo* E D F *minorem esse.*

ERIGATVR enim vt priùs super B C triangulum B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: quoniam igitur A G minor conceditur quàm G B, erit

F eadem A G minor quàm G L per 17. lemma: ergo non erit in A G circuli centrum, sed inter G & L situm erit. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G minima omnium earum quæ ex G ad circuli circumferentiam educuntur, & quæ ab hac remotiores, propinquioribus semper maiores sunt. Igitur



G M maior est quàm G A. Ponatur ergo G K ipsi G A æqualis per 3. primi Euclidis, & B K A
C K iungantur. Minor est igitur angulus B M C quàm B K C per 21. primi Euclidis, sed angulus B M C per 21. tertij Euclidis, æqualis est angulo B A C: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit: at angulus B K C positus est æqualis angulo E D F; igitur, quod propositum fuit, concluditur angulum B A C angulo E D F minorem esse.

LEMMA XXI.

Non sit iam AG *ipsi* BC *perpendicularis; sit autem* DH *ipsi* EF *quàm* AG *ipsi* BC *obliquior: dico, si maior quidem sit* AGB *quàm* GC, *etiam angulum* BAC *angulo* EDF *maiorem esse: si verò minor, minorem.*

DESCRIBATVR rursus circa triangulum A B C circulus, & à puncto G ipsi B C ad rectos angulos excitetur G N per 11. primi Euclidis, in quam centrum cadet; quapropter N L diameter erit circuli per corollarium primæ tertij Euclidis: sit ergo primùm A G quàm G C maior. Ex eo igitur quod ostensum fuit lemmate 18. N G maior est quàm G L. Quare in N G centrú erit circuli, quæ proinde per 7. tertij Euclidis maxima est omnium, quæ ex G in circuli peripheriam educuntur: erit ergo N G ipsa G A maior. Constituatur nunc vt priùs super B C, quæ ipsi E F æqualis est, triangulú B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: ergo G A, hoc est H D, maior est quàm G M. Est verò ipsi G A æqualis G K; quare erit & G K maior quàm G M, & iunctis B M & C M erit per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior: sed angulus B A C æqualis est angulo B M C per 21. tertij Euclidis: igitur idem angulus B A C angulo B K C maior erit; quod primò erat demonstrandum.

At si A G minor sit quàm G C, similiter demonstrabimus B A C angulum angulo E D F minorem esse. Sint namque reposita eadem, quæ priùs, & constituatur triangulum B K C triágulo E D F æquilaterú: cùm minor ponatur A G quàm G C, erit per ea quæ demonstrata sunt N G ipsâ G L minor. Quare in G L centrum existet circuli, & per 7. tertij Euclidis N G minima erit omnium earum, quæ ex G ad circumferentiam educuntur, ipsique propinquior remotiore semper minor. Quare A G quàm G M minor est, cumque ipsi A G ponatur æqualis G K, erit & G K minor quam G M: igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C minor erit: est verò angulo B M C æqualis angulus B A C per 21. tertij Euclidis: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA

A

LEMMA XXII.

Circulum A B C *contingant recta linea* A K *&* C K, *in punctis* A *&* C; *iuncta* A C *&* K B *per centrum acta: dico vt* B K *ad* K D, *ita esse* B H *ad* H D.

QVONIAM enim per 37. tertij Euclidis, vtriusque A K & C K quadratum æquale est ei quod sub B K & K D comprehenditur rectangulo, erunt A K & C K inter se æquales. Rursus ductis ex A & C ad centrum E rectis lineis A E & C E, erunt hæ per circuli definitionem inter se æquales: igitur cùm trianguli A E K duo latera A E & A K sint æqualia duobus lateribus C E & C K trianguli C E K, & E K est vtrique cómune, erit per 8. primi Euclidis & angulus E A K angulo E C K æqualis, sed & reliqui anguli reliquis angulis sub æqualibus lateribus contétis per 4. 1. Euclidis æquales erunt. Quocircà cùm in triangulis A K H & C K H æqualis iam ostensus sit angulus A K H angulo C K H, sintque circa hos ipsos angulos latera A K & K H lateribus C K & K H æqualia, erunt per 4. primi Euclidis & bases A H & H C, & anguli A H K & C H K æquales, qui proinde per 13. primi Euclidis recti erunt. Rectangulum igitur A H C (hoc est quadratum ex A H) vnà cum quadrato ex H K æquale est quadrato ex K A per 47. primi Euclidis: sed rectangulum A H C est æquale rectangulo B H D per 35. tertij Euclidis, & quadratum ex K A rectangulo B K D per 36. eiusdem. rectangulum igitur B H D vnà cum quadrato ex K H est æquale rectangulo B K D. Quod quidem cùm ita sit, erit vt B K ad K D, ita B H ad H D: nam quoniam rectangulú B H D vnà cum quadrato ex K H iam ostensum est æquale rectangulo B K D, quadratum autem ex K H est æquale rectangulo K H D vnà cum rectangulo H K D per 2. secundi Euclidis, erunt rectangula B H D, K H D & H K D, hoc est per 1. secundi Euclidis, rectangulum sub B K & H D cum rectangulo H K D æqualia rectangulo B K D, sed rectangulo B K D æqualia sunt duo rectangula, alterum sub B H & K D, alterum sub H K D contentum per eamdé 1. secundi Euclidis: ablato igitur communi rectangulo H K D, relinquitur rectangulum sub B K & H D contentum, ei quod sub B H & K D comprehenditur æquale. Ergo per conuersam 16. sexti Euclidis erunt quatuor lineæ proportionales, hoc est vt B K ad K D, ita B H ad H D; quod erat demonstrandum.

B



C

D

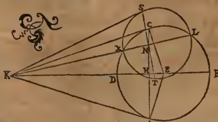
E

LEMMA XXIII.

Et si vt B K *ad* K D, *ita est* B H *ad* H D, *aliaque ex* K *ducta fuerit* K L, *quæ circulum secet in* X; *ipsam* A C *in* N: *rursus quemadmodum* L K *ad* K X, *ita aio esse* L N *ad* N X.

NAM circa L X velut diametrú circulus describatur L S X T, & per punctum N ipsi L K ad rectos angulos ducatur S T, & S K, T K iungantur: erit ergo quadratum ex N S, hoc est rectangulum S N T æquale rectangulo C N A, quòd videlicet idem rectangulum S N T æquale sit rectangulo L N X, cui per 35. tertij Euclidis æquale est C N A rectangulum; quadratú autem ex N K æquale est duobus quadratis ex N H & H K per 47. primi

F



primi Euclidis, quorum alte- A
rum nempe quod ex N H vnà
cum rectangulo C N A æquale
est quadraro ex C H per 5. secun-
di Euclidis, ergo quadrata ex
N S & N K, hoc est quadratum
ex K S æquale est quadratis C H
& H K, videlicet quadrato ex
C K: sed quadratum ex C K æ- B
quale est rectangulo L K X per
36. tertij Euclidis, quadratum
igitur K S rectangulo L K X est
æquale, ac propterea K S circulum ipsum contingit per 37. tertij Euclidis, & ita demon-
strabitur K T circulum contingere: ergo ex demonstratis superiore lemmate vt L K ad
K X, ita est L N ad N X; quod erat demonstrandum.

CONVERSIO.

In circulo A B C D, *si, vt* L K *ad* K X, *ita sit* L N *ad* N X, *agaturque*
K B *per circuli centrum, & ab* N *ad* K B *perpendicularis du-* C
catur N H: *dico fore quoque vt* B K *ad* K D *ita* B H *ad* H D.

DESCRIBATVR namque circa L X circulus L S X T, vt priùs; ducaturque S T
per N ipsi K L perpendicularis, & N H producatur, donec ex vtraque parte cum
circuli A B C D peripheria conueniat in A & C. Quoniam igitur rectus est angulus
K N S, erit per 47. primi Euclidis quadratum K S æquale quadratis K N & N S, quorum al-
terum K N duobus item K H & H N est æquale per eamdem 47. primi Euclidis, quòd vi-
delicet angulus quoque K H N rectus sit. Igitur K S quadratum æquale est tribus quadra-
tis K H, H N & N S: sed N S quadratum seu rectangulum S N T æquale est rectangu- D
lo L N X per 35. tertij Euclidis, rectangulum autem L N X per eamdem 35. tertij Eucli-
dis æquale est rectangulo C N A: igitur quadratum N S rectangulo C N A est æquale.
At cùm C A in H sit secta per æqualia, in N verò per non æqualia, erit per 5. se-
cundi Euclidis rectangulum C N A vnà cum quadraro H N quadrato C H æquale. Qua-
re eidem quadrato C H æqualia sunt ea, quæ ex H N & N S quadrata: ideoque qua-
dratum K S quadratis K H & H C est æquale. Est autem & K C quadratum eisdem quadra-
tis K H & H C æquale per 47. primi Euclidis: itaque K S & K C quadrata inter se sunt
æqualia. Ostensum verò iam est hoc eodem 23. lemmate rectam K S circulum L S X T
contingere. Est igitur per 36. tertij Euclidis quadratum K S rectangulo L K X æquale.
quamobrem & K C quadratum eidem rectangulo L K X æquale erit. Hinc porrò fit per
37. tertij Euclidis K C quoque circulum A B C D contingere: cumque & K A ob æquali- E
tatem angulorum circulum contingat, erit per 22. lemma vt B K ad K D, sic B H ad H D;
quod erat demonstrandum.

LEMMA XXIIII.

Sit vt recta linea B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D; *& sit angulus* B F H
æqualis angulo H F D, *iuncta* F K: *dico* H F K *rectum angulum esse.*

DVCATVR per H ipsi K F parallela C H G, & producatur F D vsque in G: itaque F
quoniam vt B K ad K D, ita
est B H ad H D, erit permu-
tando per 16. quinti Euclidis, vt
B K ad B H, ita K D ad H D; sed vt
B K ad B H, ita est F K ad C H per
4. sexti Euclidis. (cùm enim C H
sit posita ipsi F K parallela, æqui-
angula erunt ipsa triangula F K B
& C H B. nam angulus K F B an-

gulo

A gulo H C B, & angulus F K B angulo C H B per 29. primi Euclidis æquales erunt, angulus autem F B K vtrique communis est: sunt igitur F K B & C H B æquiangula triangula, quare per 4. sexti Euclidis vt B K ad B H, ita est F K ad C H.) quoniam itaque vt B K ad B H, ita ostensa est K D ad D H, erit vt F K ad C H, ita K D ad D H. Vt autem K D ad D H, ita per 12. lemma est F K ad H G propter triangulorum F K D & D G H similitudinem, & æquales angulos. Ergo F K ad vtramque ipsarum C H & H G eamdem proportionem habet, ac propterea per 9. quinti Euclidis C H ipsi H G est æqualis. Et vt C H ad H G, ita C F ad F G per 3. sexti Euclidis, quoniam angulus C F G bipartitò diuisus fuit. est igitur & C F ipsi F G æqualis. Cùm igitur in triangulis C F H & H F G sit C H ipsi H G ostensa æqualis, &
B F H vtrique triangulo communis, sit quoque & basis C F basi F G æqualis; erit per 8. primi Euclidis angulus C H F angulo G H F æqualis: quare per 13. primi Euclidis erit vterque ipsorum rectus. Ac proinde & H F K rectus erit per 29. primi Euclidis, quòd videlicet C G ipsi F K sit posita parallela.

CONVERSIO EX COMMANDINO.

Esto vt B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D, *sit verò angulus* H F K *rectus, iunctis* B F *&* F D: *dico angulum* B F H *angulo* H F D *æqualem esse.*

C

SIt enim per H ipsi F K parallela ducatur C H G per 31. primi Euclidis, & F D ad G vsque producatur; in primis, eodem modo quo suprà, ostendemus C H ipsi H G æqualem esse: deinde cùm rectus ponatur angulus H F K & C G ipsi F K parallela, erunt per 29. primi Euclidis anguli C H F & G H F recti, ac proinde æquales inter sese per 13. primi Euclidis. In triãgulis igitur C H F & G H F cùm sit latus C H lateri G H æquale, latusque H F vtrique commune, & anguli C H F & G H F æquis lateribus contẽti æquales, erunt per 4. primi Euclidis & bases C F, G F, & anguli ad basem æquales, inter quos sunt C F H & G F H, quos æquales esse demonstrare oportebat.

D CONVERSIO ALIA EX EODEM.

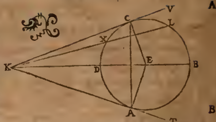
Rursus angulus H F K *rectus esto, angulusq;* B F H *angulo* H F D *æqualis: dico vt* B K *ad* K D, *ita esse* B H *ad* H D.

REPOSITIS iisdem, quoniam angulus C F H conceditur æqualis angulo H F G, & angulus C H F angulo G H F iam ostensus est æqualis, vtpote rectus vterque; erit reliquus H C F reliquo H G F æqualis per 32. primi Euclidis. Cùm ergo æquiangula sint triangula C H F & G H F, erunt ipsorũ homologa latera, siue quæ circum æquales sunt angulos, siue quæ æqualibus angulis subtenduntur per 4. sexti Euclidis: igitur quemadmodum F H ad H C, ita eadem F H ad H G; ac proinde per 9. quinti Euclidis est
E C H ipsi H G æqualis, eodemq; modo demonstrabitur F C æqualis ipsi F G, vt enim F H ad F C, ita eadem F H ad F G. Ergo vt F K ad C H, ita est F K ad H G per 7. quinti Euclidis: sed vt F K ad C H, ita K B ad B H ob triangulorum F B K & C B H similitudinem per 4. sexti Euclidis. Quapropter vt F K ad H G, ita est K B ad B H; vt verò F K ad H G, ita est K D ad D H per 12. lemma: nam similia sunt triangula F D K & H D G, ideoque æquiangula. Vt igitur K B ad B H, sic est K D ad D H, & permutando vt B K ad K D, sic B H ad H D; quod demonstrare oportebat.

LEMMA XXV.

F *Quæ ab externo signo ad datum circulum ducitur ipsum contingens, maxima est illarum omnium, quæ in conuexam peripheriam cadunt; illarum verò quæ in cauam, omnium minima.*

CIRCVLVM A B C D contingant rectæ lineæ A K & K C ductæ à signo K extra circulum posito: & per circuli centrum E recta agatur K B: dico K A & K C maximas esse omnium illarum, quæ ab externo signo K ad conuexam circuli peripheriam A D C porriguntur. Quoniam enim K A & K C ex hypothesi circulum contin-



gunt in A & C, erunt K A & K C extremæ omnium illarum, quæ ad A D C peripheriam extendi possunt. Siquidem recta linea circulum vno tantùm in puncto contingere potest: ergo si quæ alia præter K A & K C ad datum circulum ducta fuerit, vt K X, ea in peripheriam A O C ad aliud punctum, quàm A & C, cadat necesse est. Enimuerò cùm per 16. tertij Euclidis K A & K C extra circulum cadant, quòd nimirum A E & C E à centro E ad puncta contactuum A & C adiunctæ ipsis contingentibus sint perpendiculares, per 18. tertij, erit arcus A O C totus intra trigonum A K C positus. Quare K X & quæcumque alia ad conuexam peripheriam A D C ex K protrahetur, intra trigonum A K C incidet, ac proinde minor erit angulus A K X angulo A K C. Ergo K X quàm K C ipsi K D propinquior est, minorque K X quàm K C esse conuincitur per 8. tertij Euclidis. Sic verò & ceteræ quæcumque in peripheriam A D C incidunt, ipsa K C minores esse demonstrantur. Igitur quæ circulum contingunt K A & K C maximæ sunt omnium illarum, quæ à signo K ad conuexam circuli peripheriam educuntur; quod primò propositum fuit.

A

B

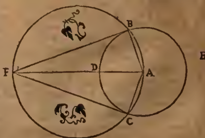
C

Quod verò eædem K A & K C minimæ sint omnium illarum, quæ in cauam circuli portionem incidunt, sic demonstratur: Producantur K A in T & K C in V. Quoniam per 16. tertij Euclidis A T & C V extra circulum cadunt, erit vt priùs, quodcumque punctum in caua peripheria A B C assumptū fuerit, vt puta L puncto B, totaque K L ipsi K B propinquior. Quare per 8. tertij maior est K L ipsa K C: cumque ceteræ eodem modo ipsa K C maiores possint demonstrari, fit vt quæ circulum contingit K C minima sit omnium illarum, quæ in cauam peripheriā circuli incidunt, quod secundo loco erat demonstrandū.

LEMMA XXVI.

D

Quæ ab eodem puncto ad circulum contingentes ducuntur, sunt inter se æquales.



Hoc lemma tametsi à Campano demonstretur corollario 2. ad proposit. 36. tertij Euclidis, libet tamen hoc loco illud aliter demonstrare. Sit datus circulus B O C ex centro A descriptus, ad quem è signo F contingentes applicitæ sint F B & F C: rectę præterea ex A euocentur A B & A C, iungaturq; externum signum F cum circuli dati centro per rectam F A, circum quam velut diametrum alius circulus describatur F B A C. Hunc constat in primis per loca contactuum B & C transire. Cùm namque per 18. tertij Euclidis A B ipsi F B sit perpendicularis, rectus erit angulus F B A. Quare per conuersam 31. tertij Euclidis, segmentum, quod per F, B, & A transit, semicirculus est, quare & F C A semicirculus erit, quòd & F C A rectus sit angulus. Igitur circulus qui circum F A ceu diametrū describitur, per B & C contactuum loca transit. Iam verò quoniam æquales sunt rectæ A B & A C per circuli definitionem, vtpote à centro A ad circumferentiam eductæ, erunt & arcus, quibus eæ subtenduntur, æquales per 28. tertij Euclidis: hi autem arcus si ab æqualibus semicirculis F B A & F C A subducantur, relinquentur peripheriæ F B & F C æquales per communem notionem. Quare & rectæ lineæ F B & F C quæ his æqualibus peripheriis subijciuntur, æquales erunt per 29. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.

E

F

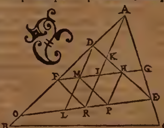
A

LEMMA XXVII.

Si in triangulo A B C *tres rectæ lineæ constituantur, vna* D E *quæ vtrumque trianguli crus vtcumque secet, altera* F G *quæ ipsam* D E *secet bifariàm in* H, *tertia* A I *quæ à vertice delapsa ipsam* F G *bifariàm diuidat in* I: *dico* F G *in* H, & D E *in* K *secundùm eamdem rationem dissecari.*

B

DVCTA enim E O ipsi F G parallela, A I adipsam vsque E O producatur, fiantque D L, H P parallelæ ipsi A R. Quoniam igitur E O ponitur parallela F G, erunt triangula A I F, A R O, itemq; & A I G, A R E æquiangula per 4. lemma libri quinti: ideoq; per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorũ latera, hoc est vt A I ad A R, sic I F ad R O; & vt A I ad A R, sic quoque I G ad R E. Quare per 11. quinti Euclidis erit quoque vt



C I F ad I G, ita R O ad R E: sed F G in I ex hypothesi secta est bifariàm: igitur & E O in R bifariàm secta erit. Deinde cùm in triangulo D E O sit D E secta bifariam, & G F ipsi E O parallela, erit quoque per 2. sexti Euclidis D O in F bifariàm secta: sed & E O ostensa iam est bifariàm diuisa in R: igitur quæ F & R connectit recta linea F R, ipsi D E parallela erit per eamdem 2. sexti Euclidis. Eodemque modo M P eidem D E parallela probabitur. Cùm enim M H basi L E & H P lateri D L ex constructione sint parallelæ, sitque D E ex hypothesi in H secta bifariàm, erunt quoque per 2. sexti Euclidis D L in M, & L E in P sectæ bifariàm. Quare per eamdem 2. sexti Euclidis, quæ M & P connectit recta linea, ipsi D E parallela erit: ac proinde ipsi quoque F R per 30. primi Euclidis.

D Cumque parallelæ quoque sint positæ A R & H P, erunt per 34. primi Euclidis F M & I H ipsi R P æquales, ideoque & inter se per communem notionem. Adiuncta igitur ipsis communi portione M I, fiet M H tum ipsi F I, tum ipsi I G æqualis, quòd ambæ inter se sint æquales. At per eamdem 34. primi Euclidis æqualis est L P ipsi M H: igitur & ipsi I G, erit L P æqualis. A quibus si detrahantur R P & I H, ipsæ per 34. primi Euclidis relinquentur L R & H G inter se æquales. Et quoniam ostensa est F R ipsi D E parallela, erunt per eamdem iam sæpè citatam 34. primi Euclidis R E & H F æquales; additis itaque æqualibus L R & G H, erunt F G & L E æquales, & in eamdem rationem diuisæ. Quamobrem cùm vt L E in R, ita quoque diuisa sit D E in K, propterea quòd sit K R ipsi D L parallela ex

E constructione, sequitur per 11. quinti Euclidis F G in H, & D E in K eadem ratione sectas esse; quod demonstrasse oportuit.

HYPOTHESES.

I.

Visum subinde & falli & fallere.

F ISVM numquam errare circa vllum obiectum (quod Epicurei de externis sensibus docebant) his argumentis suaderi posse videtur.

Primò, quia si sensus erroribus obnoxij sunt, vtique abrogata eorum fide, nulla erit certitudo in scientiis, nulla constantia, cum scientiæ nitantur principiis, hæc verò experimento & sensuum æstimatione. Quare

Lucretius: *Denique vt in fabrica, si praua est regula prima,*
Normaq; si fallax rectis regionibus exit,
Et libella aliqua si ex parti claudicat hilum,
Omnia mendosè fieri, atque obstipa necessum est,
Praua, cubantia, prona, supina, atque absona tecta,

Iam

Iam ruere vt quadam videantur velle, ruantq́; A
Prodita iudiciis fallacibus omnia primis.

Secundò, ſenſus apprehendit rem, vt ſpecie ſenſibili repræſentatur: at ſpecies ſemper eſt obiecto ſimilis, vtpote naturalis eius imago: igitur in ſenſibus nullus relinquitur deceptioni locus.

Tertiò, Tertullianus libro de anima cap. 17. de ſenſuum auctoritate ita ſcribit: *Non licet nobis in dubium ſenſus iſtos* (de externis loquitur) *reuocare, ne & in Chriſto de fide eorum deliberetur; ne fortè dicatur, quòd falſò ſatanam proſpectarit de cælo præcipitatum: aut falſò vocem Patris audierit de ipſo teſtificatam: aut deceptus ſit cùm Petri ſocrum tetigit: aut alium poſteà vnguenti ſenſerit ſpiritum, quod in ſepulturam ſuam acceptauit: alium* B *poſteà vini ſaporem, quod in ſanguinis ſui memoriam conſecrauit. Sic enim & Marcion phantaſma eum maluit credere, totius corporis in illo dedignatus veritatem. Atquin ne in Apoſtolis quidem eius ludificata natura eſt. fidelis fuit & viſus & auditus in monte. fidelis & guſtus vini illius, licet aqua antè, in nuptiis Galilæa: fidelis & tactus exinde creduli Thomæ. Recita Ioannis teſtationem: Quod vidimus, inquit, quod audiuimus, oculis noſtris vidimus, & manus noſtra contrectauerunt de ſermone vitæ. Falſa vtique teſtatio, ſi oculorum, & aurium, & manuum ſenſus natura mentitur.* Huic luculentiſſimo Tertulliani teſtimonio conſentit auctoritas Philoſophi, qui 8. phyſicorum cap. 3. text. 22. hebetem eum atque imbecillæ mentis cenſet qui ſenſibus fidem derogat.

Epicurus verò eò rem dimittit, inquit Cicero lib. 2. Academ. quæſt. vt ſi vnus ſenſus C ſemel in vita mentitus ſit, nulli vmquam ſit credendum: omnem ergo hallucinationem, quæ viſui accidere videtur, animo Epicurus tribuebat. Et idem Lucret.

Nec tamen hic oculos falli concedimus hilum.

Nam ſi quid aliter videtur quàm ſit,

Hoc animi demum ratio diſcernere debet,
Nec poſſunt oculi naturam noſcere rerum.
Proinde animi vitium hoc oculis adfingere noli.

Sed ab his credulis, qui numquam ſenſus mentiri putant, diſcedamus.

Epicureis contrarie ſentiunt Academici, qui omnem prorſus fidem à ſenſibus ablegarunt, quòd ſemper illos falli putarent. Aduerſus quos tres libros ſcripſit D. Augustinus, in quorum tertio cap. 11. & 12. illorum de ſenſibus refellit opiniones. Tertullianus D autem loco ſuperiùs citato his verbis: *Quid agis Academice procaciſſime? totum vitæ ſtatum euertis, omnem naturæ ordinem turbas, ipſius Dei prouidentiam excæcas, qui cunctis operibus ſuis intelligendis, incolendis, diſpenſandis, fruendiſq́; fallaces & mendaces dominos præfeceris ſenſus. An non iſtis vniuerſa conditio ſubminiſtratur? an non per iſtos ſecunda quoque mundo inſtructio acceſſit, tot artes, tot ingenia, tot ſtudia, negotia, officia, commercia, remedia, conſilia, ſolatia, victus, cultus, ornatuſque? omnia totum vitæ ſaporem condierunt, dum per hos ſenſus ſolus omnium homo animal rationale dignoſcitur, intelligentiæ & ſcientiæ capax, & ipſius Academiæ.*

Et Lucretius aduerſus eoſdem Academicos ſcribens libro 4. de natura, illos ait E

—— conuellere tota
Fundamenta, quibus nixatur vita ſaluſq́;.
Non modò enim ratio ruat omnis, vita quoque ipſa
Concidat extemplo, niſi credere ſenſibus auſis,
Præcipitiſq́; locos vitare, & cetera, quæ ſint.

Peripatetici nec ſemper, nec numquam falli ſenſus aſſerunt. Quod ipſorum dogma perſpicuum fiet, ſi triplex error ante fuerit explicatus. Primus eſt, cum ſolus externus ſenſus errat, internus verò ſenſus, aut mens ipſa errorem corrigit; vt cum circulus obliquè obiectus externo quidem aſpectu, velut ellipſis cernitur, ratio autem ſciens partes quaſdam aliis remotiores eſſe, non ellipſim, ſed circulum eſſe iudicat. Error hic in ſola eſt F externa facultate, ex eo obueniens, quòd ſpecies, quamuis a circulo profecta, non tamen ſit circularis aut circulo ſimilis; ſed propter ſitus obliquitatem, altera parte contractior, vt ſuo loco oſtendetur in fallaciis figuræ. Sic res longe diſſitas externus viſus paruas apprehendit; at ratio diſtantiam perpendens, magnas æſtimat. Sic innumeris pæne in rebus aſpectus eluditur, cuius fallaciis mens haudquaquam adſtipulatur.

Alter eſt, cùm ſola mens hallucinatur: quod licet multis ex cauſis obuenire poſſit, nempe aut quia mens vacillat, aut quia contrario affectu quodammodò occæcatur, aut quia per inſaniam a propria ſede deturbatur; præcipue tamen ex eo, quod animus minùs

A nùs ſibi ſit præſens, vt cùm quis equum, cui inſidet, anxiè perquirit, rebus aliis intentus.

Tertius eſt, cùm ratio ſimul & viſus in eumdem errorem prolabuntur: quod tum ſanè euenit, cùm fallax rei imago magnam veri ſimilitudinem gerit, nec aliunde quidquam præſidij ſuppetit, quo error detegatur. Tunc enim primò quidem ipſe aſpectus deluditur, ac deinde mens ipſa falſa aſpectus denuntiatione circumuenitur. Sic veteres quoſdam pictores quædam ita ad viuum expreſſiſſe legimus, vt fictæ imagines peritorum etiam oculos veri ſpecie occupauerint. Et hac tempeſtate innumeri reperiuntur artifices, qui recentes vuas, pomaq; & pyra, atque omnis generis fructus è cera in matrices fuſa ita ementiuntur, vt nihil à veris ſecundùm aſpectum diſcrepent, quibus proinde
B non rarò prudentes etiam capiuntur.

Ex hiſce tribus errorum generibus, primum tantùm & vltimum ad rem præſentem conducunt, cùm videlicet aut ſenſus ipſe exterior rem aliter, quam reipſa eſt, apprehendit, imagine rem falsò exhibente; aut cùm eiuſmodi notitiam ſenſus elicit, qua ſuperior facultas, ad quam iudicium ſpectat, in falſam æſtimationem inducitur. Secundum verò huc minimè ſpectat, quòd neque in viſu ſit, neque ex viſu proueniat, ſed ſolius ſit mentis, atque ex propria cauſa proueniens. Vnde eſt illud D. Nemeſij philoſophi libro de natura hominis: *Sæpè obiecto amico cum quærimus, aut conuentum præterimus, quòd aliis ſit mens intenta: ſed ne hic quidem viſus eſt error, at mentis. Viſus ſiquidem nouit & retulit: mens verò relatis neutiquam adhæſit.* Et Tertullianus lib. de anima, cap. 17. *Qui inſa-*
C *niunt*, inquit, *alios in aliis vident, vt Oreſtes matrem in ſorore, & Aiax Vlyſſem in armento, vt Athamas & Agaue in filiis beſtias. Oculiſne hoc mendacium exprobrabis, an furiis?* Simile quiddam in iis videre licet, quorum animus cupidine diuitiarum ſtimulatur: hi namque cùm ſub terris venas perquirunt, quidquid ex fuluo ſplendet, facilè aurum eſſe arbitrantur.

His prænotatis, dico primò externum viſum circa proprium obiectum formale numquam falli. Eſt verò obiectum formale viſus, lux & color quà talia ſunt, non verò quà lux ſolis, aut lunæ, aut ignis, aut putris ligni: neque color quà viridis, aut purpureus, aut croceus; ſed quatenus vniuerſali notione conſiderantur, vt libro primo propoſitione 100. dictum eſt.

D Secundò dico, circa materiam proprij obiecti, quæ ſpecies lucis & coloris in particulari complectitur, aſpectum falli aliquando. Verbi gratia, ſi viſui cæruleus color obijciatur, nullus vmquam error accidet, quamdiu illum viſus vt colorem comprehendet, quæ eſt ratio obiecti formalis: at in ſpecie coloris errabit is cuius oculi aurigine perfunduntur, quia illi viridis apparebit, ob tranſparentem bilis flauedinem, quæ cum cæruleo viridem componit, vt libro primo propoſit. 39. oſtenſum eſt. Sic ophthalmicis, quorum oculi phlegmone accenduntur, ob ſanguinis infectionem idem cæruleus color purpureus conſpicietur. Nam rubeus cæruleo mixtus purpureum gignit, vt eodem loco libri primi docetur: his enim idem prorſus euenit, quod iis, qui per tincta vitra proſpiciunt. Quocircà cùm Ariſtoteles libro ſecundo de anima c. 6. text. 63. ſenſibile proprium hoc
E nomine commendat, quòd circa illud non contingat ſenſum errare, intellige de formali ratione obiecti proprij, vt iam diximus, vel, vt ipſemet exponit Philoſophus, viſum non errare dum viridem colorem percipit; nec guſtum errare, dum percipit amaritudinem, ſed errare cùm has qualitates illis ſubiectis attribuunt, quibus verè non inſunt, vt dum ictericus pannum hunc, qui cæruleus eſt, viridem putat; aut dum milioſa æſtuans febre, mel iudicat amarum.

Dico tertiò, circa communia obiecta pleraſque aſpectus hallucinationes verſari, quarum exempla nihil attinet hoc loco repræſentare, cùm de his præcipuè totus hic quartus Opticorum liber inſcribatur. cumque plurimæ earum eiuſmodi ſint, quæ negari omnino non poſſunt, & non paucæ extent cauſæ, quæ tanta veri ſimilitudine oculos perſtrin-
F gunt, vt mentis etiam conceptum æſtimationemque euertant; iure hoc nobis concedi poſtulamus, viſum ſubinde & falli, & fallere.

Reſtat, vt argumentis, quæ pro Epicureorum ſententia initio propoſita ſunt, fiat ſatis. Ad primum igitur reſpondetur: Si perpetuò mentis aciem ſenſus eluderent, nulla ſcientia dari poſſet, quod Academici perſuadere contendunt; & ſi numquam fallerent, vnico actu certiſſima haberetur experientia. Nunc autem medio modo res ſe habet: nam tametſi nonnumquam labantur ſenſus, plerumque tamen non errant. Hinc fit, vt tum primùm certa ſit experientia, cùm plurium actuum ſibi conſentientium repetitione firmatur. Non enim ad ſcientiarum primordia, communiumque notionum conſtitutionem,

vnicus actus magnopere iuuat; siquidem error huic subesse potest, qui lateat, at sæpè ac A
sæpiùs repetitus iudicium veritatis corroborat, quousque tandem in communem assensum transeat. vnde posteà velut ex primis principiis scientiæ per ratiocinationem colliguntur.

Ad secundum argumentum, negandum speciem semper esse obiecto similem. nam sæpè vel ob nimiam distantiam, vel propter medij interiecti conditionem, aut situm, aliamve ob causam, ex iis quas mox sumus allaturi, à rebus dissentit. Vt si quis per flauum vitrum cæruleum pannum intueatur, viridem iudicabit: nam species viroris in oculo reuerà existit, mixta nimirum ex vitri & panni qualitatibus. Sic obliquatæ magnitudines contractas species mittunt, quæ proinde res aliter, quàm sunt, repræsentant. Sic à B
rebus longè dissitis imagines attenuatæ, ac rebus minores protenduntur. Ac eodē modo in ceteris. Hinc igitur fraus in intellectu interuenit, quòd species ad organum appulsæ, diuersæ à rebus existant: alioquin, vt Cicero scribit lib 2. Academ. quæst. *maxima est in sensibus veritas, si & sani sunt & valentes, & omnia remouentur, quæ obstant & impediunt.*

Ad tertium respondetur nihil aliud reuinci, quàm sensus non semper errare, quod Academici persuadere nitebantur, aduersus quos eo loci disputat Tertullianus: sed sæpè etiam vera nuntiare; aut saltem, licet ipsi fallantur, veram tamen rei notionem animo ingenerare, si videlicet ex aliarum circumstantiarum inspectione mens errorem externæ potentiæ deprehendat, corrigatque. C

HYPOTHESIS II.

Omnes aspectus fallacias aut deprauato intuitu, aut falsa æstimatione scientiáque, aut vitioso syllogismo inferri.

Ex iis, quæ superiore libro sæpiùs sunt repetita, manifestè constat, omnia quæ oculis obijciuntur, aut solo aspectu dignosci, aut adhibita externo obtutui mentis cognitione scientiaque, aut accedente his etiam syllogismo seu argumentatione aliqua. Solo aspectu percipiuntur illa, quæ propria vocantur obiecta visus, vt lux & color. Scientià verò illa omnia, quæ sunt ad aliquid, vt magnum paruū, simile dissimile, æquale inæquale, ceteraq; eiusmodi. res enim ipsas simul intellectu acceptas esse oportet, ex quarum D
mutua comparatione habitudines illæ in cognitionem veniant. Syllogismo denique cognoscuntur ea quæ ad sui perceptionem aliarum rerum præcognitione indigent: sic distantia ex multitudine corporum, quæ inter rem & intuentem interijciuntur: sic locus ex rei ipsius distantia, respectuque partium vniuersi: sic vera rei magnitudo ex magnitudine apparente distantiaque: sic motus, præsertim si tardior sit, ex corporis quiescentis vicinitate: sic denique plurima alia ex aliis tacitè argumentando colligere solemus.

Igitur error in his quæ solo aspectu percipiuntur, ex deprauato intuitu proueniat necesse est, vt cùm propter interualli immensitatem sol nobis pedalis magnitudinis apparet. Ex falsa verò æstimatione error in iis tantùm rebus obuenire solet, quas sola interna facultas assequitur, vt cùm quis eminùs spectatum ignem stellam putat, aut tinctam cry- E
stallum pro gemma accipit, aut cognatum pro fratre, aut pro amico hostem, aut pro peregrino latronem videre se arbitratur. Denique ex vitioso syllogismo error accidit in iis rebus, quæ ratiocinatione ex aliis colliguntur, vt cùm delatis nubibus lunam inuueri putamus, & quiescere quod loco procul dissito mouetur.

Vitiosus syllogismus proprio nomine paralogismus nuncupatur; in cuius vel propositione vel demonstratione peccatur. In propositione quidem tribus modis. Primò, cum falsum pro vero assumitur, vt si res quæpiam è longinquo spectata remotior esse existimetur, quàm sit reuerà, atque ex ea persuasione maior credatur, falletur animus veram rei magnitudinem ex falsa distantiæ præsumptione concludens. Secundò, cum ex particulari de vniuerso genere statuitur; quod perfrequens est, vt cùm inspectis nonnullis picturæ partibus totam nos perlustrasse arbitramur; aut cùm ex vngue leonem colligimus. F
Qua in re nullus quidem error accidit, quando in particulari assumitur proprietas alteri speciei minimè conueniens: vt si ex vno homine disciplinæ capace vniuersos homines capaces disciplinę astruamus; tamen vniuersa conclusio ex particulari inefficax est ac subiecta fallaciæ. Tertiò, cùm quidpiam à proposito alienū assumitur: vt cùm quis rem obiectam longiùs abesse putat, quòd eam obscuriùs videat, hoc inquam impertinens est ratiocinandi genus: obscuritas siquidem visionis non ex sola distantia, verùm etiam ex luminis absentia, atque ex ipsius organi visiui infectione, facultatisque imbecillitate obuenire

A uenire poteſt. Quare falletur ille interdum, qui ita argumentabitur, remotum aliquid iudicans quod propè eſt, ex ipſius aſpectus obſcuritate. In argumentatione non ſecus ac in propoſitione ipſa multis erratur modis, vt docet Ariſtoteles in Analyticis, quos facilè eſt ad fallacias aſpectus per accommodationem transferre. At quia ea res per ſe clara eſt ac facilis, nobis in præſenti ſit ſatis hoc vniuerſè ſuppoſuiſſe, tot modis circa res viſiles falli nos poſſe, quot modis tum ab externis tum ab internis facultatibus error committi poteſt.

HYPOTHESIS III.

B *In octo circumſtantiarum aſymmetria omnes errorum cauſas conſtitutas eſſe.*

LIBRO primo ſex omnino rei aſpectabilis conditiones ad viſionem neceſſarias eſſe diximus: Illuſtrationem, de qua propoſit. 58. Diſtantiam ab oculo, de qua propoſitione 56. Situm ſeu oppoſitionem, de qua propoſit. 55. Magnitudinem, de qua propoſit. 54. Opacitatem, de qua propoſit. 53. Medij perſpicuitatem, de qua propoſitione 57. Quibus ſi adijcias Moram, quam propoſit. 78. ad perfectam viſionem depoſci oſtendimus; itemque Organi integritatem, quam ſtolidum eſſet in controuerſiam vocare; octo erunt omnino, quæ ad accuratam viſus functionem neceſſario conſpirant.

C In quibus ſane ampliſſima eſt eius magnitudinis varietas, quæ maioris ac minoris ratione ſpectatur. atque in nonnullis mediocritas, in aliis extrema exquiſitæ viſioni magis conducunt: lux enim inprimis mediocris vtilis eſt. quod eleganter ediſſerit D. Chryſoſtomus homilia 5. de incomprehenſibili Dei natura: *Quid*, inquit, *luce iucundius? quid radio ſolis acceptius? attamen res hæc tam iucunda, tam accepta & placida, vbi ſupra modum ſeſe oculis noſtris obtulerit, grauis moleſtaq́ occurrit. Quamobrem Deus immortalis noctem diei ſuccedere voluit, quæ oculos fatigatos demiſſis genis operiret, & pupillis quietem reconciliaret, atque ita vim recrearet videndi, & ad futurum officium redderet aptiorem. Hinc etiam vigilia & ſomnus, res inter ſe cōtrariæ, pariter iucundiſſimæ accidunt ſuæ moderatione viciſſitudinis; & cùm lucem ſuauem nominemus, ſomnum quoque ſuauem dicimus,*

D *qui nos dimouere à luce conſueuit. Ita omnibus in rebus graue moleſtumq́ eſt, quod immodicum: ſuaue, vtile, & iucundum, quod modicum.* Igitur lux maxima obtutum hebetat, atque aciem retundit; minima verò latentia obiecta ad actum non traducit. quo fit vt parietes impensè nigri in obſcuro loco ſubinde non appareant, cumq́ tranſitum præbituri videantur, in eos nonnumquam homines incauti impingunt. Sic immenſa diſtantia viſilia extra conſpectum defert, proxima verò obtutum confundit & diſſipat. quare medium quoddam vtile eſt interuallum iuſtitia ad aſpectum accommodatum. Sic quæ obliquè viſui obijciuntur aut ab axe optico declinant, minùs conſpicua ſunt, vti & exigua corpuſcula, quæ niſi directè opponantur, & prope ſint, non apparent. Rurſus ſi diaphana ſint ea quæ oculis obiectantur, colores eorum nigri videntur. nam in ſpectabilibus rebus opacitas commendatur, quæ aſpectum ſiſtat ac terminet; in medio autem tranſparentia neceſſa-

E ria eſt, quæ rerum ſimulachra ad aſpectum transfundat. Quocircà ſi medium fumo vaporibúſve craſſeſcit, res propoſitæ minùs articulatè cernuntur: & ſi tempore exiguo viſus rei conſiderandæ immoretur, nihil perfectè comprehendet. Demum ob potentiæ imbecillitatem aut ſenſorij deprauationem, contingit quoſdam propè, alios eminùs nihil diſtinctè contueri: hinc etiam nigredinis in re non nigra apparentia, viſus arguit defectionem. Nam viſionis interceptio, tenebrarum aut nigredinis ſpeciem oſtendit, vt in iis videre eſt, qui animo delinquunt. Hinc præterea in pariete albo obſcuræ maculæ interdum putantur vmbræ.

Sunt itaque in his omnibus quidam gradus aſpectui ſymmetri atque accommo-

F dati, *quos vltra citraq́ nequit res vlla videri*: quare, vt idem loquitur D. Chryſoſtomus loco ſuperius citato, *ſinguli noſtri ſenſus modum, normam, & limitem certum habent à natura datum.* Cùm verò oporteat conuenienti, & quaſi harmonica proportione hæc omnia ad viſus facultatem ſe habere: conſequens eſt, vt perturbata hac habitudine plurimæ deceptiones in viſus functionem irrepant; quarum exempla referre ſuperuacaneum ducimus, tum quòd ex vniuerſa hac tractatione innumera deſumi poſſint, tum quòd ipſius hypotheſis veritas adeò per ſe nota ſit, vt mentò eam nobis nulla adhibita demonſtratione concedi poſtulemus.

T HYPO-

HYPOTHESIS IV. A

Errores visus posse corrigi, tum mente, tum aliis internis externisq́; sensibus.

NON posse aspectus fallacias ratione confutari, ex eo probari posse videtur, quòd ratio, visu decepto, pariter circumuenitur. Eius siquidem operatio ex sensus apprehensione dependet. Igitur si ratio visus errorem emendare posset, se ipsa reprehenderet, atque ita numquam falleretur. ex quo fit, vt mens sensum labentem fulcire non possit. B

Sed quòd neque id sensus alij possint, probatur: quia circa distincta obiecta singuli versantur, nec quidquam commercij inter se habent. Vnde de his ita praeclarè cecinit Lucretij Musa libro 4. de natura:

An poterunt oculos aures reprehendere? an auris
Tactus? an hunc porrò tactum sapor arguet oris?
An confutabunt nares, oculíve reuincent?
Non, vt opinor, ita est. nam seorsum cuique potestas
Diuisa est; sua vis cuiq; est. ideoq; necesse est,
Quod molle aut durum est, gelidum feruénsve; seorsum
Id molle aut durum, gelidum feruénsve videri: C
Et seorsum varios rerum sentire colores,
Et quaecumque coloribus sunt coniuncta necesse est.
Seorsus item sapor oris habet vim; seorsus odores
Nascuntur; seorsum sonitus: ideoq; necesse est,
Non possint alios alij conuincere sensus.

Verùm enim verò quoniam concessum nobis hoc iam est, errores omnes, qui in visus functionem irrepunt, ex aliqua causa prouenire; etsi non quoties causa erroris interuenit, aspectum falli sit necesse: dico tunc solummodò errorem obtingere, cùm erroris causa ignoratur: nam perfacile est, cognita fallaciae causa, errantem facultatem & se ipsam reprehendere, & ab aliis tum sensibus tum intellectu restitui. Magnam siquidem D inter se sensus internaéque potentiae societatem habent, ac mutua sibi auxilia suppeditasq́; ferunt. Vnde quod in picturis prominere oculo videtur, id tactus planum indicat: & vnum percipit idem tactus, quod distracta luminum societate geminum conspicitur. Eodem modo, si vera rei distantia mente internóve sensu perspecta sit, vt libro tertio propofit. 4. docuimus, & vera eius magnitudo cognita erit. nam tum solùm res minor, quàm reuerà est, apparet, cùm eius distantia ignoratur, vt infrà ostendemus suo loco. Quare si erroris causam mens, aut internus externúsve alius sensus assequatur, errantem visum facilè coarguet, atque ex aliarum circumstantiarum vera notitia corriget.

Ad argumentum, quo probari videbatur non posse errores aspectus ratione emendari; concedimus visu decepto mentem pariter in eumdem errorem protrahi, si lapsus causam non percipiat: at si eam deprehendat, errorem restitui, seque mentem ipsam reprehendere. Vnde nullo pacto sequitur, mentem numquam in errorem prolabi posse ductu oculorum: nam contingit subinde causam erroris ignorari. E

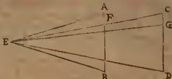
Ad alterum argumentum, quo idem de aliis externis sensibus ostendebatur, dicendum quòd licet distincta sint singulorum obiecta propria, tamen quaedam communia sint, ad quae plures sensus attingunt. nec posse, vt argumentum rectè concludit, errores visus qui circa lumen aut colores obueniunt, alio sensu dignosci aut emendari; sed circa communia obiecta alterius errores altero corrigi, nemo inficias ibit. *Quocircà*, inquit, D. Nemesius libro de natura hominis cap. 7. *interdum aspectus ceterorum sensuum testimonio indiget, cùm id quod cernitur artificio ad fallendum factum fuerit, vt in pictura. Nam* F *pingendi artis opus est, fallere aspectum non veris eminentiis & lacunis: si res eiusmodi natura est, vbi opus sit maximè quidem tactum adsciscere; interdum tamen etiam gustatum, aut odoratum, vt in pomo cereo.* Igitur in illis rebus quae pluribus sensibus sese offerunt, si vnus fallatur, alter verò rectè sentiat, non erit à ratione alienum existimare, illum qui falsa imagine decipitur, alterius incorrupto iudicio posse restitui: non ita quidem, vt sensus ille qui errat rectiùs iam sentiat quàm prius; sed vt primaria facultas vtriusque sensus functionem superiori potentiae transscribat, quae posteà litem dirimit, atque alterum ex alterius veriore sensu erroris reum pronuntiat.

HYPO-

A HYPOTHESIS V.

Maioribus spectata angulis distinctiùs euidentiusq́ internosci.

SINT duæ magnitudines æquales A B & C D oppositæ visui E; simili quidem oppositionis genere, at distantia inæquali: quemadmodum tota A B sub maiori angulo videtur, quàm tota C D; ita quæcumque pars lineæ A B, puta A F, sub maiori



B conspicitur angulo, quàm pars ei æqualis in linea C D, cuiusmodi esto C G. Est enim angulus A E F maior quàm angulus C E G; & ita de ceteris partibus vtriusque lineæ existimandum est. Quare tota A B secundùm omnes etiam suas partes maioribus angulis spectatur, quàm tota C D. Ideoque vnaquæque etiam pars lineæ A B perfectius dignoscitur, quàm quæ his æquales sunt in linea C D, vt per se notum est.

Hoc ipsum Euclides suppositione vndecima suorum opticorum his verbis proposuit: *Quæ sub pluribus angulis spectantur, expeditiùs videntur.* Quotum verborum idem est, qui superiorum sensus. Nam vt maiori angulo, ita pluribus A B spectatur quàm C D. Quales enim angulos numero quidem paucos, continet angulus C E D, tales, sed plures, angulus A E B comprehendit. Exempli gratia, si ponatur angulus A E B duplus anguli C E D, sitque angulus C E G quarta pars anguli C E D, erit idem angulus C E G anguli A E B pars octaua. quocircà quales angulus C E D continet quatuor, tales A E B angulus octo complectitur. Et quod de totis dictum est, id in partibus ostendi potest.

C (margin, beside "les enim angulos")

Verùm quamuis idem esse videatur pluribus angulis spectari, quod maioribus; tamen multitudo angulorum non ita euidenter causam perspicacioris intuitus exponit, vt magnitudo. Nam quo magis attenuantur anguli, eo minùs perfecte res cernuntur, quoad tandem sub insensilibus angulis res ipsæ insensibiles euadant. Et licet plures insensibiles anguli in vnum conueniant angulum; non tamen ratione multitudinis rem conspicuam

D facient: quoniam enim singuli sensum fugiunt, & partes singulis subtensæ penitus delitescunt; quare & totum imperceptibile sit necesse est. Non igitur ob multitudinem angulorum, sed ob eorum amplitudinem res obiectæ euidentiùs conspiciuntur.

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA DISTANTIAM.

E

DEFINITIONES.

I.

Iusta Distantia ea est, in qua apparent partes, quæ totius comparatione sensibilem proportionem habent.



QVAMVIS libro primo propositione 56. ostensum sit, visum suapte natura infinitè protendi; tamen ex sequente ibidem propositione 57. liquet obiecti conditionem obstare, quo minus ad quodcumque spatium seipsa extendatur, quòd nimirum omne obiectum spatio definiatur, vltra quod

F videri non potest. Quocircà ratione obiecti certa quædam distantia ad exactum intuitum exigitur, quam tum iustam seu mediocrem, ac visui proportionatam esse dicimus, cùm in ea discerni queunt partes, non illæ quidem atomæ, sed quæ totius comparatione sensibilem magnitudinem proportionemque obtinent. Hæc iustæ distantiæ explicatio omnem illam latitudinem complectitur, quæ inter extrema interiacet. Non enim in præsenti nobis propositum est eam obiecti distantiam describere, qua omnes eius partes quàm commodissimè aspectus interuosceat; sed illam tantùm quæ ab immoderata seu nimia distinguitur.

A

IL

Immoderata distantia illa est, qua partes sensibilem habentes proportionem ad totum delitescunt.

EXPLICATA distantia mediocri; quæ immoderata ac nimia censeri debeat, manifestè colligitur. Est namque maior æquo distantia, cùm partes, quarum totius comparatione notabilis est magnitudo, longiùs à visu abductæ, ita extenuantur, vt sensum penitus fugiant; quæ proinde distantia nimia dicitur, quòd visionis metam excedat, ad quam scilicet vis oculorum attingere nequeat. B

III.

Quæ maiori visibili mediocris est distantia, ea minori est iusto maior.

PERSPICVVM sanè hoc est. siquidem in eadem distantia maioris obiecti maior est angulus quo spectatur, quàm minoris. nam per 18. primi Euclidis omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit. Fieri itaque potest, vt duarum magnitudinum inæqualium pari interuallo ab aspectu disiunctarum, maioris quidem partes C notabilem habentes proportionem ad totum, sensilibus angulis respondeant; minoris verò partes, insensilibus. Quare eadem distantia maioris obiecti comparatione mediocris est, at minoris respectu immoderata.

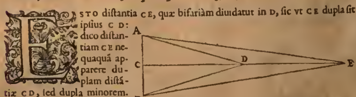
Ex quo subinferre licet iustum iniustumque interuallum nequaquam absolutè dici, sed obiecti comparatione. Vnde non modò eadem distantia, vnius obiecti respectu mediocris est, alterius verò nimia: verumetiam maior distantia moderata esse potest, atque obtutui proportionata; minor autem fines obtutus excedens: hæc scilicet minoris obiecti, illa verò maioris collatione: non enim vno eodemque modo in eadem distantia maius ac minus perspiciuntur.

D

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiæ minores semper, quàm reipsa sint, conspiciuntur.

ESTO distantia C E, quæ bifariàm diuidatur in D, sic vt C E dupla sit ipsius C D: dico distantiam C E nequaquã apparere duplam distãtiæ C D, sed dupla minorem. A visibus enim A & B radij ad



E

vtriusque distantiæ terminum educantur A D & A E, item B D & B E. quoniam igitur libro tertio propositione 4. ostensum est, distantias ex axium opticorum longitudinibus cognosci; ita erit apparens distantia C E ad C D distantiam apparentem, quemadmodum axis opticus A E apparens, ad axem opticum A D apparentem comparatus. Sed quemadmodum angulus A B E ad angulum A B D, ita axis apparens A E ad axem A D apparentem per 9. proposit. libri tertij: angulus autem A B E maior quidem est, at non duplo maior angulo A B D, cùm per quintum lemma minor sit angulus D B E quàm angulus A B D. Minor ergo quàm dupla proportio est apparentis axis optici A E ad A D axem apparentem: ac proinde minor etiam quàm dupla proportio est apparentis distantiæ C E ad distantiam C D apparentem; est autem reipsa dupla proportio. Ergo apparet minor quàm reipsa sit; quòd erat demonstrandum. F

Deinde cùm dictum sit libro tertio proposit. 2. per interiecta corpora, velut terræ superficiem, distantias cognosci: sit inter videntẽ & D punctum visibile interiecta terræ superficies C D; inter signum verò E & videntem sit expansa terræ superficies C E dupla ipsius C D, sic vt D E æqualis sit ipsi C D, at illa remotior, idcircò erunt lineæ A E & A D rectis A D

& A C

A & A C maiores, ac proinde per quintum lemma angulus E A D angulo D A C minor erit, & compositus E A C ipso D A C minor quam duplus: at cùm per nonam proposit. lib. tertij ita sit apparens terræ superficies C E ad eius portionem C D, vt est angulus C A E ad angulum C A D, apparebit distantia C E minor, quàm dupla ipsius C D, atque adeò quàm reipsa sit maior, quod erat demonstrandum.

Erroris causa est inæquale angulorum incrementum; non enim illi æqualibus distantiarum adiectionibus pares admittunt accessiones, sed longiore semper recessu minores, vt ostensum est.

Errorem mens corrigit ex comparatione similium distantiarum, quas aliàs sæpe per-
B uidit. Comparationem porrò homines plerumque faciunt ad terræ superficiem, non verò ad alia interiecta corpora: illam enim frequentiùs explorare consueuerunt pedum aut passuum modulis, dum vel eam sæpè perambulant, vel dum adhibita regula eam ad amussim emetiuntur. Quo verò maiorem quis hac in re vsum experientiamque habet, eò certiùs iudicat de insuetis; inexpertus autem sæpiùs grauiusque hallucinatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Eorum quæ in directum longo ordine exponuntur æquales intercapedines, quò remotiores eò semper minores apparent.

C SIT visus A, terræq; superficies B C, in qua sint longo ordine exposita signa B, D, E, F & C, paribus interuallis ab inuicē disiuncta, ad quæ radij emittantur ab visu A, nempe A B, A D, A E, A F & A C. Cùm per quintū lemma angulo B A D minor sit angulus D A E, & hoc
D minor angulus E A F, ac minimus omnium sit F A C, necesse est ipsas signorum intercapedines, quò remotiores eò minores apparere, nempe ipsâ B D minorem D E, & hac E F minorem, minimam autem F C. nam per 9. propositionem lib. 3. ita se habent apparentes rerum magnitudines, vt anguli quibus subtenduntur.

Fallaciæ causa eadem est, quæ præcedentis, nimirum anguli mutatio, quæ veræ distantiæ minimè respondet, sed quæ augmento veræ distantiæ semper est minor, decremento verò maior. Vel causa est aspectus, radiorumque incidentium obliquitas, qua fit vt per æqualia distantiarum incrementa, angulis ipsis minores semper fiant accessiones.

CONSECTARIVM.

E *Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur.*

Ex hac eadem fallacia ille quoque error emanat, quo in ædificiis superiores ordines resupinari, vt Vitruuius loquitur, hoc est posteriorem in partem reclinari videntur, cuius fallaciæ causam Vitruuius proposuit lib. 3. cap. 3. his verbis: *Quo enim altiùs oculi scandit acies, non facilè persecat aeris crebritatem: dilapsa itaque altitudinis spatio, & viribus extrita, incertam modulorum renuntiat sensibus quantitatem. Quare semper adijciendum est rationis supplementum in symmetriarum membris, vt cùm fuerint in altioribus locis opera, aut etiam ipsa colossicotera, certam habeant magnitudinum rationem.* Et paulò pòst
F eodem capite, vt huic necessario malo aliqua saltem ex parte occurrat, hanc præscribit legem: *Membra omnia, quæ supra capitula columnarum sunt futura, id est, epistylia, zophori, coronæ, tympana, fastigia, acroteria, inclinanda sunt in frontis suæ cuiusque altitudinis parte duodecima: ideo quòd cùm steterimus contra frontes, ab oculo lineæ duæ si extensæ fuerint, & vna tetigerit imam operis partem, altera summam, quæ summam tetigerit, longior fiet. Ita quo longior visus linea in superiorē partem procedit, resupinatam facit eius speciem, cùm autem, vti suprà scriptum est, inclinata fuerint, tunc in aspectu videbuntur esse ad perpendiculum ac normam.* Picturis etiam, quæ editiori loco collocantur, id magnam affert venustatem, si anteriorem in partem nonnihil inclinentur, sic enim aspectantibus ab imo propensiores fiunt, & tamen à perpendiculi rectitudine minime abesse videntur.

 A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

In rerum distantiis tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut cùm hoc inter & visum nullum spectabile corpus intercedit.

HÆC propositio bipartitò diuiditur, quoniam duas exponit primates errorum causas, quarum altera est immoderata distantia, altera medij intercedi inanitas. Ac prior quidem propositionis pars ex eo potest demonstrari, quòd maior sit proportio distantiarum, quam angulorum, sub quibus illæ continentur, vt libro tertio propositione septima est demonstratum. Hinc enim fit, vt postquam distantiæ plurimum excreuerunt, licet deinceps magnis accessionibus producantur, anguli tamen non pro rata augeantur, sed semper minus, vt propositione præcedente ostensum est, quoad tandem insensibilis fiat angulorum mutatio, quæ notabili distantiarum productioni respondet. B

Posterioris verò partis ratio est, quoniã frequentiùs consueuit aspectus distantias per interiecta corpora explorare, vt lib. 3. propos. 2. docuimus, præsertim cùm breui admodum termino definita sit ea distantia, quam visus ex axium opticorum longitudine dignoscere exactè potest. Cum verò corpora aliqua inter visum ac visile interposita sunt, eaq; ordine quodam disposita, ex horum intuitu mens numerando faciliùs distantiam colligit. Exempli gratia, fingatur longissima porticus pedum quadringentorum aut amplius hinc perpetuo pariete, illinc columnis subnixa, sitq; eius longitudinis medium aspectu inuestigandum. Id sanè nullo negotio is assequetur, qui ad columnarum numerum attendat. nam eo consistens loco, vnde æqualem numerum columnarum vtrimque spectet, ibi medium longitudinis designabit. At si solam terræ superficiem inspiciat, aut perpetuum parietem incrustatum cui vicinus sit, haud facile erit medium longitudinis definire: siquidem distantia pedum ducentorum, quæ hinc inde relinquitur, ad altitudinem staturæ humanæ comparata metas iustæ proportionis excedit, sic vt decem aut etiam viginti pedes in fine adiuncti aut detracti, nullum sensibile discrimen quoad aspectus æstimationem inducant, propter anguli insensibilitatem. C D

Hinc multæ obueniunt deceptiones, è quibus illustriores quasdam hic attexere lubet, velut huius propositionis consectaria.

CONSECTARIVM I.

Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniuncta videntur.

IN promptu est huius consectarij causa. Facit namque immoderata distantia, vt remotiorum arborum vel columnarum interstitia visu non percipiantur, scilicet propter angulorum, qui eis respondent, insensibilem tenuitatem. hi enim, vt propositione secunda est demonstratum, quantò ad remotiores distantias attinent, tantò semper pro rata angustiores euadunt, quousque tandem aspectum omnino effugiant: quod cùm accidit, ipsæ etiam intercapedines rerum longiùs dissitarum ab aspectu surripiuntur. Vnde res eæ coniunctæ videntur, quæ alioquin non mediocri interuallo distant. Ea nimirum vis inest obliquitati obtutus, vt quo obliquior est, eò minores comprehendat eas magnitudines, quæ reipsa æquales sunt, aut etiam maiores. Est porrò remotiorum interstitiorum obliquior semper intuitus, igitur & minor angulus quo videntur, ac tandem etiam insensibilis. Quocirca arbores ac columnæ in directum exporrectæ, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur. E F

Quod de arboribus atque columnis dictum est, hoc in rebus aliis quamplurimis locum habet. omnibus siquidem commune est longiore recessu earum magnitudines secundum aspectum minui, quòd pyramidum opticarum anguli, qui ad vertices consistunt, in angustum contrahantur, cum illarum bases longiùs absistunt. Quoniam itaque rerum intercapedines quamdam magnitudinum rationem habent, his idem quod rebus accidere ipsis necesse est.

A

CONSECTARIVM II.

Qui procul ab amne distant, res vlteriores à citerioribus non distinguunt.

SIQVIDEM propter aluei profunditatem aquæ superficies spectari non potest: quamobtem spatium, quod latitudo fluminis occupat, per se visus non assequitur. Vt enim libro tertio proposit. 5. ostensum est, distantiæ maiores per interiecta corpora distin-
B guuntur. Igitur è toto spatio, quod inter videntem & res vltra amnem constitutas diffunditur, ea portio subduci debet, quam latitudo fluminis non apparentis complectitur; quod enim non spectatur, pro nihilo censeri debet. Quare res vlteriores ac citeriores, quas delitescens aqua discriminat, coniunctæ videntur per præcedens consectarium, nec eas visus distinguit. Vnde frequens hallucinatio contingit, qua etiam mens ipsa non raro dubitat, an quos oculus eminùs conspicit montes, vel campos, aut arbores, aut turres, citra flumen sint, nec ne: cùm vicinum esse flumen constat. Sic sæpe perpetuo gramine vestita apparent prata quæ intercurrent bus r[illegible]s dirimuntur, horum siquidem alueos surrecta herba ab aspectu suffuratur.

Huic defectui duobus potissimùm modis ratio occurrere consueuit. Alter est conside-
C ratio illarum rerum, quæ eamdem fermè magnitudinem habent, vt sunt arbores ac domus; has namque si solito maiore inæqualitate dissidere conspexerit, minores vlteriores iudicat, maiores verò citeriores, vtpote propinquiores. Alter est coloris inspectio: nam quæ longius distant, cùm per aëris densitatem cernuntur, cæruleum quodammodò, seu nebulosum colorem affectant. vnde fit, vt arbores, quarum viror her[illegible]aceu[illegible] est ac naturalis, propinquiores; quarũ verò color ærugineus est magis, remotiores esse coniiciantur.

CONSECTARIVM III.

Planetæ ac stellæ fixæ, quantum à nobis distent, aut quæ plus minúsve, visus non assequitur.

D

SI vastissima terræ moles cæli comparatione puncti instar sit, vt veris rationibus Astronomi probant, perspicuum sanè est, quantò minus æstimari debeat oculorum interuallum: vnde liquidò constat, angulum qui huic ceu basi insistit, & ad cælos vsque verticem protendit in concursu, indiuiduum omnino atque imperceptibilem esse. Nec vllum eius notabile incrementum aut decrementum percipi posse, siue ad fixa, siue ad errabunda sidera iugati axes optici eiibrentur. Nullum igitur distantiæ discrimen in his vmquam poterit notari, si soli aspectui credatur. At ratio huic obscuræ inuestigationi plurimum attulit adiumenti: multis siquidem præclarè inuentis, quæ optica ex se fudit, illustres quasdam veritates patefecit, de quibus alios erit differendi locus; minimè tamen
E ab hoc instituto alienus, cùm illa ex huius scientiæ arcanis sint deprompta.

CONSECTARIVM IV.

Cælum terræ cohærere in ambitu horizontis videtur.

HVIVS rei hæc est genuina causa, quòd spatium terram inter cælumq; diffusum, quà spectabilis horizon vtrumque attingit, visus non assequatur; vtpote solo aërio inani obseptum; omni autem solido corpore vacuum. Quod cùm ita sit, soleatque ex interiectis corporibus longiores distantias visus explorare, vt libro 3. proposit. 5. tradidi-
F mus; necessum est huic phantasiæ idem prorsus euenire, quod in rebus præterfluente amne diremptis consectario secundo ostendimus, vt nimirum cælum terræ coniungi visus arbitretur, nisi mens cæli sublimitatem aliunde edocta errorem corrigat. Id Cleomedes quoque libro 1. circularis inspectionis his verbis proposuit: *Cum mare nauigamus, in quo terra loco non spectatur, circũcircà in horizonte nobis cælum imaginamur aquam contingere. At cùm eò peruenerimus, vbi nobis imaginamur cælum maris aquas contingere, rursus spectatur supernè incubare: procedendoq; quousq; nauigio id contingit. Proinde si nauigiis aut ambulando terra circumeatur, nulla pars erit, vbi cælum non supernè incubet.* Hinc idem Cleomedes cælum probat rotundum esse; sed & terrarum aquarumque congestam

molem

molem sphæricum habere schema, ex eadem aspectus apparentia constat. Hinc fit etiam A
vt sol occidens mergi sub vndas pelagi ab infantibus rudioribusque credatur, vti ex aquis prodire cum primum oritur, propter eam quam diximus aspectus fallaciam.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Subinde remotiores, plurimùm tamen propinquiores eæ res existimantur, quarum intermedium spatium non percipitur.

Ex superiore propositione palàm est plurimos errores ex intermedij spatij B
ignoratione prouenire, quod quidem tum maximè vsu venit, cum inter spectatorem & rem visilem nullum corpus conspicuum intercedit. Nunc verò duplex fallaciæ genus ex eadem illa causa prognatum proponitur. Alterum est, cùm res per inane spectatæ æquo propinquiores videntur: alterum, cùm iusto longiùs abesse existimantur. Ac falli quidem interdum ex hac causa aspectum posse nemo inficiabitur, cùm certò constet internum sensum omni externo præsidio destitutum non posse de proposita rei distantia per se iudicare. Fortuitò ergo & quasi diuinando de ea coniecturam facit. Coniecturale autem iudicium, quia non ex reipsa, sed ex priuata opinione ducitur, sæpè fallit, & nunc in vnam nunc in alteram partem à vero abducit: ita scilicet subductis medijs corporibus aliquando propius, aliquando longiùs ipsum visile abesse mens auguratur, quàm sit reipsa. Nunc vtrumque subinde euenire, duobus his consectariis è millibus desumptis ostendamus. nil enim vetat a posteriori effectu causam probari. C

CONSECTARIVM I.

Cælum prope horizontem longiùs à nobis distare videtur, quàm iuxta verticem.

Hic enim nullum corpus, illic verò interiacet terræ superficies. Et quamuis reuerà longiùs à nobis cælum distet circa horizontè propter terræ latitudinem; hoc tamen D
discrimen cæli comparatione insensibile est. Vnde in astronomicis considerationibus, quæ per visum fiunt, aut vmbram, nulla eius ratio habetur: sed, ac si centrum visus nostri in centro mundi existeret, omnia præstantur. Apparet autem cælum nobis ad horizontem manifestè remotius, propter interpositam terræ superficiem; ad verticem autem propinquius, ob spatij interiecti ignorationem. Palam igitur est subinde propinquiores res illas existimari, quarum interiectum spatium ignoratur.

CONSECTARIVM II.

Nubes terræ adhærentes, propè; auulsæ, longißimè abesse videntur. E

E Paludosis locis dum solaribus radiis percussa terra incalescunt, densi quidam vapores non rarò subleuari conspiciuntur, æstiuo præcipuè tempore, pacato tranquilloq; cælo, & horis aliquot post solis exortum. Hi cùm primùm è terra aut superficie aquæ prorumpunt sensim coacti densantur; deinde adminiculum quærentes secundum terræ superficiem perreptant, & ad eminentiora loca naturæ ductu contendunt; vnde tandem insita leuitate auulsi in sublimi pendent, & more aliarum nubium ventorum impetu rapiuntur.

Qui hoc naturæ opus attentiùs contemplantur, illas vaporum collectiones, priusquam à terræ contactu separentur, propinquas vident, cùm nimirum breue terræ spatium interiectum animaduertunt: vt autem à terra primùm secreræ liberè vagantur, longinquitatem illarum mirantur, cùm cælo proximæ, aut multis passuum millibus abesse videantur. Ita enim omnino apparent, quemadmodum ceteræ nubes, quas longissimè distare imperitum vulgus solo aspectu arbitratur; cùm tamen non rarò breui absint interuallo. F

Huic experientiæ ipse in primis subscribo, oculatus restis, & non infrequens fallaciæ admirator. Siquidem nunquam adeò vicinas esse nubes hasce credidissem, nisi momento antè temporis è proximo terræ loco diuelli eas conspexissem. quod ipsum ab aliis quoque non semel notarum fuisse comperi. Perspicuum est igitur remotiores interdum apparere res illas quarum interiectum spatium non percipitur.

Hæc

A Hæc quamuis ita sint, crebriùs tamen vsu venit, vt viciniora illa iudicentur, quorum spatia intermedia non persentiuntur. Estq; hoc magis è ratione deductum: nam cùm interiectum spatium sit ipsa rei distantia, sanè spatio ignorato, ipsa quoque distantia latet; hac verò non integrè percepta, minui censetur: siquidem quod non sentitur, non esse existimatur. Igitur propinquiora hæc videntur, cùm propinquiora illa sint, quæ minùs distant.

Simile quiddam in temporis transactione ostendi potest. Nam qui grauioribus occupationibus vrgentur, temporis prolixitatem non sentiunt, citiúsque, quod longe futurum est tempus, aduenire mirantur, quòd nimirum multas intermedij temporis partes mens
B præoccupata non sentiat. Contra verò qui futurum breui tempus otiosè opperiuntur, tarditatem incusant, idq; propter præsentis temporis, cui mens continuò intenta est, diuturnitatem.

Sic qui à primo somno repentè expergiscuntur, subinde multum, aliàs parum se dormiuisse existimant. Tum quidem plus, cùm longas historias somniando percurrerint; siquidem tunc aliquam temporis intermedij notionem acceperunt: tum verò minùs, cùm profundè nec ad satietatem somno indulserint, vtpote qui nihil temporis tacitè decursi persenserint.

Qui verò animo delinquunt, ita instantia temporis præteriti ac subsequentis iungunt, vt continuum putent, quòd scilicet propter animi absentiam nullam omnino medij tem-
C poris cognitionem habere potuerint. Quare perinde ac si nihil temporis interlapsum sit, præteritum futuro coniungunt. Eodem prorsus modo aspectus disiunctarum rerum extrema connectit, cùm interpositi spatij portio aliqua inuisa prçterlabitur. Hac enim velut interpuncta, quod reliquum est, vnum videtur; atque adeò quod longè dissitum, propinquius fieri existimatur.

CONSECTARIVM III.

Ignes noctu procul conspecti viciniores apparent.

NEMPE quòd spatium interiectum, propter tenebras rebus omnibus offusas, ex æquo æstimari non possit. quamquam & alia eius rei causa esse possit, videlicet
D opticorum radiorum infractio per aëris densitatem obueniens; vnde etiam fieri videtur, quòd eadem lumina maiora, quàm reipsa sint, conspiciantur: vt & sol, cùm sub occasum per medios vapores terrę cohærentes transparet; & luna, cùm sole occumbente exoritur.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Sub tenebras, vt circa crepusculum, quæ propè sunt, remota esse creduntur.

QVOD hoc loco proponitur, ita quidem reipsa se habere frequens docet
E experientia. Causa verò erroris hæc esse videtur, quòd res offusæ tenebris obscuram incertamq; imaginem oculis ingerant: qui proinde firmas acies dirigere in obiecta nequeant. Cumque hoc ipsum iis quoque accidat, quæ longè dissita sunt; arbitratur visus ea quæ hoc modo conspicit, longiùs distare, propter affectionis similitudinem, eamdemque cum rebus dissitis apparentiam.

Hoc deceptionis genere plurimùm capiuntur illi, qui ingruentibus tenebris iter faciunt. nam proximas ædes, eminùs se conspicari arbitrantur; & arbores longè remotas, quibus admodum sunt vicini; occurrentesque ipsis homines, cùm proximi sunt, è lon-
F ginquo aduentare existimant.

Errorem verò mens corrigit ex perspecta rerum magnitudine, vt si arbores in tenebris appareant ea magnitudine, qua maximæ quæque è propinquo cernuntur, mens iudicat eas longè abesse non posse, licet primò aspectu remotiores videantur. Huic quoque rei auditus præsidio est, quippe qui inter ceteros externos sensus distantiam percipiendi vi pollet. Nam & ex æris campani sono in turribus excitato, & ex humanis vocibus, musicisque organis in ædibus popinisque perstrepentibus, distantiæ magnitudo auditus ope colligitur. hæc enim si clare audiantur, vicina loca esse oportet vnde proueniunt.

 A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Per nebulam turres ac montes, longiùs, quàm sereno cœlo distare existimantur.



Hæc fallacia superiori per omnia similis, quam & quotidiana experientia
confirmat. perperàm verò ex infractione eam fieri quidam arbitrantur.
Nam quæ per nebulam fit radiorum infractio, vti per densius medium re-
rum phantasias adauget, quæ verò augentur, propinquiora fieri videntur. B
Non igitur ex infractione hæc deceptio originem ducit.

Neque ex eo prouenit quòd interiecta corpora ab aspectu surripiantur. Hinc enim vi-
ciniores potiùs res esse viderentur quàm longiùs dissitæ, vt propositione quarta ostensum
est; at remotiores apparent. non igitur ex hoc capite propositus error obuenire potest.

Dicimus ergo id ex eadem causa fieri, ob quam in tenebris res longius distare creduntur,
quòd videlicet per nebulam iuxtà ac in tenebris res obscurè appareant, eò scilicet
modo quo spectari illæ solent, quæ longissimè distant.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Quibus obtusior est oculorum acies, his res quædam propinquæ longiùs abesse videntur. C



Fit non rarò vt ij qui imbecilliorem habent obtutum, è duobus obiectis
æquè à visu disiunctis, id quod viuacitate colorum magis conspicuum est,
propinquius videatur; id verò remotius, cuius colores sunt languidiores.
Inde verò huius erroris causa ducitur, quòd propinquiora euidentiùs vi-
deantur, vt lemmate 2. superiùs est præmonstratum. Vnde mens ita se-
cum tacite ratiocinatur: Hoc obiectum manifestiùs videtur, ergo propinquius est; illud
verò remotius, siquidem obscuriùs cernitur. Errat autem, quòd aliunde possit claritas D
aspectus prouenire, quàm à colorum viuacitate: nam & ab aspectus perspicacitate, quem-
admodum etiam à maiore incidente lumine, quo colores ad actum educuntur & specta-
biliores fiunt, obtutus inclarescit, vt ex proposit. 60. lib. primi constat.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Ob temporis breuitatem nequit aspectus veram rei distantiam explorare.



Cvm enim per 3. propositionem huius libri ex longa corporum interiecto- E.
rum serie, tamquam ex re notissima, distantiæ cognitio plurimùm soleat
inuestigari; perspicuum sanè est moram requiri, qua opticus axis totum
spatium per medium diffusum transcurrat. Si igitur res breuissimo tem-
pore præsens, illicò ab oculis eripiatur, incertam relinquet distantiæ no-
tionem, & interdum quidem maior, alias verò minor existimabitur, qualem nimirum
prima, eaque confusa inspectio suggesserit. Ita sæpe hallucinari aspectum contingit in
iis rebus, quas aliquis perfunctoriè leuique oculorum iactu intuetur: vt cùm quis pala-
tium visendi causa ingreditur, vbi atria, porticus, aulæ, triclinia, ceteraq; loca prægran-
dia sunt, atque amplitudine consuetum morem excedunt; ibi si moram fecerit, singula-
rum partium imagines veris simillimas hauriet: si verò obiter singulas aspexerit, illarum F
notiones sibi extemplò effinget plurimis erroribus obnoxias. Præstereà multæ sæpe acce-
dunt erroris causæ, vt si distantiæ, quæ explorandæ proponuntur, accliues sint aut decli-
ues, aut quocumque alio modo obliquæ: rursus si in aperto sint, minores existimantur,
quàm in concluso. his verò omnibus intenta mens esse debet, ne inde maximè deci-
piatur, vnde minimè errorem prouenire posse existimat; id quod momento temporis
fieri non potest. Ergo quod demonstrasse oportuit, spatium aliquod temporis ad exactam
distantiæ cognitionem est necessarium, vt quantum vnaquæque res ex aduerso spectata
à vidente distet, rectè æstimari possit.

FALLA-

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MAGNITVDINEM.

AXIOMATA.

B AXIOMA I.

E quibus reipsa positis verus infertur effectus, ex iisdem apparentibus is sequi videtur.


HVIVS axiomatis intelligentia exemplis aliquot perspicua fiet. Vt si æquales apparent anguli, quos secta facit in rectam incidens linea, licet fortè obliqui reipsa sint, tamen recti apparebunt per 13. primi Euclidis. Et si in duas rectas lineas recta incidente linea externus angulus interno & oppo-
C sito & ad easdem partes æqualis appareat, aut interni & ad easdem partes duobus rectis videntur æquales, parallelæ inter se conspicientur ipsæ rectæ lineæ per 28. primi Euclidis. Sic figura, è cuius puncto aliquo ad circumferentiam educti radij cernuntur æquales, circulus apparet, per circuli definitioné, tametsi aut ellipsis esse reuerà quear. Ad eumdem modum si duorum triangulotum duo latera duobus lateribus æqualia visui exhibeantur, basesq; cernuntut æquales, & anguli æquis lateribus comprehensi æquales videbuntur per 8. primi Euclidis. Rursus si duæ lineæ se mutuò secuerint, rectæque appareant, angulos ad verticé æquales esse aspectus existimabit per 15. primi Euclidis Possunt verò eiusmodi exempla adferri quamplurima, quæ Lectori consideranda relinquo.

Et sanè cùm eiusmodi proprietates necessariam quamdam cum suis causis connexioné
D habeant, qui causas videt, aut se videre arbitratur, is effectus ipsos aut simul videt, aut se videre putat. Vt enim impossibile est hominis notionem animo concipere, & rationis capacem negare; aut canem nulla latrandi aptitudine præditum; aut magnetem, qui nulla ferrum alliciendi vi polleat: ita impossibile est circulum non agnoscere, è cuius medio omnes educti radij æquales spectantur; vel non rectos angulos, qui æquales ex vtraque parte incidentis lineæ conspiciuntur. Igitur apparentibus causis apparent effectus, qui ex iisdem reipsa positis inferuntur.

AXIOMA II.

Totum apparet maius sua parte; si quidem excessus, quo
E *totum superat partem, sub sensum cadit.*

PERSPICVVM est hoc pronuntiatum. Nam rotum sua parte reipsa est maius, & discernendi facultas vtrumque distinguit; necesse est igitur maius illud videri, quod portionem aliquam continet, qua alterum excedat.

Oportet autem excessum illum sub sensum cadere. Nam eius gratia totum parte maius apparet. Quare si excessus visu non percipiatur, quæ relinquentur, æqualia apparebunt. Igitur necesse est portionem illam, qua totum suam excedit partem, sensibilem esse, vt eius adiunctione totius ac partis discrimen conspicuum fiat.

F AXIOMA III.

Quæ sibi quoad aspectum congruunt, æqualia videntur.

VTI enim teipsa æqualia sunt pet octauum Euclidis pronuntiatum, quæ sibi mutuò congruunt, hoc est, quæ ad se inuicem applicata ita se habent, vt extremis exactè respondeant: sic æqualia illa videntur, quorum extrema vno eodemque radio ad aspectum perfetuntur. Siquidem tum vnius extrema cum exttemis alterius ita coincidunt, vt visui vnius instar, repræsententur.

AXIOMA IV. A

Quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur.

In hac quoque apparentia, aspectus rebus ipsis analogia quadam sese accommodat. Nam fieri omnino nequit, vt quæ vni tertio videntur æqualia, inter se inæqualia conspiciantur. Si enim vnum alterum excedere, aut ab illo superari deprehendatur, consequens erit, vt quod maius est, vincat non modò alterum, sed etiam ipsi æquale tertium; B
quod verò minus est, ab vtroque superetur: quare aduersus hypothesin vnum illud tertio æquale non cernetur.

Simili modo fieri non potest, vt quæ inter se inæqualia videntur, ambo vni tertio æqualia appareant. Nam quod inæqualium maius est aut minus, hoc non modò superat secundum, sed etiam tertium, cui secundum æquale ponitur. Igitur quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur; quod erat explicandum.

AXIOMA V.

Et quorum alterum vni tertio videtur æquale, alterum inæquale, ea inter se inæqualia videntur. C

Si enim æqualia inter se viderentur, & tertio viderentur æqualia. Necesse siquidem est, vt id quod inæquale cernitur, cum æqualibus, hoc est secundo ac tertio, eamdem analogiam habeat, seu vt idem ad æqualia eumdem habeat respectum. Igitur quoniam duorum alterum ex hypothesi tertio videtur æquale, consequens est vt primum vtrique æquale aut inæquale appareat. Quocircà si primum seu quod tertio inæquale videri ponimus, secundo videretur æquale, & tertio æquale appareret aduersus hypothesin. Si ergo inæquale vnum tertio apparet, alterum æquale, ea inter se inæqualia videntur.

AXIOMA VI. D

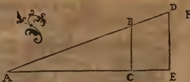
Et quod vno æqualium maius videtur aut minus, maius quoque videtur aut minus altero æqualium. Et si vnum æqualium maius aut minus videtur magnitudine quapiam, alterum quoque eadem magnitudine maius videtur aut minus.

Eadem est huius axiomatis, ac præcedentis explicatio. Quocircà ne diutiùs quàm par est, rebus primò ac per se notis immoremur, rem ipsam Deo duce aggrediamur, cœptumque fallaciarum ordinem prosequamur. E

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Eodem conspecta angulo, quorum distantiæ non perpenduntur, æqualia existimantur.

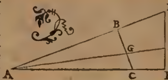
Demonstrari in primis hæc propositio potest, dato quod obiectę magnitudines eumdē situm ad F
aspectū habeant, hoc modo: Sint propositæ magnitudines B C & D E, similiter visui oppositæ, atque adeò inter se parallelæ, per ea quæ in definitionibus ad propositionem 31. libri tertij exposuimus. Hæ eodem quidem angulo D A E, sed ex inæquali distantia A C & A E spectentur, sic tamen, vt distantiæ inæqualitas non percipiatur; dico B C & D E magnitudines æquales æstimari.



Cùm enim in parallelas rectas lineas B C & D E recta incidat linea A E, erunt per 29. primi

A clidis anguli A C B & A E D æquales, atque eadem ex causa anguli A B C & A D E inter se æquales erunt. Ergo æquiangula erunt triangula B A C & D A E, quibus nimirum angulus A communis est. quare per quartam sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera, quæ circum æquales angulos consistunt. Vt ergo A C distantia ad distantiam A E, ita B C magnitudo ad magnitudinem D E: sed ex hypothesi A C & A E æquales videntur, vt quarum inæqualitas non perpenditur: ergo & magnitudines B C & D E æquales apparebunt; quod erat demonstrandum.

Deinde vniuersè hoc ipsum sic demonstrabitur. Sit centrum visus A, res autem duæ B C & D E sub eodem quidem angulo spe-
B ctatæ, at non eodem modo visui obiectæ: has æquales nihilominùs videri affirmo; si quidem distantiarum discrimina non percipiantur. Cùm enim puncta B & D in rectam lineam A D incidant, similiterque puncta C & E in rectam A E; non perpendantur autem B D & C E distantiarum discrimina ex hypothesi; fit vt puncta D & B, item puncta E & C secundùm apparentiam coincidant. Quare vtriusque lineæ B C D E extrema secundùm aspectum congruunt; atque eodem modo puncta media sibi mutuò respondent. Ducta enim ex A quacumq;
C alia linea, puta A F, quæ vtramque B C & D E in G & F vtcumque intersecet, incident vtraq; communis sectionis puncta G & F in hanc eamdem rectam lineam A F; quocircà & ipsa sibi mutuò congruent. Ergo magnitudines B C & D E secundùm aspectum æquales erunt per 3. superius axioma; quod erat demonstrandum.



Hinc contingit multa per deceptionem æqualia videri sub crepusculum, aut noctu lucente luna, cùm nempe rerum distantiæ minùs accuratè dignoscuntur: sic arbores inæquales, ex inæquali quidem distantia, sed sub eodem angulo visæ, æquales sæpè existimantur, cùm illarum inæqualis distantia non expenditur.

Est porrò hæc erroris causa eiusmodi, vt eà mens quoque ipsa interdum circumueniatur, cùm nimirum nihil suppetit, cuius ope certa distantiæ cognitio haberi possit, aut quo
D errantes oculi in veram cognitionem restituantur.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

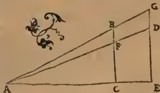
Maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus, æqualibus æqualia videntur.

HOC Euclides in Opticis quarta, quinta, & sexta hypothesi, ceteriq; Auctores Perspectiuæ, Euclidis exemplo, vt per se notum supponunt. Nos etiam tantorum virorum auctoritate freti, in superioribus libris id non semel vt
E contestatum vsurpauimus. Potest tamen & ratione positisq; principiis demonstrari; quod priusquam faciamus, duo hæc prænotanda sunt.

Primò, idem in hac propositione subintelligendum esse, quod in præcedente; nimirum, vt ratio disparis interualli, quo magnitudines ab aspectu distant, penitus ignoretur.

Secundò, duplicem esse huius propositionis euentum: aut enim distincti omnino sunt anguli, totique ab inuicem disclusi, quibus propositæ magnitudines cernuntur; aut certè minor continetur maiore, vt pars toto.

Posterior itaque casus sic demõstrabitur. Sint propositæ magnitudines B C & D E inæqualibus angulis spectatæ, B C quidem maiore,
F minore autem DE; (nihil verò interest æquales ne sint ipsæ magnitudines, an inæquales: item an similiter visui opponantur, an secùs:) dico B C quàm D E maiorem apparere, quamuis fortè minor reipsa sit. Nam per propositionem præcedentem D E apparet æqualis ipsi F C: at per secundum axioma BC apparet maior quàm F C, vt totum sua parte. Ergo B C ipsâ quoque D E maior apparet per quintum axioma.



Rursus B C & G E æquales iudicantur per propositionem præcedentem: at G E maior

V apparet,

apparet, quàm DE per idem secundum axioma. Ergo & BC eâdem DE maior apparet A per 5. axioma.

E conuerso autem ostendetur DE, quæ minore angulo conspicitur, minorem videri quàm BC, quæ angulo cernitur maiore. Igitur perspicuus est hic propositionis euentus, qui fuerat demonstrandus.

Alter quoque propositionis casus, ac vnà propositio ipsa vniuersè ex nona propos. libri tertij sic demonstratur: Apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli quibus comprehenduntur: hoc est quemadmodum angulus ad angulum, ita apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem: & alternatim, vt angulus ad magnitudinem ipsi respondentem, ita alter angulus ad alteram magnitudinem. Igitur per 14. quinti Euclidis, si angulus angulo maior fuerit, & magnitudo magnitudine maior apparebit. Et si B angulus angulo fuerit æqualis, & magnitudo magnitudini apparebit æqualis: si verò minor, & minor; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Æqualium, similiterq́ue oppositarum magnitudinum propinquior remotiore maior apparet.



HOC quamuis ex primo superiore lemmate velut consectarium eliciatur; C studio tamen in hunc locum est asseruatum, cùm propriè ad eas aspectus fallacias pertineat, quæ circa Magnitudinem obueniunt.

Potest verò in hunc etiam modum paucis demonstrari. Æqualium, similiterque obiectarum magnitudinum propinquior maiore angulo cernitur, per primum lemma: atquæ maiore angulo, ea maiora videntur, per præcedentem propositionem: igitur æqualium, similiterque oppositarum magnitudinum propinquior remotiore semper maior apparet; quod erat demonstrandum.

Inuincibilis sanè est hæc demonstratio: non placet verò ea causa cur propinquiora maiora appareant, quam Plotinus assignat Enneadis secundæ libro octauo, ita scribens: *Num quia secundùm accidens cernitur magnitudo, cùm color primò cernatur? Comminùs itaq;* D *quantum coloratum est, discernitur; eminus autem dumtaxat coloratum esse: partes verò secundùm quantitatem condistributa non exactam quantitatis notitiam afferunt. Quando & colores ipsi debiles tenuesq́ue veniunt. Quid igitur mirum, si etiam magnitudines, quemadmodum & voces apparent minores, quatenus earum species exilis ac debilis aduenit?*

Confirmat autem hanc rationem ex eo, quòd idem sit in quantitate magnum & paruum, quod in essentiis formisque substantialibus perfectum & imperfectum, in qualitatibus intensio ac remissio, in motu velocitas tarditasque, in tempore diuturnitas ac breuitas. Cùm igitur maius & minus neutiquam per se visu dignoscantur, sed qualitatis adminiculo; vti color, ita magnitudo ex interuallo segniùs aspectum ferit. Minor ergo ipsa quantitas, vti color debilior apparet. E

Præterea tribus indiciis eamdem rationem corroborat. Primum est, si collem arboribus domibusque confertum ex eo loco conspexeris, vnde singulas formas gradatim intueri possis, magnitudinem regionis veriùs æstimabis, quàm si illas ipsas formas ex maiore interuallo distinguere nequeas. Deinde, tabulam variis figuris depictam è propinquo non tantam æstimabis, si confusè ac summatim partes omnes, quàm si sigillatim singulas intuitus fueris. Demum, si partes vno tantùm colore perfusus occurrat, quantitatis, inquit, iudicium maximè fallit; quippe cùm visus non facilè possit rem per partes discretè metiri.

Verum hæc Plotini ratio multis experimentis conuelli potest: nam quæ per nebulam spectantur, nequaquam minora videntur, quàm si per nitidum purumque aërem, cùm F ambo eadem intercapedine absistunt. Rursus sub tenebras nemo res minores videt, quàm medio claroque die: quæ tamen per nebulam, aut in obscuro cernuntur, hebetiorem reddunt colorum notionem. Itaque non eam ob causam, quòd colores minùs exactè dignoscuntur, minora obiecta apparent. Neque etiam voces ex interuallo minores sentiuntur, si eam magnitudinem spectes, quæ molem amplitudinemque concussi aëris comitatur, qua grauitas atque acumen seu tonus distinguitur: sed hebetiorem dumtaxat sonum ipsum e longinquo percipimus, quemadmodum & colores.

Ad confirmationem facile respondebitur. Quamuis magnum & paruum in quantitatis

A tatis ratione analogia quadam respondeant perfectioni imperfectionique substantialium formarum, itemque qualitatum intensioni ac remissioni, motusque velocitati tarditatique, non tamen vno hæc modo se habere ad visum. Nam color propria imagine aspectum mouet, quæ itineris longinquitate sensim relaxata minùs perfectam sui notionem infert. At magnitudo cognoscitur ex amplitudine partis araneæ tunicæ, quæ simulachro afficitur, vt lib. 3. propositione 9.

Tria porrò signa à Plotino allata nihil significant. Vri enim collis ex eadem intercapedine æquali semper angulo, ac proinde æqualis semper apparet, quantumuis partium formæ ob medij inæqualitatem nunc magis nunc minùs perspicuè cernantur; ita è longin-
B quo minor semper apparet quàm è propinquo, quamuis propter eamdem medij dissimilitudinem obtingere possit, vt colores obscurius cominus quàm eminùs repræsententur. Nec vllus vnquam maiorem æstimauit tabulam varijs signis depictam, quàm vno colore suffusam, si nimirum ex eodem spatio vtraque conspiciatur. testis experientia veritatis indagatrix, ac scientiæ mater; testis sensus ipse, quem tu Lector consulas.

Aduerte hîc quoque idem supponendum esse, quod in præcedentibus duabus propositionibus, nimirum vt propinquitatis & longinquitatis discrimen aspectum lateat. Si enim perspecta sit distantiæ diuersitas, mens facilè errantem aspectum coarguet, docebitque fieri posse, vt æquales reipsa magnitudines sint, quæ ex inæquali distantia inæquales conspiciuntur.

C Quòd si propositæ æquales magnitudines in eadem recta linea se mutuò consequantur, inæquales illas apparere ex 2. propos. huius libri demonstrari potest: & quidem minores illas, quæ ex maiore distantia spectantur; illas autem maiores, quæ ex minore.

CONSECTARIVM I.

Res omnes minores semper apparent, quàm sint reipsa.

HOc quidem ex iis quæ iam docuimus manifestè sequitur; at quia libro 3. propos. 12. consectario 2. abunde est demonstratũ, nihil ampliùs ad eius confirmationem addere pretium operæ duximus. Notandum verò de directo aspectu id esse intelligendum.
D nam repulsione aut infractione radiorum res alioquin perexiguæ enormi magnitudine subinde spectantur, vt in Catoptricis ac Dioptricis ostendemus.

Epicurus, & eiusdem factionis homines non pauci, tantillum esse solem pronuntiarunt, quantillus apparet, visus sequentes imaginem, quam omnis magnitudinis iudicem statuerunt.

Refellitur autem stolidum istud Epicureorum commentũ hoc modo: Si sol non maior esset quàm aspectui apparet, nec luna, nec stellę, nec homines maiores essent, quàm apparent; at stellæ minores apparent quàm luna, homines autem maiores: absurdum verò est dicere homines lunæ maiores esse, stellas verò minores, vt ex astronomicis rationibus constat. Fallum igitur solem tantulũ esse, quantulus apparet. Deinde, Cleomedes l. 2. cir-
E cularis inspectionis, *Intelligamus*, inquit, *equum amplam decurrere campi regionẽ, pariterq́; supra horizontis limitem solem emergere, quoad totus emicuerit, propè manifestum fuerit coniectantibus, non minùs stadiis decem profecturum; si igitur æquè celerem fecerimus equi ac mundi viam, decem inuenietur stadiorum solis dimetiens.* Igitur pedalis non erit, quantulus videtur, sed maior.

CONSECTARIVM II.

Res minimæ, breui interuallo ab aspectu disiunctæ, depereunt.

ID etiam ex distantiæ atque aspectus nostri conditione tamquam propria ex causa ma-
F nat: sicut & ceteræ ferè omnes fallaciæ, quæ circa magnitudinem obueniunt. Porrò luculenta eius rei exempla in picturis habemus, sculptisque signis: his si maiora præcipuaque membra adsint, secundùm constitutas artis symmetrias, aut ad viuum expressa; at partes desint minutiores, quibus illa perficiuntur & quodammodò definiuntur, eminùs spectata imago elegans apparebit, sed cominus turpis ac fœda, quia minores partes malè efformatæ maiorum obtegunt venustatem. Sanè ita res depingere magnæ artis est opera, & ni pictor arte penicillum ducat, errabit omnino à vera idea, fallacem tantummodò oculi æstimationem è propinquo secutus. Contrà verò, si minimæ partes magno studio sint elaboratæ, partes autem principales ab artis præscripto deficiscant, cominus venusta

& elegans imago videbitur, oculi verò recessu in aliam aspectu deformem atque ingra- A
tam commutabitur. Eiusmodi picturæ ex plerumque sunt, quibus artis parum, plus autem
inest laboris.

Quod in picturis significque, id etiam in rebus ipsis experimur. humanus siquidem
vultus à prima origine speciosus, posteà lentigine, aut variolarum cicatricibus horrendum
in modum fœdatus, tametsi è propinquo turpis videatur; ex interuallo tamen non mi-
nùs formosus apparet, quam si nullum in eo extaret morbi vestigium, quia nimirum
maiores partes tum etiam propriam formam retinent, cùm minores omnem effugiunt
oculorum aciem.

CONSECTARIVM III. B

Terrenus orbis solis comparatione puncti rationem habet.

QVOD sanè facit immensa solis terræque distantia. *Quemadmodum*, inquit idem
Cleomedes lib. 1. circularis inspectionis, *amphorarum centum millia per se inspecta
magnitudinem ingentem habent; in maris autem comparatione nullam, sed ne quidem ad
Nilum: ita terra per se in quæstione habita amplam habere videtur magnitudinem, neque
tamen ad solare fastigium quampiam rationem habere videtur.* Et mox infrà: *Pedalem nobis
sol suggerit magnitudinem. Intelligere igitur nobis par est, si à solari fastigio in terram ocu-
los deiecerimus, aut prorsus nihil nos visuros, aut stellæ perexiguæ magnitudinem.* Probat id C
quoque ex eo, quòd semper supra terram centum & octoginta partes, hoc est, æquato-
ris pars dimidia extare deprehendatur.

Aduersus hæc obijciet fortè aliquis: Si terra solis respectu punctum esset, neque alia in-
horrescerent gelu, alia torrerentur æstu, alia perpetua fruerentur temperie: & nisi sat
magna essent terrestriũ plagarum interualla, non diceretur ad nos sol accedere, rursúsq;
à nobis abire: sed occurrendum, huius rei causam esse terræ figuram; nam ex impari iacu-
latu solarium radiorum ad terræ climata, & torrentur partes aliæ, & aliæ refrigerantur,
& temperiem aliæ consequuntur, & modò accedendo, modò recedendo sol ad verticem
nostrum dicitur habere affectionem.

CONSECTARIVM IV. D

Columnæ quò sunt excelsiores, eò minorem admittunt summi scapi contracturam.

HÆC obseruatio Vitruuium non fugit: qui enim non semel architectum Opti-
ces peritum postulauerat, sui haud immemor capite 2. libri 3. summos co-
lumnarum scapos & hypotrachelia non vna semper symmetria contrahi debere osten-
dit, sed varia secundùm aspectus diuersitatem: *Quod enim*, inquit, *oculos fallit, ra-
tiocinatione est exæquandum.* Et vniuersè quò columnæ sunt excelsiores, eò mino-
rem in eis contracturam exigit: quòd licet reipsa crassiora sint hypotrachelia sum- E
mique scapi; tamen propter interualli longinquitatem minores oculo appareant. Eius
verba hic libet adscribere, quoniam rem enucleatiùs explanant. *Contractura autem
in summis columnarum hypotracheliis ita facienda videntur, vti si columna sit ab mi-
nimo ad pedes quinosdenos, ima crassitudo diuidatur in partes sex, & earum partium
quinque summa constituatur. Item quæ erit ab quindecim pedibus ad pedes viginti, scapus
imus in partes sex & semissem diuidatur, ex earumq; partium quinque & semisse superior
crassitudo columnæ fiat. Item quæ erunt à pedibus viginti ad pedes triginta, scapus imus di-
uidatur in partes septem, earumq; sex summa contractura perficiatur. Quæ autem ab trigin-
ta pedibus ad quadraginta alta erit, ima crassitudo diuidatur in partes septem & dimidiam,* F
*ex his sex & dimidiam in summa habeat contracturæ ratione. Quæ erunt à quadraginta pedi-
bus ad quinquaginta, item diuidenda sunt in octo partes, & earum septem in summi scapi hy-
potrachelio contrahantur. Item si quæ altiores erunt his, eadem ratione pro rata constituan-
tur contracturæ. Hæ autem propter altitudinis interuallum scandentis oculi speciem fallunt:
quamobrem adijciantur crassitudinibus temperaturæ. Venustatem enim prosequitur visus,
cuius si non blandimur voluptati proportione & modulorum adiectionibus, vti id in quo
fallitur temperatione adaugeatur, vastus & inuenustus conspicientibus remittitur aspectus.*

PRO-

A

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Eorum quæ simili dispositione visui exhibentur, & æqualibus spectantur angulis, id quod remotiore apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, indicatur.

VERAS rerum magnitudines explorare rationis opus esse libro tertio docuimus. Eius verò inuestigationis hinc sumitur argumentum, quòd quæ
B longiùs absunt, minora soleant apparere; ea autem semper maiora, quæ propiùs oculo adiacent, vt propositione præcedente demonstrauimus. Si quid igitur eorum quę longiùs distant, propinquiori æquale apparet, maius illud reipsa esse conuincitur: vti contrà minus, quod vicuuori cernitur loco.

Quod geometrica ratione ita potest demonstrari: Sint à visu A eodem angulo conspectæ magnitudines B C & O E simili modo visui obiectæ, nimirum directè. Cùm per definitionem eorum, quæ similiter visui opponuntur, traditam libro tertio ad propositioné 31. æquales sint anguli A C B
C & A E O, erunt B C & O E parallelæ per 27. primi Euclidis: ac per 29. eiusdem æquales quoque erunt anguli A B C & A O E. Est verò angulus A vtrique triangulo B A C & D A E communis. Sunt igitur ipsa triangula æquiangula: quare per 4. sexti Euclidis vt A C ad A E, ita B C ad O E: igitur quantò visus ratione adiutus maiorem complectitur A E quàm A C, tantò maiorem iudicat O E ipsâ B C. Igitur id quod remotiori apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, iudicatur: quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

D *Idem seipso maius ac minus videri potest: item quod maius est, apparere potest minore minus; & quod minus est, maiore maius.*

PRIMA huius propositionis pars ex vndecima propositione demonstrari potest. nam eadem res propiùs adducta maior, longiùs verò abducta minor apparet: ergo eadem res seipsa maior & minor videri potest; quod primò erat demonstrandum.

Altera deinde pars ex decima huius libri propositione sic demonstratur. Sint duæ magnitudines similiter visui oppositæ, D E quidem maior magnitudine B C: dimoueaturque D E à visu A
E eousque vt radius A D per magnitudinem B C transeat, sitque angulus D A B angulo B A C minor, veluti pars toto: dico per 10. propos. huius libri, magnitudinem D E, quæ reipsa maior est, minorem apparere magnitudine B C, quæ minor est: quòd scilicet D E minore spectetur angulo, quàm B C. Ergo quod reuerà maius est, spectari potest minore minus; quod secundò loco erat propositum.

F Tertia verò pars è conuerso demonstratur per eamdem decimam propos. libri huius. nam B C, quæ minor est, maiore O E videtur maior; quòd nimirum angulus B A C angulo O A B sit maior: sicque patet id quod initio propositum fuit.

CONSECTARIVM.

Sol altior à terra est quàm luna.

CVM enim constet ex vmbris defectionibusque solem luna maiorem esse, appareat autem minor, aut propè æqualis; perspicue patet ex secunda huius proposit. parte, solem

solem longiùs à terra quàm lunam abesse oportere: inæqualium enim corporum, si A
quod maius est, spectetur minus, id profectò longiùs distitum esse necesse est.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Sub tenebras & per nebulam spectata maiora existimantur.

HÆC fallacia ex priua argumentatione proficiscitur. Mens enim nostra in iis quæ obscura, aut minus perspicuo medio externis oculis objiciuntur, hac apud se tacita argumentatione vti consueuit: Per quintam & sextam propositionem huius libri, quæ sub tenebras aut nebulam conspiciuntur, B
longius abesse putantur, quàm si eadem lucido ac sereno cælo viderentur: non apparent autem idcircò minora, cùm ex his causis anguli optici minuantur (nisi fortè ob nebulæ densitatem infractio radiorum interueniat:) igitur per 12. propos. huius lib. sub tenebras aut per nebulosum aërem spectata, maiora esse creduntur; quod erat demonstrandum.

Hallucinatur inquam in hac re aspectus, sed præcipuè mens ipsa, atque ex vna fallacia in aliam incauta prolabitur. nam falsò ea quæ sub tenebras aut per nebulam spectantur, longiùs abesse credit. quare & falsò ex hac æstimatione maiora esse illa quæ ita videntur, argumentando concludit. Quis enim ex falsis verum legitima inductione demonstrari posse affirmabit? Quia ergo intellectus noster quod falsum est verum putat, etiam C
quod ex illo sequitur verum arbitratur.

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Pueris, somniantibus, amentibus omnia magna esse videntur.

NON cuilibet obuia est huiusce rei causa, licet res ipsa sit apud omnes in confesso. Nam pueros quidem videmus & ridemus dum obequitant in arundine longa, ita tolutim incedentes, ita magnifice seipsos circumspicientes, vt cum Poëta dicere possis: *Exhaustis Martem non ampliùs armis Bistonius portat sonipes.* Iidem si furtè e fœno congestisque festucis ædiculam con- D
struxerunt, si in scrobem digitis circumductam aquæ guttas pauculas concha testâve infuderunt; palatium in Oceano excitasse se credunt. His non absimilia amentibus vsu venire cernimus: quibus cùm adhuc integra mens esset, licet speciosissima quæque sorduerint, & amplissima nimis visa sint angusta; in clathros tamen compactis, ipsa, qua coërcentur, catasta regni instar videtur obtinere: in qua & palatia, & vrbes, & campos, vt in sphæra Mathematici immensa cæli spatia imaginantur. Infinitus sim, si quoties in festuca trabem, in culice camelum concipiant, velim percensere. Risimus mirerdum, cùm illos magister autè familia quispiam alligaret straminis vel exigui fili nodo: atque illi stabant & compescebantur certiùs, quàm Prometheus aliquis à Vulcano ferreis catenis Caucaso affixus. Nec illud minùs lepidum quod in pompa illa, qua sacrosancta Eucharistia solenni ritu circumfertur, stultus quidam è suo carcere puerorum agmen tædas prælucentium aspiciens, clamare cœpit, Adeste milites mei, accipite regis vestri mandata. E
& certè nihil tam vsitatum est amentibus, quàm vt se reges ferant.

De somniantibus verò plura cuique sua suggerit experientia, quàm à me possint in medium proferri. Nouit vnusquisque quoties in somnis ingens præcipitium aliquod exhorruerit innocuo lapsu quasi ad vigiliam allisus; quoties gigantum mucronibus confossus sit sine cæde ac sanguine; quoties denique in consessu Regum ac Principum ornatissimam orationem pertexuerit, cuius filum, si iam vigil relegerit, nihil cohærens, nihil ex ratione digestum reperiat.

Horum omnium ratio ex vno eodemque fonte mihi videtur deriuari: quæ vt clarior F
euadat, hoc inprimis statuendum est, omnem scilicet sinceram solidamque magnitudinis æstimationem à iudicio rationis atque experientia proficisci: cùm enim magnum & paruum ex eorum genere sint, quæ ad aliquid dicuntur, ac respectum rerumque inter se collationem inuoluant, necessariò & experientiam exigunt tanquam rerum inter se conferendarũ promptuarium, & iudicium rationis, quod æqua velut lance rerum momenta perpẽdat. atqui vtroque destituti sunt non pueri tantùm, sed etiam amentes & somniantes. Hi quidem, quoniam & vsum rationis amiserunt & experiẽtiam (quam Philosophi à speciebus rerum memoriæ impressarum non discernunt) altissima rerum omnium obli-

uione

A uione sepeliuerunt: illi verò, quoniam per ætatem neutrum eorum adhuc sunt consecuti. Hinc ijdem illi, si aliò quopiam commigrauerint, ætatis accessu postmodum ratione confirmata varioque rerum visu instructa, in patriam reuersi vix oculis suis credunt, vix sibi persuadent in ædibus se paternis versari: ita cum despectu quodam velut expectatione sua minora perlustrant omnia, quæ paucis antè annis tamquam amplissima & maxima suspexerant.

Verùm, inquiet aliquis, si nullam rerum inter se comparationem instituunt, quo pacto res vt magnas apprehendunt? Sed facile erit hunc scrupulum eximere, si quod res est, dixerimus, non illos quidem res rebus conferre (quod variam exigit experientiam) sed
B animo suo cuncta metiri: qui cùm pusillus admodum sit, maximè in pueris, facile res quælibet ad hanc normam exacta, per exiguam illam quæ ro ipsis emicat rationis scintillam, ampla, magnifica, eximia iudicabitur. Nec id mirum cuiquam videri debet, cùm etiam ratione ad maturitatem perducta eadem illa non paucis ob nimiam abiectionem angustiamque animi contingere videamus. Ita enim exiguæ natalis soli glebæ montibus fluuiisque circumseptæ adbætescunt; vt non secus in eius periculis trepident, ac si terrarum orbis funditus esset euertendus: tanti eam faciunt, vt reliquo terrarum orbi conferre, imò præferre non dubitent: dum alij interim magno erectoque animo despiciunt istos ab opinione terminos, & cogitatione sensuque totum hoc vniuersum complectuntur. Expressit hanc rerum exiguarum magnam æstimationem peruenustè Satyricus,
C cuius hic versus adscribendos existimaui, quòd multùm lucis rationibus allatis afferant:

Absentis ranæ pullis vituli pede pressis
Vnus ibi effugit: matri denarrat, vt ingens
Bellua cognatos eliserit. illa rogare,
Quantáne, num tandem, se inflans, sic magna fuisset?
Mater dimidio. Num tanto? Cùm magis atque
Se magis inflaret: Non si te ruperis, inquit,
Par eris.

Hic ranunculus ex Æsopico illo sæculo, nullius experientiæ, vitulum, ingentem vocat belluam: & ipsa mater, quæ nihil magnum, nec supra ranam concipiebat, ingentem se
D belluam existimat, si se paululùm inflauerit; sed ranunculus eius filius, qui iam absente matre vitulum nosse cœperat, hac saltem experientia auctior, matrem vituli comparatione paruam esse intellexit.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Recta linea perpendiculariter visui obiecta, spectatur vt punctum; directè verò aut obliquè, vt linea.

E VT enim quod minore angulo continetur apparet minus, ita quod nullo spectatur angulo indiuisibile videri est necesse; hoc autem est punctum. Nam omnis quantitas angulo alicui subtendi potest: at punctum solam rectam lineam potest terminare. Vnde si à centro visus A, cui linea B C perpendiculariter opponitur recta ducatur ad B, ea cum B C vnam rectam lineam efficiet, per definitionem perpendicularis situs ad propositionem 31. libri tertij propositam; vna autem recta linea angulum non facit per 8. definitionem libri primi Euclidis. Recta igitur linea perpendiculariter visui opposita vt punctum apparet. deinde eo lineæ situ, quo ipsa, si protrahatur, in centrum visus inci-
F dit, nil eius præter solitarium punctum aspicitur. Siquidem primum illud oculoq; proximum, quod inter aspectum ceteraque puncta ex æquo interiacet, reliquorum omnium prospectum eripit. Igitur hoc solum videtur, atque idcircò tota linea puncti instar apparet; quod erat ostendendum.

Deinde quoniam directè vel obliquè obiecta linea non in directum cum centro visus exporrecta est, licebit ab eius extremis ad centrum visus distinctas lineas ducere, quæ in oculo coëuntes angulum faciant per 8. definitionem libri primi Euclidis; atque ita lineæ obiectæ longitudo apparebit, maior certè aut minor, pro magnitudine anguli cui subtenditur.

Quod adiecto schemate clariùs potest demonstrari. Sit A centrum visus, obiectaque A
linea B C, à cuius extremis B & C rectæ ad visum destinentur B A & C A. Cum ex hypothesi A, B, & C, puncta non ex æquo seu perpendiculariter visum respiciant, fieri non potest, vt A C in lineas A B &

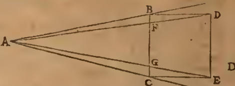


B C incidat. Si enim incideret A B & B C, vnam eamdemq; lineam cum A C efficerent. siquidem ab vno puncto ad aliud punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: at non efficiunt vnam eamdemque lineam. sic enim B C perpendiculariter visui obijceretur, non verò obliquè, vt ex eius situs definitione constat: quod quia hypothesi B
aduersatur, linea A C cum lineis A B & B C non coincidit. Ergo distinctæ sunt lineæ A B & A C, quæ proinde angulum comprehendunt per 8. definitionem primi Euclidis, cuius basis velut magnitudo quędam spectatur, maior aut minor, pro anguli B A C amplitudine.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Plana superficies perpendiculariter visui proposita, apparet vt linea; directè verò aut obliquè, vt superficies. C

PRIMA propositionis pars ita ostenditur. Ex definitione perpendicularis situs ad propositionem 31. libri tertij tradita, facilè colligere licet centrum visus cum superficie perpendiculariter obiecta in eodẽ plano existere oportere. sit ergo visui A perpendiculariter obiecta quæcumque, puta quadrangula superficies B C D E, ad quam si ex A radij educantur, qui eam comprehendant, & in locis B & C tangant, latus B C vtique videbitur per secundam hypothesim libri secundi. D



Ad reliquas deinde partes, verbi gratia D & E, si eodem modo radij destinentur A D & A E, hi cum pertranseant latus B C, secentque illud in punctis F & G, nequibunt punctorum D & E formas ad aspectum adducere. Quare D & E non videbuntur, quoniam illorum prospectum præripiunt puncta F & G; aut si quis contentiose velit D & E videri posse, quòd puncta F & G, vtpote indiuisibilia & in superficie diaphana, nullum visibile obtegere possint; hoc tamen concedatur necesse est, punctorum D & E prospectus in F & G lineæ B C incidere. Cumque idem de ceteris propositæ superficiei signis ostendi possit, sequitur extra lineam B C nihil, quod ad obiectam superficiem attineat, spectari. E
Igitur tota superficies velut linea conspicitur; quod primò erat demonstrandum.

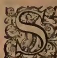
Posterior verò pars non aliam rationem habet quàm illam ipsam, qua propositionem decimamsextam demonstrauimus. Cùm enim quælibet superficies infinitis lineis vndique perfusa sit, profectò si ostensum fuerit lineas omnes superficiei directè vel obliquè spectatæ velut lineas apparere, ostensum quoque erit superficiem ipsam velut superficiem conspici: at omnes eius superficiei lineas, vt lineas apparere, ex 16. superiore propositione probatur, quòd scilicet omnes directè vel obliquè obijciantur. Si enim aliquæ illarum perpendiculariter ad aspectum dirigerentur, & ceteræ eodem contẽderent, omnes siquidem in eodem existunt plano: atque ita tota superficies perpendiculariter aspectui obuerteretur, quod hypothesi aduersatur. Itaque quemadmodum omnes omnino lineæ vt F
lineæ, ita tota superficies directè vel obliquè obuersa, vt superficies spectatur; quod secundo loco erat demonstrandum. Non est tamen eadem in obliquo atque in directo aspectu propositæ superficiei apparens forma. Nam directo aspectu res quaslibet propria figura affectas cernimus, quam obliquitas aspectus mirum in modum immutat; qua de re in mentione fallaciarum, quæ circa Situm eueniunt, aptius dicemus: nunc cœptum negotium prosequamur.

PRO-

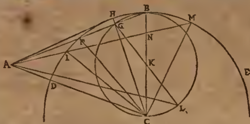
A

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Omne visile minus videtur obliquè spectatum quàm directè.



IT visui A directè exhibita recta linea B C bifariàm secta in K, circa quam duo circuli describantur, alter



B centro K, alter centro C, sic vt B C minoris circuli diametrus sit, maioris verò semidiametrus. Atque à visu A (qui quidem extra circulum maiorem cadere supponatur) rectæ ad B & C destinentur A B & A C. Cùm verò A B non sit perpendicularis ipsi B C, secabit vtrumque circulum per 16. tertij Euclidis: sint autem sectionum loca F & G, atque ab F ad

C C recta agatur F C; ex G verò per K recta traijciatur G L, quæ æqualis erit ipsi B C per circuli definitionem. Rursus ex C per G recta ducatur ad maioris circuli peripheriam, quæ sit C H. Præterea ab aliquo quouis signo in circumferentia F D intra triangulum B A C assumpto, puta I, recta producatur I C. Demum ex C ad M punctum maioris perimetri, ad quod radius ex A per I ductus terminatur, recta emittatur C M, quæ tota vltra B C directè oppositam prosilit.

His ita constructis, dico obliquam lineam tribus modis posse ad directam se habere. Primò, si tota vltra directam constituta sit, vt C M, quam necesse est minorem directè opposita conspici. Secundò, si tota aspectui vicinior sit, quàm directa, quo situ fieri potest, vt maior conspiciatur, quod in H C perspicuum est; fieri item potest, vt minor cerna-

D tur, quemadmodum I C; ac demum vt æqualis, quo pacto F C videtur. Tertiò, si vna pars media aspectui propinquior sit, altera verò longiùs excurrat, vt G L.

Hoc tertio modo intelligenda est propositio. Nam mirum non est obliquam lineam, quæ tota remotior est directa, minorem apparere, cùm ea apparentia ex maiore distantia obuenire possit, vt propositione 11. ostendimus. Falsum item est eam minorem semper videri quæ tota visui propinquior existit, cùm per 13. proposit. fieri possit ob propinquitatem, vt quæ minor est, appareat maiore maior. Itaque sic accipienda est propositio, vt obliquata minora cerni intelligantur, si quoad possunt eamdem distantiam habeant. Quod priusquam faciamus, lubet duas priores propositionis partes sigillatim demonstrare, eodem quo propositæ sunt ordine, quòd illarum veritas ceteris fortè non æquè ac nobis sit manifesta.

E Primò igitur minorem apparere C M quàm C B sic probatur: Cùm puncta B & M in eamdem circuli peripheriam D B E cadant, sitque M à visu remotius quàm B, recta A M maiorem circuli portionem resecat, quàm A B, quare A M magis intra circulum ad centrum versus accedit. Secat igitur semidiametrú B C exempli gratia in puncto N, ac proinde ipsum quoque angulum B A C partitur. Quocircà minor est angulus N A C, quàm B A C vt pars toto: quæ verò minoribus angulis cernuntur, ea per 10. propositionem huius lib. minora videntur. Igitur C M quàm C B minor apparet; quod primò propositum fuit.

Ad secundæ partis, quæ tripartita est, confirmationem, primò ostendendum est maiorem apparere H C quàm B C. Quandoquidem A B secet circulum D B B in F & B, palàm

F est maiorem esse C H quàm C G: quare maior quoque erit angulus H A C quàm angulus G A C, vt totus sua parte: at B C conspicitur angulo G A C, H C verò angulo H A C: ergo per 10. huius libri proposit. maior apparet H C quàm B C.

Deinde F C ipsi B C æqualem apparere ex nona proposit. huius lib. perspicuum est, quoniam eodem angulo B A C ambæ comprehenduntur.

Denique minorem conspici I C quàm B C, ex superiùs citata propositione 10. huius libri constat. Est enim angulus I A C minor angulo B A C, propterea quòd I per constructionem sumptum sit intra F & D maioris circuli puncta, in quæ latera anguli B A C incidunt.

Tertia item propositionis pars, nempe G L minorem videri ipsa B C sic ostenditur: Cùm vtraque

vtraque A C & A L in concauam peripheriam minoris circuli cadat, ſitque L à viſu A re- A
motius quàm C, erit A L centro K propinquior quàm A C; atque idcircò minor erit angu-
lus G A L quàm angulus B A C. Quare per 10. huius lib. propoſit. minor apparebit G L
quàm B C; quod erat demonſtrandum.

Quòd ſi propoſita linea obliquior ſit quàm G L, ſic vt alterum eius extremum propiùs
quàm G ad viſum inclinetur, alterum verò longiùs abducatur quàm L; neutro autem extremo trianguli B A C latera contingat, qualis hîc eſt O P: hæc profectò minor apparebit quam ſuperior G L, ergo multò quàm B C minor. B
Nam angulus O A P vtrimq; partem anguli B A C excludit, hinc ſcilicet P A C, inde verò O A B: quare neceſſe eſt angulum O A P angulo B A C minorem eſſe, vt partem toto, atque ita O P minorem quàm B C apparere per 10. propoſitionem lib. huius. C

At ſi minùs quàm G L propoſita linea obliquetur, ſic vt angulo B A C aliquid addat,
& viciſſim detrahat aliquid, quo pacto Q S angulo Q A S ſpectata ab angulo B A C hinc
detrahit partem S A C, illic verò addit partem B A Q, nihilominùs oſtendetur minorem
videri Q S quàm B C, quoniam minor eſt angulus Q A S quàm B A C; quod ſic declaratur:

Arcui C S æqualis ponatur arcus B R, hunc dico & arcui B Q æqualem eſſe, quòd arcus
B Q eidem C S æqualis ſit per 26. tertij Euclidis. Ductis igitur à viſu A rectis lineis A Q, A B,
A R, & A S; erit angulus B A R angulo C A S æqualis, quippe vtriuſque trianguli B A R &
C A S, duo latera B A & R A duobus lateribus C A & S A æqualia ſunt, baſis verò B R baſi C S
æqualis. Ergo per 8. primi Euclidis, & angulus B A R angulo C A S æqualis erit. At verò
angulum B A R angulo B A Q maiorē eſſe ſic probatur: Ductis Q G & R G, anguli B G Q & D
B G R æquales inter ſe ſunt per 27. tertij Euclidis, cumq; maior ſit G R quàm G Q, abſcin-
datur ab G R portio G T æqualis ipſi G Q per 3. primi Euclidis, iunctiſque A & T erit recta
A T ipſi A Q æqualis. ſiquidem in triangulis G A Q & G A T latus G T lateri G Q æquale eſt,
latus verò A G vtrique eſt commune, & angulus A G Q angulo A G T æqualis oſtenditur,
quoniam B G Q & Q G A duobus rectis ſunt pares per 13. primi Euclidis; item B G T, & T G A
duobus rectis pares ſunt: ſi igitur ab æqualibus duobus rectis æquales auferantur B G Q &
B G T æquales relinquentur Q G A & T G A per communem notionem. Quare & baſes
A Q & A T æquales inter ſe erunt per 4. primi Euclidis, & per eamdē anguli quoque Q A B
& B A T, æquales. Verùm angulus B A R maior eſt angulo B A T, quippe cui angulus T A R
accedit. Eſt ergo idem angulus B A R angulo B A Q maior, ac proinde & angulus S A C, qui E
angulo B A R æqualis oſtenſus eſt, angulo B A Q maior erit. Quare maior erit angulus B A C
quàm Q A S angulus. Atque ita minor ſpectabitur Q S quàm B C; quod erat demon-
ſtrandum.

CONSECTARIVM.

Directiùs viſui oppoſita, perfectiùs videntur; & quò obliquiùs, eò imperfectiùs.

Hoc ex iam demonſtratis in hunc modum colligitur. Eædem magnitudines, quæ
maioribus ſpectantur angulis, euidentiùs perfectiùſque videntur, quam quæ ſub mi- F
noribus: at directè viſui obiectæ magnitudines maioribus angulis comprehenduntur,
quàm obliquatæ; illæ igitur perfectiùs videntur. Propoſitio per ſe conſtat, & à nobis ſu-
periùs quinta hypotheſi eſt explicata. Aſſumptio verò iam demonſtrata eſt. Igitur dire-
ctiùs viſui oppoſita perfectiùs videntur, & quò obliquiùs eò imperfectiùs, quod erat
probandum.

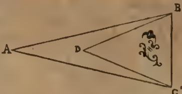
Hinc fit vt ſcripturæ, ſi obliquæ obuertantur, ægrè interdum legi poſſint. Quod qui-
dem manifeſta teſtatur experientia; cauſa verò eſt obliquitas ſitus, ob quam characteres
propriam figuram plurimùm immutant: ſiquidem non vno vndique modo ac pariter
omnes

A omnes contrahuntur; sed partim longitudo, partim latitudo plus minúsve deformatur, vt sæpè agnosci non possint.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculo ei quod videtur appropinquante, spectatum augeri putatur.

SIT linea B C spectata ab oculo A radiis A B & A C: accedat verò oculus A
B propiùs nempe in D, vnde obiectam lineam B C videat radiis D B & D C. (supponimus autem visum accedere per lineam quæ intra triangulum B A C cadat, vt obiectum visui in vtraque statione existenti simili modo opponatur. nam in diuersa oppositione fieri potest, vt oculo appropinquāte obiectum semper æquale, vel etiam minus appareat, vt infrà dicetur.) Quoniam igitur per 21. primi Euclidis, maior est angulus B D C angulo B A C, linea B C visui in D maior apparet, quàm in
C A per decimam huius libri propositionem; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Et contrà, auctæ magnitudines oculo appropinquare videntur.

SIT rursus proposita linea B C, quam oculus intueatur ex puncto A radiis A B & A C; augeatur verò magnitudo B C vsque in D, vt sit B D maior quàm B C. Quia igitur & angulus B A D angulo B A C
D maior est, vt totus sua parte, palàm per 10. proposit. huius libri, B D maiorem ipsa B C apparere: quod verò nunc maius quàm priùs cernitur, cùm sit idem, appropinquasse existimatur: propterea quòd eadem affectio iis quoque adueniat, quæ cùm sint eadem, è propinquiori tamen loco videntur. Similitudine igitur affectionis delusus internus animæ sensus appropinquasse credit, quod propter augmentum nunc maius quàm antè videt; quod erat demonstrandum.

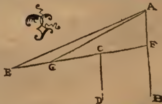


E

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris spectatæ eadem semper portio videtur; visu secundùm lineam, quæ ab oculo per verticem humilioris ducitur, transmutato.

DVÆ magnitudines sint, A B quidem altior, C D verò humilior: per huius autem verticem C ex loco E visus prospiciens altioris portionem A F complectatur: dico visum secun-
F dùm lineam E F transmutatum, cùm in G verbi gratia, aut aliud quodcumque signum peruenerit, eamdem semper maioris magnitudinis portionem contueri. Nam quandoquidem puncta F & C in eadem sunt recta linea, per quam oculi motus fieri postularur, necesse est, vt quacumque in parte lineæ E F oculus existat, punctum F vno semper atque eodem in loco videatur, nempe in termino eius lineæ, quæ oculum, ac verticē minoris magnitudinis connectit. Punctum autem F eodem



semper

ſemper ſpectatum loco, eamdem ſemper portionem de maiore magnitudine reſcindit. A
Ergo hæc ſola ſupra verticem minoris magnitudinis perpetuò conſpicua eminet.

Fit tamen, vt nunc maior nunc minor eadem portio A F appareat, per vndecimam propoſitionem huius lib. quòd videlicet maior ſit angulus A G F quàm A E F angulus, & propinquior ipſi A F, remotiore ſemper maior.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectata, viſu ſecundùm lineam ſupra verticem humilioris productam accedente quidem maior, recedente verò minor portio conſpicitur. B

SINT duæ magnitudines inæquales, eminentior quidem B C, depreſſior verò D E, quas viſus contueatur incedens per lineam F H, quæ ſupra verticem D inferioris delata in lineam B C cadat ad punctum H. ſitque viſus nunc remotior, vt in F, nunc in G propinquior: dico à viſu in F exiſtente minorem portionem magnitudinis B C conſpici, puta B I; exiſtente verò oculo in G maiorem vt B K. Cùm enim radij F I & G K à diuerſis punctis F & G ad idem punctum D porrigantur, neceſſe eſt ad hoc ipſum punctum D ex concurrentibus in eo F D & G D lineis angulum conſtitui F D G per 8. definitionem libri primi Euclidis; & huic æqualem I D K ex productis F D in I, & G D in K, per 15. primi Euclidis, qui anguli ſubtenſis baſibus F G & I K in triangula perficiuntur. Rurſus cùm ſpecies puncti I radio F I ad viſum extendatur, puncti verò K forma per radium G K, fit vt viſus ex puncto G maiorem portionem lineæ B C comprehendat, quàm ex F. nam maior profectò eſt B I adiuncta ei I K baſe trianguli I G K quàm B I ſola: igitur altioris magnitudinis per verticem inferioris, &c. quod erat demonſtrandum. D

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectata viſu ſecundùm lineam infra verticem humilioris cadentem accedente quidem minor, recedente verò maior portio conſpicitur.

EADEM eſt huius ac præcedentis propoſitionis demonſtratio. Sint enim eædem quæ ſuprà propoſitæ magnitudines, altior quidem B C, demiſſior verò D E, per cuius verticem D oculus altiorem magnitudinem contueatur incedens per lineam F H, quæ infra D verticem cadat, & in magnitudinem B C terminetur ad punctum H: ſit autem viſus nunc in F remotior, nunc in G propinquior: dico ex loco F maiorem portionem ſpectari, nempe B I, quàm ex G, vnde B K tantùm videtur. Cùm namque ipſi B K accedat portiuncula K I, vt ſuprà oſtenſum eſt propoſitione præcedenti, & ſpecies puncti I ad viſum in F exiſtentem per rectum radium I F deportetur, non autem ad viſum poſitum in G, quippe ad quem punctum K proximè attingit, fit vt maior portio magnitudinis B C ex F remotiori loco ſpectetur, quàm ex G propinquiore; quod erat demonſtrandum. F

Circa tres iam proximè explicatas propoſitiones, notandum primò eſt, non opus eſſe, vt linea per quam viſus incedit, ſit altiori magnitudini perpendicularis, quod Vitello poſtulat libro 4. propoſitione 41. & 42. Nam licet ea linea perpendicularis non ſit,

A *fit, æquè trium dictarum propositionum veritas ac demonstratio constat.*

Secundò notandum est, non esse etiam necesse eam magnitudinem, quæ per alterius verticem aspicitur, eminentiorem esse: etsi enim depressior sit, eodem modo procedet demonstratio, si modò in eam visus ex editiori loco per verticem alterius despiciat, quod mutata schematis delineatione ingeniosus Lector facilè colligere poterit.

Notandum tertiò est, hæc quæ à nobis tribus hisce propositionibus dicta sunt de aspectu per alterius magnitudinis verticem, similem, sed contrarium sensum habere, in
B *eo etiam aspectu, qui per alterius basin infernè fit, vt Vitello docet libro quarto propositione 43. Est porrò huius inuersi situs eadem demonstratio, quippe qui à priore non discrepat in hypothesi, sed solùm in contraria terminorum dispositione, qua ipsæ figuræ propositæ inuertuntur, sic vt qui vertices erant, nunc bases fiant. quæ cùm per se nota sint, diffusiore expositione non indigent.*

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Si radij optici per extremitates duarum parallelarum incedant:
C *dico radiorum longitudines esse magnitudinibus proportionales.*



SIT oculus A, magnitudines autem B C & D E inæquales, & inæquali interuallo expositæ, sic vt longiùs ab oculo distet D E quàm B C: sint verò eædem ipsæ magnitudines parallelæ, & radij per illarum extremitates producãtur ABD & ACE: dico vt AB ad A D, ita esse B C ad D E; & alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E. Cùm namque parallelæ



D sint B C & D E, erit angulus A B C angulo A D E æqualis per 29. primi Euclidis. Eodemque modo ostendetur angulus A C B æqualis angulo A E D: at angulus A cõmunis est vtrique triangulo B A C & D A E: ergo æquiangula sunt hæc ipsa triangula. Quocircà per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt latera, tum quæ circum æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur. Igitur vt A B ad A D, ita se habet B C ad D E: & per 16. quinti Euclidis alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E: conuertendo autem vt B C ad B A, ita D E ad D A; & vt D E ad B C, ita D A ad B A; quod erat demonstrandum.

Hæc propositio præcipuum est Geodesiæ fundamentum. Quæcumque enim de metiendis rerum altitudinibus, longitudinibus, latitudinibus, ac profunditatibus in ea arte
E *docentur, hinc velut ex proprio Analemmate suæ demonstrationis principium petunt. Quod tametsi longum foret per omnia sigillatim ostendere; absurdius tamen, rem intactam præterire. proinde placuit sequentia adnectere consectaria, è quibus huius propositionis vtilitas appareat, & via monstretur, qua Lector in cetera Geodesiæ præcepta proprio ingenio ducatur. Quod sanè fiet si præmoneamus vniuersum Geodesiæ negotium in duorum triangulorũ similitudine positum esse, alterum quod è nota magnitudine & duobus radiis opticis ad eam pertinentibus, alterũ quod è magnitudine ignota*
F *radijsque opticis, ad eam velut basin protensis constituitur. Cùm ergo hi radij ad ignotam magnitudinem ita se habeant, quemadmodum priores illi ad magnitudinem notam, facile erit ei, qui Regulam proportionum in numeris calluerit, ex tribus datis quartum inuenire, qui postulabatur. Hinc quæcumque instrumenta ad Geodesiæ vsum hactenus reperta sunt, & adhuc in dies noua in lucem proferuntur, nihil omnino aliud continent quàm triangulum minus, ei quod ad ignotam magnitudinem porrigitur simile, vario tamen modo dispositum: sed rem totam sequentia consectaria planiùs edocebunt.*

CONSECTARIVM I. A

Propositam altitudinem, quanta sit, radio inuestigare.

SIT oblatæ turris cuiuspiam altitudo D E, quam radij beneficio inuestigare oporteat: assumatur regula quædam exploratæ magnitudinis B C, exempli gratia, modulorum 20. quæ oculo defixo in A eousq; trāsportetur, vel certè immotâ ipsâ B oculus tamdiu dimoueatur, donec radij optici per vtriusque magnitudinis extremitates profundantur. Hoc porrò rerum situ erit per hanc proposit. vt A B ad B C, ita A D ad D E. Accipiantur itaque per accessum terræ superficiem distantiæ A B & A D, sitque illa iam reperta modulorum 10. hæc verò modulorum 40. cum igitur sit vt A B ad B C, hoc est vt 10. ad 20. ita A D ad D E seu 40. ad quartum numerum proportionalem: si is per regulam proportionum quæratur, inuenietur propositæ turris altitudo D E modulorum 80. quod erat postulatum. B

CONSECTARIVM II. C

In cognitionem ignotæ profunditatis radio ducere.

ESTO profunditas putei D E, quam radij beneficio inuestigare propositum sit: latitudo verò cognita C D, modulorum exempli gratia 6. orificio putei regula adiungatur B D per centrum acta, quæ altera parte circuli ambitum excedat versus B. Visui ergo locus inueniatur vnde refractus eibratus radius per C & D procidat; sitque is locus A, ex quo demissum perpendiculum in B incidat: sit verò A B modulorum 6. B C autem modulorum 2. Quoniam igitur perpendiculares sunt A B & D E ipsi B D, erunt anguli B & D inter se æquales, ac proinde parallelæ ipsæ A B & D E per 28. primi Euclidis. quare & angulus A angulo E per 29. primi Euclidis æqualis erit. Est verò angulus A C B angulo D C E æqualis per 15. primi Euclidis. itaque æquiangula sunt ipsa triangula A B C & D C E. Atque ea propter per 4. sexti Euclidis vt B C ad B A, ita C D ad D E: sed B C est modulorum 2. B A verò modulorum 6. item C D modulorum 6. Igitur vt 2. ad 6. ita 6. ad numerum quarto loco proportionalem, quem Proportionum regula, quam vulgò Regulam trium appellant, ostendet esse modulorum 18. eaque erit putei profunditas, quæ postulabatur. D

CONSECTARIVM III. E

Ignotam longitudinem radij beneficio explorare.

PER longitudinem hoc loco intelligenda est ea linea, quæ in anteriorem partem directò protenditur, cui opponitur latitudo, ea scilicet line[illegible] quæ longitudinis lineam transuersè secat, & pari cum horizonte constituta est libra. Propositum itaque sit longitudinis lineam per radium opticum explorare.

Sit proposita longitudo D E, à cuius extremitate D perpendicularis excitetur D A per 11. primi Euclidis; ad hanc verò regula quædam secundùm normam adiungatur B C notæ magnitudinis, verbi gratia modulorum 15. Deinde oculus in linea D A tamdiu moueatur, donec in eum locum venerit, scilicet A, vnde ipsius radius per vtramque extremitatem C & E traijciatur. Tum metiendæ sunt binæ altitudines, nempe A B & A D, sitque A B reperta modulorum 5 A D verò modulorum 2[illegible] Ex his iam confici potest propositum. Cum enim vterque angulorum A B C & A [illegible] E [illegible] sit, propterea quòd A D vtrique B C & D E ad normam sit posita, erit B C ipsi D E parallela per 28. F

A per 8. primi Euclidis: quare & angulus A C B angulo A E O æqualis per 29. primi Euclidis. Igitur vt A B ad B C ita A O ad D E, & adiuuante proportionum regula si ex altitudine A B modulorum 5. se visus extendat ad longitudinem B C modulorum 15. consequens est, vt ex altitudine A O modulorum 20. se visus ad modulos 60. quos longitudo O E complectitur, extendat; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Latitudinem oblatam radio demonstrare.

B QVÆ hoc loco intelligenda sit latitudinis linea, superiore consectario est explicatum; nunc ad rem veniamus. Esto proposita latitudo D E, aspicientis verò oculus A, è cuius regione signum quoddam in proposita latitudine notetur G. in hoc signum regula dirigatur A F, cui alia quædam regula adiungatur B C ipsi O E parallela, eoque loci sistetur, vnde susceptos oculi radios A B & A C in D & E transmittat: sit verò A F modulorũ 10. B C autem modulorum 20. at A G per accessam terræ superficiem reperta sit modulorum 30. erit ergo per regulam proportionum latitudo proposita modulorum 60.
C Quoniam enim B C ipsi D E constituta est parallela, erunt anguli A B C & A D E, item A C B & A E O æquales: est verò angulus D A E vtrique triangulo B A C & D A E communis; æquiangula sunt igitur hæc ipsa triangula. Ergo per 4. sexti Euclidis, vt A B ad A D, ita B C ad D E; sed vt A B ad A C, ita quoque est A F ad A G per 2. sexti Euclidis. Itaque vt A F ad A G, ita est B C ad D E: & alternatim vt A F modulorum 10. ad B C modulorum 20. ita A G modulorum 30. ad D E modulorum 60. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

D ### *Fieri potest, vt immoto visu, mutatum obiectum æquale semper appareat.*

MIRVM id quidẽ primo aspectu nonnullus existimabit, quòd obiecti æquè ac oculi mutatione rei phantasiam mutari necesse esse videatur; verùm qui rationem consulet, inueniet profectò non minùs oculo quiescente visile motum, quàm immotum visile oculo transmutato, æquale interdum videri posse. Ac primò obiectum consistens, quamuis oculus loco dimoueatur, multis tamen modis æquale videri sequentes Demonstrationes edocebunt; quas magis exemplorũ gratia in medium adferre decreuimus, quàm vt omnia quæ huc spectant, protulisse videamur: nam ex his similia colligere facile prudens Lector addiscet.

E I.

Si magnitudo quædam subiecto plano ad rectos sit angulos, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, illa circa oculum pari interuallo delata æqualis semper spectabitur.

HVNC modum tradit Euclides Opticorum suorum theoremate 42. sic autem potest demonstrari: Sit A B spectata magnitudo ad subiectum planum recta; oculus autem esto in C puncto plani, connectantur que C & B; & centro C, interuallo verò C B circulus describatur B D: dico si in
F circuli huius circumferentiam agatur magnitudo A B, sic vt subiecto plano recta semper sit, eam ex loco C æqualem semper spectari. Cùm enim æquales semper sint A B & C B, illa quidem ex hypothesi, hæc verò per circuli definitionem; sitque & angulus A B C æqualibus lateribus contentus ex eadem hypothesi perpetuò æqualis, vtpote rectus, erit per 4. primi Euclidis & basis A C semper æqualis, ceterique anguli æquales, per eamdem 4. primi Euclidis. Inter quos cùm sit A C B, sub quo

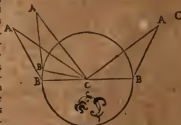
magnitudo A B ſpectatur, ſequitur eamdem magnitudinem A B ſubiecto plano perpen- A
dicularem, & circum C pari interuallo actam æqualem ſemper apparere per 10. propoſitionem huius libri; quod erat propoſitum demonſtrare.

II.

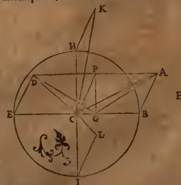
Si autem ſpectata magnitudo ad ſubiectum planum neutiquam recta fuerit, ea ſic mutata, vt oppoſitionis modum retineat, etiam tum æqualis ſemper videbitur: ſin autem oppoſitio- B
nem mutet, quandoque æqualis, quandoque maior, quandoque minor apparebit.

DVÆ ſunt huius propoſitionis partes, pro quarum demonſtratione animaduertendum eſt, lineam ſubiecto plano obliquam poſſe duobus modis per circuli peripheriam tranſmutari.

Vno modo, ſeruato obuerſionis ſitu, hoc eſt, vt angulus A B C, quem propoſita magnitudo A B cum ſemidiametro circuli facit, ſit ſemper æqualis. Tunc verò per 4. primi Euclidis facilè oſtendi poteſt propoſitam magnitudinem æqualem ſemper apparere. C
Nam cùm in triangulo A B C æqualia ſemper ſint latera A B & B C, illud quidem ex hypotheſi, hoc verò per circuli definitionem; ſitq́ ex eadem hypotheſi angulus A B C ſemper æqualis, erit & baſis A C, & qui ad baſin eſt angulus A C B perpetuò æqualis. Quare A B æqualis ſemper ſpectabitur per 10. huius libri propoſitionem; quod primò erat demonſtrandum.



Altero modo poteſt obliqua ad ſubiectum planum linea per circuli ambitum ita D
duci, vt eius inclinatio ad eamdem ſemper partem ſpectet, vt ſi nunc in B ſit notata A B, nunc in E parte oppoſita ſignata D E, nunc in H aut I partibus medijs inſcripta K H aut L I. Quo caſu contingit magnitudinem ipſam ſibi ſingulis in locis conſtitutam parallelam quidem eſſe; at non eumdem habere obuerſionis ſitum, oculi in centro C quieſcentis comparatione; quare in hac conſtitutione contingit propoſitam magnitudinem non quouis loco æqualem videri; E
ſed interdum æqualem, aliàs inæqualem.



Æqualis quidem apparebit, ſi eo loci ſiſtatur, vbi cum ſemidiametro rectos angulos facit, nimirum in H & I. Hic enim quoniam triangula K H C & L I C duo latera K H & H C duobus lateribus L I & I C æqualia habent, vtrumque vtrique, habent verò & angulos K H C & L I C æquis lateribus contentos æquales; & baſin K C baſi L C, reliquoſque ad baſin angulos æquales habebunt F
per 4. primi Euclidis. Æquales igitur ſunt K C H & L C L anguli, ſub quibus propoſita magnitudo in K H & L I conſtituta ſpectatur: his ergo locis propoſita magnitudo æqualis apparet per propoſ. 10. huius libri; quod ſecundò erat demonſtrandum.

Quòd autem quandoque maior, alias minor appareat, ſic demonſtrabitur: A puncto C ducatur C F propoſitæ magnitudini A B parallela per 31. primi Euclidis, eidemq́; fiat æqualis per 2. primi Euclidis: à ſummitate verò lineæ C F, hoc eſt ab F ad ſubiectum planum, perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclidis, ac per G ducta ſemidiametrus producatur ad circumferentiam, cadatque in aliquod eius punctum

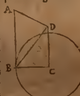
A ctum quodcumque (aut si libet, detur furtuitò in B incidere) dico ad hoc punctum constitutam magnitudinē A B minurem apparere· ad oppositum verò, puta E, maiorem. Quoniam enim A B, F C, & D E positæ sunt æquales inter se & parallelæ, erunt & quæ illas connectunt inter se æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, id est A F ipsi B C, & F O ipsi C E: at æquales inter se sunt B C & C E per circuli definitionem: ergo & A F ipsi F D æqualis erit per communem notionem. Rursus cum parallelæ sint A D & B E, sitque F G ipsi B E ad rectos angulos ducta, erit & eadem F G ipsi quoque A D perpendicularis, rectosque cum ea angulos efficiens per 29. primi Euclidis. In triangulis ergo A F G & O F G latus A F lateri F O osteosum est æquale· latus vero F G vtrique est commune, angulusque A F G angulo D F G ostensus æqualis, vtpote rectus vterque. est igitur B & basis A G basi O G, & angulus A G F angulo O G F æqualis per 4 primi Euclidis. Si autem angulus A G F a recto angulo B G F, & angulus D G F ab angulo E G F etiam recto atque angulo B G F æquali detrahatur, relinquentur per communem notionem anguli A G B & D G E inter se æquales: at angulus D C E per 16. primi Euclidis, maior est angulo D G E, ergo & angulo A G B maior erit per idem axioma: sed angulus A C B per eamdem 16. primi Euclidis, minor est angulo A G B: igitur angulus O C E multo quàm angulus A C B est maior, ac proinde maior apparet O E quam A B per 10. huius libri propositionem; quod tertiò propositum erat demunstrare.

C

III.

Si à circuli centro sublimis erigatur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus: nihilominùs circumacta magnitudo æqualis semper apparebit; si quidem & magnitudo, & ea in qua oculus, ad rectos ambæ persistant angulos.

TERTIVM hunc modum Idem Euclides Opticorum suorum theoremate 42. insinuat, potestq́, in hunc modum demonstrari: Esto proposita magnitudo A B subiecto plano rectis insistens angulis: ex C verò subiecti D plani quocumque signo ad rectos quoque angulos excitetur C D per 12. vndecimi Euclidis, in qua oculus sistatur ad punctum D: dico magnitudinem A B circa punctum C pari interuallo nempe B C actam æqualē semper apparere. Nam cum ambæ A B & C D subiecto plano sint perpendiculares, erunt & ipsæ per 6. vndecimi Euclidis parallelæ. Ducta ergo B D, erit per 4. primi Euclidis eadem B D semper æqualis, quoniā videlicet C D inuariata perseuerat, B C verò semper æqualis est per circuli definitionem: sed & angulus B C D perpetuò æqualis, nempe rectus: quare & basis B O, & angulus C B O qui ad basin est, æquales semper erunt. Detracto igitur hoc



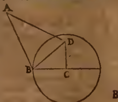
E angulo C B O ab angulo A B C recto, relinquetur per communem notionem angulus A B O semper æqualis: at quæ circa ipsum sunt latera A B & D B, æqualia semper sunt, O B quidem per iam factam demonstrationem, A B verò ex hypothesi. Igitur per eamdem 4. primi Euclidis, & basis A D, & qui ipsi adiacent anguli æquales semper erunt: cùm verò illorum altero A O B proposita magnitudo A B conspiciatur, æqualis ea semper apparebit per 10. propositionem huius libri, quod erat demonstrandum.

IV.

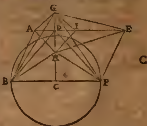
Si verò ea quidem, in qua oculus, recta ad planum fuerit; magni- F *tudo autem visibilis obliqua: hæc si circumlatione obuersionis situm non mutet, æqualis semper; at si mutet, inæqualis interdum spectabitur.*

QVEMADMODVM in secundo superiore modo, ita in præsenti notandum est, lineam subiecto plano obliquam posse duplici ratione per circuli peripheriam circumagi; vno quo idem semper obuersionis situs teneatur, altero quo respectus ad visum mutatur, vt ibidem planius est explicatum.

Priori ratione circumlatam magnitudinem æqualem ſemper apparere ex tertij modi A
demonſtratione probari poteſt. Sit enim obliqua magnitu-
do A B, cetera verò eadem quæ ſuprà: cùm oſtẽſum ſit B D re-
ctum oculi radium, itemq́; angulum C B D æquales ſemper
manere, ſupponaturq́ue idem ſemper eſſe angulus A B C, de-
tracto ab A B C, angulo C B D, relioquetur A B D angulus per-
petuò æqualis, per vulgatum axioma: at circum æqualem
angulum A B D, æqualia ſemper conſiſtunt latera A B & B D,
illud quidem ex hypotheſi, hoc verò ex ſuperiore demon-
ſtratione. Igitur per 4. primi Euclidis & baſis A D, & qui B
iuxta eam eſt angulus A D B æqualis ſemper manet. Quare
per 10. propoſ. huius libri magnitudo A F in circulum acta à viſu D æqualis ſemper ſpe-
ctatur; quod primò erat probandum.



Poſteriori verò ratione circumactam magnitudinem inæqualem interdum ſpectari
ſic demonſtratur: Sit ea quidem in qua oculus C G
ad ſubiectum planum recta, è cuius ſigno quopiam
obliquam magnitudinẽ oculus contempletur nunc
in A B, nunc in E F tranſmutatam: ſint verò, vt in ſe-
cundo modo ſuperiùs eſt explicatum, A B & E F pa-
lelæ, anguluſque A B C acutus, E F C verò obtuſus, C
iunganturq́ue puncta A & E per rectam A E, quæ
cùm æquales & parallelas A B & E F connectat, erit
per 33. primi Euclidis, & ipſa lineæ B F æqualis &
parallela. quare C G erit ipſi quoque A E perpendi-
cularis per 29. primi Euclidis.



Dico igitur primò, ſi oculus in D conſtituatur
communi ſectione linearum A E & C G, æquales A B & E F apparere. Cùm enim in trian-
gulis D C B & D C F æquales ſint ex hypotheſi B C & C F, vtrique verò communis ſit
C D, anguluſque D C B angulo D C F æquis lateribus contento æqualis, erit per 4. primi
Euclidis, & baſis D B baſi D F, & angulus C D B angulo C D F ad baſim æqualis. Detracto D
igitur angulo C D B à C D A recto, & C D F ab C D E item recto, reliqui A D B & E D F
æquales erunt per communem notionem. his ergo ſpectatæ magnitudines A B & E F
per 10. huius libri propoſ. æquales apparebunt.

Deinde dico, ſi oculus ſupra D attollatur, vt in G, minorem ſpectari A B quàm E F.
Nam in triangulis A D B & E D F duo latera A B & D B æqualia ſunt duobus lateribus
E F & D F vtrumque vtrique, hoc eſt A B ipſi E F ex hypotheſi, & D B ipſi D F per 4. pri-
mi Euclidis. Eſt verò angulus A B D angulo E F D æquis lateribus contento minor, quia
nimirum ab inæqualibus A B C & E F C æquales deducti ſunt D B C & D F C: reſidui igitur
A B D & E F D inæquales ſunt; ac minor quidem A B D, quippe qui à mioore relinquitur;
E F D verò maior, vt qui à maiore reſiduus eſt. quare per 24. primi Euclidis & baſis A D E
baſi D B minor erit. Reſecta igitur per tertiam primi Euclidis, D I ipſi D A æquali, iun-
ctiſq́; G & I, erit per 4. primi Euclidis G I ipſi G A, & angulus D G I angulo D G A æqualis;
quoniam æqualis eſt G I ipſi G A, & D G cõmunis, anguluſque G D I angulo G D A æqua-
lis, vtpote rectus vterque: at maior eſt angulus D G E quàm D G I, nempe totus ſua parte:
ergo maior quoque eſt idem D G E, quàm D G A angulus; à quibus ſi æquales detrahan-
tur C G F & C G B, relinquetur B G A quàm F G E minor. quocirca per 10. huius libri pro-
poſ. minor A B quàm E F ſpectabitur; quod erat probandum.

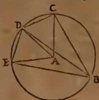
Demum ſi viſus infra D ſiſtatur, vt in H: dico maiorem A B quàm E F videri. Nam
cùm per 4. primi Euclidis æquales ſint B H & F H, H D verò communis, & baſis B D baſi
F D æqualis, erunt per 8 primi Euclidis B H D & F H D anguli inter ſe æquales: ductaq́; F
H I, cùm iam antè poſita ſit D I ipſi D A æqualis, erit per 4. primi Euclidis, & H I ipſi H A,
& angulus D H I angulo D H A æqualis. Quare maior erit D H E angulus totus ſua parte
D H I: ac proinde & idem D H E maior erit quàm D H A. Hi verò inæquales D H E &
D H A ſi ab æqualibus iam oſtenſis B H D & F H D detrahantur, relinquetur per com-
munẽ notionem B H A quàm F H E maior: ille ſiquidem ex minoris, hic verò ex maio-
ris detractione relinquitur. quocircà per 10. huius libri propoſit. maior videtur A B
quàm E F; quod demonſtrandum erat.

A

V.

Visu in circuli centro vel peripheria constituto, si visile ita mutetur, vt vtroque extremo circuli perimetrum tangat, æquale illud semper spectabitur.

B ET hunc modum Euclides habet Opticorum theoremate 45. sic autem potest demonstrari: Visus in A circuli centro, aut in B puncto quocumque perimetri firmus consistat, obiectumq; nunc in C D, nunc in D E translatum, vtraque extremitate circuli peripheriam attingat: dico fore, vt æquale illud semper appareat. Cùm enim æquales ponantur C D & D E rectæ lineæ, erunt & peripheriæ ab his ablatæ, seu arcus illis respondentes, per 28. tertij Euclidis æquales: ac proinde & anguli qui his insistunt, siue qui ad centrum C A D & D A E, siue qui ad circumferentiam C B D & D B E, per 27. tertij Euclidis æquales inter se erunt. Quapropter per 10. proposit. huius libri visibile in hunc modum per circuli ambitum transmutatum
C æquale semper videbitur; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA.

Loca inuenire, quibus mutatum visile, oculo consistente immobili, æquale semper appareat.

HOC problema ex proximo theoremate facilem habet expeditionem, at non vnius est modi. Primò itaque si visile à subiecto plano in quo est oculus, sublime erectum sit, visu ceu cẽtro, interuallo autem puncto illo
D cui visile insistit circulus describatur: dico in huius circuli peripheria loca existere, in quibus visile æquale semper apparet, iuxta primum & secundum modum superiùs recensitum.

Secundò, si visus in plano non sit cui visile insistit, à visu in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi libri Euclidis; à puncto verò in quod ea cadit, interuallo autem puncto cui visile insistit, circulus describatur. per hunc enim actum visile, vt in tertio & quarto modo superiùs explicato, æquale semper spectatur.

Tertiò, si in eodem plano cum oculi centro visile existat, circulus describatur, cuius centrum idem sit cum centro visus, vel cuius peripheria ex quocumque centro descripta per visum ducatur: dico in huius quoque circuli perimetro loca reperiri, in quibus
E visile sic transmutatum, vt vtraque extremitate circumferentiam tangat, æquale semper videri, vt quintus modus edocet.

Horum demonstrationes, quoniam ex superioribus modis nullo negotio elici possunt, vt breuitati ac labori consultum sit, Lectori colligendas relinquimus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

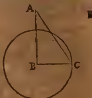
Nil vetat quin & mutato aspectu, visile immotum æquale semper appareat.

F ISTA est propositionis vigesimæ quintæ conuersio, quam Euclides in Opticis totidem exemplis explicauit, quot superiorem illam quam diximus propositionem. Et verò nemini dubium esse potest, quin eadem sit visus ac visilis, si vicissim commutentur, ratio: quocircà si permutato situ visus in locum visilis succedat, eamdem apparentiam obiecti existere necesse est translato visu, quæ priùs visu immoto circa transmutatum obiectum ostendebatur. Igitur totidem modis è conuerso æquale semper spectatur immotum obiectum à visu moto, quot obiectum motum ab immoto visu. Vnde Euclides Opticorum 45. primum huius propositionis casum ita proponit:

I.

Si viſile ad ſubiectum planum rectum fuerit, muteturq́; oculus in circumferentiam circuli, ex ſigno cui viſile inſiſtit, deſcripti, æquale illud ſemper apparebit.

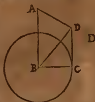
ESTO inquam ſpectata magnitudo A B ſublimis, & ad rectos angulos ſubiecto inſiſtens plano ad ſignum B; oculus verò ſit C: & centro quidem B, interuallo autem B C circulus decircinetur: dico fore, vt oculo per huius circuli ambitum mutato, viſile ſemper æquale ſpectetur. Ducta enim A C, erunt in triangulo A B C latera quidem A B & B C ſemper eadem, anguluſque A B C perpetuò rectus; ergo per 4. primi Euclidis & baſis A C eadem ſemper erit, & anguli reliqui ſemper iidem. Quare per 10. huius libri propoſitionem magnitudo A B angulo A C B ſpectata æqualis ſemper apparebit; quod erat demonſtrandum. B



II. C

Oculus à plano ſublimis eſto, moueaturq́; in circumferentiam circuli ſubiecto plano paralleli, nihilominus æqualis ſemper, licet immota, magnitudo apparebit.

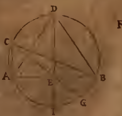
SIT, vt priùs, ſpectata magnitudo A B ſubiecto plano rectis inſiſtens angulis, viſus autem D ſublimis: dico magnitudinem A B viſu per circulum ſubiecto plano parallelum tranſmutato æqualem ſemper apparere. A viſu namque D ad A & B propoſitæ magnitudinis extremitates radij procidant D A & D B: itemque ex D per vndecimam vndecimi Element. Euclidis in ſubiectum planum perpendicularis demittatur D C, quæ per 6. vndecimi Euclidis ipſi A B parallela erit. D Quare & angulus A B D angulo B D C æqualis erit per 29. primi Euclidis. At angulus B D C ſemper eſt æqualis per 4. primi Euclidis, quia videlicet B C & C D inuariatæ perſeuerant, & angulus B C D perpetuò rectus eſt. Igitur & angulus B D C, & baſis B D ſemper eadem eſt. Cùm ergo angulus A B D, & quæ circa eum ſunt latera A B & B D eadem ſemper ſint, erit per 4. primi Euclidis non tantum baſis A D ſemper eadem, ſed & angulus A D B, ſub quo propoſita magnitudo ſpectatur, ſemper idem. Quare per 10. propoſit. huius libri æqualis ipſa A B perpetuò videbitur; quod B erat demonſtrandum.



III.

Si ſpectatam magnitudinem circulus complectatur, ea, oculo per circuli ſegmentum circumducto, æqualis ſemper ſpectabitur.

HOC theorema Euclides Opticorum theoremate 46. in hunc modum demonſtrat: Eſto id quod ſpectatur A B, viſus autem ſit C, à quo procidant radij C A & C B qui cum ſpectata magnitudine trigonum perficiant; F circa C A B verò per 5. quarti Euclidis circulus deſcribatur: dico oculo per huius circuli ambitum permutato id quod ſpectatur A B æquale ſemper apparere: transferatur enim oculus ab C in D, procidantque hinc iam radij D A & D B. Igitur per 21. tertij Euclidis æqualis eſt angulus A D B angulo A C B, quòd ambo in eodem ſint circuli ſegmento: quæ verò ſpectantur ſub æqualibus angulis, per 10. huius æqualia apparent. Æqualis igitur A B ſemper conſpicitur, oculo



per

A per hoc circuli segmentum transmutato: at eadem est ratio demonstrandi in segmento A F B: igitur perspicuum relinquitur id quod erat propositum.

In hoc casu & alia interuenit aspectus fallacia, mira sane, & præter vulgi opinionem constituta: quòd nimirum idem obiectum e remotiori loco distinctius quam è propinquiori videri possit, tametsi vterque locus intra iusti interualli metas sit assumptus: eam tantum ob causam, quia diuersus est in vtroque aspectu oculi situs. Vt, si A B directè quidem ex O, ex C verò obliquè conspiciatur; quamuis D sit remotius ab obiecto A B quam C, videbitur tamen A B ex D, quàm ex C distinctius perfectiusque: nam ducta O F, quæ ipsam A B secet bifariam & ad normam in E: quoniam peripheriæ A F & F B

B æquales inter se sunt, erunt & qui his insistunt ad D anguli inter se æquales per 33. sexti Euclidis: quare ipsius A B medietates A E & E B æquali perfectione videntur. Ducta autem C G per E ad angulos obliquos, quoniam maior est arcus A G arcu G B, erit & angulus A C G angulo G C B maior per eamdem 33. sexti Euclidis. Itaque A B ex C propter situs obliquitatem imperfectiùs videri contingit, quàm ex O loco remotiori. Oportet autem, vti dictum est, vtrumque locum C & D intra iustæ distantiæ terminos contineri. nam si O æquo remotius sit, haud dubie minùs accuratè cernetur A B ex O quàm ex C, quamuis directiùs; vti contrà si C sit propinquius quàm par est, videbitur A B ex C imperfectiùs, non modò propter aspectus obliquitatem, verumetiam ob nimiam propinquitatem.

C PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

Loca definire, quibus oculo moto obiectum immotum æquale semper spectetur.



HOC problema eadem ratione perficitur, qua illud quod propositione 26. est explicatum, à quo etiam istud nihil differt, nisi motus & quietis vicissitudine, cùm hic visus, illic visile moueatur, illic visus, hic visile quiescat. Quare si visus in eodem sit plano cui id quod spectatur insistit, circum obiectum circulus describatur, in eoque loca erunt quæ postulantur.

D Nam si visus per huius circuli circumferentiam permutetur, visile æquale semper apparebit, vt iam propositione superiore ostensum est exemplo primo.

Si autem visus sublimis sit, ab eo in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi Euclidis, & per punctum incidentiæ, ex loco cui visile insistit, ceu centro circulus describatur, factumque erit propositum. Nam si per huius circuli ambitum perpendicularis ab oculo demissa ita circumducatur, vt à perpendiculo numquam discedat, ipse etiam oculus in orbem mouebitur, motuque circulum imaginabilem velut sui vestigium relinquet subiecto circulo parallelum. Quæcumque enim rectæ lineæ per vtriusque circuli centrum ductæ easdem perpendiculares ab oculo dependentes connectunt, & ipsæ parallelæ sunt inter sese per 33. primi Euclidis, quòd ipsæ perpendiculares æquales sint inter sese & parallelæ. Quare per 8. definitionem vndecimi

E Euclidis circuli ipsi paralleli sunt. Itaque in illo, quem oculi motus describit, loca existunt è quibus visile quiescens æquale semper spectatur ab oculo translato; cuius rei demonstratio ex propos. superiore petenda est, vbi id exemplo secundo est explicatum.

Rursus, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, cuius perimetrus per visum, duoque extrema eius quod spectatur incidat, in illo loca reperientur, vnde visile quiescens æquale semper apparet, vt ex tertio exemplo superioris propositionis palam est.

PROPOSITIO XXIX. PROBLEMA.

F *Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto, quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur.*



SIT primùm recta illa linea, in quam visus permutatur, propositæ magnitudini A B parallela, literisque signata C D. diuidatur A B in E bifariam per 10. primi Euclidis, excitetur que ex E ipsi A B perpendicularis E F per 11. primi Euclidis, quæ ipsam C D secet in F; hæc eidem C D ad rectos angulos erit per 29. primi Euclidis: dico ergo ex puncto F maximam spectari magnitudinem A B, è duobus verò punctis æque ab F hinc inde disiunctis æqualem

æqualem : at è punctis inæqualiter ab F di- A
stantibus inæqualem.

Quod sic ostēditur: Ductis A F & B F cir-
cum A F B circuli segmentū describatur per
5. quarti Euclidis, quod capiat angulū A F B.
quoniam igitur dimetiens est E F, & ad re-
ctos angulos ipsi C D, fit per 16. tertij Eu-
clidis, vt F C & F D extra circulum cadant.
Quare sumpto quocumque signo in linea
C D, præter F, vtputa C, rectæ ducantur C A B
& C B; quoniam altera harum C B circulum
secat, à sectionis loco G recta ducatur G A. Erit ergo angulus A G B angulo A C B maior
per 16. primi Euclidis: at angulus A G B æqualis est angulo A F B per 21. tertij Euclidis:
igitur angulus A C B angulo A F B minor est. Itaque ex C quam ex F magnitudo A B
minor spectatur per 10. huius libri propositionem. cumque eadem demonstrandi ratio
in omnibus punctis lineæ C D, præter F, locum habeat, probatum relinquitur magni-
tudinem A B è loco F omnium maximam apparere; quod primò ostendisse oportuit.

Assumpta verò F D ipsi F C æquali, ductisque D A & D B ostendendum sit angulos
A D B & A C B æquales esse. In trigonis A F E & B F E æqualia sunt latera A E & E B, latusq;
E F vtrique commune, angulusque A E F angulo B E F æqualis; vtpote rectus vterque ex C
constructione; erit ergo per 4. primi Euclidis, & basis A F basi B F, & angulus A F E angulo
B F E æqualis. Si itaque angulo D F E recto addatur A F E, & angulus B F E recto detur
C F E; erunt compositi anguli D F A & C F B per communem notionem inter se æquales.
At circum hos æquales angulos latera D F & F A lateribus C F & F B æqualia sunt,
vtrumque vtrique, hoc est D F ipsi C F ex constructione, F A verò ipsi F B ex demon-
stratione. Ergo per 4. primi Euclidis angulus F D A angulo F C B æqualis erit. Rur-
sus si ab æqualibus iam ostensis angulis D F A & C F B idem communis angulus A F B
auferatur, reliqui D F B & C F A æquales erunt, qui cum æquis lateribus comprehendan-
tur, nempe F D ipsi F C ex constructione, F B verò ipsi F A ex demōstratione: erit per eam-
dem 4. primi Euclidis, basis D B basi C A, & angulus F D B angulo F C A æqualis: a qui- D
bus si detrahantur anguli F D A & F C B iam ostensi æquales, reliqui A D B & B C A sub
quibus magnitudo A B immota spectatur, æquales inter se erunt: quare per 10. propos.
huius libri duobus hisce locis C & D magnitudo A B æqualis conspicitur; quod secundo
loco demonstrandum fuit.

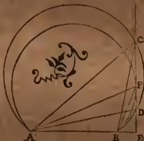
Demum quòd è signo H inter F & D assumpto minor quidem magnitudo A B appa-
reat, quàm è signo F; maior autem, quam ex D, per septimum lemma huius libri de-
monstrari potest. Quoniam enim æquales iam ostensæ sunt A F & B F, quæcumque aliæ
super eadem basi A B ad lineam C D cōstituentur, per 7. primi Euclidis inęquales erunt,
maiorque semper illa quæ ex A ad F D, aut ex B ad F C longius ab F producitur. Nam
cùm maior sit angulus A F H quàm A H F, erit per 19. primi Euclidis A H maior quàm E
A F; item quia angulus A H D quàm A D H est maior, erit per eamdem 19. primi Eucli-
dis A D quàm A H maior: itaque deinceps quo longius ab F recesseris, eò longiores sem-
per erunt, quæ ex A aut B decussatim educentur. Quare per 7. lemma huius libri mi-
nor est angulus A H B quàm A F B, & A H B maior quàm A D B, ac sic deinceps remotior
semper minor. Itaque quiescens magnitudo A B, ex loco H maior quàm ex D; minor
autem quàm ex F conspicitur per 10. propos. huius libri, quod erat demonstrandum.

Esto deinde linea C D, in quam visus permutatur, magnitudini spectabili A B obliqua,
ac minimè parallela; ambæq;
A B & C D, si producātur, con-
currant in E. His positis, inter F
A E & B E media proportio-
nalis inuestigetur per 13. sexti
Euclidis, quæ per 3. primi Eu-
clidis abs C E rescindatur, sitq;
E F, ita vt sit quemadmodum
A E ad E F, ita eadem E F ad
E B. Quare per 17. sexti, quod
sub A E & E B comprehenditur, rectangulum æquale est ei, quod ab E F describitur,
quadrato.

A quadrato. Iunctis igitur A F & B F, si per 5. quarti Euclidis circa trigonum A F B circulus
describatur, hunc E F tanget in F per 37. tertij Euclidis, eritque ang[u]lus A F B maximus
omnium illorum, qui a basi A B ad obliquam lineam C E excitari possunt. Sumpto enim
in linea C E quocumque alio puncto exempli causa D, iunctisq; A D & B D, harum altera
nempe A D circulu[m] A F B secabit, quia nimirum tota C E, solo F puncto excepto, extra
circulum A F B cadit per 16. tertij Euclidis: secet igitur A D circulum A F B in G, & a G ad
B recta ducatur G B; erit er[g]o angulus A G B angulo A F B æqualis per 21. tertij Euclidi[s]:
atqui angu[lus] A D B per 16 primi Euclidis minor est angulo A G B: ergo & angulo A F B
minor erit. Idemque in ceteris punctis ab F versus C aut E assumptis ostendi potest: imò
B verò tanto minorem semper angulum fore palàm est, quantò punctum longius ab F
disiunctum fuerit, sic vt in E, cum ambæ simul A E & [B] E coinciderint, nullus angulus
sit futurus. Est igitur A F B maximus angulus omnium illorum, qui super base A B ad
obliquam lineam C E excitari possunt. Quocircà per 10. propos. huius libri ex loco F
magnitudo A B maxima spectabitur.

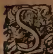
Nunc verò si quodcumque punctum in linea C E acceptum sit, verbi gratia D, &
circa perfectum triangulum A D B circulus describatur per 5. quarti Euclidis secans li-
neá C E etia[m] in C, iunganturq; C A & C B, erit per 21. tertij Euclidis angulus A C B angulo
A O B æqualis; quare per 10. huius lib. prop. duobus hisce locis O & C proposita magnitu-
do æqualis spectatur. Patet igitur in linea propositæ magnitudini obliqua idem euenire,
C quod in parallela ante ostésum fuit, nempe vt translato per illam aspectu, quiescens ma-
gnitudo quádoque æqualis, quandoque inæqualis spectetur; quod erat demóstrandum.

Denique si linea illa per quam visus defertur, illi quæ spectanda proponitur perpen-
dicularis sit, exempli gratia, E C ipsi A B produ-
ctæ, si opus sit, in E: accipiatur E F per 13. sexti
Euclidis inter A E & E B proportione media.
Igitur si per A B F circulus describatur per 5.
quarti Euclidis, hunc tanget E C in F per 37. ter-
tij Euclidis, quia nimirum per 17. sexti Eucli-
dis, quod ex E F existit quadratum, æquale est ei
D quod ex A E B fit rectangulo. Quocircà præter
punctum F tota linea E C extra circulum A B F
cadet. Atque idcircò eodem quo priùs modo
ostendemus oculo in F constituto magnitudi-
nem A B maximam apparere, ac eò semper mi-
norem quò longiùs à puncto F oculus dimoue-
tur. duobus autem tantummodo locis videri
æqualem, nempe in D & C, vbi scilicet circulus per A, B, & O a[c]tu[s], lineam E C interse-
cat. Ex quibus propositum problema expeditum demonstratumque relinquitur, quod
fecisse oportuit.

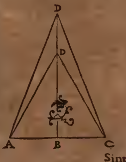


E PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

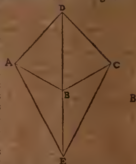
Poßibile est, æquales magnitudines visu translato
æquales nihilominùs apparere.



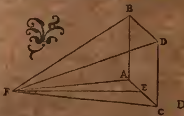
SINT primùm æquales magnitudines in
vnam rectam lineam compositæ, vt A B &
B C; à coniunctionis autem puncto B, quod
totius lineæ A C medium est, perpendicu-
laris ipsi A C excitetur per 11. primi Eucli-
F dis: dico per hanc lineam si O oculus incedat, magni-
tudines A B & B C æquales semper apparere. Cùm enim
in triangulis A B O & C B D latus A B lateri C B æquale sit
positum, sitq; B O vtrique commune, & angulus A B D
angulo C B O æqualis, nempe rectus vterque ex con-
structione, erit per 4. primi Euclidis angulus A D B an-
gulo C O B semper æqualis. Quare per 10. huius libri
propolit. æquales semper magnitudines A B & B C ap-
parebunt.



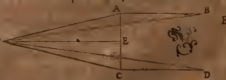
Sint deinde eædem magnitudines non in rectam lineam extensæ, sed in angulum A
coniunctæ A B C, diuidaturque is per 9. primi Euclidis bifariàm per rectam B D, in quam si oculus permutetur, æquales nihilominus A B & B C apparebunt. Cum enim vt prius æquales sint ex hypothesi A B & B C in triangulis A B D & C B D, sitq; latus B D commune vtrique, & angulus A B D angulo C B D ex constructione æqualis; erit per 4 primi Euclidis, & angulus A D B, angulo C D B semper æqualis. Quare per 10. propos. huius libri propositæ æquales magnitudines, visu per B D incedente, æquales B
semper videntur. Quòd si D B protrahatur, & in ea visus cõstituatur ad E aut aliud quodcumque signum, nihilominùs æquales conspicientur magnitudines A B & B C. Nam cùm duo anguli D B A & A B E; item D B C & C B E per 13. primi Euclidis duobus rectis sint pares, resectis æqualibus D B A & D B C; relinquentur anguli A B E & C B E æquales: at circum hos angulos latera A B & B E lateribus C B & B E æqualia sunt, ergo per 4. primi Euclidis angulus A E B angulo C E B est æqualis. Quare & spectatæ magnitudines A B & B C per 10. propos. huius libri æquales ex his etiam locis apparent.



Sunto prætereà æquales magnitudines A B & C D a subiecto quopiam plano in subli- C
me perpendiculi fide erectæ: iungantur A C & B D, ipsa autem A C bifariàm diuidatur in E per 10. primi Euclidis, atque à signo diuisionis E perpendicularis ipsi in subiecto plano ducatur E F per 11. primi Euclidis: dico in E F loca existere, è quibus spectatæ magnitudines A B & C D æquales semper apparent. Nam eductis radiis à visu ad extrema propositarum magnitudinum, patet per 4. primi Euclidis in triãgulis A E F & C E F æqualia esse inter se latera A F & C F, quòd reliqua D
reliquis lateribus æqualia sint vtrumque vtrique, & angulus A E F angulo C E F æqualis, vtpote rectus: in triangulis verò B A F & D C F non tantum A F ipsi C F, sed etiam A B ipsi C D ex hypothesi æqualis est, & angulus B A F angulo D C F æqualis, vt pote rectus vterque: ergo per eamdem 4 primi Euclidis & angulus A F B, angulo C F D æqualis est. Quare per 10. huius libri proposit. æquales apparent A B & C D ex quouis loco in linea E F designato.



Rursus sint propositæ magnitudines A B & C D, eodem in plano cum centro visus F ita dispositæ, vt quæ illarum connectit extrema A C, rectos E
cum vtraque angulos faciat. Diuisa igitur A C bifariàm per 10. primi Euclidis, atque à signo partitionis E excitata perpẽdiculari E F per 11. primi Euclidis, erunt in E F loca, e quibus A B & C D æquales appareant. Sit enim verbi gratia aspectus in F, vnde emissitij radij in A & C, item in B & D de[...]neantur, erunt vt priùs F A & F C æquales per 4 primi Euclidis, sed & anguli F A E & F C E per eamdem æquales sunt. Hi igitur si æqualibus rectis E A B & E C D addantur, fiet per communẽ notionem & angulus F A B angulo F C D æqualis: circa quos cum latera c[...]stant æqualia, vtrumque F
vtrique, hoc est F A ipsi F C, vt iam ostẽsum est, & A B ipsi C D ex hypothesi, erunt per eamdem 4. primi Euclidis, anguli A F B & C F D inter se æquales. Quare per 1[...]. huius in E F loca reperiuntur, e quibus æquales magnitudines A B & C D æquales etiã aspectui apparent.



Sint demum propositæ magnitudines A B & C D in idem cum visu planum v[...]umque proiectæ. Si circulus describi possit, in cuius peripheriam vtriusque magnitu[...] extrema ca[...]nt, visu per idem segmentum ipsius circumferentiæ transmuta[...] [...]uales eæ ma[...]nitudines semper apparebunt. Quoniam enim per 28. ter[...] Euclidis inæqu[...]ibus circulis æquales rectę lineę æquales peripherias auferũt, erunt [...]cus A B & C D æqua-

A æquales, ac proinde per 27. tertij Euclidis angulus A F B angulo C F D æqualis erit. Quare per 10. huius libri propositionem ex quouis eius circumferentiæ loco, qui quidem in simili segmento assumptus fuerit, propositæ magnitudines A B & C D æquales conspicientur. Addenda porrò fuit ea cautio, vt visus per vnum idemque segmentum ipsius circumferentiæ transmutetur. Nam recta linea A B duo segmenta distinguit, vnum maius A F D C B, alterum minus: in hoc ergo si oculus constituatur inter A & B B, maior erit angulus quo A B quàm quo C D aspiciet, vt per se patet.

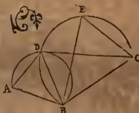


Cùm ostensum iam sit, quot modis, quibusque locis contingat æquales reipsa magnitudines æquales etiam aspectui videri; perspicuum est, extra hæc similiaque loca visu consistente, inæquales videri magnitudines, quæ reuerà æquales sunt: idque fit propter angulorum, quibus comprehenduntur, inæqualitatem, vt sæpè iam citata 10. huius libri propositio demonstrat. Nunc ergo quo pacto contrà inæquales magnitudines oculo
C *æquales aut in postulata proportione appareant, paucis dicendum restat.*

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA.

Est locus, è quo inæquales magnitudines aspectu æquales videntur, quem demonstrare oporteat.

SINT propositæ magnitudines inæquales, minor quidem A B, maior autem B C. super altera illarum puta B C,
D describatur circuli segmentũ quodcumque B E C, in quo constituatur angulus B E C vtfors tulerit. deinde super A B per 33. tertij Euclidis describatur simile segmẽtum priori, hoc est capiens angulum æqualem angulo B E C. Vbi hæc duo segmenta sese intersecant, nempe in D, hic aio locum esse vnde A B & B C, inæquales licet magnitudines, æquales tamen spectantur. Iunctis enim D A, D B, & D C, æqualis est angulus A D B angulo B D C per 10. definitio-
E nem libri tertij Euclidis. Ergo per proposit. 10. huius libri æquales ipsæ magnitudines videntur, licet reipsa inæquales sint.

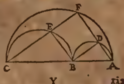


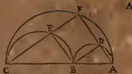
Extra hunc autem locum inæquales apparere ipsas magnitudines ex inæqualitate angulorum, quibus continentur, demonstrari potest: quam probationem, vt per se inuentu facilem, studio prætermittimus, breuitati consulentes.

PROPOSITIO XXXII. PROBLEMA.

Postulantur etiam loca, è quibus inæquales magnitudines in idem composita, æquales vtrique inæqualium appareant.

F
ESTO propositarum inæqualium magnitudinum minor quidem A B, maior autem B C: ambæ verò in vnam rectam lineam compositæ quæ litteris notatur A C. super hac, vti etiam super vnaquaque illarum semicirculi describantur A F C, A D B, & B E C, aut certe similia quæcumque circulorum segmenta per 33. tertij Euclidis. ex A verò recta emittatur A F vtcumque ad extimam peripheriam maio-





tis semicirculi, iungaturque F C. quia ergo A F & F C secant reliqua segmenta, sunto loca sectionum D & E, iunganturque D B & E B. His ita constitutis dico visum per loca D, E, & F transmutatum conspicere A B ipsi B C, vtrique verò sigillatim totam A C æqualem. Cum enim per 10. definitionem tertij Euclidis in similibus circulorum segmentis æquales consistant anguli, erunt A D B & B E C anguli quibus singulæ A B & B C conspiciuntur, tum inter se, tum ipsi A F C, quo tota A C videtur, æquales. Quare per 10. proposit. huius libri loca dantur, e quibus binæ magnitudines reipsa inæquales æquales aspectu videntur; & quæ ex vtraque componitur æqualis, vtrique inæqualium apparet; quod erat demonstrandum. A B

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

Locum assignare, ex quo data magnitudo appareat alterius pars aut multiplex in postulata ratione, qua quidem angulum secare vel augere conceditur.



APPARENTES rerum magnitudines ita se habere, quemadmodum inter se sunt anguli sub quibus conspiciuntur, ex 9. propositione libri tertij perspicuum est. Quare constat ad huius problematis constructionem necessarium esse problema illud, quo angulus expetitur, qui ad datum angulum postulatam habeat proportionem; quod sane perfici non potest, nisi vel additione vel partitione. Praxis verò, licet ex parte cognita sit, partim tamen hucusq; ignoratur, partim etiam omnino impossibilis est. Quod primò quidem ostendi potest in diuisione. C

Si enim dati anguli pars, verbi gratia dimidia, aut tertia, aut alia quæcumque assignanda est, datus angulus bifariam, aut trifariàm, aut alias in partes est diuidendus. Quod quidem hactenus à nemine vniuersè est demonstratum, vti nec illud: datam portionem circularis perimetri in quotuis partes secare, & circulo figuram æquilateram inscribere quotcumque laterum. Sunt enim hæc quæsita hactenus, sed nondum inuenta; vt & inter duas datas rectas lineas duas medias proportionales inuenire, & circuli τὸ ἐμβαδὸν τετραγωνίζειν. Quæ omnia & plura alia eius generis summa hominum ingenia fatigarunt, à quibus tamen nulla ad posteros vtilitas dimanauit, si excipias admirabilem illam Paraboles quadraturam, quam ingeniosissimus Archimedes proposuit, rarum sanè inuentum, & omni commendatione dignum, ac tale omnino quod nisi ab Archimede repertum fuisset, ad hanc vsque diem sub ignorantiæ tenebris sepultum delituisset: ita sanè procul ab hominum sensu atque ingenio constitutum id erat, vt à nullo alio, meo quidem iudicio, quàm ab Archimede attingi posset. D

Deinde si multiplex quicũque angulus dati anguli postuletur, hoc est duplus aut triplus, aut alterius rationis: neq; hic dari vniuerse potent. Nam recti anguli nullus est angulus in dupla proportione; neque triplus eius qui in triangulo est æquilatero. Consultò igitur propositioni ea pars adiuncta est, *qua quidem angulum secare vel augere conceditur.* E

Nunc quo pacto propositum problema solui possit, sic accipe: Quærantur in primis duo anguli quicumque in ea ratione, quæ postulatur: quod sic fiet; Descripto ex centro A circulo vtcumque, si exempli gratia angulus expetitur alterius quintuplus, sumatur in circuli descripti peripheria portio B D fortuitò quidem, at tam exigua, vt quinquies repetita totum circuli ambitum non expleat, sed partem aliquam relinquat nempe B C E, comprehensa sola parte B D E. In parte relicta B C E, signum notetur quocumque loco C, ad quod extendantur B C, D C, & E C. His peractis dico angulum B C E anguli B C D quintuplum esse, & B C D alterius subquintuplum, seu quintam partem. Cùm enim per 27. tertij Euclidis æquales sint anguli qui æqualibus peripherijs insistunt, sane æquales esse oportet eos qui super æqualibus assumptis peripherijs B D, D F, F G, G H, & H E ad punctum C consti- F



A constituuntur. Ergo angulus B C E quinque continens angulos ipsi B C D æquales, ipsius B C D quintuplus erit, & B C D totius B C E subquintuplus.

Sint ergo iam propositæ magnitudines I K & K L (nihil verò interest an æquales ex sint, an inæquales) sitq́; I K spectanda pars quinta magnitudinis K L. super I K per 33. tertij Euclidis describatur segmentum I M K, quod capiat angulū angulo B C D superioris schematis æqualem. ac simili modo super K L segmentum describatur K M L, quod capiat angulū B C E superioris



B figuræ; iunganturque I M, K M, & L M. Quoniam igitur per constructionem angulus I M K angulo B C D est æqualis, & angulus K M L æqualis angulo B C E, angulus autem B C D quinta est pars anguli B C E, vt iam ostensum est: erit & angulus I M K anguli K M L pars quinta. Quare per 10. propos. huius libri in M locus inuentus erit, ex quo data magnitudo I K alterius K L apparet pars in postulata ratione; quod erat præstandum.

Si autem postuletur, vt I K ipsius K L multiplex appateat, verbi gratia quintupla; super C I K segmentum describatur quod capiat angulum B C E per eamdem 33. tertij Euclidis, & super K L segmentum describatur capiens angulum B C D: tunc enim lineis ductis ad M communem segmentorum intersectionem, erunt hi anguli superioribus æquales, vterque vtrique. Ergo hic locus inuentus erit, è quo vicissim data magnitudo I K appa- ret alterius K L multiplex in quintupla ratione, adiuuante eadem 10. prop. huius libri.

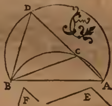
PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA.

Loca inuenire è quibus eadem magnitudo appareat suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione.

D



H oc problema eamdem fermè habet constructionem cum præcedente. Nam inuentis duobus angulis E & F in ea proportione quæ postulatur, modo superiùs tradito, describantur super proposita linea, quæ sit A B, duo circulorum segméta per 33. tertij Euclidis, quorum vnus vnum, alter alterum angulum capiat ex datis. Ducta itaque ab altero extremo propositæ magnitudinis, nempe A, recta linea A D, quæ vtrumque segmentū interfecet, vnum in C, & alte-



E rum in D, vt casus feret. Hęc intersectionum puncta loca esse aio è quibus proposita magnitudo apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione. Cùm enim ex constructione æqualis sit angulus A C B angulo E, erit per 7. quinti Euclidis eadem proportio anguli A C B ad F angulum, quæ est anguli E ad eumdem angulum F: rursus cùm æqualis sit angulus A D B angulo F per constructionē, qualis proportio est anguli E ad angulum F, talis est eiusdem E anguli ad A D B angulum. Ergo permutando, vt est A C B ad E, ita est A D B ad F. Quare per 10. huius libri propositionem in signis C & D loca erunt, ex quibus proposita magnitudo A B apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione; pars quidem ex loco D, ex C verò multiplex; quod erat faciendum.

F

 FALLA-

 A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA SITVM.



TAMETSI naturæ consecutione in corporibus situm figura antecedat, vti intimus corporeæ dimensionis terminus ac circumscriptio eam habitudinem, qua res externas intuentes variè respi- B *ciunt: tamen quia ex situs diuersitate rerum figuræ quoad aspectum mirum in modum immutantur, vt orthogonium triangulum interdum in oxygonium, aliàs in amblygonium, aut scalenum; circulus item in ellipsin; rursus quadratum in rhombum, aut rhomboides schema, atque aliæ in alias; hanc ob rem errores, qui in situs dignotionem obrepunt, præmittendos esse duximus, ne aduersus doctrinæ leges, quæ de figurarum erroribus deinceps proponere constituimus, per ignota porismata demonstrare cogamur.*

C

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Ob immoderatam distantiam contingit obiecti obliquitatem non perpendi.



Ex obliqui situs definitione, quæ habetur ad propositionem 31. libri 3. constat eius, quod obliquè aspectui obijcitur, alterum extremum visui propinquius, alterum verò remotius esse debere. Cùm verò proposit. 3. huius libri ostensum sit maximarum distantiarum discrimina visu non distingui, rectè concluditur obliquum rei situm ex immoderata distan- D tia non internosci.

Sit enim exempli gratia visui A obliquè opposita magnitudo B C, extremo B quàm C propinquior: sit autem distantia A B plus quam mediocris, eiq; æqualis distâtia A D, quę proinde ipsa quoque immoderata erit. Quare per 3. propos. huius lib. excessum D C visus non percipiet. Nam tum primùm immoderata censebitur distantia A D, cùm portio D C, qua A C ipsam A D superat, ita quoad aspectum attenuatur, vt non discernatur, quemadmo- E dum in definitionibus ad primam huius libri propositionem est explicatum. Igitur distantia A C ipsi distantiæ A D æqualis apparebit, & C ab A æquè ac B remotum. Quocircà directè existimabitur opposita linea B C, cuius nimirum extrema pari interuallo ab oculo disiuncta conspiciuntur; quod erat propositum.



CONSECTARIVM.

Quæ à perpẽdiculo desciscunt ex interuallo spectata, seu quà aduersum imminent, seu quà in diuersum propendent, recta iudicatur. F

IN hoc fallaciæ genus ij facilè prolabuntur, qui ex immoderato interuallo turres aut columnas à perpendiculi rectitudine desciscentes intuentur, siue qua parte inclinatum fastigium ad ipsos accedit, siue qua ab ipsis in aduersam partem recumbit. Quæ enim ita spectantur, incertam exhibent inclinationis speciem: propterea quòd perpendiculi linea à supremo fastigio demissa, resque ipsa in eodem sunt cum centro oculi plano. Hoc ergo planum, quoniam, si producatur, in oculum incurrit, necesse est ipsum rectæ lineæ instar apparere per 17. propos. huius libri, omnesque quæ in ipso sunt lineas,

in

A in vnam eamdemque rectam lineam secundum intuitum incidere. Igitur nullum hoc aspectu apparet perpendiculi & inclinationis discrimen.

Quod vt planius intelligas, finge à summo rei inclinatæ cacumine perpendiculum demitti, & per locum incidentiæ centrumque basis rei propendentis rectam lineam ex vtraque parte infinite protendi: huic inquam lineæ si quis spectator insistat, & ex vtrauis eius parte prospexerit, rem minimè inclinatam videbit; sed pari rectitudine cum perpendiculo expensam: radius enim opticus ab oculo ad perpendiculi lineam emissus, ipsam quoque inclinationis lineam pertransit. Quare si eousque oculus absistat, vt lineæ perpendicularis ac propendentis discrimen non internoscat, vtramque vnius instar li-
B neæ rectæ ac nullo pacto inchoatæ intuebitur.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Quæ radiis sublimioribus cernuntur, sublimiora; & humiliora, quæ humilioribus videntur: idem verò, de iis quæ in dextram aut in sinistram vergunt, indicium esto.

De illo aspectu intelligēda est hæc propositio, qui fit speciebus per medium vniforme delatis. Nam is qui per diuersa media traiectas rerū formas, aut
C à solido corpore repercussas excipit, is fractis inclinatisq; fit radiis. Quare illis rebus quæ ita cernuntur, plurimùm vsuuenire solet, vt cùm sublimioribus radiis videntur, humiliora appareant, & è conuerso; aut à dextris esse, cùm radij à sinistris proueniunt: nec id tantum, verumetiam vt quæ à tergo sunt, ex aduerso conspiciantur. Cuius rei hæc profectò est ratio, quòd ea quæ videntur, non in ea cernantur linea, qua formæ visibiles à rebus emittuntur; sed in ea, qua exsolutæ iam à rebus formæ in oculos incurrunt. Hæc ergo si vna est eademque recta linea, in ipsa erit & verus & apparens rei locus; si verò ea non vna sit linea, sed alia qua simulachrum eiaculatur, alia qua suscipitur, non erit quoque idem rei locus verus & apparens; sed pro radiorum diuersitate alius atque alius. Igitur si quis vniuersè accipiendam esse
D propositionem contendat, illos dumtaxat radios intelligat, qui oculis proximi sunt, seu quibus rerum imagines proximè in oculos illabuntur: in his namque quidquid aspicitur, locum apparentem habere necesse est. Sunt enim hi radij proprio loquendi modo optici, ac velut rerum omnium quæ visui offeruntur indices, proprium singularum locum demonstrantes. Et quemadmodum ipsa simulachra solo contactu sentientis organi ad videndum facultatem excitant, ita externo appulsu notionem aliquam loci ingerunt. Nam qua parte organum exstimulant, ex eadem prouenire cognoscuntur: at non aliunde prouenire possunt, quàm à rebus ipsis: igitur primarius sensus in ea recta linea sitas esse ipsas res concludit, per quam earum imagines in organum externi sensus incurrunt. Quocircà quæ sublimioribus cernuntur radiis sublimiora, quæ humiliori-
E bus humiliora, & quorum radij à dextris aut sinistris porriguntur, ea in dextram sinistramve educi videntur.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Rerum in anteriora expositarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram, & quæ sunt à sinistris in dextram educi videntur.



Sit oculus A, cuius dextrum latus B, sinistrum
F C, in anteriorem verò eius partem duæ lineæ exponantur B D & C E: dico illius, quæ à dextris est partem D, si à visu remotior sit quàm F, videri in sinistram educi, hoc est sinistrorsum magis spectari quàm F, & E magis in dextram educi quàm G. Centro namque A circulus describatur vtcumque, atque ab oculo radij procidant A F, A D, A G, & A E, qui circulum secent in R, I, K, & L. Quoniam igitur lateri C sinistro propinquius est punctum I quam K, erit radius A D, qui per I transit, radio A F sinisterior, & radius A E dexterior quam A G, quòd sit K ipsi B propinquius

quàm L. Quæ verò dexterioribus radiis cernuntur, dexteriora videntur, sinisteriora A
autem quæ sinisterioribus, per antecedentem propositionem. Igitur linearum in anteriora exporrectarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram, & quæ sunt à sinistris in dextram educi videntur; quod erat demonstrandum.

Hæc propos. non ita intelligenda est, vt linearum, quæ in anteriora extenduntur, remotiores partes absolutè in contrarium positionis situm abscedere videantur; hoc est, quæ à dextris sunt absolutè in sinistram, & quæ à sinistris simpliciter in dextram; sed propinquiorum partium comparatione: sic nimirum, vt linearum quæ à dextris sunt, remotiores partes sinistrorsum magis spectentur quàm propinquæ; & earum quæ sunt à sinistris partes remotiores propinquioribus dexteriores cernãtur, non autem vt dexte- B
riores aut sinisteriores appareant, quàm sint reuerà. De hoc enim situ agemus in fallacis Loci; vbi ostendemus, si linea aliqua in communē radium incidat, eam eius partem quæ ab illo puncto in quod amborum luminum acies desiguntur, & oculos interiacet, illi quidem oculo cui ea à dextris est, in dextram magis videri quàm sit reipsa; reliquam verò partem magis iusto in sinistram protendi: oculo autem, cui ea à sinistris est, partem quæ est inter concursum axium & aspectum æquo magis in sinistram ferri, reliquam verò plus iusto in dextram obliquari. Ex quo sit vt ea linea vtroque spectata oculo geminata appareat, ambæque phantasiæ sese intersecare videantur in eo signo, in quod axes optici diriguntur: quæ omnia in Loci fallaciis diffusiùs exponemus.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA. C

Eorum quæ directè oculis obijciuntur remotiores partes, quæ à dextris dextrouersum magis; quæ verò à sinistris, propiùs in sinistram accedere videntur.

ESTO oculus A, eique directè obuersa linea B C, cuius pars D anterior sit, erit proinde oculi latus dextrum E, F verò sinistrum, & propositæ lineæ pars D C à dextris D
erit, pars autem D B à sinistris: dico igitur C quàm G dextrouersum magis educi, si nimirū C longiùs à visu absit quàm G; ac eodem modo B quàm H magis in sinistram vergere. Centro namque A circulus vtcumque decircinetur, radiique ex oculo ad C, G, H, & B prosiliant, qui circulum secent. Quoniam itaque radius A C dexterior est radio A G, & A B radius ipso A H sinisterior, consequens est per 36. propos. huius libri, vt C quàm E
G in dextram magis; B verò quàm H magis in sinistram produci videatur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Planorum sub oculo iacentium remotiores à visu partes in altum efferri videntur.

VISVS A altiori constitutus sit loco quàm planum, in quo spectantur signa B, C, D, & E: sitque E F
causa exempli à visu remotius quàm D, & D quàm C remotius; B autem proximum: dico E altiori loco aspectari quàm D, & D quàm C, B autem infimo, vtpote visui proximū. Ducta enim AF pari libra cum horizonte, quæ medium prospectum inter elatum ac depressum definiat, vt proprosit. 29. libri tertij

docui-

A docuimus. Huic quò viciniores erunt radij qui in subiectum planum procidunt, eò ipsi quidem erunt altiores, vtputa A E altior quàm A D, quòd ipsi A F propinquior sit; & A D altior ipso A C eamdem ob caussam; A B verò infimus, vtpote ab A F remotissimus. Igitur per 36. propos. huius libri elatior apparet C quàm B, & D quàm C, & E quàm D, sicq; deinceps, quò remotiores sumuntur à visu partes, eò semper altiùs efferri videntur.

Deinde si ex C recta secundùm perpendiculum excitetur C G per 11. primi Euclidis, hanc radij A E & A D secabunt in signis H & I: sed H altius est quàm I, & I altius quàm C: ergo altior apparet pars D quàm C, & E quàm D. siquidem eodem spectantur radio D & I, item E & H. Itaque quemadmodum H altiùs quàm I, sic E quàm D altiùs attolli B videtur, & D altiori loco quàm C, vt I quàm C altiori conspicitur; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Templorum pauimenta ingredientibus fastigiata videntur.

Id profectò manifestè patet ex theoremate iam demonstrato. Hinc verò colligas licet, non rectè præcipere Architectos quosdam, qui templorum pauimenta ab ingressu ad aram supra libellam attolli moderato quodam fastigio iubent, ea adducti ratione, quòd qui sacrificant, si editiori sint loco, maiorem præ se ferant maiestatem, & augu-C stius sit per ascensum, quàm per descensum ad sacrificia accedere. At enim cùm per se assurgere templorum pauimenta videantur, non est cur ampliùs attolli ea debeant, præsertim cùm phantasia hæc, quam diximus, licet ex aspectus natura pendeat, non tamen parum offensura esset oculos, ni longa iam consuetudine in vsum transiisset. Deinde si pauimenta supra libellam euehantur, necesse erit columnas, quæ in altiore regione constituuntur, breuiores fieri, vt scilicet eis capitula ad libellæ æqualitatem incumbant, quod etiam ingredientium aspectui non mediocriter officiet: siquidem remotiores ab ingressu columnæ licet æquales per se, tamen minores semper quam reipsa sint, apparent. Demum hæc ratio nil aliud suadet, quàm vt ad sacrificia accessus populo difficilis fiat, recessus autem facilis, sicque à diuino cultu hominum animi auocentur. Quare D satis superque consultum sacrificantium dignitati fore arbitror, si ipsi, non autem cæteri per gradus ad aram conscendant.

CONSECTARIVM II.

Horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà.

Nam propter immoderatam distantiam, qua à nobis disiunctus est horizon, in eadem qua oculus altitudine spectatur: siquidem attolli semper magis magisque ea videntur quæ remotiora sunt: ergo necessum est vt remotissima loco editissimo conspiciantur. Est vero hic locus in linea A F, quæ ad libellam constituitur, & cuius respectu E altum dicitur id omne quod supra eam eminet; depressum verò quidquid infra eam decumbit, vt lib. 3. propos. 29. docuimus. Quare horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà.

CONSECTARIVM III.

Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur.

Tametsi namque omnes eius partes infra oculum reipsa sint, quòd sphæroides habeat schema, in cuius summo ad perpendiculum spectator consistit; quia tamen ex quò sunt à visu remotiores, eò semper in altum efferri magis ac magis videntur, fit, vt remotiores propinquiorum respectu assurgere quodammodò, & gibbi instar prominere F existimentur. Idcircò qui mare nauigant, scandere sese perpetuò arbitrantur, quòd numquam maris fastigium attigisse videantur. Semper enim aliud atque aliud est, quod in supremo eminet, & quàm citò illi adnauigant, tam citò phantasia deportatur. Idem per myricas, desertosque campos iter facientibus euenit; siue enim eant, siue reuertantur, semper conscendere se putant: quare membrorum defatigationem, quam ex ambulatione sentiunt, locorum constitutioni adscribunt, dum illa quæ eadem cum horizonte sunt libra accliuia arbitrantur.

PROPOSITIO XL. THEOREMA. A

Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.

EADEM est huius & præcedentis proposit. ratio, sed conuersa. Si enim ab oculo A ad planum B E, quod supra visum eminet, radij destinentur A B, A C, A D, & A E, sitque remotior à visu B pars E quàm D, & D quàm C, & C quàm B: dico tanto inferiorem videri vnamquamque partem lineæ B E, quanto longiori interuallo ab oculo disiungitur. Acta namque A F ad libellæ æqualitatem quæ infernũ supernúmque locum discriminet, erunt omnes quidem lineæ quæ ab oculo A ad planum B E protenduntur, supernæ: at quæ ex his ipsi A F propinquiores sunt, reliquis inferiores erunt. Est verò A E ipsi A F propinquior quàm A D; & hæc quàm A C. Ergo radius A E radio A D inferior est; & A D inferior AC. C Igitur per 36. proposit. huius libri E quàm D, & D quàm C inferior apparet. Quare remotiores à visu partes plani B E ad ima prolabi videntur; quod erat demonstrandum.

Potest etiam, vt prius, demissa à C perpendiculari C G, ostendi punctum E humiliori loco apparere quàm punctum D, quòd scilicet E eodem radio spectetur quo H, & D eodem quo I. Cùm ergo sit H quàm I depressius, consequens est vt & E quàm D demissiori loco spectetur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent. D

Ex iis quæ hac propositione sunt demonstrata, perspicuè apparet inter Architecturæ symmetrias non infimum locum eam tenere, quam in contignationum altitudinibus obseruare hoc consectarium suadet: vt nimirum quò longiora subtus habent loca, eò illæ fiant altiores, ne propter locorum longitudinem in terram procidere, soloque hærere videantur: quod haud dubiè futurum esset, si æquo fierent demissiores.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longaq́ue arborum series ab extremitate inspecta, stringi in angustum videntur. E

IN nulla sanè re æquè euidenter superiorum quatuor propositionum veritas elucet, atque in porticibus longo columnarum ordine suffultis; quas cùm ab extremo introspicimus, paullatim in augustum constringi videmus: latera siquidem omnia sensim in punctum vnum contendunt, &

Tecta solo iunguntur, & omnia dextera læuis,
Donec in obscurum coni ducantur acumen.

Eamdem phantasiam exhibent arbores in longas strigas combinatæ: omnes enim sensim coëunt, & quò remotiores sunt ab oculo, eò longiùs à proprio situ diuulsæ medium versus accedunt. F

Horum omnium vna est causa quòd superiorum planorum remotiores à visu partes ad ima prolabi, inferiorum verò in altum efferri, dextrorum autem sinistrorsum, & sinistrorum dextrorsum vergere manifestè videantur, vt paulò antè est demõstratum. Ergo in porticibus pauimenta, contabulationes, & latera in illud horizontis punctum secundum aspectum contendunt, in quod radius opticus planis illis parallelus, atque horizonti æquilibris protensus terminatur.

PRO-

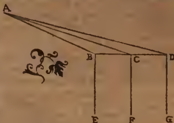
A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Aequalium magnitudinum, quae sub visu erecta consistunt, remotiores altius erecta apparent.

SIT visus A, sub eoque erectae aequales magnitudines B E, C F, & D G, sitque D G omniũ remotissima, deinde C F, tum B E. Excitis igitur à visu A ad B, C, & D radiis: aio D G quàm C F elatiorem videri; sic & C F quàm B E. Ducta namque recta B D, quae omnium magnitudinum extrema connectat, cùm per 39. propos. huius libri altior sit radius A D radio A C, & hic altior quàm A B, altius quoque spectabitur signum D quàm C, & C quàm B per 36. proposit. libri huius: sed & G altius spectabitur quàm F, & F quàm E eamdem ob causam. Igitur tota D G elatior quàm C F conspicietur, & haec quàm B E; quod erat demonstrandum.

B



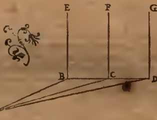
C

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

AEqualium item magnitudinum, quae supra visum propendent, remotiores propinquiorum comparatione depressae videntur.

REPOSITIS iisdem magnitudinibus aequalibus quae priùs, B E, C F, & D G: sint ea nunc supra oculũ A positae, & ab oculo A ad B, C, & D radij eucentur A B, A C, & A D. E quorum numero quoniam humillimus est A D per 19. propos. huius libri, & D signum humillimum spectabitur: deinde C per eamdem 19. proposit. huius: ac demum B. eumq; eamdem ob causam G quàm F, & F quàm E inferiore appareat loco, perspicuum est totam D G quàm C F, & hanc quàm B E magnitudinem demissiorem videri; quod erat demonstrandum. Quo autem altiùs supra oculum datae magnitudines euehuntur, eò demissiores illae apparent, quae longiùs ab oculo absunt propinquiorum respectu: at contrà, quò minùs fuerint elatae, eò quoque minùs decidere remotiores videntur, si cum propinquioribus conferantur; quoad tandem oculo in eadem cum B D linea constituto, omnes aequalem altitudinem adeptae esse videantur. Similem porrò diuersitatem in illis magnitudinibus animaduertere licet, quae infra oculum existunt. hae siquidem quò sunt oculo inferiores, eò quae ex maiore interuallo spectantur, demissiores apparent, oculo autem in eadem cum B D linea posito, pari omnes altitudine sublatae conspiciuntur.

D



E

F

CONSECTARIVM

Planae superficies libella expensae, cùm visus altitudinem superant, aluеolatae apparent.

HANC fallaciam acutè notauit Vitruuius libro 3. cap. 3. his verbis: *Stylobatam ita oportet exaequari, uti habeat per medium adiectionem per scamillos impares. Si enim ad libellam dirigetur, alueolatus oculo videbitur.* De illis agit stylobatis qui supra oculi

oculi altitudinem collocantur. horum enim supremas superficies si ad libellam disten- A
duntur, alueolatas seu alueoli in modum excauatas oculo videri necesse est. Quemad-
modum ab alueo alueatum dixit Cato de re rustica, cùm ait sulcos, si locus aquosus
est, alueatos esse oportere: ita ab alueolo alueolatum dixit Vitruuius. Quo pacto verò
alueati seu alueolati stylobatæ appareant, Bernardinus Baldus Guastellæ Abbas inge-
niosè explicauit libello quem de imparibus Vitruuij scamillis nuper conscripsit. Sit in-
quam stylobatæ imposita basis cuius plinthus ab inferiore loco propter coronicis proie-
cturam videri non possit: hac oculi constitutione perinde basis spectabitur, ac si plintho
sublato torus stylobatæ incumberet; aut non secùs ac si plinthus in alueolum depressus
oculi aciem effugeret. Ex qua consideratione quidam veritatis radius eidem Bernardi- B
no Baldo affulsit, quo in exponendo superiore Vitruuij loco de adiectione facienda sty-
lobatis per scamillos impares, & priorum interpretum errores detexit, & ipsum genui-
num sensum è tenebris in apertam lucem excitauit. Docuit enim ex optima Vitruuij
mente supremæ planitiei stylobatæ, cùm illa horizonti æquilibris constituitur, in medio
adiectionem faciendam esse imposito alio velut plintho, cui ceu scamillo scamnulóve
basis plinthus insistat, ne coronicis obtentu ab aspectu subducatur, tamquam in alueo-
lum receptus impactusque. Quæ interpretatio mirè sanè nobis placet.

Impares porrò Vitruuij scamillos idem Baldus sic explicauit, vt quantò editiori loco
sunt stylobatę, tantò fiant & scamilli sublimiores: cuius rei licet pauca exempla in ve-
terum structuris habeamus; illud tamen præcipuum videri debet, quod Pantheon tem- C
plorum omnium pulcherrimum ac vetustissimum tribus imparibus coronis in ambitu
cinctum sit, tamquam scamillis, quibus singulorum ordinum bases fulciuntur, vt inte-
græ ex inferiori loco spectari possint. Infimus, seu qui supra primum ordinem colloca-
tus secundum excipit, humillimus est; proximus huic, seu medius, elatior; tertius om-
nium excellissimus: quorum tota ratio ab opticis radiis, & coronicum proiecturis, mani-
festè dependet. Quocircà & in testudinibus non statim à summa coronicis planitie ar-
cuum flexus inchoandi sunt, sed tanto altiùs, quantum radij eorum, qui ex ima cellæ
parte in altum suspiciunt, ab aspectu suffurantur. Scamillis etiam veteres sapientissimè
vsi fuerunt in iis stylobatis, quos solitariis columnis, aut statuis clarissimorum virorum
supposuere, vt tamquam e suggesto augustiorem ostenderent maiestatem; ac ob id D
etiam vel maximè, ne, quod alioquin Vitruuius fore ait, signorum imæ partes, cùm ab
inferiore loco spectantur, intra pluteum defossæ videantur. Quamobrem Traiani co-
lumna, quæ etiamnum Romæ extat, scamillum habet subiectum plintho, propterea
quòd stylobatæ altitudo ab egesti montis solo humanæ staturæ proceritatem excedat.
Sunt & statuæ editiores, quæ geminos scamillos habent, quasi gradus, è quibus infimum
nonnulli resimum fecere, non sine ratione: cùm enim scamillo resimo plinthus impo-
nitur, aut scamillus alius ad normam quadrus, prior ille propter ambitus diuersitatem
proprium adfert operi ornamentum; minimè tamen necessarium: ex quo fit, vt qui ex
editiori loco vtrumque scamillum vident, nihil aduertant in opere superfluum; qui ve-
rò ex humiliori loco resimum scamillum non vident, his nihil de operis integritate de- E
cessisse videatur.

Quæ ratio scamillos inuexit, eadem statuas signaque factis adiectionibus detractio-
nibusque ad naturam loci moderari docuit, vt cùm de constituta symmetriarum ratio-
ne & commensu detractum aut adiectum sit, res ita appareant, vt perfectæ aspectu vi-
deantur. *Alia enim*, inquit Vitruuius lib. 6. cap. 2. *ad manum species esse videtur, alia in
excelso: non eadem in concluso, dissimilis in aperto, in quibus magni iudicij est opera, quid
tandem faciendum sit. Non enim veros videtur habere visus effectus, sed fallitur sæpè ab
eius iudicio mens.* & paulò pòst: *Cùm ergo quæ sunt vera falsa videantur, & nonnulla
aliter quàm sunt oculis probentur, non puto oportere esse dubium, quin ad locorum natu- F
ras aut necessitates, detractiones aut adiectiones fieri debeant: sed ita vt nihil in his ope-
ribus desideretur.*

Harum rationum peritissimus Phidias de Alcamene victoriam reportauit, vt est apud
Tzetzem variæ historiæ libro octauo, histor. 193. Ambo statuariam exactè callebant:
& Phidias quidem Mathematicus cùm esset atque Optices peritus, ad aspectus lociq;
naturam signa facere erat solitus; Alcamenes verò ad constitutas tantùm partium sym-
metrias. quare cùm aliquando oporteret populum Atheniensem duas statuas Miner-
uæ in excelsis columnis constituere, vtrique commissum est opus; Alcamenes speciem
effinxit gracilem, feminineam, & commodùs venustam: at Phidias haud ignarus breuissima

apparere

A apparere quæ in ſublimi ſunt, fecit ſtatuam hiantibus labris, & naſo diſtracto, ac ceteris membris ad conditionem loci deformatis, quæ in excelſo collocata magnam præ ſe tulit artis dignitatem; Alcamenis autem opus cunctis riſui fuit ac ludibrio. Horum certamen epigrammate deſcriptum placuit adiungere.

EPIGRAMMA
DE
B
PHIDIÆ ET ALCAMENIS
CERTAMINE.

ALCAMENI patrias olim dedit Inſula cunas,
Fingere in ære homines ars dedit Alcameni:
Et ſimul ars tantos tribuit conatibus auſus,
Ut cum Phidiaco mouerit arma ſtylo.
C *Sedulus in formam; ſed in artem & cetera ſegnis,*
Nec Perſpectiuus, nec Geometra fuit:
Captabat tamen immeritus per compita plauſum;
Et plauſum, immerito, compita multa dabant.
Non hæc Phidiæam vulgi poppyſmata mentem
Flexêre, aut populi mouit inane Sophos.
Aſt ſeruans oculique, reique, locique, decorique,
Ipſe ſibi laudis ſcena ſat ampla fuit:
D *Nempe platearum, vulgique abſtemius, Arti*
Et placuiſſe ſibi, credidit eſſe ſatis.
Tandem igitur patuere aditus ambobus honorum,
Pallada cùm geminam iuſſit Athena ſtrui.
Alcameni altera, Phidiaco datur altera cælo;
Utraque mox altâ conſtituenda baſi.
Alcamenes facit arridentia comminùs ora,
Qualia credideris poſſe decere Deam:
E *Contrà alter gnarus, quantum vicina remotæ,*
Altáque quantum iterùm diſtet imago humili;
Ora facit, quorum non laudes comminùs artem;
Sed ſi conſpicias eminùs, arte placent.
Nempe, labra expanſis diducit biantia buccis,
Et nares patulo fingit vtrinque ſinu.
Adijcit & longum moderata cuſpide naſum,
F *Luminaque excelſis cincta ſuperciliis.*
Mox vt in arbitrium ciues venère vocati,
Phidiacæ Alcamenis præpoſuere manum:
Sed poſtquam in celſa ſtetit æs vtrumque columna,
Phidiacæ Alcamenis poſtpoſuére manum.
Tum ſuus Artifici decor, & data fama merenti,
Et riſum Alcamenes ludibriumque tulit.

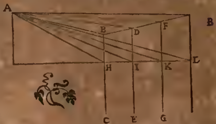
PRO-

 A

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.

SINT parallelæ rectæ lineæ B C, D E, & F G, quarum æqualia sint interualla H I, & I K. Visus autem in A constitutus sit, cui propinquius sit H I spatiũ quam I K, sic vt K punctum puncto I, & I puncto H remotius à visu sit, maiorque A K quàm A I, & hæc quàm A H: dico interuallum H I ipso I K maius spectari. Cuius rei demonstratio ex quinto lemmate huius libri manifestè elici potest. Nam in triangulo H A K basis H K bipartitò secta est in I, quòd æqualia supponantur interualla H I, & I K: latus verò A K latere A H maius est propter maiorem K quàm H à visu distantiam. Igitur per quintum lemma minor est angulus K A I angulo I A H. quocircà maius apparet interuallum H I quàm I K per 10. propos. huius libri. C



Nihil porrò interest, directène obiectas parallelas oculus intueatur, vt modo iam explicato; an verò obliquè, quemadmodum si in B, D, & F radij oculares procidant. Nam id vniuersè constat per iam citatum quintum lemma, si æquale sit interuallum B D ipsi D F, maiorque distantia A F quàm A B, minorem omnino esse angulum F A D angulo D A B, atque ita B D quàm D F maiorem spectari.

Si parallela, eaque æqualia interualla non continua sumantur, sed interrupta, vt H I, & K L; educto radio A L eadem demonstrandi ratione ostendetur spatium K L spatio H I minus videri, cui præsidio erit sextum lemma huius libri. Patet igitur parallela interualla è distantia spectata si æqualia sint, inæqualia apparere, eaque maiora quæ propiùs oculo adiacent, vt initio propositum fuit. D

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs coire videntur.

TRIBVS quidem modis se habere visus potest ad parallelas in anteriora extensas. Primò, si oculi centrum in eodem cum parallelis existat plano: secundò, si altior ille sit. tertiò, si demissior. At omnium vna est demonstratio cuius principium ex nono superiore lemmate desumitur. E

Sint enim aspectui A propositæ parallelæ B D, & C E in anteriora ex porrectæ: earum verò æquum interuallum breuissimis, vti decet, lineis B C, & D E acceptum sit, quas proinde perpendiculares ipsis parallelis esse oportet, per corollariũ propositionis 19. primi Euclid. ac per 29. primi Euclid. inter se etiam parallelas. Cum ergo triangula B A C, & D A E ad eumdem verticem, & super æqualibus basibus sint constituta; basis autem D E ab A remotior sit ex hypothesi quàm B C; erit angulus D A E angulo B A C minor, ac propterea interu[allum] D E minus apparet interuallo B C per 10. huius libri propositionem.



Si oculus a plano, in quo & parallelæ, sublimis sit, vt in F, promissis inde ad B C & D E radiis, F

A radijs, quoniam triangulorũ B F C & D F E idem eſt vertex, baſesq́; æquales ac parallelæ, D E autem quàm B C a viſu remotior, erit per iam citatũ 9. lemma huius libri angulus D F E angulo B F C minor, ac proinde interuallũ quoque D E ipſo B C aſpectu minus per 10. huius.

Quod iam oſtenſum eſt viſui euenire ſupra planũ, in quo ipſę ſunt parallelæ, eleuato, idem omnino locum habet in ea cõſtitutione, qua oculus ſubtus deprimitur, & ab imo ſuperiores parallelas adſpectat. nam baſes B C & D E parallelæ ſunt, & quæ ipſis inſiſtunt triangula ad eundẽ verticem terminantur. Quare per 9. lemma maior ad verticẽ angulus ille eſt, cui propinquior baſis ſubijcitur; ille vero minor, cui baſis remotior ſubtẽdit.

Cum autem hunc in modum quantò longius parallelæ abeunt, tanto illarum inter-
B uallum minus ſemper appareat, conſequens eſt, vt ſtringi ſenſim videantur, & ad ſe mutuò propius accedere, quouſque tandem angulus qui ad oculum conſtituitur, & remotiſſimæ inſiſtit baſi, inſenſibilis euadat, vbi ipſæ parallelæ ob immoderatam diſtantiam exactè coire exiſtimantur. Vnde perſpicue patet parallelas rectas lineas, vtcumque ſpectentur, numquam poſſe parallelas apparere, ſic vt illarum interuallum, quocumque loco ſumptum, æquale cernatur. Nam ea eſt parallelarum natura, vt remotiora ab oculo interualla minora appareant, quod ex dictis facile cognoſci poteſt.

Ex hac parallelarum proprietate conſequi videtur, ipſas nequaquam vt rectas lineas apparere, quod quidem abſurdum & a veritate alienum oſtendi poteſt: prius vero quam id præſtemus, aſſumptio in hunc modum probabitur:

C Sint D B F & E C G non vere parallelæ, ſed eo modo deſcriptæ, quo parallelæ ab oculo A directè oppoſito conſpiciuntur, ſic nempe vt B C proximum oculo interuallum maximum ſit; D E verò & F G æque vtrimque à B C diſiuncta, æqualia quidem inter ſe, ſed quàm B C minora: dico fieri non poſſe, vt D B F & E C G rectæ lineæ ſint. Nam cùm minus ponatur interuallum F G quàm B C, protractæ lineæ B F & C G tandem concurrent. Sit ergo H locus con-



D curſus. Quoniam B H C triangulum eſt, nequeunt duo anguli C B H & B C H duobus rectis pares eſſe per 17. primi Euclidis. cumque propter directum oculi aſpectum B F & C G æqualiter conſtringantur, æqualia erunt trianguli B H C crura B H & H C, ac proinde & anguli B & C qui iuxta baſin exiſtunt, æquales erunt per 5. primi Euclidis. Quare C B H recto minor erit, eodemq́ue modo & C B D minor erit recto. Igitur D B C recta linea eſſe non poteſt. Si enim recta eſſet, quæ in eam incidit recta C B duobus rectis pares efficeret per 13. primi Euclidis: at minores duobus rectis efficit: igitur non eſt recta ipſa D B F linea. Sed nec E C G recta li-
E nea erit eandẽ ob cauſam: itaque neque vt rectæ apparere illæ ipſæ lineæ D B F & E C G poſſunt. Vti enim nequeunt reipſa rectæ eſſe, ſi ſpatia D E & F G ex vtraque parte medij interualli B C minora reuerà ſint: ita nequeunt rectæ videri, ſi ſpatia D E & F G minora medio interuallo B C videantur, per primum axioma ad 9. prop. huius libri explicatum.

Id autem fieri non poſſe iam oſtendamus. Radioſa illa ſuperficies, qua ſimulachrum rectæ lineæ ad obtutum porrigitur, vt recta linea apparet: ſiquidem perpendiculariter oculo obijcitur. ergo fieri nequit, vt quæ opticam hanc ſuperficiem terminat recta linea, incurua aut inflexa conſpiciatur. Nam trigonum efficit optica ſuperficies ab oculo ad rectam lineam protenſa, cuius partes omnes per 2. vndecimi Euclidis in vno ſunt plano: at ſi inflexa videretur illa linea quæ hanc radioſam ſeu opticam ſuperficiem ter-
F minat, non vnum, ſed duo trigona opticum radium conſtituerent. Itaque quemadmodum radius ab oculo ad rectam lineam productus aliter quàm vt recta linea apparere non poteſt, ob ſitum eius perpendicularem: ita abſurdum eſt exiſtimare illius radij terminum, aliam quàm rectæ lineæ ſpeciem oculo poſſe ingenerare.

Huic difficultati occurrendum erit, planè aſſerendo omnium linearum quæ horizonti æquilibres ſunt, ſolam illam quæ pari eſt cum horizonte altitudine rectàm videri, ceteras verò inflexas: ac illas quidem quæ ſupra horizontem eminent ab illo puncto in quod aſpectus proximè dirigitur, vtrimque procidere; quæ autem infra horizontem procumbunt, vtrimque ſecundum aſpectum attolli, vt ex 39. & 40. propoſ. huius libri

manifestè constat. Rursus è perpendicularibus mediam illam in quam obtutus directò A
intenditur videri rectam, ceteras autem quæ à dextris sinistrisque sunt à punctis oculo proximis mediam versus supernè æquè ac infernè inclinari, eaque ratione inflexas videri. Porrò quæ ad has lineas in speciem fractas cuibrantur radiosæ superficies, & ipsæ fractæ apparent, perinde ac si non vna esset, sed duæ ad se mutuo inclinatæ. Quod tametsi non nemo rerum opticarum inexpertus haud ita se videre arbitrabitur, propter necessariæ fallaciæ assuetudinem; is tamen qui rem attentius perscrutatus fuerit, eam ita, vti diximus, se habere omnino comperiet.

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA. B

Punctum designare in quod parallelæ conuenire videntur.

PROPOSITIS quotcumque parallelis lineis, si ab oculo radius opticus parallelus educatur: dico illas omnes parallelas lineas procedendo videri ad hunc radium paullatim accedere. nam quæ huic à dextris sunt in sinistram, & quæ à sinistris in dextram educi videntur: item, quæ sub oculo sunt, in altum efferri; quæ vero supra, ad ima delabi cernuntur. Igitur ad eam, quæ ab oculo propositis lineis parallela extenditur, sensim omnes accedunt, quousque tandem longissime prouectæ ob distantiæ immensitatem perfectè coire, & inter sese, & cum radio optico videantur. Quare punctum, quod postulatur, est C
quoduis huius radij optici signum infinite, hoc est immoderato interuallo ab oculo disiunctum; quod erat inuestigandum.

Verùm quoniam totus hic radius opticus puncti instar spectatur, vt propos. 15. ostendimus, fit vt parallelæ ipsæ lineæ non modò in illud infinite dissitum, sed etiam in quoduis punctum optici radij congredi videantur: quandoquidem quoduis radij optici punctum cum illo infinitè dissito vnum idemque appareat.

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Poßibile est locũ visui aßignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic appareant, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent. D

SINT propositæ duæ rectæ lineæ non parallelæ XL & MR, quas quidem parallelas videri est possibile; locus autem postulatur, vnde ita vt parallelæ spectentur. producantur eæ lineæ, qua parte minus est earum interuallum, quousque in K, gratia exempli, concurrant, vnde recta educatur KB, quæ angulum XKM secet bifariàm per 9. primi Euclidis, sumanturque propositarum linearum interualla XM & LR ad rectos ipsi KB angulos, & circum XLRM circulus describatur, ad quem ex K contingentes ducantur KA & KC, per puncta autem contactus ducatur AC, quæ ipsi quoque KB ad rectos erit angulos, per 3. tertij Euclidis. Cùm enim in triangulis AKH & HKC æqualia sint latera KA & E
KC per 26. lemma huius libri, latusque KH commune vtrique, & angulus AKH per constructionem angulo HKC æqualis, erit & basis AH basi HC æqualis. Quare per 3. tertij Euclidis KB ipsam AC ad rectos angulos secabit, ac proinde AC ipsis XM & LR parallela erit per 28. primi Euclidis.

His ita constitutis, super KH ceu diametro semicirculus describatur, in quo si punctum quodcumque assumptum fuerit, vtputa F: dico F locum esse, e quo propositæ rectæ lineæ non parallelæ, XL & MR, vt parallelæ spectentur. nec id modo, verum etiam vtrimque productas, ex vna quidem parte in K, ex altera verò infinite, aio semper illas parallelarum more apparere.

Quod quidem non eo sensu est accipiendum, vt quodcumque illarum interuallum F
æquale videri intelligatur: hoc enim parallelarum naturæ aduersatur, vt proxime antè est demonstratum; sed eo modo ipsas apparere dicimus parallelas, sicut veræ parallelæ directè oculis obiectæ spectari consueuerunt: hoc est, quemadmodum in veris parallelis proximum oculo interuallũ maximum; deinceps verò semper minus; & quæ vtrimque proximo æqualiter adiacent interualla æqualia apparent; sic in propositis lineis XL & MR non parallelis quoddam spatium maximum videtur, reliqua verò quæ deinceps semper minora, vtrimque autem bina quædam æqualia conspiciuntur.

Quod vt enucleatius explicetur: dico primo XM & LR interualla apparere æqualia:
secun-

A secundò dico interuallum, quod per H transit, nempe N Q videri maximum: dico tertiò, quæ ad eamdem partem ab N Q remotiora sunt, ea semper minora spectari.

B

C

D

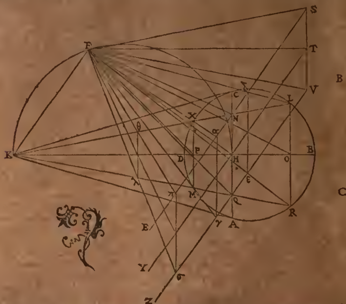
Prius verò quàm hæc sigillatim demonstrare aggrediamur, libet rem ipsam dilucidiore oratione explanare. Finge tres verè parallelas, vnam per H, reliquas per N & Q actas, atque oculo F directè obiectas, sic vt radij optici F H, F N, & F Q in singulas illarum rectis incidant angulis. Ipsæ verò tres parallelæ sint litteris notatæ E S, Y T, Z V, quæ infernè quidem infinite, supernè verò non vltra S, T, & V producantur, vbi cum plano S F V ipsi L K R parallelo concurrant. Itaque dico lineam N S aspectui F obtegere lineam N L infinite versus L productam; H T verò obtegere infinitam H B, & Q V infinitam Q R. rursus autem tres K N, K H, & K Q, tribus infinitis N E, H Y, & Q Z, secundum aspectum congruere. Hoc igitur pacto propositæ lineæ X L & M R parallelæ apparent ex loco
E F, quod parallelis directè visui oppositis exactè respondeant.

Hoc sane experimento in primis addiscere facilè quiuis potest, figurâ e materia constructa, in qua perspicue animaduertet parallelas N E, H Y, & Q Z infinite productas sensim stringi, atque in angustum premi, vt propositione 44. superius est demonstratum: easdemque longius prouectas pedetentim assurgere, & ad radium F K propiùs accedere, vt propositione 45. demonstrauimus, quousque tandem cum radio ipso F K infinitè extenso coire videantur, quemadmodum K N, K H, & K Q in eumdem radium F K ad signum K reipsa conueniunt.

Deinde hæc omnia & ratio ipsa comprobabit, si priùs, quæ paulò antè promisimus, demonstremus. Primùm itaque ostendendum sit X M & L R æquales videri. Cùm enim
F K A & K C circulum A B C D contingant, erit per 22. lemma huius lib. vt B K ad K D, ita B H ad H D: per lemma autem 23. erit vt L K ad K X, ita L N ad N X: & vt R K ad K M, ita R Q ad Q M. Quare per primam conuersionem lemmatis 24. erit angulus L F N angulo N F X æqualis: siquidem N F K angulus rectus probatur per 3. definitionem libri vndecimi Euclidis, quòd nimirum F K ad planum N F Q rectum sit. Ergo vt L N ad N X, ita erit L F ad F X per 3. sexti Euclidis: quòd iam ostensus sit angulus L F X per rectam F N sectus bifariàm; quare vt L K ad K X, ita L F ad F X: sed quemadmodum L K ad K X, ita est R K ad K M per 2. sexti Euclidis, & per 4. sexti Euclid. vt R K ad K M, ita est L R ad X M: proptereà quòd æquiangula sunt ipsa L K R & X K M triangula. per superius verò 23. ci-

 tatum

catum lemma, vt R K ad K M, sic se habet R Q ad Q M, & vt R Q ad Q M, sic per 3. sexti Euclidis R F ad F M. Igitur per 11. quinti Euclidis, vt L F ad F X, ita R F ad F M, ac eodem A



B

C

etiam modo L R ad X M. Quocircà in triangulis L F R & X F M, quorum proportionalia sunt latera, æquales omnes sunt anguli per 5. sexti Euclidis, inter quos L F R & X F M, homologis lateribus contenti, ij sunt quibus L R & X M æquales spectantur per 10. huius libri propos. quod erat probandum. D

Præterea quòd superficies opticæ X F L & M F R, quibus X L & M R conspiciuntur productæ, si opus fuerit, in parallelas E S & Z V incidant, ac puncta X & M in puncta α & γ proiiciantur, puncta verò L & R in δ & ι retrahantur, sic ostendetur:

Cùm F H sit ipsi N Q perpendicularis per initio factam dem[illegible]ationem, ipsa v[illegible]o N Q sit perpendicularis lineæ E S ex constructione, erit per 15. lemma eadem E[illegible] ipsi quoque F N perpendicularis: quo etiam pacto ostendetur Z V radio F Q perpendicularis esse. E Æquales igitur omnes sunt anguli δ N F, F N α, item ι Q F & F Q γ, nempe recti. Ergo ab F L & F R abscindantur F δ & F ι, ipsis F α & F γ æquales per 3. primi Euclidis. quoniam ergo iam ante ostensus est angulus L F R angulo X F M æqualis, erit per 4. primi Euclid. & basis $\delta\iota$ basi $\alpha\gamma$ æqualis: sed & parallela est $\delta\iota$ ipsi $\alpha\gamma$ per 30. primi Euclid. quod ambæ eidem N Q sint parallelæ. Igitur & $\alpha\delta$ ipsi $\gamma\iota$ est parallela per 33. primi Euclid. At cum $\alpha\delta$, & E S per idem punctum N transeant, sintque ambæ eidem Y T parallelæ, necesse est vtramque in vnam eamdemque lineam cadere: sic & $\gamma\iota$ cum Z V. Igitur $\alpha\delta$ in parallelam E S, & $\gamma\iota$ in Z V parallelam, & punctum X in α, & L in δ; item R in ι, ac M in γ incidit; quod erat demonstrandum.

Iam N Q maximam spectari ex eo probatur, quòd ipsa maior appareat quacumque F alia intra ipsas parallelas K L & K R infinite productas assumpta. Sit enim accepta exempli causa X M: hac dico maiorem apparere N Q. Nam productis F X, & F M in α & γ, vbi nimirum cum parallelis E S & Z V conueniunt; (concurrent autem vt iam proximè est demonstratum) erunt in triangulis α F γ & N F Q bases, $\alpha\gamma$ & N Q æquales: sed latus α F lateri F γ, & N F ipsi F Q æqualia sunt. Igitur æquicrura sunt ipsa triangula α F γ & N F Q: at latus F α maius est latere F N, & F γ ipso F Q maius. Nam cum [illegible] N α rectus sit angulus α N F ex superius demonstratis per lemma 15. erit angulus N α F recto minor per consectarium propositionis 17. primi Euclid. Quare per 19. primi Euclid. maius

A maius erit latus $F\alpha$ latere FN, sic & $F\gamma$ ipso FQ latere maius erit, quoniam angulus γQ F est rectus. Cum ergo isoscelia triangula $\alpha F\gamma$, & NFQ æqualeis habeant baseis $\alpha\gamma$ & NQ, sintque latera $F\alpha$ & $F\gamma$ lateribus FN & FQ maiora, vtrumque vtrique: maior erit ad verticem angulus NFQ quam $\alpha F\gamma$ per 9. lemma; quare maior spectatur NQ quam $\alpha\gamma$: sed ipsi $\alpha\gamma$ æqualis apparet XM, eodem scilicet angulo, quod iam ante ostensum est: igitur ipsa quoque XM maior apparet NQ. eodemque modo demonstratio fiet in ceteris. Quocirca maxima apparet NQ illarum omnium, quæ citra punctum H, inter KN & KQ continentur. Ratione vero haud absimili ostendetur eadem NQ maxima apparere omnium illarum, quæ vltra H, B versus assumuntur. Sit enim, gratia
B exempli, LR vtcumque assumpta: huic sanè æqualis apparet $\delta\varepsilon$ per 9. propos. libri huius, at $\delta\varepsilon$, quam NQ apparet minor per 9. lemma proxime citatum. Igitur & LR eadem NQ minor conspicitur: cumque in ceteris eadem ratio locum habeat, perspicuum est linearum KL & KR infinite protensarum spatium ad NQ maximum videri; quod secundo loco erat propositum.

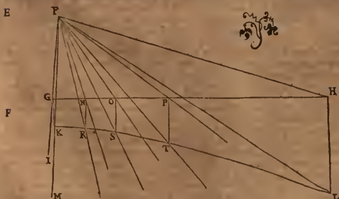
Demum interualla linearum KL & KR, quò ab NQ ad eamdem partem remotiora sumuntur, eò semper minora videri sic demonstratur: Esto, verbi gratia, $\theta\lambda$ ab NQ remotior quam XM: dico $\theta\lambda$ quàm XM minorem spectari. Productis namque $F\theta$ & $F\lambda$ ad π & σ: item FX & FM productis ad puncta α & γ: quoniam ostensum est iam angulum $F\gamma Q$ acutum esse, erit per 13. primi Euclid. angulus $F\gamma\sigma$ obtusus. Quare per
C 17. primi Euclid. & $F\sigma\gamma$ acutus erit, anguloque $F\gamma\sigma$ minor, ac ea propter latus $F\sigma$ latere $F\gamma$ maius erit per 19. primi Euclid. Eodemque modo ostendetur latus $F\pi$ latere $F\alpha$ maius esse: sunt vero ipsa triangula $\alpha F\gamma$ & $\varpi F\sigma$ æquicrura, & super æqualibus basibus $\alpha\gamma$, $\varpi\sigma$, constituta. Minor igitur est angulus $\pi F\sigma$ angulo $\alpha F\gamma$ per 9. lemma: sed $\theta\lambda$ eodem spectatur angulo quo $\varpi\sigma$, & XM eodem quo $\alpha\gamma$. Itaque interuallum $\theta\lambda$ minus apparet quàm $\alpha\gamma$ per propos. 9. huius lib. quod erat probandum.

Ex his patet propositas lineas XL & MR non parallelas, ex loco F non modò parallelas videri, sed etiam eadē his omnia euenire, quæ circa parallelarū inspectionē contingunt.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

D *Admirabilius erit oculo in sublimi dato duas lineas subiecto plano inscribere, quarum intercapedo æqualis vbique appareat.*

SIT oculus in sublimi datus F, ab eoque in subiectum planum perpendicularis demittatur FG per 11. vndecimi Euclidis: atque ex G rectæ duæ educantur GK & GH, quæ se mutuò ad normam secent. Si per quoduis punctum lineę GK, puta K velut per verticem sectio coni describatur, quę hyperbole nūcupatur, nempe KL ad rectos conicę sectionis angulos: dico id quod hanc inter & lineam GH interiacet spatium, è loco F æquale vbique videri.



Finge namque ab F per G & K duos radios produci interminatos FI, & FM, eosque

 pariter

A

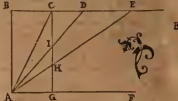
PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.



ADEM est huius & præcedentis proposit. ratio, sed conuersa. Si enim ab oculo A ad planum B E, quod supra visum eminet, radij destinentur A B, A C, A D, & A E, sitque remotior à visu pars E quàm D, & D quàm C, & C quàm B: dico tanto inferiorem videri vnamquamque partem lineæ B E, quanto longiori interuallo ab oculo disiungitur. Acta namque A F ad libellæ æqualitatem quæ infernũ supernúmque locum discriminet, erunt omnes

B



quidem lineæ quæ ab oculo A ad planum B E protenduntur, supernæ: at quæ ex his ipsi A F propinquiores sunt, reliquis inferiores erunt. Est verò A E ipsi A F propinquior quàm A D; & hæc quàm A C. Ergo radius A E radio A D inferior est; & A O inferior quàm AC. C
Igitur per 36. proposit. huius libri E quàm D, & D quàm C inferior apparet. Quare remotiores à visu partes plani B E ad ima prolabi videntur; quod erat demonstrandum.

Potest etiam, vt prius, demissa à C perpendiculari C G, ostendi punctum E humiliori loco apparere quàm punctum D, quod scilicet E eodem radio spectetur quo H, & D eodem quo I. Cùm ergo sit H quàm I depressius, consequens est vt & E quàm D demissiori loco spectetur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent. D

Ex iis quæ hac propositione sunt demonstrata, perspicuè apparet inter Architecturæ symmetrias non infimum locum eam tenere, quam in contignationum altitudinibus obseruare hoc consectarium suadet: vt nimirum quò longiora subtus habent loca, eò illæ fiant altiores, ne propter locorum longitudinem in terram procidere, sóloque hærere videantur: quod haud dubie futurum esset, si æquo fierent demissiores.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longæq́; arborum series ab extremitate inspecta, stringi in angustum videntur. E

In nulla sanè re æquè euidenter superiorum quatuor propositionum veritas elucet, atque in porticibus longo columnarum ordine suffultis; quas cùm ab extremo introspicimus, paullatim in angustum constringi videmus: latera siquidem omnia sensim in punctum vnum contendunt, &

Tecta solo iunguntur, & omnia dextera læuis,
Donec in obscurum coni ducantur acumen.

Eamdem phantasiam exhibent arbores in longas strigas combinatæ: omnes enim sensim coëunt, & quò remotiores sunt ab oculo, eò longius à proprio situ diuulsæ medium versus accedunt. F

Horum omnium vna est causa quòd superiorum planorum remotiores à visu partes ad ima prolabi, inferiorum verò in altum efferri, dextrorum autem sinistrorsum, & sinistrorum dextrorsum vergere manifeste videantur, vt paulò antè est demóstratum. Ergo in porticibus pauimenta, contabulationes, & latera in illud horizontis punctum secundum aspectum contendunt, in quod radius opticus planis illis parallelus, atque horizonti æquilibris protensus terminatur.

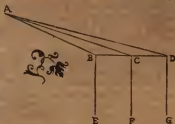
A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Æqualium magnitudinum, quæ sub visu erecta consistunt, remotiores altiùs euecta apparent.

SIT visus A, sub eoque erectæ æquales magnitudines B E, C F, & D G, sitque D G omniū remotissima, deinde C F, tum B E. Excitis igitur à visu A ad B, C, & D radiis: aio D G quàm C F elatiorem videri, sic & C F quàm B E. Ducta namque recta B D, quæ omnium magnitudinum extrema connectat, cùm per 39. propos. huius libri altior sit radius A D radio A C, & hic altior quàm A B, altius quoque spectabitur signum D quàm C, & C quàm B per 36. proposit. libri huius: sed & G altius spectabitur quàm F, & F quàm E eamdem ob causam. Igitur tota D G elatior quàm C F conspicietur, & hæc quàm B E; quod erat demonstrandum.

B



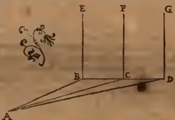
C

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

AEqualium item magnitudinum, quæ supra visum propendent, remotiores propinquiorum comparatione depressæ videntur.

REPOSITIS iisdem magnitudinibus æqualibus quæ priùs, B E, C F, & D G: sint ex nunc supra oculū A positæ, & ab oculo A ad B, C, & D radij educentur A B, A C, & A D. E quorum numero quoniam humillimus est A D per 19. propos. huius libri, & D signum humillimum spectabitur: deinde C per eamdem 19. proposit. huius: ac demum B. cumq; eamdem ob causam G quàm F, & F quàm E inferiore appareat loco, perspicuum est totam D G quàm C F, & hanc quàm B E magnitudinem demissiorem videri; quod erat demonstrandum. Quo autem altiùs supra oculum datæ magnitudines euehuntur, eò demissiores illæ apparent, quæ longiùs ab oculo absunt propinquiorum respectu: at contrà, quò minùs fuerint elatæ, eò quoque minùs decidere remotiores videntur, si cum propinquioribus conferantur; quoad tandem oculo in eadem cum B D linea constituto, omnes æqualem altitudinem adeptæ esse videantur. Similem porrò diuersitatem in illis magnitudinibus animaduertere licet, quæ infra oculum existunt. hæ siquidem quò sunt oculo inferiores, eò quæ ex maiore interuallo spectantur, demissiores apparent, oculo autem in eadem cum B D linea posito, pari omnes altitudine sublatæ conspiciuntur.

D



E

F

CONSECTARIVM

Planæ superficies libella expensa, cùm visus altitudinem superant, aluеolatæ apparent.

HANC fallaciam acutè notauit Vitruuius libro 3. cap. 3. his verbis: *Stylobatam ita oportet exaquari, vti habeat per medium adiectionem per scamillos impares. Si enim ad libellam dirigetur, alueolatus oculo videbitur.* De illis agit stylobatis qui supra oculi

oculi altitudinem collocantur. horum enim ſupremas ſuperficies ſi ad libellam diſtenduntur, alueolatas ſeu alueoli in modum excauatas oculo videri neceſſe eſt. Quemadmodum ab alueo alueatum dixit Cato de re ruſtica, cùm ait ſulcos, ſi locus aquoſus eſt, alueatos eſſe oportere: ita ab alueolo alueolatum dixit Vitruuius. Quo pacto verò alueati ſeu alueolati ſtylobatæ appareant, Bernardinus Baldus Guaſtellæ Abbas ingenioſè explicauit libello quem de imparibus Vitruuij ſcamillis nuper conſcripſit. Sit in- A
quam ſtylobatæ impoſita baſis cuius plinthus ab inferiore loco propter coronicis proiecturam videri non poſſit: hac oculi conſtitutione perinde baſis ſpectabitur, ac ſi plintho ſublato torus ſtylobatæ incumberet; aut non ſecus ac ſi plinthus in alueolum depreſſus oculi aciem effugeret. Ex qua conſideratione quidam veritatis radius eidem Bernardino Baldo affulſit, quo in exponendo ſuperiore Vitruuij loco de adiectione facienda ſtylobatis per ſcamillos impares, & priorum interpretum errores detexit, & ipſum genuinum ſenſum è tenebris in apertam lucem excitauit. Docuit enim ex optima Vitruuij mente ſupremæ planitiei ſtylobatæ, cùm illa horizonti æquilibris conſtituitur, in medio adiectionem faciendam eſſe impoſito alio velut plintho, cui ceu ſcamillo ſcamnulóve baſis plinthus inſiſtat, ne coronicis obtentu ab aſpectu ſubducatur, tanquam in alueolum receptus impactuſque. Quæ interpretatio mirè ſane nobis placet. B

Impares porrò Vitruuij ſcamillos idem Baldus ſic explicauit, vt quantò editiori loco ſunt ſtylobatę, tantò fiant & ſcamilli ſublimiores: cuius rei licet pauca exempla in veterum ſtructuris habeamus; illud tamen præcipuum videri debet, quod Pantheon templorum omnium pulcherrimum ac vetuſtiſſimum tribus imparibus coronis in ambitu cinctum ſit, tamquam ſcamillis, quibus ſingulorum ordinum baſes fulciuntur, vt integræ ex inferiori loco ſpectari poſſint. Infimus, ſeu qui ſupra primum ordinem collocatus ſecundum excipit, humillimus eſt; proximus huic, ſeu medius, elatior; tertius omnium excelſiſſimus: quorum tota ratio ab opticis radijs, & coronicum proiecturis, manifeſte dependet. Quocircà & in teſtudinibus non ſtatim à ſumma coronicis planitie arcuum flexus inchoandi ſunt, ſed tanto altiùs, quantum radij eorum, qui ex ima cellæ parte in altum ſuſpiciunt, ab aſpectu ſuffurantur. Scamillis etiam veteres ſapientiſſimè vſi fuerunt in iis ſtylobatis, quos ſolitariis columnis, aut ſtatuis clariſſimorum virorum ſuppoſuere, vt tamquam è ſuggeſto auguſtiorem oſtenderent maieſtatem; ac ob id etiam vel maximè, ne, quod alioquin Vitruuius fore ait, ſignorum imæ partes, cùm ab inferiore loco ſpectantur, intra pluteum defoſſæ videantur. Quamobrem Traiani columna, quæ etiamnum Romæ extat, ſcamillum habet ſubiectum plintho, propterea quòd ſtylobatæ altitudo ab egeſti montis ſolo humanæ ſtaturæ proceritatem excedat. Sunt & ſtatuæ editiores, quæ geminos ſcamillos habent, quaſi gradus, è quibus infimum nonnulli reſimum fecere, non ſine ratione: cùm enim ſcamillo reſimo plinthus imponitur, atq; ſcamillus alius ad normam quadratus, prior ille propter ambitus diuerſitatem proprium adfert operi ornamentum; minimè tamen neceſſarium: ex quo fit, vt qui ex editiori loco vtrumque ſcamillum vident, nihil aduertant in opere ſuperfluum; qui verò ex humiliori loco reſimum ſcamillum non vident, his nihil de operis integritate deceſſiſſe videatur. C D E

Quæ ratio ſcamillos inuexit, eadem ſtatuas ſignaque factis adiectionibus detractionibuſque ad naturam loci moderari docuit, vt cùm de conſtituta ſymmetriarum ratione & commenſu detractum aut adiectum ſit, res ita appareant, vt perfectæ aſpectu videantur. *Alia enim*, inquit Vitruuius lib. 6. cap. 2. *ad manum ſpecies eſſe videtur, alia in excelſo: non eadem in concluſo, diſſimilis in aperto, in quibus magni iudicij eſt opera, quid tandem faciendum ſit. Non enim veros videtur habere viſus effectus, ſed fallitur ſæpè ab eius iudicio mens.* & paulò poſt: *Cùm ergo quæ ſunt vera falſa videantur, & nonnulla aliter quàm ſunt oculis probentur, non puto oportere eſſe dubium, quin ad locorum naturas aut neceſſitates, detractiones aut adiectiones fieri debeant: ſed ita vt nihil in his operibus deſideretur.* F

Harum rationum peritiſſimus Phidias de Alcamene victoriam reportauit, vt eſt apud Tzetzem variæ hiſtoriæ libro octauo, hiſtor. 193. Ambo ſtatuariam exactè callebant: & Phidias quidem Mathematicus cùm eſſet atque Optices peritus, ad aſpectus lociq; naturam ſigna facere erat ſolitus; Alcamenes verò ad conſtitutas tantùm partium ſymmetrias. quare cùm aliquando oporteret populum Athenienſem duas ſtatuas Mineruæ in excelſis columnis conſtituere, vtrique commiſſum eſt opus; Alcamenes ſpeciem effinxit gracilem, femineam, & cominùs venuſtam: at Phidias haud ignarus breuiſſima

A apparere quæ in ſublimi ſunt, fecit ſtatuam hiantibus labris, & naſo diſtracto, ac ceteris membris ad conditionem loci deformatis, quæ in excelſo collocata magnam præ ſe tulit artis dignitatem, Alcamenis autem opus cunctis riſui fuit ac ludibrio. Horum certamen epigrammate deſcriptum placuit adiungere

EPIGRAMMA
DE
B
PHIDIÆ ET ALCAMENIS
CERTAMINE.

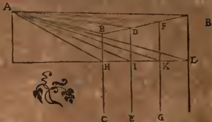
ALCAMENI patrias olim dedit Inſula cunas,
Fingere in ære homines ars dedit Alcameni:
Et ſimul ars tantos tribuit conatibus auſus,
Vt cum Phidiaco mouerit arma ſtylo.
C *Sedulus in formam; ſed in artem & cetera ſegnis,*
Nec Perſpectiuus, nec Geometra fuit:
Captabat tamen immeritus per compita plauſum;
Et plauſum, immerito, compita multa dabant.
Non hæc Phidiacam vulgi poppyſmata mentem
Flexére, aut populi mouit inane Sophos.
Aſt ſeruans oculíque, reíque, locíque, decoríque,
Ipſe ſibi laudis ſcena ſat ampla fuit:
D *Nempe platearum, vulgíque abſtemius, Arti*
Et placuiſſe ſibi, credidit eſſe ſatis.
Tandem igitur patuere aditus ambobus honorum,
Pallada cùm geminam iuſſit Athena ſtrui.
Alcameni altera, Phidiaco datur altera cælo;
Vtraque mox altâ conſtituenda baſi.
Alcamenes facit arridentia comminùs ora,
Qualia crediderìs poſſe decere Deam:
E *Contrà alter gnarus, quantum vicina remotæ,*
Altáque quantum iterùm diſtet imago humili;
Ora facit, quorum non laudes comminùs artem;
Sed ſi conſpicias eminùs, arte placent.
Nempe, labra expanſis diducit hiantia buccis,
Et nares patulo fingit vtrimque ſinu.
Adijcit & longum moderata cuſpide naſum,
F *Lumináque excelſis cincta ſuperciliis.*
Mox vt in arbitrium ciues venère vocati,
Phidiacæ Alcamenis præpoſuere manum:
Sed poſtquam in celſa ſtetit æs vtrumque columna,
Phidiacæ Alcamenis poſtpoſuére manum.
Tum ſuus Artifici decor, & data fama merenti;
Et riſum Alcamenes ludibriumque tulit.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA. A

Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.

SINT parallelæ rectæ lineæ B C, D E, & F G, quarum æqualia sint interualla H I, & I K. Visus autem in A constitutus sit, cui propinquius sit H I spatiũ B quam I K, sic vt K punctum puncto I, & I puncto H remotius à visu sit, maiorque A K quàm A I, & hæc quàm A H: dico interuallum H I ipso I K maius spectari. Cuius rei demonstratio ex quinto lemmate huius libri manifestè elici potest. Nam in triangulo H A K basis H K bipartitò secta est in I, quòd æqualia supponantur interualla H I, & I K: latus verò C A K latere A H maius est propter maiorem K quam H à visu distantiam. Igitur per quintum lemma minor est angulus K A I angulo I A H. quocircà maius apparet interuallum H I quàm I K per 10. propos. huius libri.



Nihil porrò interest, directène obiectas parallelas oculus intueatur, vt modo iam explicato; an verò obliquè, quemadmodum si in B, D, & F radij oculares procidant. Nam id vniuersè constat per iam citatum quintum lemma, si æquale sit interuallum B D ipsi D F, maiorque distantia A F quàm A B, minorem omnino esse angulum F A D angulo D A B, atque ita B D quàm D F maiorem spectari.

Si parallela, eaque æqualia interualla non continua sumantur, sed interrupta, vt H I, & K L, educto radio A L eadem demonstrandi ratione ostendetur spatium K L spatio H I D minus videri, cui præsidio erit sextum lemma huius libri. Patet igitur parallela interualla è distantia spectata si æqualia sint, inæqualia apparere, eaque maiora quæ propiùs oculo adiacent, vt initio propositum fuit.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs coire videntur.

TRIBVS quidem modis se habere visus potest ad parallelas in anteriora E extensas. Primò, si oculi centrum in eodem cum parallelis existat plano: secundò, si altior ille sit: tertiò, si demissior. At omnium vna est demonstratio cuius principium ex nono superiore lemmate desumitur.

Sint enim aspectui A propositæ parallelæ B D, & C E in anteriora ex porrectæ. earum verò æquum interuallum breuissimis, vti decet, lineis B C, & D E acceptum sit, quas proinde perpendiculares ipsis parallelis esse oporter, per corollariũ propositionis 19. primi Euclid. ac per 29. primi Euclid. inter se etiam parallelas. Cùm ergo triangula B A C, & D A E ad eumdem verticem, & super æqualibus basibus sint constituta; basis autem D E ab A remotior sit ex hypothesi quam B C; erit angulus D A E angulo B A C minor, ac propterea interuallum D E minus apparet interuallo B C per 10. huius libri propositionem. F



Si oculus a plano, in quo & parallelæ, sublimis sit, vt in F, promissis inde ad B C & D E radiis,

A pedis, quoniam triangulorũ B F C & D F E idem est vertex, basesq; æquales ac parallelæ, DE autem quam BC a visu remotior, erit per iam citatũ 9. lemma huius libri angulus D F E angulo B F C minor, ac proinde interuallũ quoque D E ipso B C aspectu minus per 1. huius.

Quod iam ostensum est visui euenire supra planu, in quo ipsæ sunt parallelæ, eleuato, idem omnino locum habet in ea cõstitutione, qua oculus subtus deprimitur, & ab imo superiores parallelas adspectat. nam bases B C & D E parallelæ sunt, & quæ ipsis insistunt triangula ad eundẽ verticem terminantur. Quare per 9. lemma maior ad verticẽ angulus ille est, cui propinquior basis subijcitur; ille vero minor, quẽ basis remotior subtẽdit.

Cum autem hunc in modum quanto longius parallelæ abeunt, tanto illarum inter-
B uallum minus semper appareat, consequens est, vt stringi sensim videantur, & ad se mutuò propius accedere, quousque tandem angulus qui ad oculum constituitur, & remotissimæ insistit basi, insensibilis euadat, vbi ipsæ parallelæ ob immoderatam distantiam exactè coire existimantur. Vnde perspicue patet parallelas rectas lineas, vtcumque spectentur, nunquam posse parallelas apparere, sic vt illarum interuallum, quocumque loco sumptum, æquale cernatur. Nam ea est parallelarum natura, vt remotiora ab oculo interualla minora appareant, quod ex dictis facile cognosci potest.

Ex hac parallelarum proprietate consequi videtur, ipsas neutiquam vt rectas lineas apparere, quod quidem absurdum & à veritate alienum ostendi potest: prius verò quam id præstemus, assumptio in hunc modum probabitur:

C Sint D B F & E C G non vere parallelæ, sed eo modo descriptæ, quo parallelæ ab oculo A directè opposito conspiciuntur, sic nempe vt B C proximum oculo interuallum maximum sit; D E vero & F G æque vtrimque à B C disiuncta, æqualia quidem inter se, sed quam B C minora: dico fieri non posse, vt D B F & E C G rectæ lineæ sint. Nam cùm minus ponatur interuallum F G quàm B C, protractæ lineæ B F & C G tandem concurrent. Sit ergo H locus con-
D cursus. Quoniam B H C triangulum est, nequeunt duo anguli C B H & B C H duobus rectis pares esse per 17. primi Euclidis. cumque propter directum oculi aspectum B F & C G æqualiter constringantur, æqualia erunt trianguli B H C crura B H & H C, ac proinde & anguli B & C qui iuxta basin existunt, æquales erunt per 5. primi Euclidis. Quare C B H recto minor erit; eodemque modo & C B D minor erit recto. Igitur D B C recta linea esse non potest. Si enim recta esset, quæ in eam incidit recta C B duobus rectis pares efficeret per 13. primi Euclidis: at minores duobus rectis efficit: igitur non est recta ipsa D B F linea. Sed nec E C G recta li-
E nea erit eandẽ ob caussam: itaque neque vt rectæ apparere illæ ipsæ lineæ D B F & E C G possunt. Vt enim nequeunt reipsa rectæ esse, si spatia D E & F G ex vtraque parte medij interualli B C minora reuerà sint: ita nequeunt rectæ videri, si spatia D E & F G minora medio interuallo B C videantur, per primum axioma ad 9. prop. huius libri explicatum.

Id autem fieri non posse iam ostendamus. Radiosa illa superficies, qua simulachrum rectæ lineæ ad obtutum porrigitur, vt recta linea apparet: siquidem perpendiculariter oculo obijcitur. ergo fieri nequit, vt quæ opticam hanc superficiem terminat recta linea, incurua aut inflexa conspiciatur. Nam trigonum efficit optica superficies ab oculo ad rectam lineam protensa, cuius partes omnes per 2. vndecimi Euclidis in vno sunt plano: at si inflexa videretur illa linea quæ hanc radiosam seu opticam superficiem ter-
F minat, non vnum, sed duo trigona opticum radium constituerent. Itaque quemadmodum radius ab oculo ad rectam lineam productus aliter quam vt recta linea apparere non potest, ob situm eius perpendicularem: ita absurdum est existimare illius radij terminum, aliam quam rectæ lineæ speciem oculo posse ingenerare.

Huic difficultati occurrendum erit, plane asserendo omnium linearum quæ horizonti æquilibres sunt, solam illam quæ pari est cum horizonte altitudine rectam videri, ceteras verò inflexas: ac illas quidem quæ supra horizontem eminent ab illo puncto in quod aspectus proximè dirigitur, vtrimque procidere; quæ autem infra horizontem procumbunt, vtrimque secundùm aspectum attolli, vt ex 39. & 40. propos. huius libri

Z manifeste

manifestè constat. Rursus è perpendicularibus mediam illam in quam obtutus directò A
intenditur videri rectam, ceteras autem quæ à dextris sinistrisque sunt à punctis oculo
proximis mediam versus superne æquè ac infernè inclinari, eaque ratione inflexas vi-
deri. Porrò quæ ad has lineas in speciem fractas euibrantur radiosæ superficies, & ipsæ
fractæ apparent, perinde ac si non vna esset, sed duæ ad se mutuò inclinatæ. Quod
tametsi non nemo rerum opticarum inexpertus haud ita se videre arbitrabitur, propter
necessariæ fallaciæ assuetudinem; is tamen qui rem attentius perscrutatus fuerit, eam
ita, vti diximus, se habere omnino comperiet.

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA. B

Punctum designare in quod parallelæ conuenire videntur.

PROPOSITIS quotcumque parallelis lineis, si ab oculo radius opticus
parallelus educatur: dico illas omnes parallelas lineas procedendo videri
ad hunc radium paullatim accedere. nam quæ huic à dextris sunt in sini-
stram, & quæ à sinistris in dextram educi videntur: item, quæ sub oculo
sunt, in altum efferri; quæ verò suprà, ad ima delabi cernuntur. Igitur ad
eam, quæ ab oculo propositis lineis parallela extenditur, sensim omnes accedunt,
quousque tandem longissime prouectæ ob distantiæ immensitatem perfectè coire, &
inter sese, & cum radio optico videantur. Quare punctum, quod postulatur, est C
quoduis huius radij optici signum infinite, hoc est immoderato interuallo ab oculo
disiunctum; quod erat inuestigandum.

Verùm quoniam totus hic radius opticus puncti instar spectatur, vt propos. 15. osten-
dimus, fit vt parallelæ ipsæ lineæ non modo in illud infinite dissitum, sed etiam in
quoduis punctum optici radij congredi videantur: quandoquidem quoduis radij opti-
ci punctum cum illo infinitè dissito vnum idemque appareat.

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

*Possibile est locũ visui assignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic
apparеant, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent.* D

SINT propositæ duæ rectæ lineæ non parallelæ XL & MR, quas quidem pa-
rallelas videri est possibile; locus autem postulatur, vnde ita vt parallelæ
spectentur. producantur eæ lineæ, qua parte minus est earum interual-
lum, quousque in K, gratia exempli, concurrant, vnde recta educatur
KB, quæ angulum XKM secet bifariàm per 9. primi Euclidis, sumantur-
que propositarum linearum interualla XM & LR ad rectos ipsi KB angulos, & cir-
cum XLRM circulus describatur, ad quem ex K contingentes ducantur KA & KC;
per puncta autem contactus ducatur AC, quæ ipsi quoque KB ad rectos erit angulos,
per 3. tertij Euclidis. Cùm enim in triangulis AKH & HKC æqualia sint latera KA & E
KC per 26. lemma huius libri, latusque KH commune vtrique, & angulus AKH per
constructionem angulo HKC æqualis, erit & basis AH basi HC æqualis. Quare per 3.
tertij Euclidis KB ipsam AC ad rectos angulos secabit, ac proinde AC ipsis XM & LR
parallela erit per 28. primi Euclidis.

His ita constitutis, super KH ceu diametro semicirculus describatur, in quo si pun-
ctum quodcumque assumptum fuerit, vtputa F: dico F locum esse, e quo propositæ
rectæ lineæ non parallelæ, XL & MR, vt parallelæ spectantur. nec id modò, verum et-
iam vtrimque productas, ex vna quidem parte in K, ex altera vero infinite, aio semper
illas parallelarum more apparere.

Quod quidem non eo sensu est accipiendum, vt quodcumque illarum interuallum F
æquale videri intelligatur; hoc enim parallelarum naturæ aduersatur, vt proximè ante
est demonstratum; sed eo modo ipsas apparere dicimus parallelas, sicut veræ parallelæ
directè oculis obiectæ spectari consueuerunt: hoc est, quemadmodum in veris parallelis
proximum oculo interuallũ maximum; deinceps verò semper minus; & quæ vtrioque
proximo æqualiter adiacent interualla æqualia apparent, sic in propositis lineis XL &
MR non parallelis quoddam spatium maximum videtur, reliqua verò quæ deinceps
semper minora, vtrimque autem bina quædam æqualia conspiciuntur.

Quod vt enucleatius explicetur: dico primò XM & LR interualla apparere æqualia:
secun-

A secundò dico interuallum, quod per H transit, nempe N Q videri maximum: dico tertiò, quæ ad eamdem partem ab N Q remotiora sunt, ea semper minora spectari.

B

C

D

Prius verò quàm hæc sigillatim demonstrare aggrediamur, libet rem ipsam dilucidiore oratione explanare. Finge tres verè parallelas, vnam per H, reliquas per N & Q actas, atque oculo F directè obiectas, sic vt radij optici F H, F N, & F Q in singulas illarum rectis incidant angulis. Ipsæ verò tres parallelæ sint litteris notatæ E S, Y T, Z V, quæ inferne quidem infinite, superne verò non vltra S, T, & V producantur, vbi cum plano S F V ipsi L K R parallelo concurrant. Itaque dico lineam N S aspectui F obtegere lineam N L infinite versus L productam; H T verò obtegere infinitam H B, & Q V infinitam Q R. rursus aio tres K N, K H, & K Q, tribus infinitis N E, H Y, & Q Z, secundum aspectum congruere. Hoc igitur pacto propositæ lineæ X L & M R parallelæ apparent ex loco
E F, quòd parallelis directè visui oppositis exactè respondeant.

Hoc sane experimento in primis addiscere facilè quiuis potest, figurâ è materia constructa, in qua perspicue animaduertet parallelas N E, H Y, & Q Z infinite productas sensim stringi, atque in angustum premi, vt propositione 44. superiùs est demonstratum: easdemque longiùs prouectas pedetentim assurgere, & ad radium F K propiùs accedere, vt propositione 45. demonstrauimus, quousque tandem cum radio ipso F K infinitè extenso coire videantur, quemadmodum K N, K H, & K Q in eumdem radium F K ad signum K reipsa conueniunt.

Deinde hæc omnia & ratio ipsa comprobabit, si priùs, quæ paulò antè promisimus, demonstremus. Primùm itaque ostendendum sit X M & L R æquales videri. Cùm enim
F K A & K C circulum A B C D contingant, erit per 22. lemma huius lib. vt B K ad K D, ita B H ad H D: per lemma autem 23. erit vt L K ad K X, ita L N ad N X: & vt R K ad K M, ita R Q ad Q M. Quare per primam conuersionem lemmatis 24. erit angulus L F N angulo N F X æqualis: siquidem N F K angulus rectus probatur per 3. definitionem libri vndecimi Euclidis, quòd nimirum F K ad planum N F Q rectum sit. Ergo vt L N ad N X, ita erit L F ad F X per 3. sexti Euclidis: quòd iam ostensus sit angulus L F X per rectam F N sectus bifariàm; quare vt L K ad K X, ita L F ad F X: sed quemadmodum L K ad K X, ita est R K ad K M per 2. sexti Euclidis, & per 4. sexti Euclid. vt R K ad K M, ita est L R ad X M: propterea quòd æquiangula sunt ipsa L K R & X K M triangula. per superius verò 23. ci-

A maius erit latus F α latere F N, sic & F γ ipso F Q latere maius erit, quoniam angulus γ Q F est rectus. Cum ergo isoscelia triangula α F γ, & N F Q æquales habeant bases $\alpha\gamma$ & N Q, sintque latera F α & F γ lateribus F N & F Q maiora, vtrumque vtrique; maior erit ad verticem angulus N F Q quàm α F γ per 9. lemma; quare maior spectatur N Q quam $\alpha\gamma$: sed ipsi $\alpha\gamma$ æqualis apparet X M, eodem scilicet angulo, quod iam ante ostensum est: igitur ipsa quoque X M maior apparet N Q. eodemque modo demonstratio fiet in ceteris. Quocirca maxima apparet N Q illarum omnium, quæ citra punctum H, inter K N & K Q continentur. Ratione vero haud absimili ostendetur eadem N Q maxima apparere omnium illarum, quæ vltra H, B versus assumuntur. Sit enim, gratia
B exempli, L R vtcumque assumpta: huic sane æqualis apparet $\delta\varepsilon$ per 9. propos. libri huius, at $\delta\varepsilon$, quam N Q apparet minor per 9. lemma proximè citatum. Igitur & L R eàdem N Q minor conspicitur: cumque in ceteris eadem ratio locum habeat, perspicuum est linearum K L & K R infinite protensarum spatium ad N Q maximum videri; quod secundo loco erat propositum.

Demum interualla linearum K L & K R, quò ab N Q ad eamdem partem remotiora sumuntur, eò semper minora videri sic demonstratur: Esto, verbi gratia, $\theta\lambda$ ab N Q remotior quàm X M: dico $\theta\lambda$ quàm X M minorem spectari. Productis namque F θ & F λ ad π & σ: item F X & F M productis ad puncta α & γ: quoniam ostensum est iam angulum F γ Q acutum esse, erit per 13. primi Euclid. angulus F $\gamma\sigma$ obtusus. Quare per
C 17. primi Euclid. & F $\sigma\gamma$ acutus erit, anguloque F $\gamma\sigma$ minor, ac ea propter latus F σ latere F γ maius erit per 19. primi Euclid. Eodemque modo ostendetur latus F π latere F α maius esse: sunt vero ipsa triangula α F γ & π F σ æquicrura, & super æqualibus basibus $\alpha\gamma$, $\pi\sigma$, constituta. Minor igitur est angulus π F σ angulo α F γ per 9. lemma: sed $\theta\lambda$ eodem spectatur angulo quo $\pi\sigma$, & X M eodem quo $\alpha\gamma$. Itaque interuallum $\theta\lambda$ minus apparet quàm $\alpha\gamma$ per propos. 9. huius lib. quod erat probandum.

Ex his patet propositas lineas X L & M R non parallelas, ex loco F non modò parallelas videri; sed etiam eadẽ his omnia euenire, quæ circa parallelarũ inspectionẽ contingunt.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

D *Admirabilius erit oculo in sublimi dato duas lineas subiecto plano inscribere, quarum intercapedo æqualis vbique appareat.*

SIT oculus in sublimi datus F, ab eoque in subiectum planum perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclidis: atque ex G rectæ duæ educantur G K & G H, quæ se mutuò ad normam secent. Si per quoduis punctum lineę G K, puta K velut per verticem sectio coni describatur, quę hyperbole nũcupatur, nempe K L ad rectos conicę sectionis angulos: dico id quod hanc inter & lineam G H interiacet spatium, è loco F æquale vbique videri.

E F

Finge namque ab F per G & K duos radios produci interminatos F I, & F M, eosque

 pariter

pariter ita moueri in orbem, vt F I numquam à linea G H dimoueatur; sed eam perpetuò secet nunc in N, nunc in O, nunc in P, nunc in H: alter verò F M priorem ita comi- A



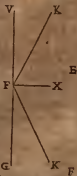
B

C

tetur, vt N R, O S, P T, & H L quæ communes sectiones radiorum & subiecti plani connectunt, tum ipsi G K, tum inter se sint parallelæ. Hoc inquam motu aio F I quidem planum describere: propterea quòd radij omnes F G, F N, F O, F P, F H numquam à triangulo F G H discedant, cuius proinde & subiecti plani communis intersectio est ipsa G H.

At linea F M in sublimi superficiem coni, in plano verò sectionem producet K L, quam hyperbolen vocant. Nam F M à plano F G H, cui ad F oblique insistit, ex parte M subleuatur, angulum cum eo efficiens G F K. Quare si F M circum F I ta moueatur, vt cum plano F G H angulum semper efficiat angulo G F K æqualem; describet eadem F M mucronatam quandam superficiem, cuius quidem immotus vertex F erit, basis verò nulla: si- D
quidem F M infinita est linea. Reliqua ergo coni superficies, a subiecto plano secta in communi intersectione, lineam progignit K L.

Hanc verò hyperbolen esse dico. Cùm enim statuta sit F K circum F ita moueri, vt æquali semper angulo à plano F G H distet, consequens est, vt axis coni illo motu descripti sit eidem plano F G H rectus. Esto etenim planum F G H non iam directè, vt in præcedente schemate, sed perpendiculariter spectatû, ac linea notatum G F V, circa cuius punctum F linea F K ita moueatur, vt æquales sint anguli G F K infrà & V F K suprà, ac toto etiam ambitu. Quoniam igitur axis coni angulû qui ad verticem est K F K bifariàm diuidit, per coni definitionem; sit axis F X, angulusq́; X F K æqualibus addatur angulis V F K & G F K, fientque æquales anguli V F X & G F X per communem notionem, qui per 10. definitionem primi Euclidis recti erunt. Igitur axis coni ex motu lineæ F K descripti ad planum F G H superioris figuræ rectus erit: sed subiectum oculo planum eidem F G H plano rectum est positum. Itaque sectio K R S T L hyperbole est; quod erat demonstrandum. E



Sic igitur se habet linearum in plano descriptio, quarum intercapedines ex assignato visui loco æquales conspiciuntur. Quam in solis rectis lineis attentare cassus est labor. Nam circum F plures quàm vna recta linea circumagi nequeunt, quæ planam superficiem motu describant: quando- F
quidem vna tantum sit, quæ in partem oppositam delata cum primo situ rectam lineam efficiat. Igitur vel curuæ omnes, vel vna solùm recta sit necesse est.

Porrò quemadmodum rectam vnam G H dedimus lineam, alteram curuam K L, ita duæ dari possunt curuæ, nec duæ tantùm, sed & plures; si nimirum quotcumque sectiones conicæ constituantur, siue ex eadem parte lineæ G H, ad quam posita est K L, siue ex altera; quarum omnium interualla ex loco F æqua semper appareant. Vt enim quod inter G H & K L, ita quod inter hanc ipsam G H & quamcunq, aliam coni sectionem interiacet spatium æquale spectatur. Igitur composita ex æqualibus interualla ipsa

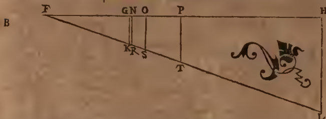
ipsa

A ipsa quoque æqualia videri oportet, per communem notionem.

Et quamuis in præsenti sectio conica K L hyperbole sit, ipsa nimirum F G subiecto plano orthogonaliter incidente; tamen fieri æquè potest, vt vel parabola sit, vel ellipsis, si videlicet F G obliquis angulis subiecto plano insistat. Vniuersè autem coni sectionem esse necessum est, quæ neque recta sit, neque per axem, quod penitus rem intuenti perspicuum fiet.

Nunc si hyperbolica linea K L describi postuletur, id cōpendio fiet in hunc modum.

B



C Ducatur F H recta quæcumqye linea infinita, ab eaque resecetur portio F G æqualis illi quæ in primo huius propositionis schemate iisdem literis designatur: ipsi verò F G rectis angulis adiungatur G K illi item æqualis quæ in superiori schemate iisdem litteris notatur, & F K infinitè producatur in L. prætereà illis quæ in superiori schemate ab oculo in lineam G H procidunt, æquales quoque hic fiant iisdem litteris notatæ F N, F O, F P, & F H, à punctis autem N, O, P, & H perdendiculares excitentur in alterum trianguli latus F L terminatæ ad signa R, S, T, & L. His ergo si in superiori quoque schemate æquales fiant N R, O S, P T, & H L, perque signa R, S, T, & L firma manu vniformis linea ducatur, hæc illa erit hyperbolica linea quæ postulatur, vt ex ipsa patet constructione.

D FALLACIAE ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.



VM latissimè pateat ea diuersitas, quæ in figuris cùm planis tum solidis reperitur; plurimæque sint situum differentiæ, quibus ex accidenti res visiles intuentium oculis variè obiectantur; fit, vt ex vtrorumque congressione innumera errorum discrimina proue-

E *niant: quæ omnia breui sermone complecti non modò immensi esset laboris, verùm omnino etiam impossibile. Quare illas dumtaxat aspectus fallacias recensebimus, quæ circa illustriora schemata obueniunt, cuiusmodi sunt in planis circulus, quadratum, trigonum; in solidis sphæra, cylindrus, conus: de quibus solis noster sermo erit. Nam quæcumque sunt τὰ πολύεδρα sedibus constant, in quibus eædem hallucinationes versantur, quæ in figuris planis. Porrò cùm figurarum principia sint*

F *anguli, de his primùm hæc pauca velut præambula proponemus. Ex his enim variè secundùm aspectum mutatis, etiam figuræ ipsæ in alias atque alias formas transmutari videntur. Sic quadratum vno oculi aspectu in rhombum, alio in rhomboides mutatur, & è conuerso rhomboides in rhombum, vt vtraque figura in primam exactè quadram solo mutato oculi situ restituitur. Sic vnum idemque triangulum nunc orthogonium, nunc oxygonium, nunc amblygonium apparet, variatis scilicet angulis ex aspectus mutatione. Ergo de angulis primùm hæc quæ sequuntur.*

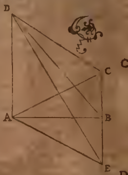
ANGVLVS. A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si in altera linearum angulum continentium punctum quodcumque assumptum fuerit, ab eoq; perpendicularis excitetur ipsius anguli plano: dico è quouis eius perpendicularis lineæ puncto, angulum, si rectus est, rectum videri; si acutus, acutum; B *& obtusum, si obtusus est.*



ESTO primùm propositus angulus A B C rectus, lineis comprehensus A B & B C, in quarum altera, nempe AB, punctum quodcumque assumatur A, ex quo perpendicularis excitetur A D ipsius anguli plano: dico ex D seu alio quouis puncto lineę A D angulum A B C rectum videri. Producatur enim C B in E, fiatque B E ipsi B C æqualis, iunganturque A C, & A E; item DC, D B, & D E: quoniam igitur A D ipsi A B, & A B ipsi C E posita est perpendicularis, erit C E ipsi quoque D B perpendicularis per 15. lemma. Quare rectus erit vterque angulorum D B C, D B E, ac proinde æquales ambo: sunt verò & circum ipsos latera D B & B C lateribus D B & B E æqualia: ergo per 4. primi Euclidis & basis D C basi D E, & angulus C D B angulo E D B æqualis erit. Igitur B C æqualis apparet ipsi B E per 10. prop. libri huius: sed & A B vtrique triangulo A B C & A B E apparet communis. itaque demonstrandum relinquitur A C quoque ipsi A E videri

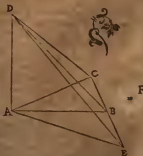


C

D

æqualem, quod fiet hoc modo: Cùm in triangulis A B C & A B E sint A B & B C ipsis A B & B E, & contenti his ipsis anguli æquales, vtpote recti; erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi A E reipsa æqualis. Iam verò quòd etiam æquales appareanr, sic probatur: Nam in triangulis A D C & A D E reliqua latera, nempe A D & D C reliquis lateribus A D & D E æqualia sunt: igitur & angulus A D C angulo A D E æqualis per 8. primi Euclidis. quare æqualis apparet A C ipsi A E. Ac propterea per primum axioma ante proposit. 9. huius lib. traditum, & angulus A B C angulo A B E æqualis spectabitur, ideoque rectus per 13. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

Sit deinde angulus A B C acutus; angulus verò A B E obtusus, iunctis vt priùs A C & A E; item D C, D B, & D E: dico hunc obtusum, illum autem acutum spectari. Quo- E niam enim in triangulis B C D & B E D latus B C lateri B E est positum æquale, latusque B D vtrique triangulo est commune; angulus verò D B E angulo D B C maior per 15. lemma (quòd videlicet D A ipsi A B sit perpendicularis) erit per 24. primi Euclidis & basis D E basi D C maior.



F

Rursus cùm in triangulis A D C & A D E, anguli D A C & D A E recti sint per 3. definitionem vndecimi Euclidis: sitque iam ostensa D E quàm D C maior, habebit D E ad D A maiorem proportionem quàm D C ad eamdem D A per 8. quinti Euclidis. Quocircà per 14. lemma huius libri maior erit angulus A D E angulo A D C. ideoque per 10. huius maior videbitur A E quàm A C; & per 18. primi Euclidis in triangulo A C E angulus A C E angulo A E C apparebit maior. In triangulis vero A B C & A B E communis apparet A B, & basis B C basi B E maior, quod per 5. lemma huius lib. angulus B D C angulo B D E maior existat. Igitur & B A C angulus angulo B A E maior apparebit. Si enim B C ipsi B E appareret æqualis,

cùm

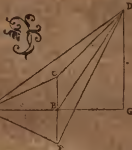
A cùm ostensum iam sit A E quàm A C maiorem videri, consequens esset per 5. lemma huius libri angulum B A C angulo B A E maiorem spectari: nunc ergo quando constat B C maiorem videri ipsa B E, necesse est angulum B A C multò quàm B A E spectari maiorem. Quamobrem & reliquus A B C reliquo A B E videbitur minor, ac proinde acutus, A B E verò obtusus; quod erat probandum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Eadem porrò anguli phantasia obueniet, si in altera earum, quæ
B *angulū continent, exterius producta perpendicularis constituatur.*

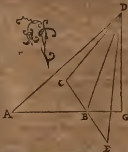


ESTO idem qui suprà angulus A B C rectus, cuius alterum latus A B producatur in G vtcumque; inque G constituatur perpendicularis D G, in cuius fastigio est oculus ad signum D: dico angulum A B C rectum videri. Producta enim C B in E, fiat B E ipsi B C æqualis, iunganturque A C & A E, item D A, D C, D B, & D E. Quoniam in
C triangulis A B C & A B E æqualis est B C ipsi B E ex constructione, & A B vtrique triangulo est communis, angulusque A B C angulo A B E æqualis, vtpote rectus vterque ex suppositione, erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi A E æqualis.



Rursus quoniam D G ipsi G B, & G B ipsi C E posita est perpendicularis, erit per 15. lemma C E ipsi quoque B D perpendicularis. Æquales igitur sunt D B C & D B E, anguli nempe recti: sed quæ hos angulos comprehendunt latera D B & B C lateribus D B & B E æqua-
D lia sunt vtrumque vtrique. ergo per 4 primi Euclidis & basis D C basi D E, & angulus B D C angulo B D E est æqualis. Quare B C & B E æquales etiam spectantur: & in triangulis A D C & A D E, cùm præter æqualia latera D C & D E sit commune latus A D, basisque A C basi A E iam ostensa æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus A D C angulo A D E æqualis. Quocircà A C ipsi A E æqualis quoque conspicietur: sed A B communis apparet vtrique triangulo A B C, & A B E. Ergo per eamdem 8. primi Euclid. angulus quoque A B C angulo A B E videtur æqualis, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

Quòd si acutus sit A B C angulus, reliquus verò A B E obtusus: dico hunc obtusum, illum verò acu-
E tum apparere: nam, vt iam ostensum est, G B C angulus obtusus, & G B E acutus apparet. At angulo G B C æqualis apparet A B E angulus, & angulo G B E angulus A B C æqualis per primum axioma ad propositionem 9. huius libri traditam, adiuuante 15. primi Euclid. Igitur angulus quoque A B C acutus, A B E verò obtusus apparet; quod erat demonstrandum.



Potest etiam hæc propositionis pars eodem modo demonstrari, quo superioris propositionis secundam partem probauimus, adiuuante posteriore parte lem-
F matis 15. verum quia demonstratio illa visa fuit hac paulò prolixior, placuit iam hac vti breuiore, quæ in sequentibus etiam propositionibus subinde locum habebit. Habet enim in se quiddam omnibus rectilineis angulis commune, quod proinde in reliqua apparentium angulorum ac figurarum mentione vsu veniet, magnamque adferet rebus obscurioribus perspicuitatem: quamuis negari non debeat quamplurimis aliis modis hæc quæ tractamus demonstrari posse, quod Lectoris ingenio relinquimus.

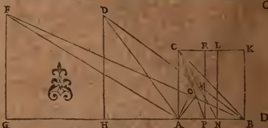
PRO-

PROPOSITIO L. THEOREMA. A

Si autem perpendicularis in qua oculus per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà accessu augeri, recessu minui conspicietur. B

PRIOR huius propositionis pars, quòd nimirum rectus angulus semper rectus videbitur, ex duabus superioribus propositionibus liquido constat. Ostensum est enim quocumq; loco rectarum linearum angulum continentium perpẽdicularis constituta fuerit, rectum angulum semper videri rectum. Cùm ergo in indiuiduo posita sit recti anguli essentia, augeri vel minui quoad aspectum haudquaquam poterit, seruata essentiæ ratione. Igitur moto per hanc lineam oculo, rectus angulus semper rectus conspicietur.

At si obliquus fuerit angulus, is translato oculo mutari videbitur. Nam si acutus sit, vti A B C, visu puncto B appropinquante minui, recedente verò augeri videbitur: sit enim perpendicularis, quę oculũ defert nunc in H nunc in G; visus autem nunc in D nũc in F æque à subiecto plano sublimis: ex puncto verò C, ad rectam G B perpendicularis ducatur C A per 12. primi Euclid. & ex B eidem G B perpendicularis excitetur B K per 11. primi Euclidis, quæ per 29. primi Euclidis parallelæ erunt, iunctaque C K fiat parallelogrammum A B K C, cuius diametrus sit C B. Quoniam A B latitudo parallelogrammi ex loco D minor apparet quàm sit reipsa, per consectarium primum propositionis vndecimæ huius libri; esto apparens eius magnitudo A M, quæ nimirum abscindit D M ipsi D A æqualem; positaque A N ipsi A M æquali, ac ducta N L per N ad rectos ipsi G B angulos, palam est C N diametrum C B repræsentare ex D spectarum, angulumq; A N C angulo A B C maiorem esse per 16. primi Euclidis, ac etiam videri per 1. axioma ad propos. 9. huius libri superius explicatum. E



Rursus quoniam per 11. huius eadem A B ex F minor cernitur quàm ex D, sit eius apparens magnitudo A O quæ abscindit F O ipsi F A æqualem, fiatque ipsi A O æqualis A P, cui vt prius perpendicularis applicetur ad punctum P, nempe P R, quæ ipsi N L parallela erit per 29. primi Euclidis. iuncta igitur C P, erit vt prius angulus A P C angulo A N C maior; quoniam enim per 7. lemma minor est angulus A F B angulo A D B, minor apparebit A B ex F quàm ex D. Igitur minor erit A O quam A M, & A P quam A N, ac proinde & C P ipsa C N minor, angulus verò A P C angulo A N C maior vt prius. Atque ita deinceps quo longiùs abducta fuerit perpendicularis in qua positus est oculus, eo semper acutus angulus maior conspicietur. F

Sit iam obtusus angulus H B E, eademque aspectus transmutatio, quæ prius: dico angulum H B E visu puncto B appropinquante quoad aspectum augeri, recedente verò minui. Per B namque & E perpendiculares ducatur ipsi G B, nempe B K & E A; iunctaq; E K, parallelogrammum perficiatur A B K E, cuius diametrus sit B E. Quoniam B A longitudo parallelogrammi ex D minor conspicitur, quam reipsa sit, per consectarium primum vndecimæ huius; esto B M longitudo apparens, cui æqualis ponatur B N, & ab N perpendicularis ipsi B A ducatur N L per 11. primi Euclid. erit ergo parallelogrammum B N L K, parallelogrammi B A E K ex D spectati forma, & B L diametrum B E repræsentabit: sed minor est angulus K B L angulo K B E per 8. lemma, vti etiam per

lemma

A lemma 14. Quia enim B L ipsa B E est minor, erit ipsius B L ad B K minor proportio quàm
B E ad eamdẽ B K per 8.
quinti Euclid. est verò
B K E rectus angulus.
Igitur per iam citatũ
14. lemma minor est
angulus K B L angulo
K B E; addito itaque
cõmuni angulo H B K,
B erit per communem
notionẽ angulus H B L
angulo H B E minor.

Simili modo cùm
per 7. lemma minor sit
angulus B F A angulo
B D A, consequens est
per 10. propos. huius,
vt B A longitudo parallelogrammi ex loco F minor spectetur, quàm ex D: sit igitur eius
apparens longitudo B O, cui æqualis ponatur B P, atque ex P perpẽdicularis ipsi B A exci-
C tetur P R. Erit ergo vt priùs parallelogrammum B P R K ipsius parallelogrammi B A E K
ex F spectati contractura, & B R ipsius B E apparens forma. At verò angulus K B R mi-
nor est angulo K B L per 8. lemma superiùs citatum: adiuncto igitur communi angu-
lo H B K, erit H B R angulus angulo H B L minor. Sicque quo longius adspectus a puncto
B dimouebitur, linea B E eo semper propiùs ad perpendicularem B K accedere conspi-
cietur, ac proinde angulus H B E semper minui. Igitur perspicuum est quod initio
propositum fuit demonstrare.

Idem omnino eueniet, si oculus per lineas quæ angulum comprehendunt in opposi-
tam partem productas incedat. Nam sit, exempli gratia, in posteriore hoc schemate an-
gulus acutus A B E, cuius vertex ad B oculum spectet, nunc in D nunc in F transmuta-
D tum: cùm per 13. primi Euclid. A B E & E B H anguli duobus rectis sint pares, & obtu-
sus angulus E B H, vt iam ostensum est, minui visu recedente, appropinquante vero au-
geri videatur; necesse est contrà acutum angulum A B E visu recedente secundum aspe-
ctum augeri, minui verò appropinquante, quemadmodum in prima oculi mutatione
ostendimus.

Eodemque pacto si A B C obtusus proponatur angulus vertice oculum spectans: cùm
iam ante demonstratum sit acutum H B C angulum oculo accedente minui, & rece-
dente augeri, consequens profectò est, vt è conuerso obtusus A B C angulus oculi recessu
minui, accessu verò augeri secundùm aspectum videatur.

Hæc quamuis ita se habere ex necessariis sit demonstratum; placet tamen experi-
E menti rationem adiungere, & ad oculum rem quoque ipsam exhibere. In amplo solo
è duabus regulis non minimis vna alteri leuiter commissa transfixo clauo angulus apte-
tur, velut norma Lesbia, quæ ad arbitrium in quamcumque formam permutari possit.
Secundum verò alteram illarum spectator incedas: si acutus est angulus, vt in priori
schemate A B C, manifeste deprehendes punctum B in recessu nunc in N nunc in P vi-
deri, & quò longiùs abscesseris, eo semper B punctum propiùs ipsi A fieri; atque ita ipsam
quoque C B lineam nunc in C N nunc in C P mutari perspicies; contrà verò quo propius
puncto B accesseris. Sic ergo acutum angulum accedente oculo minui, recedente au-
geri manifeste deprehendes.

Conformato verò ex iisdem regulis angulo obtuso, vt in posteriori figura est H B E,
F videbis in recessu punctum E sensim in L, atque hinc in R transmutari, totamq; B E nunc
in B L nunc in B R, eoque semper propius adduci, quò longiùs abiueris. Quare & an-
gulum H B E recedente obtutu minui, augeri vero accedente perspicies. Eodem verò
modo quasuis angulorum mutationes experiri licebit, atque ex iis rationes adinuenire,
quibus a priori, vt Philosophi loquuntur, seu, vt alij, ex necessariis repertæ veritates de-
monstrentur. Ita namque solemus in rebus arduis, atque inuentu difficillimis, à sensi-
bus rebusque materialibus subsidia mutuari, quas intelligentia per se sola assequi num-
quam potuisset.

PRO-

A

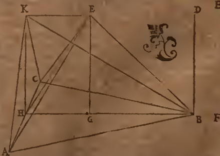
PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si recta quædam linea angulum per verticem bifariàm secet, per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longius dimouetur, eò semper angulũ maiorem spectari.



ESTO angulus ABC per rectam lineam BG sectus bifariàm: dico perpen- B
diculari quæ oculum defert in B vertice anguli constituta, angulum minimum oculo D apparere, eademque perpendiculari per BG trāsportata, eò maiorem angulum videri, quò illa longiùs à B dimouetur. Nam sit primùm perpendicularis ophthalmophora in G, oculus verò in E æquè ac D à plano sublimis: quoniam BGE & GBD anguli recti sunt, ac proinde æquales, & circum hos æqualia consistunt latera GE & BD, BG verò commune vtrique, erit per 4. primi Euclidis, & basis BE basi GD, & angulus BEG angulo GDB æqualis. Itaque ex vtruque loco D & E æqualis apparet ipsa BG, hoc est altitudo trianguli ABC: at
verò AG & GC ex E maiores apparent quàm ex D. Quia enim AG ipsi GE ad rectos posita est angulos, & DE ipsi GE ad rectos angulos erit: quare per 15. lemma AE ipsi quoque DE ad angulos erit rectos, & per 47. primi Euclidis maior erit AD quàm AE: ideoque per 8. quinti Euclidis AD ad AG maiorem rationem habebit quàm AE ad
eamdem AG. Maior igitur est angulus GAD angulo GAE per 14. lemma. Est enim per D
15. lemma AG vtrique GE & GD perpendicularis. Quocircà reliquus angulus ADG reliquo AEG minor est, siquidem per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius sunt æquales, vtpote duobus rectis pares: est verò GDC ipsi ADG æqualis per 4. primi Euclidis, quòd latera AG & GD lateribus CG & GD sint æqualia, & angulus AGD angulo CGD æqualis; ac eodē modo angulo AEG æqualis est angulus GEC. igitur compositus ADC, composito AEC est minor. Quapropter AC ex D minor spectatur quam ex E per 10. huius: ideoque & per 8. lemma maior apparet angulus ABC ex E quam ex D, adiuuante primo axiomate ad 9. propositionem huius explicato.

Si iam longius à puncto B visus abducatur, vtputa in K insidens perpendiculari HK:
dico angulum ABC, ex K maiorem conspici quàm ex E. Iunctis enim KA, KC, & KB: item EA, EH, EC, & EB: quoniam triangula HEB, & HKB in iisdem sunt parallelis HB & KE, eamdemque habent basin HB, maximum verò illorum, quæ præter basin sunt, latus est KB, erit per 7. lemma minor angulus HKB quam HEB: quare HB ex E maior spectabitur quàm ex K. E



F

Rursus quoniam AKE rectus est angulus per 15. lemma, erit per 47. primi Euclid. AE ipsa AK maior; atque ita per 8. quinti Euclid. maior proportio AE ad AH, quàm AK ad eamdem AH, ac proinde per 14. lemma maior angulus HAE angulo HAK, cumque æquales sint anguli AHE & AHK vtpote recti, erit reliquus AEH reliquo AKH minor. Sic & HEC angulus angulo HKC minor ostendetur. Igitur totus AEC angulus toto AKC est minor.

A nor. quare A C basis trianguli A B C ex K maior apparet quàm ex E: altitudo verò H B, contra maior apparet ex E quam ex K: ergo angulus A B C ex K multo maior apparet quàm ex E. Nam si altitudo eadem appareret, vt supra G B, adhuc tum maior cerneretur angulus A B C ex K quàm ex E per 8. lemma, adiuuante primo axiomate ad propositionem 9. huius libri explicato: & si basis A C ex vtroque loco æqualis appareret, altitudo verò maior, etiam tum maior videretur angulus A B C ex K quàm ex E per 21. primi Euclidis. Itaque cùm hæc ambo simul conueniant, scilicet basis A C phantasia maior ex K quàm ex E, & è conuerso altitudinis apparentia ex E maior quam ex K; conuincitur angulum A B C ex K quàm ex E multo maiorem spectari.
B

PROPOSITIO LII. PROBLEMA.

Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusq; sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.

C ANGVLVM A B C bipartitò secet B G, cui perpendicularis adiungatur H K infinite vtrimque producta: per hàc si perpendicularis illa quę oculum defert permutetur, aio aspectui in D posito angulum A B C maximum videri; hinc verò quo è remotiori loco spectatur, eò semper minorem apparere.
D Fiant enim A B & B C æquales per 3. primi Euclidis, adiungaturque A C: ab A verò & C ad H K perpendiculares applicentur A H & C K per 11. primi Euclidis; quæ per 28. primi Euclidis parallelæ inter se erunt, ac parallelogrammum A C K H perficient: ducantur item à visu D radij D H & D K: sic quoque à visu E radij E H & E K, itémque à visu M radij M H & M K proteodantur: quoniam B D ad H K est perpendicularis ex hypothesi, æquales sint oportet anguli D B H & D B K, vtpote recti per 10. definitionem primi Euclidis: at circum æquales hos angulos æqualia consistunt latera B H & B K; commune verò vtrique B D. Igitur per 4. primi Euclidis & basis D H basi D K est æqualis.

E Rursus cum rectus sit angulus B D E, erit H D E recto maior, vt totus sua parte. Igitur quæcumque ex H ad D E infinitè extensam attinere possunt rectæ lineæ, vt H E, H M, omnes ipsa H D maiores esse necessum est; cúmque H D ipsi D K sit iam ostensa æqualis, erit H E ipsa quoque D K maior. Quapropter per 7. lemma minor erit angulus H E K angulo H D K: ergo H K seu A C, hoc est longitudo parallelogrammi minor ex E, imò & ex quocumque alio signo videbitur quàm ex D; atque ita arctari videntur latera A B & B C. Atque adeò angulus ipse A B C ex E quàm ex D, ceteris punctis lineæ D M præter D minor apparet: quocircà ex D maximus videtur; quod primò erat demonstrandum.
Simili porrò ratione ostendemus, ex locis quantò à D remotioribus, tantò angulum A B C minorem semper videri. Cùm enim H E M obtusus sit angulus, vtpote maior an-
F gulo H D E per 16. primi Euclidis: quæcumque ex H ad E M infinite protractam ducuntur, ipsa H E maiores sunt per 19 primi Euclidis; ac proinde per 7. lemma angulus H M K angulo H E K minor erit; atque ita vt priùs minor videbitur H K ex M quàm ex E, angulique A B C latera constringi angustarique videbuntur, ac proinde ipse etiam angulus ex M quàm ex E, imò ex quocumque ab hinc remotiore loco minor semper conspicietur; quod posteriùs erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIII. THEOREMA. A

Circum anguli ABC *verticem* B *circulus describatur, in eumq́; incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F *&* G, *vbi arcus* ACLN *angulusq́; secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H *&* K, *vbi* HK *ipsi* FG *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper* B *augeri, accessu verò minui.*



RODVCANTVR AB & CB in N & L, iunctisq́; AC, CN, NL, & LA, perficiatur parallelogrammũ ACNL: quoniam igitur parallelogrammi latus AC nullibi minùs secundùm aspectum mutatur, quàm oculo ad perpendiculum signo F incumbenti ob directum situm; AL verò & CN ex eodem oculi loco maximam contracturam subeunt propter situs obliquitatem; perspicuè fit vt ex hoc loco angulus ABC maximus appareat. Nam quò vertex B propinquior spectatur manente basi AC, eò necesse est maiorem videri ipsum ABC angulum per 21. primi Euclidis. Idem porrò accidit oculo supra punctum G elato: hinc siquidem basis AC propinquior oculo cernitur; C quare & angulus ABC apparet maior per 9. lemma. Item quoniam ex loco qui supra G eminet, maximus cernitur angulus LBN, & per 15. primi Euclidis oportet huic æqualem videri ABC, propter linearum AN & CL communem in B intersectionem, palam est oculo supra G constituto ipsum quoque ABC angulum maximum spectari. Contrà verò si oculus supra alterum punctorum H vel K attollatur, dico illos ipsos angulos ABC & LBN videri minimos: tum quia parallelogrammi AN latera AC & LN aspectu maximè contrahuntur, lateribus AL & CN minimè variatis ob situm hic directum, illic obliquum, tum quia necesse est angulos ABC & LBN tantò apparere minores, quantò ABL & CBN maiores conspiciuntur: at hi, cùm oculus alteri punctorum H vel K imminet, maximi videntur, vt ex iam dictis constat: igitur illi ex eodem oculi loco apparent minimi. D

Cùm ergo FG & HK extremæ sint lineæ è quibus ABC angulus maximus minimusq́; apparet, palam est, si perpendicularis illa, quæ oculum defert, per circuli ambitum circumducatur, ab minimo termino ad maximum, hoc est oculo ab H & K ad F & G recedente angulum ABC continuò augeri, accedente verò minui. Nam quemadmodum E continuus est motus, quo oculus circumfertur; ita non interrupta variatione anguli, aspectus mutatur, atque ab minimo ad maximum continuis incrementis augetur; à maximo verò ad minimum vsque perpetuis decrementis minuitur.

Quod sanè eò spectat, vt intelligas angulum ABC si rectus est, visu supra circumferentias AFC & LGN delato, obtusum apparere, recto scilicet ampliorem; incedente autem oculo supra arcus AHL & CKN videri acutum, recto videlicet minorem. Nam ex propositionibus 48. & 49. constat è locis supra A, C, N, & L constitutis rectum ipsum angulum spectari: à quibus proinde locis si versus minimos terminos H & K oculus feratur, acui ipsum angulum ABC necesse est; vti contrà expandi magis, si versus maximos terminos F & G oculus adsportetur.

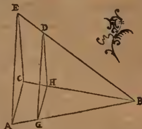
Habes hic Lector paucis explicatam omnem illam varietatem, qua rectus angulus F secundum aspectum variat oculo circa propositi anguli verticem circumacto. Est verò hæc propositio velut compendium præcedentium. Nam quæ de aspectu anguli acuti & obtusi superiùs dicta sunt, facilè possunt ad recti anguli normam explicari; quandoquidem iam constet angulum ABC, siue acutus sit, siue obtusus, siue rectus, ex H & K minimum videri, maximum verò ex F & G. Quare visu à minimo termino H vel K ad maximum F vel G delato, augeri anguli aspectum continuo incremento necesse est; minui autem, oculo à maximo termino ad minimum recedente.

PRO-

A PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si à vertice spectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ signo æqualis ipse angulus conspicitur.

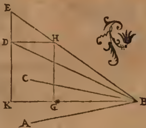
EX B vertice propositi anguli A B C recta educatur, per D centrum oculi infinitè exporrecta: dico ex quouis signo lineæ infinitæ D B, vtputa ex E angulum æqualem videri. Iungatur
B enim A C, & ex E ad A & C radij procidant E A & E C, ipsisque paralleli ducantur D G & D H: in triangulo igitur A B E, quoniam D G ipsi A E est parallela, erit per 2. sexti Euclid. vt A B ad G B, ita E B ad D B: est verò angulus A B E vtrique triangulo A B E & G B D communis: igitur æquiangula sunt ipsa triangula per 6. sexti Euclid. Quocirca A B ex E æqualis apparet ipsi G B spectatæ ex D: ac similiter C B ex E apparet æqualis ipsi H B ex D spectatę. Et quoniam
C per 4. sexti Euclid. vt E B ad D B, ita est E A ad D G: & iterùm, vt E B ad D B, ita E C ad D H; erunt per 11. quinti Euclid. eædem inter se rationes E A ad D G, & E C ad D H. Sed & eadem ratio est A C ad G H per eandem 11. quinti Euclidis. nam per 4. sexti Euclid. ita se habet A C ad G H, quemadmodum A B ad G B; & vt A B ad G B, ita est E B ad D B: est verò, vt iam ostensum est, vt E B ad D B, ita E A ad D G, item & E C ad D H. Igitur vt E A ad A C, ita est D G ad G H; & vt E C ad C A, sic D H ad H G. Sunt itaque triangulorum A E C & G D H proportionalia latera: quare & anguli æquales per 5. sexti Euclid. Ergo A C ex E, & G H ex D æquales spectantur: sed & A B & C B ex E ipsis G B & H B ex D cernuntur æquales, vt iam ostensum est, igitur æquilatera spectantur triangula A B C & G B H: quare & æ-
D quiangula per 5. sexti Euclid. Est verò vtrique triangulo communis angulus A B C. Hic igitur ex E & D, & quocumque alio signo in linea B D infinite producta assumpto æqualis conspicitur; quod erat demonstrandum.



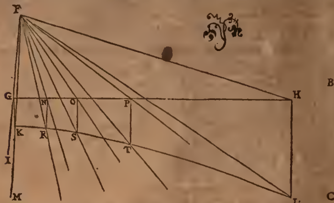
PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Motus, quo visus à subiecto plano altiùs sublevatur, ei respondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad spectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depressio proportione
E *respondet abscessui.*

PRIMVM enim ex altitudine K D propositus spectetur angulus A B C, deinde oculus in E sublevetur: dico ex E angulum A B C ita videri, quemadmodum ex prima altitudine K D loco ipsi B propinquiore constitutum. Nam ad punctum D ponatur D H ipsi K B parallela per 31. primi Euclidis, quæ ipsam B E secet in H, fiatque ipsi D H æqualis K G per 3. primi Euclid. & iungatur H G, quę
F per 33. primi Euclid. ipsi K D parallela & æqualis erit. Quare per 2. sexti Euclid. vt E B ad H B, ita est K B ad G B: sed vt E B ad H B, ita est per eandem 2. sexti Euclidis E K ad D K, quòd nimirum D H ipsi K B posita sit parallela. Igitur vt E K ad D K, ita est K B ad G B, & alternatim vt E K ad K B, ita D K ad G B: sed E K est maior quàm D K ex hypothesi: ergo & K B ipsa G B est maior per 14. quinti Euclid. Est ergo punctum G puncto B propinquius quam punctum K: at per præcedentem angulus A B C ex H



pariter ita moueri in orbem, vt F T numquam à linea G H dimoueatur; sed eam perpe- A
tuò secet nunc in N, nunc in O, nunc in P, nunc in H: alter verò F M priorem ita comi-



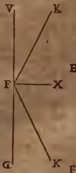
B

C

tetur, vt N R, O S, P T, & H L quæ communes sectiones radiorum & subiecti plani con-
nectunt, tum ipsi G K, tum inter se sint parallelæ. Hoc inquam motu aio F I quidem
planum describere: propterea quòd radij omnes F G, FN, FO, FP, F H numquam à trian-
gulo F G H discedant, cuius proinde & subiecti plani communis intersectio est ipsa G H.

At linea F M in sublimi superficiem coni, in plano verò sectionem producet K L, quam
hyperbolen vocant. Nam F M à plano F G H, cui ad F oblique insistit, ex parte M suble-
uatur, angulum cum eo efficiens G F K. Quare si F M circum F ita moueatur, vt cum pla-
no F G H angulum semper efficiat angulo G F K æqualem; describet eadem F M mucro-
natam quamdam superficiem, cuius quidem immotus vertex F erit, basis verò nulla: si- D
quidem F M infinita est linea. Reliqua ergo coni superficies, a subiecto plano secta in
communi intersectione, lineam progignit K L.

Hanc verò hyperbolen esse dico. Cùm enim statuta sit F K circum F ita moueri, vt
æquali semper angulo à plano F G H distet, consequens est, vt axis
coni illo motu descripti sit eidem plano F G H rectus. Esto etenim pla-
num F G H non iam directe, vt in præcedente schemate, sed perpendi-
culariter spectatū, ac linea notatum G F V, circa cuius punctum F linea
F K ita moueatur, vt æquales sint anguli G F K infrà & V F K suprà, ac
toto etiam ambitu. Quoniam igitur axis coni angulū qui ad verticem
est K F K bifariàm diuidit, per coni definitionem; sit axis F X, angulusq;
X F K æqualibus addatur angulis V F K & G F K, fientque æquales an- E
guli V F X & G F X per communem notionem, qui per 10. definitionem
primi Euclidis recti erunt. Igitur axis coni ex motu lineæ F K descripti
ad planum F G H superioris figuræ rectus erit: sed subiectum oculo pla-
num eidem F G H plano rectum est positum. Itaque sectio K R S T L hy-
perbole est; quod erat demonstrandum.



Sic igitur se habet linearum in plano descriptio, quarum intercape-
dines ex assignato visui loco æquales conspiciuntur. Quam in solis re-
ctis lineis attentare cassus est labor. Nam circum F plures quàm vna F
recta linea circumagi nequeunt, quæ planam superficiem motu describant: quando-
quidem vna tantùm sit, quæ in partem oppositam delata cum primo situ rectam li-
neam efficiat. Igitur vel curuæ omnes, vel vna solùm recta sit necesse est.

Porrò quemadmodum rectam vnam G H dedimus lineam, alteram curuam K L, ita
duæ dari possunt curuæ, nec duæ tantùm, sed & plures; si nimirum quotcumque se-
ctiones conicæ constituantur, siue ex eadem parte lineæ G H, ad quam posita est K L,
siue ex altera; quarum omnium interualla ex loco F æqua semper appareant. Vti enim
quod inter G H & K L, ita quod inter hanc ipsam G H & quamcumq; aliam coni sectio-
nem interiacet spatium æquale spectatur. Igitur composita ex æqualibus interualla

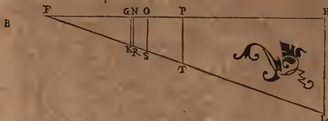
ipsa

A ipsa quoque æqualia videri oporter, per communem notionem.

Et quamuis in præsenti sectio conica K L hyperbole sit, ipsa nimirum F G subiecto plano orthogonaliter incidente; tamen fieri æquè potest, vt vel parabola sit, vel ellipsis, si videlicet F G obliquis angulis subiecto plano insistat. Vniuersè autem coni sectionem esse necessum est, quæ neque recta sit, neque per axem, quod penitus rem intuenti perspicuum fiet.

Nunc si hyperbolica linea K L describi postuletur, id cōpendio fier in hunc modum.

B



C Ducatur F H recta quæcumque linea infinita, ab eaque resecetur portio F G æqualis illi quæ in primo huius propositionis schemate iisdem literis designatur: ipsi verò F G rectis angulis adiungatur G K illi item æqualis quæ in superiori schemate iisdem litteris notatur, & F K infinitè producatur in L. præterea illis quæ in superiori schemate ab oculo in lineam G H procidunt, æquales quoque hic fiant iisdem litteris notatæ F N, F O, F P, & F H, à punctis autem N, O, P, & H perpendiculares excitentur in alterum trianguli latus F L terminatæ ad signa R, S, T, & L. His ergo si in superiori quoque schemate æquales fiant N R, O S, P T, & H L, perque signa R, S, T, & L firma manu vniformi linea ducatur, hæc illa erit hyperbolica linea quæ postulatur, vt ex ipsa patet constructione.

D FALLACIAE ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

CVM latissimè pateat ea diuersitas, quæ in figuris cùm planis tum solidis reperitur; plurimæque sint situum differentiæ, quibus ex accidenti res visiles intuentium oculis variè obiectantur, fit, vt ex vtrorumque congressione innumera errorum discrimina proue-
E *niant: quæ omnia breui sermone complecti non modò immensi esset laboris, verùm omnino etiam impossibile. Quare illas dumtaxat aspectus fallacias recensebimus, quæ circa illustriora schemata obueniunt, cuiusmodi sunt in planis circulus, quadratum, trigonum; in solidis sphæra, cylindrus, conus: de quibus solis noster sermo erit. Nam quæcumque sunt τὰ πολύεδρα sedibus constant, in quibus eædem hallucinationes versantur, quæ in figuris planis. Porrò cùm figurarum principia sint*
F *anguli, de his primùm hæc pauca velut præambula proponemus. Ex his enim variè secundùm aspectum mutatis, etiam figuræ ipsæ in alias atque alias formas transmutari videntur. Sic quadratum vno oculi aspectu in rhombum, alio in rhomboides mutatur, & è conuerso rhomboides in rhombum, vt vtraque figura in primam exactè quadram solo mutato oculi situ restituitur. Sic vnum idemque triangulum nunc orthogonium, nunc oxygonium, nunc amblygonium apparet, variatis scilicet angulis ex aspectus mutatione. Ergo de angulis primùm hæc quæ sequuntur.*

A cùm ostensum iam sit A E quàm A C maiorem videri, consequens esset per 5. lemma
huius libri angulum B A C angulo B A E maiorem spectari: nunc ergo quando constat
B C maiorem videri ipsâ B E, necesse est angulum B A C multo quàm B A E spectari ma-
iorem. Quamobrem & reliquus A B C reliquo A B E videbitur minor, ac proinde acu-
tus, A B E verò obtusus; quod erat probandum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Eadem porrò anguli phantasia obueniet, si in altera earum, quæ
B *angulū continent, exteriùs producta perpendicularis constituatur.*

ESTO idem qui suprà angulus A B C rectus, cuius alterum latus A B pro-
ducatur in G vtcumque; inque
G constituatur perpendicularis
D G, in cuius fastigio est oculus
ad signum D: dico angulum
A B C rectum videri. Producta enim C B in E,
fiat B E ipsi B C æqualis, iunganturque A C &
A E, item D A, D C, D B, & D E. Quoniam in
C trianguli A B C & A B E æqualis est B C ipsi B E
ex constructione, & A B vtrique triangulo est
communis, angulusque A B C angulo A B E
æqualis, vtpote rectus vterque ex suppositio-
ne, erit per 4. primi Euclidis & basis A C ba-
si A E æqualis.
Rursus quoniam D G ipsi G B, & G B ipsi C E
posita est perpendicularis, erit per 15. lemma
C E ipsi quoque B D perpendicularis. Æquales igitur sunt D B C & D B E, anguli nempe
recti: sed quæ hos angulos comprehendunt latera D B & B C lateribus D B & B E æqua-
D lia sunt vtrumque vtrique. ergo per 4 primi Euclidis & basis D C basi D E, & angulus
B D C angulo B D E est æqualis. Quare B C & B E æquales etiam spectantur: & in trian-
gulis A D C & A D E, cum præter æqualia latera D C & D E sit commune latus A D, ba-
sisque A C basi A E iam ostensa æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus A D C an-
gulo A D E æqualis. Quocirca A C ipsi A E æqualis quoque conspicietur: sed A B com-
munis apparet vtrique triangulo A B C, & A B E. Ergo per eamdem 8. primi Euclid. an-
gulus quoque A B C angulo A B E videtur æqualis, ac proinde rectus vterque per 13. pri-
mi Luclidis; quod erat demonstrandum.
Quòd si acutus sit A B C angulus, reliquus verò
A B E obtusus: dico hunc obtusum, illum verò acu-
E tum apparere: nam, vt iam ostensum est, G B C an-
gulus obtusus, & G B E acutus apparet. At angulo
G B C æqualis apparet A B E angulus, & angulo G B E
angulus A B C æqualis per primum axioma ad propo-
sitionem 9. huius libri traditam, adiuuante 15. primi
Euclid. Igitur angulus quoque A B C acutus, A B E ve-
ro obtusus apparet; quod erat demonstrandum.
Potest etiam hæc propositionis pars eodem modo
demonstrari, quo superioris propositionis secundam
partem probauimus, adiuuante posteriore parte lem-
F matis 15. verùm quia demonstratio illa visa fuit hac
paulò prolixior, placuit iam hac vti breuiore, quæ in
sequentibus etiam propositionibus subinde locum
habebit. Habet enim in se quiddam omnibus rectilineis angulis commune, quod
proinde in reliqua apparentium angulorum ac figurarum mentione vsu veniet, ma-
gnamque adferet rebus obscurioribus perspicuitatem: quamuis negari non debeat
quamplurimis alijs modis hæc quæ tractamus demonstrari posse, quod Lectoris inge-
nio relinquimus.

PRO-

PROPOSITIO L. THEOREMA. A

Si autem perpendicularis in qua oculus per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà accessu augeri, recessu minui conspicietur. B

PRIOR huius propositionis pars, quòd nimirum rectus angulus semper rectus videbitur, ex duabus superioribus propositionibus liquidò constat. Ostensum est enim quocumq; loco rectarum linearum angulum continentium perpēdicularis constituta fuerit, rectum angulum semper videri rectum. Cùm ergo in indiuiduo posita sit recti anguli essentia, augeri vel minui quoad aspectum haudquaquam poterit, seruata essentiæ ratione. Igitur moto per hanc lineam oculo, rectus angulus semper rectus conspicietur.

At si obliquus fuerit angulus, is translato oculo mutari videbitur. Nam si acutus sit, vti A B C, visu puncto B appropinquante minui, recedente verò augeri videbitur: sit enim perpendicularis, quę oculū defert nunc in H nunc in G; visus autem nunc in D nūc in F æquè à subiecto plano sublimis: ex puncto verò C, ad rectam G B perpendicularis ducatur C A per 12. primi Euclid. & ex B eidem G B perpendicularis excitetur B K per 11. primi Euclidis, quæ per 29. primi Euclidis parallelæ erunt, iunctaque C K fiat parallelogrammum A B K C, cuius diametrus sit C B. Quoniam A B latitudo parallelogrammi ex loco D minor apparet quàm sit reipsa, per consectarium primum propositionis vndecimæ huius libri; esto apparens eius magnitudo A M, quæ nimirum abscindit D M ipsi D A æqualem; positaque A N ipsi A M æquali, ac ducta N L per N ad rectos ipsi G B angulos, palam est C N diametrum C B repræsentare ex D spectatum, angulumq; A N C angulo A B C maiorem esse per 16. primi Euclidis, ac etiam videri per axioma ad propos. 9. huius libri superiùs explicatum. C D E

Rursusquoniam per 11. huius eadem A B ex F minor cernitur quàm ex D, sit eius apparens magnitudo A O quæ abscindit F O ipsi F A æqualem, fiatque ipsi A O æqualis A P, cui vt priùs perpendicularis applicetur ad punctum P, nempe P R, quæ ipsi N L parallela erit per 29. primi Euclidis. iuncta igitur C P, erit vt prius angulus A P C angulo A N C maior; quoniam enim per 7. lemma minor est angulus A F B angulo A D B, minor apparebit A B ex F quàm ex D. Igitur minor erit A O quàm A M, & A P quam A N, ac proinde & C P ipsa C N minor, angulus verò A P C angulo A N C maior vt prius. Atque ita deinceps quo longius abducta fuerit perpendicularis in qua positus est oculus, eo semper acutus angulus maior conspicietur. F

Sit iam obtusus angulus H B E, eademque aspectus transmutatio, quæ priùs: dico angulum H B E visu puncto B appropinquante quoad aspectum augeri, recedente verò minui. Per B namque & E perpendiculares ducātur ipsi G B, nempe B K & E A; iunctaq; E K, parallelogrammum perficiatur A B K E, cuius diametrus sit B E. Quoniam B A longitudo parallelogrammi ex D minor conspicitur, quam reipsa sit, per consectarium primum vndecimæ huius, esto B M longitudo apparens, cui æqualis ponatur B N, & ab N perpendicularis ipsi B A ducatur N L per 11. primi Euclid. erit ergo parallelogrammum B N L K, parallelogrammi B A E K ex D spectati forma, & B L diametrum B E repræsentabit: sed minor est angulus K B L angulo K B E per 8. lemma, vti etiam per

lemma

A lemma 14. Quia enim B L ipsa B E est minor, erit ipsius B L ad BK minor proportio quàm
BE ad eamdē B K per 8.
quinti Euclid. est verò
B K E rectus angulus.
Igitur per iam citatū
14. lemma minor est
angulus K B L angulo
K B E; addito itaque
cōmuni angulo H B K,
B erit per communem
notionē angulus H B L
angulo H B E minor.
Simili modo cùm
per 7. lemma minor sit
angulus B F A angulo
B D A, consequens est
per 10. propos. huius,
vt B A longitudo parallelogrammi ex loco F minor spectetur, quàm ex D: sit igitur eius
apparens longitudo B O, cui æqualis ponatur B P, atque ex P perpēdicularis ipsi B A exci-
C tetur P R. Erit ergo vt prius parallelogrammum B P R K ipsius parallelogrammi B A E K
ex F spectati contractura, & B R ipsius B E apparens forma. At verò angulus K B R mi-
nor est angulo K B L per 8. lemma superius citatum: adiuncto igitur communi angu-
lo H B K, erit H B R angulus angulo H B L minor. Sicque quo longius adspectus a puncto
B dimouebitur, linea B E eo semper propius ad perpendicularem B K accedere conspi-
cietur, ac proinde angulus H B E semper minui. Igitur perspicuum est quod initio
propositum fuit demonstrare.

Idem omnino eueniet, si oculus per lineas quæ angulum comprehendunt in opposi-
tam partem productas incedat. Nam sit, exempli gratia, in posteriore hoc schemate an-
gulus acutus A B E, cuius vertex ad B oculum spectet, nunc in D nunc in F transmuta-
D tum: cùm per 13. primi Euclid. A B E & E B H anguli duobus rectis sint pares, & obtu-
sus angulus E B H, vt iam ostensum est, minui visu recedente, appropinquante vero au-
geri videatur; necesse est contrà acutum angulum A B E visu recedente secundum aspe-
ctum augeri, minui verò appropinquante, quemadmodum in prima oculi mutatione
ostendimus.

Eodemque pacto si A B C obtusus proponatur angulus vertice oculum spectans: cùm
iam antè demonstratum sit acutum H B C angulum oculo accedente minui, & rece-
dente augeri, consequens profectò est, vt è conuerso obtusus A B C angulus oculi recessu
minui, accessu verò augeri secundum aspectum videatur.

Hæc quamuis ita se habere ex necessariis sit demonstratum; placet tamen experi-
E menti rationem adiungere, & ad oculum rem quoque ipsam exhibere. In amplo solo
è duabus regulis non nimmis vna alteri leuiter commissa transfixo clauo angulus apte-
tur, velut norma Lesbia, quæ ad arbitrium inquamcumque formam permutari possit.
Secundum verò alteram illarum spectator incedat: si acutus est angulus, vt in priori
schemate A B C, manifestè deprehendes punctum B in recessu nunc in N nunc in P vi-
deri, & quò longiùs abscesseris, eò semper B punctum propiùs ipsi A fieri; atque ita ipsam
quoque C B lineam nunc in C N nunc in C P mutari perspicies; contra verò quo propius
puncto B accesseris. Sic ergo acutum angulum accedente oculo minui, recedente au-
geri manifestè deprehendes.

Conformato verò ex iisdem regulis angulo obtuso, vt in posteriori figura est H B E,
F videbis in recessu punctum E sensim in L, atque hinc in R transmutari, totamq; B E nunc
in B L nunc in B R, eoque semper propius adduci, quò longius abiueris. Quare & an-
gulum H B B recedente obtutu minui, augeri vero accedente perspicies. Eodem verò
modo quasuis angulorum mutationes experiri licebit, atque ex iis rationes adinuenire,
quibus à priori, vt Philosophi loquuntur, seu, vt alij, ex necessariis repertæ veritates de-
monstrentur. Ita namque solemus in rebus arduis, atque inuentu difficillimis, à sensi-
bus rebusque materialibus subsidia mutuari, quas intelligentia per se sola assequi num-
quam potuisset.

A

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si recta quædam linea angulum per verticem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longius dimouetur, eò semper angulū maiorem spectari.

ESTO angulus A B C per rectam lineam B G sectus bifariàm: dico perpen- B dicuları quæ oculum defert in B vertice anguli constituta, angulum minimum oculo D apparere, eademque perpendiculari per B G trāsportata, eò maiorem angulum videri, quò illa longiùs à B dimouetur. Nam sit primùm perpendicularis ophthalmophora in G, oculus verò in E æquè ac D à plano sublimis: quoniam B G E & G B D anguli recti sunt, ac proinde æquales, & circum hos æqualia consistunt latera G E & B D, B G verò commune C vtrique, erit per 4. primi Euclidis, & basis B E basi G D, & aogulus B E G angulo G D B æqualis. Itaque ex vtroque loco D & E æqualis apparet ipsa B G, hoc est altitudo trianguli A B C: at verò A G & G C ex E maiores apparent quàm ex D. Quia enim A G ipsi G E ad rectos posita est angulos, & D E ipsi G E ad rectos angulos erit: quare per 15. lemma A E ipsi quoque D E ad angulos erit rectos, & per 47. primi Euclidis maior erit A D quàm A E: ideoque per 8. quinti Euclidis A D ad A G maiorem rationem habebit quàm A E ad eamdem A G. Maior igitur est angulus G A D angulo G A E per 14. lemma. Est enim per D 15. lemma A G vtrique G E & G D perpendicularis. Quocircà reliquus angulus A D G reliquo A E G miuor est, siquidem per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius sunt æquales, vtpote duobus rectis pares: est verò G D C ipsi A D G æqualis per 4. primi Euclidis, quòd latera A G & G D lateribus C G & G D sint æqualia, & angulus A G D angulo C G D æqualis; ac eodē modo angulo A E G æqualis est angulus G E C. igitur compositus A D C, composito A E C est minor. Quapropter A C ex D minor spectatur quam ex E per 10. huius: ideoque & per 8. lemma maior apparet angulus A B C ex E quam ex D, adiuuante primo axiomate ad 9. propositionem huius explicato.

Si iam longius à puncto B visus abducatur, vtputa in K insidens perpendiculari H K: dico angulum A B C, ex K maiorem conspici quàm ex E. Iunctis enim K A, K C, & K B: item E A, E H, E C, & E B: quoniam triangula H E B, & H K B in iisdem sunt parallelis H B & K E, eamdemque habent basin H B, maximum verò illorum, quæ præter basin sunt, latus est K B, erit per 7. lemma minor angulus H K B quàm H E B: quare H B ex E maior spectabitur quàm ex K. E F

Rursus quoniam A K E rectus est angulus per 15. lemma, erit per 47. primi Euclid. A E ipsa A K maior; atque ita per 8. quinti Euclid. maior proportio A E ad A H, quàm A K ad eamdem A H, ac proinde per 14. lemma maior angulus H A E angulo H A K, cumque æquales sint anguli A H E & A H K vtpote recti, erit reliquus A E H reliquo A K H minor. Sic & H E C angulus angulo H K C minur ostendetur. Igitur totus A E C angulus toto A K C est minor.

A nor. quare A C basis trianguli A B C ex K maior apparet quàm ex E: altitudo verò H B, contrà maior apparet ex E quàm ex K: ergo angulus A B C ex K multo maior apparet quàm ex E. Nam si altitudo eadem appareret, vt supra G B, adhuc tum maior cerneretur angulus A B C ex K quàm ex E per 8. lemma, adiuuante primo axiomate ad propositionem 9. huius libri explicato: & si basis A C ex vtroque loco æqualis appareret, altitudo verò maior, etiam tum maior videretur angulus A B C ex K quàm ex E per 21. primi Euclidis. Itaque cùm hæc ambo simul conueniant, scilicet basis A C phantasia maior ex K quàm ex E, & e conuerso altitudinis apparentia ex E maior quam ex K; conuincitur angulum A B C ex K quàm ex E multo maiorem spectari.

B

PROPOSITIO LII. PROBLEMA.

Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusq; sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.

ANGVLVM A B C bipartitò secet B G, cui perpendicularis adiungatur H K
C infinitè vtrimque producta: per hác si perpẽdicularis illa quę oculum defert permutetur, aio aspectui in D posito angulum A B C maximum videri; hinc verò quo è remotiori loco spectatur, eò semper minorem apparere.
D Fiant enim A B & B C æquales per 3. primi Euclidis, adiungaturque A C: ab A verò & C ad H K perpendiculares applicentur A H & C K per 11. primi Euclidis, quæ per 28. primi Euclidis parallelæ inter se erunt, ac parallelogrammum A C K H perficient: ducantur item à visu O radij D H & D K: sic quoque à visu E radij E H & E K, itémque à visu M radij M H & M K protendantur: quoniam B O ad H K est perpendicularis ex hypothesi, æquales sint oportet anguli O B H & D B K, vtpote recti per 10. definitionem primi Euclidis: at circum æquales hos angulos æqualia consistunt latera B H & B K; commune verò vtrique B D. Igitur per 4. primi Euclidis & basis D H basi D K est æqualis.

E Rursus cùm rectus sit angulus B D E, erit H D E recto maior, vt totus sua parte. Igitur quæcumque ex H ad D E infinitè extensam attinere possunt rectæ lineæ, vt H E, H M, omnes ipsa H D maiores esse necessum est; cúmque H D ipsi D K sit iam ostensa æqualis, erit H E ipsa quoque O K maior. Quapropter per 7. lemma minor erit angulus H E K angulo H D K: ergo H K seu A C, hoc est longitudo parallelogrammi minor ex E, imò & ex quocumque alio signo videbitur quàm ex D; atque ita arctati videntur latera A B & B C. Atque adeò angulus ipse A B C ex E quàm ex D, ceteris punctis lineæ D M præter D minor apparet: quocirca ex D maximus videtur; quod primò erat demonstrandum.

Simili porrò ratione ostendemus, ex locis quantò à D remotioribus, tantò angulum A B C minorem semper videri. Cùm enim H E M obtusus sit angulus, vtpote maior an-
F gulo H O E per 16. primi Euclidis: quæcumque ex H ad E M infinitè protractam ducuntur, ipsa H E maiores sunt per 19 primi Euclidis; ac proinde per 7. lemma angulus H M K angulo H E K minor erit; atque ita vt prius minor videbitur H K ex M quàm ex E, anguli que A B C latera constringi angustarique videbuntur, ac proinde ipse etiam angulus ex M quàm ex E, imò ex quocumque ab hinc remotiore loco minor semper conspicietur; quod posteriùs erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIII. THEOREMA. A

Circum anguli A B C *verticem* B *circulus describatur, in eumq́; incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F *&* G, *vbi arcus* A C L N *angulusq́; secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H *&* K, *vbi* H K *ipsi* F G *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper augeri, accessu verò minui.* B

PRODVCANTVR A B & C B in N & L, iunctisq́; A C, C N, N L, & L A, perficiatur parallelogrammū A C N L: quoniam igitur parallelogrammi latus A C nullibi minùs secundùm aspectum mutatur, quàm oculo ad perpendiculum signo F incumbenti ob directum situm; A L verò & C N ex eodem oculi loco maximam contracturam subeunt propter situs obliquitatem; perspicuè fit vt ex hoc loco angulus A B C maximus appareat. Nam quò vertex B propinquior spectatur manente basi A C, eò necesse est maiorem videri ipsum A B C angulum per 21. primi Euclidis. Idem porrò accidit oculo supra punctum G elato: hinc siquidem basis A C propinquior oculo cernitur; quare & angulus A B C apparet maior per 9. lemma. Item quoniam ex loco qui supra G eminet, maximus cernitur angulus L B N, & per 15. primi Euclidis oportet huic æqualem videri A B C, propter linearum A N & C L communem in B intersectionem, palàm est oculo supra G constituto ipsum quoque A B C angulum maximum spectari. Contrà verò si oculus supra alterum punctorum H vel K attollatur, dico illos ipsos angulos A B C & L B N videri minimos: tum quia parallelogrammi A N latera A C & L N aspectu maximè contrahuntur, lateribus A L & C N minimè variatis ob situm hic directum, illic obliquum, tum quia necesse est angulos A B C & L B N tantò apparere minores, quantò A B L & C B N maiores conspiciuntur: at hi, cùm oculus alteri punctorum H vel K imminet, maximi videntur, vt ex iam dictis constat: igitur illi ex eodem oculi loco apparent minimi. C D

Cùm ergo F G & H K extremæ sint lineæ è quibus A B C angulus maximus minimusq́; apparet, palam est, si perpendicularis illa, quæ oculum defert, per circuli ambitum circumducatur, ab minimo termino ad maximum, hoc est oculo ab H & K ad F & G recedente angulum A B C continuò augeri, accedente verò minui. Nam quemadmodum continuus est motus, quo oculus circumfertur, ita non interrupta variatione anguli, aspectus mutatur, atque ab minimo ad maximum continuis incrementis augetur; à maximo verò ad minimum vsque perpetuis decrementis minuitur. E

Quod sanè eò spectat, vt intelligas angulum A B C si rectus est, visu supra circumferentias A F C & L G N delato, obtusum apparere, recto scilicet ampliorem; incedente autem oculo supra arcus A H L & C K N videri acutum, recto videlicet minorem. Nam ex propositionibus 48. & 49. constat e locis supra A, C, N, & L constitutis rectum ipsum angulum spectari: à quibus proinde locis si versus minimos terminos H & K oculus feratur, acui ipsum angulum A B C necesse est; vti contrà expandi magis, si versus maximos terminos F & G oculus adsportetur.

Habes hic Lector paucis explicatam omnem illam varietatem, qua rectus angulus secundùm aspectum variat oculo circa propositi anguli verticem circumacto. Est verò hæc propositio velut compendium præcedentium. Nam quæ de aspectu anguli acuti & obtusi superius dicta sunt, facilè possunt ad recti anguli normam explicari, quandoquidem iam constet angulum A B C, siue acutus sit, siue obtusus, siue rectus, ex H & K minimum videri, maximum verò ex F & G. Quare visu à minimo termino H vel K ad maximum F vel G delato, augeri anguli aspectum continuo incremento necesse est; minui autem, oculo à maximo termino ad minimum recedente. F

PRO-

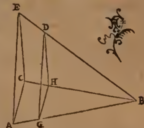
A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si à vertice spectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ signo æqualis ipse angulus conspicitur.



Ex B vertice propositi anguli A B C recta educatur, per D centrum oculi infinitè exporrecta: dico ex quouis signo lineæ infinitæ D B, vtputa ex E angulum æqualem videri. Iungatur
B enim A C, & ex E ad A & C radij procidant E A & E C, ipsisque parallelì ducantur D G & D H: in triangulo igitur A B E, quoniam D G ipsi A E est parallela, erit per 2. sexti Euclid. vt A B ad G B, ita E B ad D B: est verò angulus A B E vtrique triangulo A B E & G B D communis: igitur æquiangula sunt ipsa triangula per 6. sexti Euclid. Quocirca A B ex E æqualis apparet ipsi G B spectatæ ex D: ac similiter C B ex E apparet æqualis ipsi H B ex D spectatę. Et quoniam
C per 4. sexti Euclid. vt E B ad D B, ita est E A ad D G: & iterùm, vt E B ad D B, ita E C ad D H; erunt per 11. quinti Euclid. eædem inter se rationes E A ad D G, & E C ad D H. Sed & eadem ratio est A C ad G H per eandem 11. quinti Euclidis. nam per 4. sexti Euclid. ita se habet A C ad G H, quemadmodum A B ad G B; & vt A B ad G B, ita est E B ad D B: est verò, vt iam ostensum est, vt E B ad D B, ita E A ad D G, item & E C ad D H. Igitur vt E A ad A C, ita est D G ad G H; & vt E C ad C A, sic D H ad H G. Sunt itaque triangulorum A E C & G D H proportionalia latera: quare & anguli æquales per 5. sexti Euclid. Ergo A C ex E, & C H ex D æquales spectantur: sed & A B & C B ex E ipsis G B & H B ex D cernuntur æquales, vt iam ostensum est; igitur æquilatera spectantur triangula A B C & G B H: quare & æ-
D quiangula per 5. sexti Euclid. Est verò vtrique triangulo communis angulus A B C. Hic igitur ex E & D, & quocumque alio signo in linea B D infinite producta assumpto æqualis conspicitur; quod erat demonstrandum.

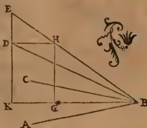


PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Motus, quo visus à subiecto plano altiùs subleuatur, ei respondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad spectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depressio proportione
E *respondet abscessui.*



Primvm enim ex altitudine K D propositus spectetur angulus A B C, deinde oculus in E subleuetur: dico ex E angulum A B C ita videri, quemadmodum ex prima altitudine K D loco ipsi B propinquiore constitutum. Nam ad punctum D ponatur D H ipsi K B parallela per 31. primi Euclidis, quæ ipsam B E secet in H, fiatque ipsi D H æqualis K G per 3. primi Euclid. & iungatur H G, quę
F per 33. primi Euclid. ipsi K D parallela & æqualis erit. Quare per 2. sexti Euclid. vt E B ad H B, ita est K B ad G B: sed vt E B ad H B, ita est per eandem 2. sexti Euclidis E K ad D K, quòd nimirum D H ipsi K B posita sit parallela. Igitur vt E K ad D K, ita est K B ad G B, & alternatim vt E K ad K B, ita D K ad G B: sed E K est maior quàm D K ex hypotheli: ergo & K B ipsa G B est maior per 14. quinti Euclid. Est ergo punctum G puncto B propinquius quam punctum K: at per præcedentem angulus A B C ex H & ex



& ex E æqualis videtur: igitur motus, quo visus altiùs à subiecto plano subleuatur, ei A
proportione respondet, quo oculus ad verticem spectati anguli propius adducitur, & è conuerso; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.

HÆc visus fallacia plurimùm obtingit in angularibus structuris, quales sunt turres, moles, propugnacula, præfractæ rupes, aliaque eiusmodi. Hæc B
enim omnia è longinquo spectata angulorum summitates deperdere videntur, ac sensim circumduci: quod quidem omnium oculis testata experientia edocet; at causa requiritur, ob quam id fiat. hanc Tertullianus lib. de Anima cap. 17. à lucis atque interualli conditione desumit, *qua*, inquit, *compellit in aperto, vt æqualitas circumfusi aëris pari luce vestiens angulos, oblitteret oculi lineas.* Sed hoc obscure dictum videtur: nec satis apparet quid ad hanc rem conferat luminis affluentia.

Est igitur huius rei, vt opinor, nulla alia causa quàm sola distantiæ longinquitas, immensaque intercapedo; hac enim fit, vt tenues angulorum extremitates extra conspectum deferantur, reliquo corpore etiamnum conspicuo. quod nos in fallaciis magnitu- C
dinis superius demonstrauimus. Hanc caussam Lucretius libro 4. De rerum natura his versibus ingeniosè expressit:

Quadratasque procul turris cùm cernimus vrbis,
Propterea fit, vti videantur sæpè rotundæ,
Angulus obtusus quia longè cernitur omnis,
Siue etiam potiùs non cernitur, ac perit eius
Plaga, nec ad nostras acies arlabitur ictus;
Aera per multum quia dum simulacra feruntur,
Cogit hebescere eum crebris offensibus aër:
Hinc vbi suffugit sensum simul angulus omnis, D
Fit, quasi vt ad tornum saxorum structa tuantur;
Non tamen vt coràm quæ sunt, vereque rotunda,
Sed quasi adumbratim paullùm simulata videntur.

Qua in re hoc etiam ipse prudenter obseruauit, non eodem modo angulosa eminùs rotunda apparere, quemadmodum coràm ea, quæ verè rotunda sunt: hæc enim perspicuam oculis exhibent peripheriam: illa verò confusa quadam specie non tam circulari ambitu reipsa terminari, quàm non longiùs in angulorum productiones excurrere videntur. Eam sanè ob causam, quòd angulorum summitates ob nimium interuallum sese subducant, & aspectum penitus effugiant; quod Alexander quoque Aphrodisæus notauit libro 1. problematum quæst. 37. Quamobrem Vitruuius lib. 3. cap. 2. *Angula-* E
res, inquit, *columnæ crassiores faciendæ sunt ex sua diametro quinquagesima parte, quòd eæ ab aere circumciduntur, & graciliores esse videntur aspicientibus.*

CIRCVLVS.

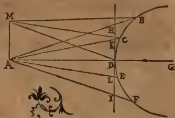
PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit. F

SVNTO in eodem plano oculus A, circulique peripheria BCDEF ex G centro descripta, ad quam ab oculo radij procidant AB, AC, AD, AE, & AF, sitque AD acta per centrum: ex O verò perpendicularis excitetur ipsi AG per 11. primi Euclidis, quæ sit HI: hæc extra circuli peripheriam cadet per 16. tertij Euclidis, quare reliquos omnes radios ab oculo A eductos secabit: sintque sectionum loca H, K, O, L, I: cùm ergo B & H in eumdem radium opticum cadant, sibi mutuò quoad aspectum exactè congruent, sic & C ipsi K, & E

ipsi

A ipsi L, ac demum F ipsi I. Quocircà si propter oculi distantiam excessus, quo A B ipsam A C, & hæc ipsam A D excedit, non distinguatur, ipse circuli ambitus nullam inflexionem aspectui exhibebit. Nam per tertiam propositionem huius libri rerum distantiæ inæquales, eò semper minus perpenduntur, quò visile longiùs abest. Igitur è longinquo, circularis peripheria, visu in eodem plano existente, in rectam lineam H I extendi videbitur.

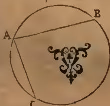


B Si verò in eodem plano non sint visus ac circuli ambitus, nequaquã recta linea videbitur. Sit enim aspectus à plano, in quo circulus, sublimis, vt in M; & ab M ad B, C, & D, radij porrigantur M B, M C, & M D; ex his solus M D lineam H I secat, quòd circuli ambitus rectáque linea H I punctum D commune habeant: at M C & M B, lineam H I non attingunt: siquidem duæ lineæ in pluribus quàm in vno puncto sese intersecare non possunt: secant autem sese A C & M C in C, item A B & M B in B; non igitur harũ aliquæ in K aut H vnà conueniunt. Quare signa B & C, visu sublimi existente, nulla ratione rectæ lineæ H I, in quam D in-
C cidit, secundùm aspectum incumbunt. cùmque idem de signis E & F ostendi possit, fit vt circuli ambitus, si visus à plano sublimis existat, neutiquam vt recta linea conspiciatur.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Oculus in caua circularis perimetri parte constitutus vniuersum ambitum contuetur.

D NEQVE enim est signum aliquod in tota circuli peripheria, à quo ad quoduis signum eiusdem circumferentiæ duci recta linea non possit. Nam sit, verbi gratia, in circuli peripheria A B C assumptum signum vnum vtcumque A, in quo oculus; aliud verò, quod spectandum sit, etiam vtcumque designatum B aut C: hoc videri posse ex loco A hinc probatur, quòd per 2. tertij Euclidis si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea, quæ ad ipsa adiungitur, intra circulũ cadat. Quare poterit forma visibilis puncti B per radium B A, & puncti C forma per radium C A ad aspectum perduci: siquidem, vt libro primo propositione 50. ostendi-
E mus, species visibiles rectis semper lineis protenduntur.



Itaque per 2. hypothesin libri secundi B & C à visu in A constituto cerni possunt: quod cùm in ceteris punctis similem demonstrationem habeat, perspicuum relinquitur circularem perimetrum, in cuius parte caua visus constituitur, totam videri; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatro aptissima est.

F Ex hac propositione manifesta ratio elici potest, cur olim theatra hemicycli forma construi fuerint solita: non modò enim ob figuræ capacitatem circinabantur, verùm etiam propter aspectus libertatem æqualitatemque. nam quacumque podij aut orchestræ parte spectator consedisset, vniuersum theatri ambitum contuebatur, omnesque qui aderant à medio, vbi spectacula exhibebantur, pari interuallo dissidentes, pari quoque libertate atque aspectu æquali illa cernebant. Quæ ratio etiam in amphitheatris militat, quæ ipso nomine suo non paruam huic propositioni fidem adstruunt. Neque enim alia de causa ab Ammiano, Tertulliano, Firmico, aliisque caueæ nominantur; quàm quòd in iis concaua circuli pars, vtpote spectaculis accommodatissima, maxime sit intenta.

A

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto nulla eius portio spectabilis est.

SIT circulus A B C, in cuius circumferentia constitutus oculus parti eius conuexæ incumbens ad signum A: dico nullam eius peripheriæ portionem posse spectari. agatur enim ex A per circuli centrum recta A C, & huic ad punctum A perpendicularis excitetur D E per 11. primi Euclidis. Perspicuum igitur per 16. tertij Euclidis, in locum inter D E & circuli peripheriam comprehensum nullum radium cadere posse. Igitur nulla circuli portio ex A videri potest, cùm per secundam hypothesin lib. 2. id solùm aspectabile sit, à quo ad oculum visibilis forma rectà extendi potest. Quare visu in conuexa circularis ambitus parte constituto, nulla eius portio spectabilis est; quod erat demonstrandum.

B

Et sanè si fieri possit, vt aliud quodpiam conuexæ peripheriæ signum, præter id in quo constitutus est oculus, cernatur, necesse erit illius imaginem recta linea ad oculũ efferri per eamdem 2. hypothesin libri secundi; at quæ ab vno puncto circularis perimetri, ad aliud (quod videri asseritur) protensa concipitur recta linea, ea intra circulum cadat oportet per 2. tertij Euclidis; hæc proinde vtràque extremitate cauum circuli ambitum attingit, non verò conuexum. Igitur fieri nequit vt præter punctum, in quo est oculus, aliud conuexæ circumferentiæ punctum spectari queat, cùm extra circulum nequeat recta vna linea duci, quæ conuexam peripheriam duobus in locis solùm contingat. C

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, at extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur. D

ESTO circulus B C D spectatus à visu extra ipsum posito ad signum A, à quo ad circulum radij procidant A B & A D, qui eum contingant in locis B & D: dico spectatam circuli portionem B C D semicirculo minorem esse: si enim æqualis ipsi esset, ea quæ B & D cõiungit recta B D, diametrus esset per 17. definitionem libri primi Euclid. ac proinde per centrum transiret. Vnde tandem sequeretur per 18. tertij Euclidis angulos A B D & A D B rectos esse, quod fieri nequit. Sic enim trianguli A B D tres anguli duobus rectis maiores essent, quod propositioni 32. primi Euclidis aduersatur. Non est igitur portio visa B C D semicirculo æqualis. Sed neque maior esse potest. nam tunc A B D & A D B anguli obtusi essent, ac simul duobus rectis maiores, quod longè est absurdius. Igitur minor hemicyclo est ea portio, quæ à visu extra circulum constituto videtur; quod erat demonstrandum. E F

Potest idem ex necessariis demonstrari in hunc modum: Quoniam A B & A D radij circulum contingunt, oportebit eam quæ tactus iungit B D circuli diametrum esse; si quidem B C D portio quæ videtur, semicirculus sit: at B D semidiametrus non est, nec per circuli centrum transit: si enim per centrum transiret, recti essent A B D & A D B anguli per 18. tertij Euclidis. hi ergo cùm recti non sint, sed acuti, erit B C D circuli portio medietate minor.

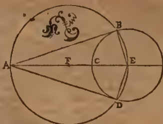
A

PROPOSITIO LXI. PROBLEMA.

Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem, quæ videtur, definire.

SIT A locus visui assignatus extra circulum B C D, sed in eodem, in quo & circulus, plano; sitque centrum circuli visi E, ad quod

B ab A recta agatur A E, ac circa hanc velut diametrum alius circulus describatur, ex centro F, vbi A E priùs per 10. primi Euclidis fit secta bifariàm: hi duo circuli sese mutuò duobus in locis secabunt, per 10. tertij Euclid. Sint ergo sectionum loca B & D, ad quæ ex centro E rectæ applicentur E B & E D: dico portionem inter vtramque lineam E B & E D interceptam, eam esse, quæ ab oculo



C extra circulum in A constituto videtur. Si enim ex A radij ad B & D educantur, hi circulum tangent in iisdem locis B & D. nam cùm angulus A B E in semicirculo sit, rectus erit per 31. tertij Euclid. Quare per 16. tertij Euclid. inter A B & peripheriam BCD alia recta linea non cadet: igitur A B circulum in B tangit, sic & A D per easdem propositiones Euclidis circulum in D tangit. Est igitur B C D ea circuli portio, quam visus in A constitutus radiorum suorum diuaricatione complectitur, ac proinde quam solam videt per secundam hypothesin libri secundi.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

D *Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.*

DESCRIPTVS sit in plano quopiam circulus B C D E, ex cuius centro G recta ad perpendiculum excitetur G A per 12. vndecimi Euclid. in eaque visus constituatur ad quodcumque signum A: dico ex loco A omnes diametros subiecti circuli æquales apparere. Ductis enim quotcumq; diametris B D & C E, ab A ad dia-

E metrorum extrema radij procidant A B, A D, A C, & A E; hos æquales inter se esse, ex 4. primi Euclidis facilè demõstrari potest. Quoniam enim in triangulis A G B, A G C, A G D, & A G E, latera B G, C G, D G, & E G sunt inter se æqualia, A G verò commune est omnibus; his comprehensi anguli ad commune punctum G æquales sunt inter se, vtpote recti ex hypothesi; erunt & bases A B, A C, A D, & A E inter se æquales per iam citatam 4. primi Euclidis. Rur-



F sus cùm in triangulis A B D & A C E iam ostensa sint A B & A D latera lateribus A C & A E æqualia, vtrumque vtrique; sint verò & bases B D & C E, hoc est, ipsæ diametri per circuli definitionem æquales inter sese, erunt per 8. primi Euclidis & anguli qui ad signum A æqualibus lateribus continentur B A D & C A E æquales. Quare diametri B D & C E circuli ex A conspecti non modò æquales reipsa sunt, sed etiam æquales apparent; quod erat demonstrandum.

Hinc fit vt circulus eo pacto inspectus circularem formam quoad aspectum retineat. Vti enim circulare illud est schema, cuius dimetientes reipsa æquales sunt; ita illud videtur, cuius dimetientes æquales inter se apparent.

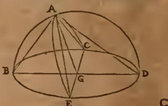
A

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Et si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano; æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominus æquales apparent.

RVRSVS sit in subiecto plano descriptus circulus B C D E, cui ad centrum G insistat A G non iam ad rectos, vt prius, angulos: sit verò A G semidiametro circuli æqualis; cõnectanturque A B, A C, A D, & A E: quoniam igitur æqualis est A G ipsis G B & G D, erit B A D semicirculus per circuli definitionem: quare per 31. tertij Euclidis, qui in ipso est angulus B A D rectus erit. Rursus cum eadem A G æqualis ponatur ipsis G C & G E, erit & C A E hemicycli circumferentia. Igitur & angulus C A E qui in ipso est, rectus erit: sicque in ceteris diametris ostendi potest, eum qui ad punctum A constitutus ipsis insistit, angulum rectum esse. Consequens igitur est vt omnes diametri inter se æquales, totusque circulus in propria atque æquabili forma appareat. Siquidem recti omnes anguli, quibus diametri conspiciuntur, per 10. communem notionem Euclidis sunt inter se æquales. Hoc tamen diffitendum non est, verum circuli centrum non in ipsius apparentis circuli medio conspici, ac proinde nec semidiametros æquales inter se apparere. Quoniam enim oculus A à puncto D longius quàm à puncto B abest, & B G ac G D sunt inter se æquales, erit per 5. lemma huius libri angulus B A G angulo G A D maior, ideoque maior apparebit semidiametrus B G reliquâ G D semidiametro.

B



C

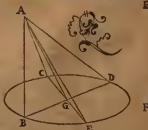
D

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Sed iam A G, in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano, illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.

ESTO vt anguli A G B & A G D, quos A G cum dimetiente B D ad centrum facit, æquales sint angulis A G C & A G E, vterque vtrique; hoc est, angulus A G B angulo A G C; angulus verò A G D angulo A G E: dico æquales dimetientes B D & C E videri. Cùm enim triangula A G B & A G C æqualia duo latera G B & G C habeant per circuli definitionem; sitque A G vtrique commune, angulusque A G B angulo A G C æquis lateribus contento positus sit æqualis; erit per 4 primi Euclid. & angulus G A B angulo G A C æqualis. Quo demonstrandi genere ostendetur quoque angulus G A D angulo G A E æqualis esse. Si ergo his æqualibus illi æquales addantur, nempe G A B ipsi G A D, & G A C ipsi G A E, æquales consurgent B A D & C A E: quibus cum dimetientes B D & C E spectentur, æquales dubio procul apparebunt per 10. propos. huius libri; quod erat demonstrandum.

E



F

Non omnes autem circuli diametros contingit in hac oculi constitutione æquales videri: sed binos dumtaxat simul comparatos, atque æqualiter vtrimque ab ea, in quam A G rectis angulis incidit deflectentes: vt si F H ea sit in quam A G normaliter incumbit;

ab

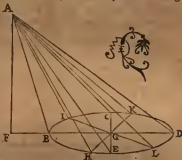
A ab F H verò vtrimque æqualia abſcindantur F I, F M, H L, & H K, continget I K & L M dimetientes æquales videri. Sic & N O, & P Q, ſi quidem æqualis eſt peripheria F N ipſi H P, & H O ipſi F Q. Idemque iudicium eſt de ceteris, atque idem etiam qui ſuprà, demonſtrãdi modus: ſunt enim æquales anguli A G I & A G L, itemq; A G M & A G K. Quoniam igitur circa hos angulos æqualia ſint latera, A G quidem commune, G I verò ipſi G L, & G M ipſi G K per circuli definitionem;
B erunt, vt ſuprà, anguli quoque quibus I K & L M ex A videntur, æquales.



PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipſius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

C SIT inquam vt priùs ea in cuius ſummitate oculus conſtituitur A G, quæque in centrum procidens circuli, neque ad rectos plano inſiſtit angulos, neque ei quæ ex cẽtro G B æqualis eſt, ſed nunc quidem maior: neque cum his quę ex centro æquales angulos facit, ſed A G D quàm A G B maiorem, duoſque A G C & A G E minores quidem angulo A G D, angulo autem A G B maiores: dico inęquales haſ-
D ce diametros apparere. A viſu namque A ad ſubiectum planum perpendicularis demittatur A F per 11. vndecimi Euclidis: iunctáque F G recta producatur in O, quæ & circulum in B ſecet: huic præterea F D ponatur perpendicularis ad punctum G per 11. primi Euclidis;



ſitq; C E: ducantur item H K & I L æquales cum A G angulos efficientes, nempe A G H æqualem ipſi A G I, & A G K ipſi A G L æqualem: dico maximam quidem diametrum apparere C E, minimam verò B O, & quæ propinquior eſt ipſi B D remotiore ſemper mi-
E norem; duas autem tantùm videri æquales ad vtraſque ipſius B O partes.

Conſtat enim A G ipſi C E perpendicularẽ eſſe per decimum quintum lemma: ſiquidem à viſu ſublimi A ad ſubiectum planum perpendicularis acta eſt A F, & à puncto F ad C E ducta perpendicularis eſt F G; ergo A G eidem C E eſt perpendicularis. Conſtat præterea per decimum ſextum lemma angulum A G F minimum eſſe omnium eorum qui linea A G, & quauis per G ducta continentur; & qui ipſi propinquior eſt remotiore ſemper minorem eſſe; duos autem tantùm æquales ad vtraſque partes conſtitui, nempe A G H ipſi A G I, & A G K ipſi A G L. Promiſſis igitur ab A radiis ad B, H, E, L, D, K, C, & I: quoniam triangula C A E & H A K baſes æquales habent C E & H K ſectas bifa-
F riam in G, & eſt A G eadem vtrique triangulo ad C E quidem perpendicularis, ad H K verò obliqua, eſtque A G poſita maior ſemidiametro G C, erit per decimum nonum ſuperius lemma angulus C A E angulo H A K maior. Similiterque ducta quacumque alia per G recta linea, cùm A G ipſi C E ſit perpendicularis, oſtendetur angulus C A E quocumq; alio maior eſſe. Maxima igitur omnium apparet ipſa C E per 10. huius lib. propoſ.

Rurſus quoniam triangulorum B A D & H A K æquales ſunt baſes B D & H K, eædemque bipartitæ in G, atque ad punctum G communis vtrique adiuncta eſt A G, eſtq; maior angulus H G A quam B G A (hic namque minimus omnium oſtenſus eſt per 16. lemma:) licet neutri bati ſit A G perpendicularis; erit tamen angulus H A K maior angulo B A D, quod idem oſtenſum fuit lemmate vigeſimo primo. Ergo H K quam B D maior

maior apparet per 10. huius. Similiterque ostendemus quamcumque aliam ipsa B D A
maiorem videri, ergo B D omnium quæ per G duci possunt diametrorum minima apparet. Eademque demonstrandi ratione probare licebit propinquiorem ipsi B D remotiore semper minorem conspici. Si igitur quæ ab oculo ad centrum procidit circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehendent angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt; quod propositum fuit demonstrare. Porrò cùm duæ tantùm rectæ lineæ vtrimque æquales angulos cum A G efficiant, duæ etiam tantùm ad vtrasque partes æquales apparebunt; quod superiore propositione est demonstratum.



Quòd si A G semidiametro B G minor existat, simili demonstrandi forma ostendemus B D quidem maximam videri, C E verò minimam, & quæ propinquior est ipsi C E remotiore semper minorem, duas autem tantùm ex vtraque parte ipsius B D vel C E æquales apparere, adiuuantibus superioribus lemmatis vigesimo & vigesimo primo. Ex quibus propositum nullo negotio deduci cõcludiq; potest: B
cùm ex illis constet angulum B A D omnium esse maximum, minimum verò E A C, ac huic propinquiorem remotiore semper minorem. C

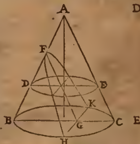
PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrũ circuli procidit, semidiametro inæqualẽ esse.

QVINTVPLEX CONI SECTIO.



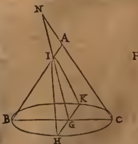
Vt planior fiat huius propositionis demonstratio, prænotandum est ex conicis elementis Apollonij Pergæi quinque modis posse conum dissecari.



Primò quidem plano per verticem, cuiusmodi in proposito cono A B C basin habente circulum est A B C. Hæc autem sectio perpetuò triangulũ producit, vt idem Apollonius ostendit lib. primo Conicorum propositione 3. siue ea sectio per axem incedat, siue extra axem cadat. D

Secundò, si sectio sit basi parallela, vt in eodem schemate est D E, quæ semper figuram gignit basi similem, nimirum circulũ, si basis sit circulus, vt ibidem Apollonius docet propositione 4. hæc sectio quemadmodum priori directè contraria est, ita figuram gignit tota natura diuersam: hæc enim vnica tantum periphería circumscribitur, nullumque angulum habet; illa verò pluribus cùm lateribus, tum angulis constat. E

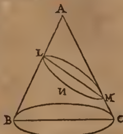
Tertiò, si conus plano secetur per axem, cuiusmodi in eodem schemate est A B C; secetur autem & altero plano ad id quod per axem recto F H K, ita vt communis vtriusque plani sectio F G, alteri laterum trianguli per axem, ipsi nempe A C, sit parallela; erit F H K sectio coni quæ parabola nuncupatur, vt idem demonstrat Apollonius primo Conicorum libro propos. 11. F



Quartò, si conus duobus secetur planis, vno quidem per axem A B C, vt priùs, altero verò ei quod per axem recto I H K, sic tamen vt huius plani eiusque quod per axem, communis intersectio I G neutri laterum trianguli per axem parallela sit, productaque cum altero illorum supernè, hoc est, supra coni verticem conueniat, puta in N, hoc planum posterius in sectione figuram exhibebit, quæ hyperbole dicitur, vt demonstratum habes ab eodem Apollonio Pergæo libro primo Conicorum elementorum propos. 12.

Quintò

A Quintò, si præter planum A B C, quod per axem transit, idem conus altero secetur
plano L N M, quod quidem rectum sit ei quod per axem, at basi non æquidistet, neque
subcontrariè ponatur; communis autem vtriusque
plani sectio L M producta, vtrumque latus trianguli
per axem etiam productum, si opus fit, infra verticem
coni secet: hoc inquam planum in ipsa sectione figuram ostendit, quam ellipsin vocant. Quæ omnia in
Conicis elemẽtis fusius explicãtur ab Apollonio propos. 13. lib. 1. Huiusmodi autem figuræ speciem obtu-
B tui exhiberi à circulo obliquè spectato mox ex ipsius
ellipseos primogenia definitione demonstrabimus.



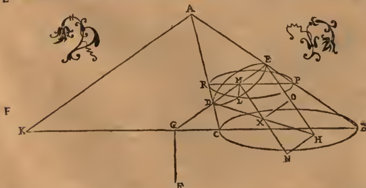
Prius tamen ad clariorem intelligentiam eorum, quæ de coni sectionibus breuiter dicta sunt, id notatu dignum existimo, Parabolam inter extremas sectiones, triangulum scilicet & circulum, vt positione medium locum obtinet, ita etiam schematis similitudine cum vtraque quodammodò conuenire: nam vnam quidem rectam lineam ceu basin subiectam habet, quemadmodum triangulum ex prima sectione prognatum; reliqua autem, qua sola præter basin constat linea, infernè vbi basin attingit, rectæ
C lineæ naturam veriùs æmulatur, at supernè iuxtaque verticem moderata quadam circulatione ab anguli rectilinei acumine desciscit, propiusque ad circuli flexum accedit, qualem altera exhibet extrema sectio secundo loco proposita.

Rursus, parabolam inter & triangulum ex prima sectione procreatum Hyperbole medio constituta est loco, cuius forma à parabola haud multum absimilis est. Nam & recta basi constat vt triangulum, & iuxta verticem circuli in modum flectitur, minus tamen quam parabola, ac tantò etiam minus, quantò propiùs ad coni verticẽ sectio accedit: hæc enim cum in verticem coni incidit, iam perfectum triangulum producit. Simili prorsus modo inter parabolã circulumque, quem quinta sectio exhibet, media ellipsis interiacet, quæ vtraque parte, summa videlicet atque infima, circuli conditionem
D affectat: diceres circulum esse vna parte productum, alteráve contractum, vt si in molli corio circulus descriptus sit, is sola corij extractione in ellipsin commutatur. Ita ergo gradatim à sectione basi parallela quæ circulum gignit, per ellipsin quam sectio modicè à parallelo deflectens ostendit, ad parabolam itur; atque hinc tandem velut ab exquisito medio digrediendo, aucta perpetuò sectionis declinatione, per hyperbolen ad triangulum conscenditur, quod alterum est conicæ sectionis extremum. His prænotatis, propositum demonstremus.

PROPOSITI DEMONSTRATIO.

Esto conus scalenus A B C, cuius vertex A, basis circulus B C: secetur autẽ conus plano
E recto D E: dico hanc ellipsin esse. Producta enim B C in K ducatur à vertice coni A K

F



diametro sectionis D E parallela, ipsa verò sectionis diametrus protendatur vsque in G,
fiatq;

fiatq; G F cõmunis ſectio plani D E & plani B C, quæ eſt baſis coni. Ab E autẽ educatur E H A
ad E D perpendicularis, ſic vt quemadmodũ quadratum ex A K ad rectangulũ B K C, ita
B
C
ſit linea D E ad E H lineam. Id verò quomodo faciendũ ſit, mox ex Eutocio docebimus.

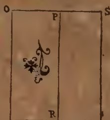
Hoc iam facto, aio E H illam eſſe ſecundùm quam poſſunt omnes, quæ à ſectione
recta ad diametrum D E ordinatim applicãtur. Aſſumpto enim in ſectione ſigno aliquo,
vt lubet, L, per L ipſi F G parallela ducatur L M, poterit L M ſpatium quod lineæ E H ad-
iacet latitudinem habens E M, deficienſque figurâ ſimili ei quæ D E H continetur. Iun-
gatur etenim D H, perque M ducatur M N æquidiſtans ipſi E H, ſecans ipſam D H in X, &
per H & X puncta æquidiſtantes ipſi E M ducantur H N & X O: poſtremò per M agatur
P M R baſi B C parallela.

His itaque in hunc modum conſtructis, quoniam P R ipſi B C eſt parallela, vt & L M
ipſi F G, erit per 15. vndecimi Euclidis planum, quod per L M P R extenditur, plano per D
F G B C ducto parallelum. Erit igitur ſectio per P L R tranſiens circulus, cuius diametrus
eſt P R per 4. primi Conicorum Apollonij. Eſt porro L M ipſi D E perpendicularis, ideoq;
inter P M & M R proportione media: ergo rectangulum P M R æquale eſt ei, quod ex L M
fit quadrato per 17. ſexti Euclidis. Cùm itaque ſit, vt quadratum A K ad rectangulum
B K C, ita D E ad E H; & per 23. ſexti Euclidis proportio quadrati A K ad rectangulum
B K C componatur ex proportione, quam habet A K ad K B, & ex ea quam eadem A K
habet ad K C; vt autem A K ad K B, ita E G ad G B, hoc eſt E M ad M P per 4. ſexti Eucli-
dis; quòd E G ipſi A K, & M P ipſi G B ſint parallelæ ex conſtructione; & vt A K ad K C,
ita ſit D G ad G C, id eſt, D M ad M R per eamdem 4. ſexti Euclidis; erit proportio D E ad
E H compoſita ex proportione E M ad M P, & ex ea quam D M habet ad M R: ſed pro- E
portio cõpoſita ex proportione E M ad M P, & ex D M ad M R eſt ea, quam E M D rectan-
gulum habet ad rectangulum P M R per eamdem 23. ſexti Euclidis. Quare vt rectangu-
lum E M D ad P M R rectangulum, ita D E ad E H, videlicet D M ad M X, quòd M X ipſi E H
poſita ſit parallela. Vt autem D M ad M X (ſumpta M E communi altitudine) ita rectan-
gulum D M E ad rectangulum X M E per 1. ſexti Euclid. Ergo vt D M E rectangulum ad
rectangulum P M R, ita erit D M E rectangulum ad ipſum X M E rectangulum. Æquale
igitur eſt rectangulum P M R rectangulo X M E per 9. quinti Euclidis: ſed rectangulum
P M R demonſtratum eſt æquale quadrato L M: quocircà & ipſum X M E rectangulum
quadrato L M æquale erit. Linea igitur L M poteſt ſpatium M O, quod quidem lineæ E H
adiacet altitudinem habens E M, deficienſque figurâ N O ſimili ei, quæ D E H contine- F
tur. Cùm verò coni ſectio, cui ea proprietas conuenit, à prima ſui origine ellipſis ſit nun-
cupata per 13. primi Conicorum Apollonij, erit E L D ellipſis. Eſt porrò E L D ſectio re-
cta coni ſcaleni A B C, cuius baſis B C circulus eſt. Igitur hæc ipſa baſis ex A obliquè ad-
ſpectata ellipſis apparet; quod erat demonſtrandum.

ADDITIO EX EVTOCIO.

HVIC demonſtrationi hoc vnum ſolummodò explicandum ſupereſt, quonam pa-
cto inueniri queat E H, ad quam E D eam rationem habeat quam quadratum ex
A K ad

A A K ad id quod ex B K C fit rectangulum, quod proinde ex Eutocio ad vndecimam propositionem libri primi Conicorum Apollonij hoc loco adiungemus.



Sit, gratia exempli cuius nun requiritur veritas, rectangulo B K C æquale ac simile rectangulum O P R: quadrato autem ex A K æquale id, quod ad lineam P R adiacens rectangulum latitudinem habet P S per 45. primi Euclid. & fiat vt hic O P ad P S, ita superiùs E H ad D E; factum siquidem erit quod postulatur. Nam quoniam vt O P ad P S, ita est E H ad D E, erit & conuertendo vt D E ad E H,
B sic S P ad PO. Vt verò S P ad P O, ita per 1. sexti Euclid. rectangulum S R, id est quadratum ex A K ad rectangulum O R, quod æquale est ei quod ex B K C fit rectangulo. Igitur quemadmodum ex A K quadratum ad rectangulum B K C, ita facta est D E ad E H; quod fuerat postulatum.

Dixi eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro neutiquam æqualem esse oportere; sed vel maiorem vel minorem: si enim æqualis esset, circulari etiam forma ipse circulus appareret, vt suprà propos. 63. libri huius est demonstratum.

CONSECTARIVM.

C *Curruum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ, & velut ellipses apparent.*

Hoc Euclides proponit Optices suæ theoremate 41. potestque ex iam dictis demonstrari. Si namque ea quæ ab oculo in centrum cadit rotæ, ad angulos fuerit rectos ipsius rotæ plano, vt propos. 62. vel æqualis ei quæ ex centro, vt proposit. 63. æquales diametri apparebunt: atque propterea ipsa tota circularis. Protracto verò curru atque à priore situ dimoto, oculo verò persistente, sic vt is qui ab oculo in centrum rotæ destinatur radius, nec ad rectos sit angulos, nec ei quæ ex centro æqualis, contracta figura apparebit, formaque ellipsis; quod ex iam demonstratis liquidò constat.

D PROPOSITIO LXVII. PROBLEMA.

In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.



Esto circulus A B C D ex signo F spectatus, in quo punctum designare oporteat, quod centrum appareat ellipsis. Ab F ad planum, in quo circulus, perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclid. atque ex G per circuli centrum E recta agatur G E, quæ altera quidem parte producatur in B signum circularis perimetri, altera verò infinitè. Ab F item in

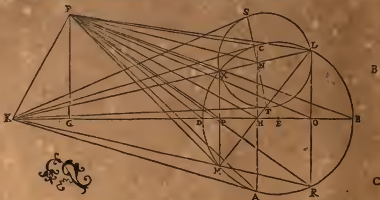
E



D & B radij protendantur F D & F B; angulusque B F D bifariàm secetur rectâ lineâ F H:

 dico

dico visu in F posito circulum A B C D ellipsin apparere, cuius centrum H. nam per H ipsi B D perpendicularis agatur A C per 11. primi Euclidis: ducanturque A K & C K, quæ circulum in A & C tangant per 16. tertij Euclid. & A F, C F iungantur. A



B



C

His positis, ostendendum in primis est omnes quæ per H ducuntur, vt A C & B D, in H bifariam sectas apparere. Cum A C ipsi B D posita sit ad angulos rectos, sitque B D per circuli centrum extensa, erit per 3. tertij Euclid. A C in H secta bifariam. In triangulis igitur A F H & H F C latus A H lateri H C est æquale, latus autem H F vtrique commune, & angulus A H F angulo C H F æqualis, vtpote rectus vterque per 15. lemma, quòd videlicet F G ipsi G H, & G H ipsi A C sit perpendicularis. Igitur per 4. primi Euclid. & basis A F basi C F, & angulus A F H angulo H F C est æqualis: sed & D F H angulus angulo H F B æqualis est positus. Ergo per 10. huius æqualis apparet H A ipsi H C, & H B ipsi H D. D

Quòd si alia quæpiam linea per H ducatur vt L M, dico hanc quoque in H bipartitò sectam apparere: iungantur enim L K, K M, & M X: item F M, F X, F N, F L, & F K. Quoniam igitur per lemma 22. ob contingentes A K & K C, vt linea B K ad K D, ita est B H ad H D, atque angulus B F H æqualis est angulo H F D, erit per 24. lemma H F K angulus rectus. Et quoniam A H ipsi H F ad rectos antè ostensa est angulos, erit per 15. lemma F K ipsi quoque F A ad angulos rectos, quare per 4. vndecimi Euclidis erit K F plano quod per A F C ducitur perpendicularis, ac propterea per 3. definit. vndecimi Euclid. angulus N F K rectus erit. Cum verò lemmate 23. ostensum sit ita se habere L K ad K X, quemadmodum L N ad N X, concluditur per primam conuersionē vigesimi quarti lemmatis angulum L F N angulo N F X æqualem esse. Quocircà per 3. sexti Euclidis vt L F ad F X, ita L N ad N X: sed F X est æqualis ipsi F M, ob eamdem caussam qua prius F C ipsi F A æqualem ostendimus: & vt L N ad N X, ita per 2. sexti Euclid. L H ad H M: ergo angulus L F H per eamdem 3. sexti Euclidis angulo H F M est æqualis. Quare per 10. huius L H ipsi H M videtur æqualis. Similiter si alia recta linea per H ducatur, ostendemus eam in H bipartitam spectari: H igitur centrum est apparentis ellipsis; quod propositum fuit inuestigare. E

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

In eodem circuli aspectu, quæ ad B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.* F

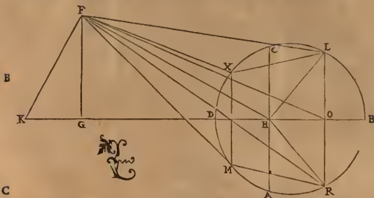
SIT idem qui suprà obliquè conspectus circulus A B C D, perque eius centrum acta D B e x K profecta, ad quam ordinatim applicetur L R: hanc dico ipsi A C parallelam & esse, & videri.

Cùm enim A C ipsi D B ad rectos angulos sit posita, erit & L R eidem D B ad rectos angulos: ergo æquales, & quidem recti erunt anguli A H O & R O H, ac propterea per 28. primi Euclidis parallelæ reuerà sunt A C & L R.

Quòd

A Quòd autem parallelæ etiam appareant, ex eo demonſtrabitur, quòd iidem anguli
qui circa H & O conſiſtunt, nempe A H O & O H C, item R O H & H O L recti etiam ad-

B



C

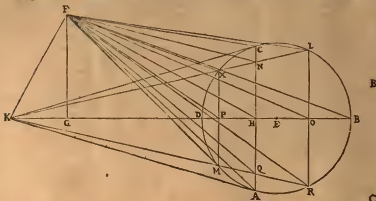
ſpectui videantur. Id verò quamuis perſpicuum ſit ex propoſitione 48. huius libri; poteſt
tamen & hoc modo demonſtrari: Ductis H L & H R, atque à viſu F emiſſis radiis F L,
F O, & F R: quoniam F G ad planum in quo eſt circulus, recta eſt poſita, & G O ipſi L R
in eodem plano ductæ eſt perpendicularis; erit eadem L R ipſi quoque F O perpendicu-
laris per 15. lemma. Quare in triangulis L F O & O F R, angulus L O F angulo F O R
æqualis eſt, vtpote rectus vterque: ſed & latus L O lateri O R eſt æquale per 3. tertij Eu-
clid. & latus F O vtrique commune: ergo & baſis F L baſi F R, & angulus L F O angulo
O F R eſt æqualis per 4. primi, Euclid. Igitur per 10. huius L O ipſi O R æqualis apparet:
D ſed & O H communis apparet vtrique triangulo L O H & R O H, & baſis L H baſi H R
non tantùm æqualis eſt per 4. primi Euclidis, quòd in triangulis L O H & R O H ſit
L O ipſi O R æqualis, & O H vtrique communis, angulusque L O H angulo R O H æqua-
lis; ſed etiam æqualis apparet, quia in triangulis L H F & R H F præter æquales baſes
L H & H R eſt etiam L F æqualis ipſi F R, vt antè oſtenſum fuit, & H F vtrique commu-
nis: ergo per 8. primi Euclid. angulus L F H angulo H F R eſt æqualis. Itaque L H ipſi H R
æqualis etiam apparet per 10. huius. Quare per eamdem 8. primi Euclid. angulus L O H
angulo H O R æqualis apparebit, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclid. Simili
autem modo iunctis A O & C O, oſtendemus angulos A H O & O H C æquales inter ſe re-
ctosque apparere: ergo per 28. primi Euclid. L R ipſi A C parallela apparet. Sic & quæ-
E cumque alia recta linea ad B D ordinatim applicata fuerit, veluti X M, ea oſtendetur ipſi
A C parallela & eſſe & videri. Ex quo fit, vt inter ſe omnes illæ rectæ lineæ parallelæ ap-
pareant per 30. primi Euclidis; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Et quæ ex K *ad circuli peripheriam educuntur non ſunt quidem, videntur autem & ipſi* BD *& inter ſe parallelæ.*

ESTO idem qui ſuprà A B C D circulus ex ſigno F obliquè ſpectatus, in eo-
que repertum H centrum apparentis ellipſeos, per quod ducatur A C
F ipſi K B perpendicularis per 11. primi Euclid. Ex K porrò recta educatur
K L circulum ſecans in X & L, & ab L ad K B perpendicularis ponatur L R:
per 12. primi Euclidis, iungaturque R K, quæ circulum ſecet in M, vnde
recta ducatur M X: dico L X & R M parallelas apparere. Atque in primis, quòd L R &
X M æquales appareant, ſic demonſtratur: A viſu F radij proſiliant F L, F X, F M, & F R.
cùm angulus L K R vtrique triangulo L K R & X K M communis ſit, erunt reliqui duo
anguli K L R & K R L ſimul ſumpti duobus reliquis K X M & K M X ſimul ſumptis æqua-
les: ſed in iiſdem triangulis quoniam L K & R K æqualiter diſtant à K B, erit per 8. tertij
Euclid. L K ipſi R K, & K X ipſi K M æqualis; quare per 5. primi Euclid. angulus K L R an-

gulo K R L æqualis est, & angulo K M X angulus K X M æqualis: detractis igitur vtrimque A
æqualibus, relinquitur angulus K X M angulo K L R, & angulo K R L angulus K M X



B

æqualis. Sunt itaque æquiangula ipsa triangula L K R & X K M. Quare per 4. sexti Euclid. vt L R ad X M, ita L K ad K X: sed vt L K ad K X, ita est L N ad N X, per 23. lemma; & vt L N ad N X, ita per 3. sexti Euclid. L F ad F X; quia angulus L F X bifariàm est sectus per rectam F N, quod ex prima conuersione 24. lemmatis potest demonstrari. Ergo à primo ad vltimum ratiocinando vt L R ad X M, ita L F ad F X: sed L F est æqualis ipsi R P, & X P ipsi M F æqualis: igitur triangulorum L F R & X F M proportionalia sunt latera per 4. sexti Euclid. & per 5. sexti Euclid. æquales sunt anguli L F R & X F M, quibus homologa latera subtenduntur: sed cùm L R posita sit ipsi K B perpendicularis, erit L O ipsi O R per 3. tertij Euclid. æqualis, & X P æqualis ipsi P M, ideoque per tertiam sexti Euclidis erit & angulus L F O angulo O F R, & angulus X F P angulo P F M æqualis: atqui æqualium angulorum L F R & X F M, dimidia nempe L F O, X F P, sunt æqualia per communem notionem. Igitur per 10. huius æquales apparent L O & X P; ideoque ipsæ L X & O P parallelæ apparent per 33. primi Euclid. Nam cùm parallelæ sint L O & X P, apparentq; æquales, & quæ has connectunt L X & O P parallelas apparere necesse est; quod primò erat demonstrandum. C D

Cumque eodem modo ostendi possit quamcumque aliam rectam lineam ex K eductam ipsi B D parallelam videri, fit per 30. primi Euclidis vt ipsę etiam inter se parallelæ videantur; quod secundò propositum erat.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA. E

Omnium item, quæ intra circuli peripheriam ipsi B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.*

IN circulo A B C D esto H centrum apparentis ellipseos per propofit. 67. huius libri inuentum, ac per illud acta A C ipsi B D normalis, quam dico maximam apparere omnium illarum, quæ ipsi B D ad rectos angulos applicantur. Sumpta enim quacumque, puta L R, ostendendum est hanc ipsâ A C minorem apparere. Ductis A K & K C per 17. tertij Euclid. quæ F circulum contingant: quoniam per 16. tertij Euclidis K C extra circulum cadit, quòd præter hanc nulla alia duci possit a K B remotior, quæ ad circulum pertineat; in locum verò inter rectam lineam K C & circuli peripheriam comprehensum altera recta linea non cadit per eamdem 16. tertij Euclidis; fit vt quæcumq; alia, præter K C, ad circulum ducitur, vt K L ipsum necessariò secet, idque duobus in locis L & X, ac proinde X L intra circulum cadat necesse est per 2. tertij Euclidis. Oportet item duo illa puncta ad vtramque partem ipsius contactus C existere: nam cum K C maxima sit omnium illarum quæ ex K ad conuexam peripheriam attingunt, breuissima autem illarum quæ intra

A tra circulum cadunt, vt lemmate 25. est demonstratum, maior erit K L quàm K C, & K X quàm K C minor. Igitur K L ipsam quoque A C secat in N, & similiter K R eamdem A C secat in Q, ac proinde minor est N Q ipsa A C: at N Q æqualis apparet ipsi L R. Nam suprà prop 69. ostensum est omnes quæ ex K ad circuli peripheriam educuntur, parallelas videri: ergo parallelæ apparent L N & R Q. Videntur autem L N & R Q æquales. Cùm enim in triangulis L F N & R F Q latus L F lateri R F iam antè ostensum sit æquale, sitque latus L N lateri R Q æquale propter triangulorum L K R & N K Q similitudinem, item per 8. primi Euclidis & angulus F L N angulo F R Q æqualis, (quoniam in triangulis L F K & R F K latera L F & L K lateribus R F & R K vtrumque vtrique æqualia sunt,
B basisque F K communis) erit per 4. primi Euclid. & angulus L F N angulo R F Q æqualis: quare per 10. huius L N ipsi R Q æqualis videbitur. Quocirca L R, & N Q, quæ illas connectunt, æquales apparebunt per 33. primi Euclidis. Verùm N Q minor apparet quàm A C: quoniam angulus N F Q angulo A F C minor est, vt pars toto. Igitur & L R ipsa A C apparet minor. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicue sequitur A C maximam apparere omnium illarum, quæ intra circuli ambitum ad rectos ipsi B D angulos applicantur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXI. PROBLEMA.

C *Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens intra circuli peripheriam datum.*

DATVS sit circulus A B C D ex centro E descriptus, in eoque sit datum punctú H; oporteat autem locum visui inuenire, ex quo circulus A B C D ellipsis appareat, cuius centrú sit H punctum intra circuli peripheriam datum. Iun-
D gatur H E, quæ vtrimque in circumferentiam producatur ad signa B & D, & à D vlteriùs infinitè extendatur versus partê K. Rursus per H perpendicularis ipsi B D agatur A C per 11. primi Euclidis quæ circulum secet in A & C, è quibus punctis ad B D productam ad partem K applicentur contingentes A K & C K: ac demum super H K velut diametro semicirculus describatur ad planum dati circuli rectus.

His ita constructis, dico è quouis puncto semicirculi H F K, exempli causa, ex F pro-
E positum circulum A B C D ellipsin videri, cuius centrum sit H datum. Iunctis enim F B, F H, F D, & F K, quoniam ob lineas contingentes A K & C K, quemadmodum B K ad K D, ita est B H ad H D per 22. lemma, & H F K angulus rectus est per 31. tertij Euclidis, quia in semicirculo, erit angulus B F H angulo H F D æqualis per primam conuersionem lemmatis vigesimi quarti: quare B H ipsi H D æqualis videtur. Constat autem & H A ipsi H C videri æqualem, & cetera huic aspectui obuenire, quæ hactenus demonstrauimus. Igitur in quouis puncto semicirculi H F K locus existit, vnde datus circulus A B C D ellipsis apparet, centrum habens H datum; quod erat postulatum.

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

F *Vti circulus obliquè visus ellipsis, ita vicissim ellipsis quodam oculi situ vt circulus apparet.*



EX libri secundi definitione 7. & propositione 38. constat radium opticum, quo circulus planè seu directè obuersus aspicitur, conum esse. In cono autem si obliqua quædam sectio animo designetur, siue ellipsis, siue parabole, siue hyperbole, hanc perspicuum est oculo in vertice coni collocato velut circulum apparere: siquidem vniuersus conus ex vertice spectatus, circuli formam oculo exhibet. Quare datus extremis ellipseos diametris, si co-

nus perficiatur basin habens circulum, in cuius sectionem aliquam data ellipsis quadret, oculo in huius coni vertice posito, ellipsis circuli in morem videbitur. A

Exempli gratia, si conus A F G, cuius recta basis circulus F P G datam capiat ellipsin D P E, cuius maxima quidem diametrus D E, minimæ verò pars media H P, dubiú non est, oculo in A coni vertice constituto, vnum eundémque esse ellipsis & circuli aspectum. Nam radij omnes qui per puncta arcus D P ab oculo A emittuntur, in basis quoque peripheriam F P procidunt; qui autem ad arcum P E destinantur, per P G basis circumferentiam transeunt, propterea scilicet, quod coni superficies, excepta basi, circuli F P G & ellipseos D P E figuras ambiat. Quoniam igitur distantiæ extremorum signorum D & E vno oculo non perpenduntur per primam propositionem libri tertij, fit vt tota ellipsis D P E obliquè ab oculo A spectata circulari forma appareat, quemadmodum & basis F P G quæ directè oculo obuersatur. B

PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA. C

Visui locum reperire, ex quo ellipsis vt circulus appareat.

PRIMO quidem non sint ellipseos extremæ dimetientes positione datæ; sit autem maxima illarum æqualis lineæ B C, minima verò æqualis lineæ L P: quæ ita committantur vt se mutuò bifariàm & ad normam secent in H, & circa vtramque circulus decircinetur, quorum alter sit B D C E, alter P K L F. His peractis ex puncto F ad maioris circuli peripheriam ducatur F N ipsi B C perpendicularis per 11. primi Euclidis, quæ & ipsi L P parallela erit per 28. primi Euclidis, iunganturque N C, & huic parallela excitetur ex puncto P, nempe P G per 31. primi Euclidis. D

hæc triangulum perficiet H P G triangulo F N C æquiangulum: siquidem anguli P H G & N F C recti sunt ex constructione; H G P verò & F C N æquales per 29. primi Euclidis; igitur & reliqui H P G & F N C per 32. primi Euclidis inter se æquales erunt. quare per 4. sexti Euclidis vt F N ad F C, ita est H P ad H G. Accepto itaque centro I in recta linea B C, per duo puncta G & P semicirculus describatur G P V. Quoniam igitur vtraque H P & F N ipsi B C est perpendicularis, erit per 8. & 13. sexti Euclidis F N inter C F & F B, item H P inter G H & H V, proportione media: cumq; ostensum iam sit vt F C ad F N, ita esse H G ad H P; erit quoque vt F N ad F B, ita H P ad H V; ideoque & ex æqualitate vt C F ad F B, sic G H ad H V per 22. quinti Euclidis. Porrò per punctum I perpendicularis ipsi B C agatur A R, ipsiq; L P parallela, quæ minoris circuli peripheriam secet in K, iunctaq; K H vtrimque producatur donec maioris circuli peripheriæ occurrat ad signa D & E; ex E item ducatur E O æquè à B disiuncta, & per D & V recta producatur, quæ altera parte occurrat lineæ E O in O, altera verò lineæ A R in A. Denique A E iungatur, factumq; erit propositum. nam A locus erit ex quo ellipsis cuius maxima diametrus D E ipsi B C æqualis, minima verò L P, vt circulus apparet. Quoniam enim A I per centrum circuli G P V transit, perspicuum est ipsam G V ab A R bifariàm dissecari: sed G V secat ipsam quoque D E bifariàm, quia per centrum H maioris circuli incedit: igitur D E in K, & G V in H secundum eamdem rationem diuiduntur. id verò cùm triangulo accidat per 27. lemma, E F

A lemma, necesse est rectam A E per G transire. Finge itaque A O E coni sectionem esse per axem A R, G P V verò sectionem basi parallelam; quæ cùm circulus sit, erit & basis circulus, cuius diametrus E O per 4. primi Conicorum Apollonij. Rursus quoniam G V secat ipsam D E bifariàm in H, erit H P communi sectioni ellipseos & circuli G P V æqualis; ac proinde æqualis etiam minimæ semidiametro ellipseos propositæ, velut D B æqualis est toti diametro maximæ B C; quod erat demonstrandum.

Deinde sint extremæ dimetientes ellipsis etiam positione datæ B C & L P, facile erit ex iam demonstratis conficere propositum. Nam si super B C ceu basi triangulum constituatur triangulo D A E simile, erit in ipsius vertice locus postulatus, ex quo nimirum B ellipsis, cuius extremæ diametri sunt positione datæ B C & L P, circuli instar apparebit, vt ex dictis constat.

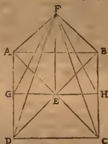
QVADRATVM.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si visus positus fuerit in linea è centro quadrati normaliter excitata, ipsius quadrati latera æqualia apparebunt, sed & dimetientes æquales.

C

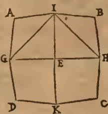
SIT quadratum A C, ex cuius centro E recta ad normam excitetur ipsi quadrati plano per 11. vndecimi Euclidis: in qua visus ponatur ad signum F vtcumque assumptum: ab F verò radij prosiliant F A, F B, F C, & F D: dico primò quadrati proposi latera æqualia apparere. Quia namque æquales sunt E A, E B, E C, & E D, estque E F omnibus communis, & anguli circum E F ad planum æquales nempe recti, erunt per 4. primi Euclidis & bases F A, F B, F C, & F D æquales: D sed & A B, B C, B D, & D A ex hypothesi æqualia inter se sunt: igitur per 8. primi Euclidis æquales sunt anguli A F B, B F C, C F D, & D F A: quare per 10. huius æqualia spectantur quadrati latera; quod primò erat demonstrandum.



Deinde aio & ipsos dimetientes æquales apparere. cùm enim ostensum iam sit radios omnes ab F ad A, B, C, & D procedentes æquales inter se esse, erunt per 2. communem notionem Euclidis bini A F & F C, binis B F & F D æquales: sunt vero & bases A C & B D æquales; igitur per 8. primi Euclidis & anguli A F C, B F D, quibus dimetientes conspiciuntur æquales: quare & ipsæ æquales appparent per 10. huius; quod secundò erat demonstrandum.

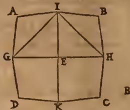
E Hinc fit, vt ea oculi constitutione quadratum in propria ac naturali forma conspiciatur. nam in eo positum est naturale quadrati schema, quòd & latera & angulos æquales habeat: at latera æqualia spectari iam ostensum est. Quod verò & anguli æquales appareant, sic demonstratur: In triangulis A B C & B A D latera A B & B C lateribus B A & A D æqualia videntur, per ea quæ iam demonstrata sunt: sed & basis A C basi B D per eadem iam demõstrata apparet æqualis: igitur per 8. primi Euclidis & A B C angulus angulo B A D æqualis apparet. Quare in propria ac naturali forma quadratum conspicitur.

Non leuis in speciem difficultas obijci hoc loco potest. Nam quæ per centrum quadrati aguntur rectæ lineæ F G H & I K lateribus parallelæ, ex maioribus angulis spectantur quàm latera, ac propterea maiores etiam lateribus ipsis apparent. Ex quo illud sequi videtur absurdum sanè ac etiam impossibile, recta quadrati latera infracta apparere, quemadmodum præsens paradigma ostendit.



Quòd verò G H maiori angulo spectetur quàm A B, ex priori delineatione ita potest demonstrari: Cum E F quadrati plano rectis insistat angulis, sitque E G ad ipsam A D in eodem quadrati plano ducta posita normalis, erit eadem A D ad F G quoque perpendicularis per 15. lemma. Rectus igitur est angulus A G F:

similiter & B H F rectus ostendetur. Quare in triangulis A F G & B F H erit per 9. lemma A angulus G F H, qui minoribus cruribus continetur, maior angulo A F B, qui maioribus. Ex quo tandem fit per 10. huius, vt A B minor conspiciatur quàm G H: idque & D C quàm G H minor conspicietur. & si per idem centrum E ducatur I K ipsi A D parallela, eodem modo ostendetur latera A D & B C ipsa I K minora apparere.



Ex his ita præmonstratis haud erit difficile ostendere A B nequaquam vt rectam lineam apparere, sed in I fractam videri. Iam enim constat A I in præsenti schemate minorem apparere ipsa G E, & A G ipsa I E minorem; apparent autem A I & A G inter se æquales. ducta igitur G I, B quoniam triangula A I G & E I G in eadem sunt basi I G constituta, & sunt latera A I & A G lateribus I E & E G secundùm aspectum minora, erunt quadrata ex I E & E G quadratis ex A I & A G maiora: sed quadratis ex I E & E G æquale est quadratum ex I G per 47. primi Euclidis, quòd angulus I E G rectus sit, rectúsque appareat per 51. huius. Igitur quadratum ex I G quadratis ex A I & A G maius est. Quare per conuersionem 12. secundi Euclidis, angulus I A G obtusus est, ac proinde angulus A I G minor est semirecto, cùm per 32. primi Euclidis omnes tres anguli trianguli I A G duobus rectis sint pares. Adiecto igitur semirecto G I E, erit totus A I E angulus recto minor: sic & B I E recto C minor ostendetur. Igitur A B non est recta linea. Si enim recta esset, quæ in eam incidit E I duobus rectis æquales angulos efficeret per 13. primi Euclidis, facit autem duobus rectis minores: itaque A B non videtur recta linea, sed in angulum obtusum fracta.

Hoc autem absurdum esse, ac de numero eorum quæ fieri nequeunt, ex eo cognosci potest, quòd radius opticus, quo recta linea directè vel obliquè obuersa spectatur, fit plana superficies, vt libro 2. propositione 2. docuimus. Hanc autem vt rectam lineam apparere necesse est: igitur recta linea per simplex medium spectata (quod semper intelligi volumus) numquam aliter quàm vt recta linea apparere potest.

Scio per diuersa media rerum species distinctis sæpe radiis ad oculos penetrare, atque ita rectam lineam subinde inflexam videri, vt in aqua remum. Scio pro situs ratione D posse eamdem lineam minorem quàm reipsa sit, aut magis in dextram sinistrámve protensam cerni: item duas vnius instar, cùm nimirum in eadem sunt superficie perpendiculariter obtutui exposita. At vnam oculo vno fractam apparere, atq; in angulum conformatam, omnino fieri non potest. iunctis namque extremis per aliam rectam lineam superficies videretur, quæ in rebus non est: impossibile. In ceteris deceptionibus latet semper aliquid, quo prætermisso reliquum falsò conspicitur; nam falso simulachro necesse est eam aliter apparere quàm reuerà sit. Ita cùm superficies perpendiculariter aspectui obiicitur, eius vnica tantùm linea, quæ visui proxima est, videtur, ceteræ autem omnes oblitescunt; vnde efficitur vt lineæ instar tota superficies conspiciatur: at vt de nouo res aliqua videatur quæ non extat, impossibile est: non igitur recta linea per sim- E plex medium vnoque oculo fracta potest apparere. Deinde huic rationi manifesta succedit experientia. nemo enim qui quadratum directò intueatur, fracta eius latera arbitratur, sed potiùs ex æquo suas inter partes exposita perspicuè videt.

Respondeo hoc fallaciæ genus ex illis esse quæ necessariò eueniunt, quemadmodum & illud, quæ longiùs absunt minora apparere, atque alia innumera; in quibus ferè solet ratio aliud iudicare quàm oculus sentiat. Fracta videri quadrati latera è loco F spectata, cùm ex proxima demonstratione, tum ex 51. & 53. propositione huius libri manifestè constat. Nam propositionibus illis ostensum est, singulos quadrati angulos, cùm reipsa sint recti, obtusos apparere. quod sanè numquam accideret si latera recta minimeque F inflexa conspicerentur: siquidem omnes quadrati angulos aut rectos esse oportet, aut quatuor rectis pares. Itaque si omnes quadrati anguli obtusi cernantur, necesse est latera ipsa secundum aspectum inflecti, ac propius congredi quàm si recti illi omnes viderentur.

At necdum dissolutus est nodus. Si namque mente concipias pyramidem opticam, quæ basin habeat propositum quadratum, verticem autem ipsius oculi centrum (per pyramidem enim visionem celebrari libro 2. propos. 38. docuimus) vti singulæ pyramidis superficies, ita & quadrati latera vt rectæ lineæ conspiciuntur, quandoquidem vnus sit idemque quadrati & pyramidis opticæ aspectus.

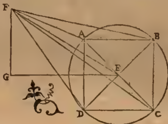
Dicen-

A Dicendum ergo non modò ipsius quadrati latera, sed etiam radiosas illas superficies quæ pyramidē claudunt fractas videri; non ea tamen ratione, vt externus oculus à vero aberrans mentem quoque ipsam in eumdem errorem pertrahat: mens enim necessariæ fallaciæ assueta, tum rectam æstimat propositā lineam cùm ea ita cernitur, quemadmodum externus sensus eam intueri est natus, vt propos. 15. libri tertij diximus. Pro ampliore huius difficultatis explicatione consule, si placet, propositionem 44. huius libri, vbi in parallelarum aspectu similis fallacia proposita est & explicata.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Si oculus positus fuerit in extremitate lineæ obliquè incidentis in centrum spectati quadrati, eaq́; semidiametro quadrati æqualis fuerit, æqualis vtraque diametrus videbitur; sin autem vel maior fuerit vel minor, anguloſq́; fecerit inæquales, & diametri inæquales apparebunt.*

C IN centrum E quadrati A B C D obliquè procidat F E, in cuius extremitate constitutus est oculus ad signum F, sitque F E primùm ipsi E A semidiametro quadrati æqualis: dico A C & B D æquales apparere. Iunctis enim F A & F C, quoniã æqualis est F E ipsis E A & E C, erunt puncta A, F, & C in semicirculo, cuius centrum E per circuli definitionem. itaque per 31. tertij Euclidis, angulus A F C rectus erit. Eodemque modo rectus ostendetur B F D: igitur æquales apparēt diame-



D tri A C & B D; quod primò erat propositū.

Sit deinde F E semidiametro E A vel maior vel minor, faciat autem cum A C & B D diametris, angulos F E A & F E C angulis F E B & F E D vtrumque vtrique æquales: dico dimetientes A C & B D æquales ex loco F conspici: si verò inæquales angulos F E cum dimetientibus A C & B D fecerit, dico ipsas inæquales apparere.

Finge namque circa quadratum A B C D descriptum circulum per 9. quarti Euclidis, erunt igitur quadrati & circuli dimetientes eædem A C & B D. Quare cùm ex demonstratis propos. 64. & 65. huius constet diametros circuli, cum quibus æquos angulos facit ea quæ ab oculo in centrum obliquè pertinet, æquales videri; illas verò inæquales, cum quibus eadem obliquè incidens linea angulos facit inæquales: idem de quadrati

E diametris probatum relinquitur; quod erat propositum.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Et semidiametri illæ æquales apparent, cum quibus eadem F E obliquè in centrum quadrati pertinens æquos angulos facit.

F ESTO enim vt suprà quadratum A B C D, in cuius centrum E visus è loco F obliquè procidat, sitque angulus F E A angulo F E D æqualis: dico semidiametros A E & E D videri æquales. Cùm enim in triangulis F E A & F E D æquales ponantur anguli F E A & F E D, sintque circum hos ipsos latera æqualia, nempe A E ipsi E D, & F E vtrique commune, erunt per 4. primi Euclidis, & bases, & qui iuxta bases sunt anguli, æquales. Ergo angulus A F E ipsi E F D angulo æqualis est, ac proinde per 10. huius æquales apparent A E & E D; quod erat demonstrandum.

Similiautem modo demonstrabimus & B E ipsi E C æqualem apparere, quòd nimirum circa æquales angulos F E B & F E C latera consistant æqualia, nimirum B E ipsi E C, & F E commune vtrique. Igitur per eamdem 4. primi Eucl. æquales sunt anguli B F E & E F C, quibus B E & E C æquales spectari necesse est per decimam huius libri propos.

PRO-

 A

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Si verò FE *inæquales angulos cum ſemidiametris quadrati effecerit, quandoque æquales illæ, quandoque maior illa cum qua maiorem angulum* FE *fecerit, aliàs minor hæc eadem conſpicietur.*

SVNTO inæquales anguli, maior quidem FEC, minor verò FED, quos FE cum ſemidiametris EC & ED efficit: ductaque ex E ad FD longiùs protenſam perpendiculari EH per 12. primi Euclidis, fiat HI ipſi DH æqualis, iungaturque EI. Si ea anguli portio, qua FEC angulus angulum FED ſuperat, æqualis ſit angulo DEI: dico ſemidiametros EC & ED ex loco F æquales apparere. B

Cùm enim in triangulis DEH & HEI anguli ad H æquales ſint poſiti, vtpute recti, & circum hos angulos latus DH lateri HI ſit æquale, & HE vtrique commune, erit per 4. primi Euclidis & baſis IE baſi DE æqualis: ſed eidem DE æqualis eſt EC, nempe eiuſdem quadrati ſemidiametri; igitur per vulgatum axioma IE & EC inter ſe ſunt æquales. Ex quo triangulum FEC triangulo FEI ęquale eſſe conuincitur: nam IE ipſi EC eſt æquale, & FE vtrique commune, angulusque FEI angulo FEC æquis lateribus contentus æqualis ſupponitur. Ergo & FI baſis baſi FC eſt æqualis, ac ceteri anguli, totumque triangulum FEI toti triangulo FEC æquale per 4. primi Euclidis. At vno eodemque angulo ſpectatur DE & EI. Itaque DE & EC æquales apparent per 10. huius, quòd æqualibus cernantur angulis. C D

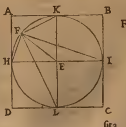
Quòd ſi ea ſit anguli FEC ad angulum FED proportio, vt triangulo FEC ad planum trianguli FED applicato EC non iam in lineam EI vt antè, ſed intra DE & EI cadat: dico maiorem apparere EC quàm DE; minorem autem ſi eadem EC extra DE & EI incidat. Quod quia manifeſtam habet demonſtrationem, eam Lectori perficiendam cauſa breuitatis relinquo.

Ex quo fit, vt ſi FE ſemidiametro quadrati minor fuerit, ſemper quoque minor illa ſemidiametrus videatur, cum qua eadem FE maiorem angulum facit: ſi autem maior fuerit FE ſemidiametro quadrati, quandoque maior, quandoque minor, quandoque æqualis illa, cum qua FE maiorem facit angulum, ſemidiametrus apparebit. E

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Rurſus ſi ea quæ ab oculo in centrũ quadrati obliquè incidit, dimidio lateri æqualis fuerit; illæ quoque lineæ æquales apparebunt, quæ per centrum ad oppoſita latera perpendiculares ducuntur.

ESTO vt ſuprà quadratum ABCD, in cuius centrum E procidens FE, æqualis ſit dimidio lateri AH vel AK: dico HI & KL, quæ ad oppoſita latera AB & DC, item AD & BC per centrum perpendiculares ducuntur, æquales apparere. Si namque circulus ipſi quadrato inſcribatur per 8. quarti Euclidis, quoniam eædem quæ per centrum ducuntur HI & KL, ſunt etiam circuli ipſius diametri; fit vt quemadmodum circuli diametri hoc aſpectu æquales apparent, quòd ſuperiùs propoſitione 63. eſt demonſtratum, ſic etiam quæ per centrum ad oppo- F



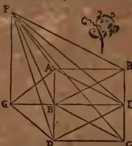
ſita

A sita latera quadrati perpendiculares ducuntur, æquales videantur, quod breuitatis studio Lectori examinandum relinquo.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Quadratum obliquè aspectatum, nec æquilaterum, nec parallelogrammum videtur, nec eius oppositi anguli æquales.

DVOBVS præcipuè modis aspectari obliquè potest quadratum schema.
Primò si ab oculo F in duo eius
B latera, puta A D & B C, ad medietates
illorum H & I radij optici normaliter incidant, sic vt directè illa obtutui exhibeantur. Quo aspectu aio latera A B & D C
apparere æqualia: B C verò & A D parallela quidem, sed B C quàm A D minus: angulosque ad A
& D acutos, & inter se æquales: reliquos autem,
qui ad B & C æquales item, at obtusos videri: quæ
deinceps sigillatim sunt demonstranda.



Cùm in triangulis F H A & F H D latus H A la-
C teri H D sit æquale ex hypothesi, ac latus H F vtrique commune, angulique F H A & F H D æquis
lateribus comprehensi æquales, nimirum suppositione recti, erit per 4. primi Euclidis & basis F A basi F D æqualis: eodemque modo
& F B ipsi F C par esse ostendetur. Igitur in triangulis A F B & D F C duo æqualia sunt latera, vtrumque vtrique, hoc est F A ipsi F D, & F B ipsi F C: sed & basis A B basi D C est æqualis ex natura quadrati: itaque per 8. primi Euclidis & angulus A F B angulo D F C
æqualis erit, & per 10. huius æqualis spectabitur A B ipsi D C; quod primò propositũ fuit.

Deinde quoniam F H & I H ipsi A D perpendiculares positæ sunt, si producatur I H
in G, quæ ex F ad I G perpendicularis demittitur, & plano in quo est quadratum A B C D
D recta erit: nam iunctis A G & G D, quadratum, quod ex F D, æquale est quadratis duarum
F H & H D per 47. primi Euclidis: sed quod ex F H, est æquale iis quæ ex F G & G H quadratis, quòd angulus F G H rectus sit positus. Igitur ex F D quadratum tribus, quæ ex F G,
G H, & H D, est æquale: at quadrata duarum G H & H D, ei quod ex G D sunt æqualia:
ergo quod ex F D æquale est duobus quæ ex F G & G D fiunt quadratis. Quare per conuersam 47. primi Euclidis, angulus F G D rectus est. eodemq; modo & F G A angulus rectus ostendi potest. Itaque per 4. vndecimi Euclidis F G ad planum quod per A G & G D
ducitur, recta erit: sed cùm F G ipsi quoque G I ad rectos posita sit angulos, erunt per 5.
vndecimi Euclidis, tres lineę G A, G I, & G D in vno omnes plano: at G I in eodem est plano, in quo & quadratum A B C D: igitur F G ad idem planum recta erit. Quocircà an-
E guli I H A & H I B recti apparebunt, hic quidem per 49. huius, ille verò per 48. Ac eapropter per 28. primi Euclidis parallelæ videbuntur A D & B C.

Iam verò quod B C ipsâ A D minor spectetur, ex 9. leminate conuincitur. Cùm enim
Isoscelia sint A F D & B F C triangula, & propter obliquitatem aspectus angulus F H I
angulo F I H sit maior, erit per 19. primi Euclidis latus F I latere F H maius. Quare erunt
& F B, F C, ipsis F A, F D maiora: nam per 47. primi Euclid. F C potest id quod F I & I C;
F D verò potest id quod F H & H D: sed cùm æqualis sit I C ipsi H D, & F I ipsâ F H maior,
erit quoque duarum F I & I C potestas maior quàm duarum F H & H D: quare & ipsius
F C potestas maior est quàm F D, ideoque F C quàm F D longitudine est maior. Nam quę
F plus potest maior est illa quæ potest minus. Sic & F B quàm F A maior ostendi potest: igitur longiore interuallo distat B C à visu F quàm A D. Quocircà per supracitatum 9.
lemma maior est angulus B F C angulo A F D: atque ideò per 10. huius minor spectatur
B C quàm A D; quod erat demunstrandum.

Rursus quòd anguli A D C & D A B acuti appareant, ex propositione 53. libri huius
per se liquet. Cùm enim G D, cui ad punctum G perpendicularis insistit, quæ oculum
defert, per anguli A D C verticem transeat, non tamen ipsum angulum secet, perspicuum
est ex iis quæ eo loci sunt demonstrata in ea oculi constitutione angulum A D C recto
minorem videri: sed eadem est in angulo D A B demonstratio: acutus igitur vterque apparet; quod erat propositum.

Quòd

Quòd autem æquales inter se spectentur hi ipsi anguli A D C & D A B, ex eo primùm suaderi potest, quòd idem sit ad vtrumque angulum oculi situs: deinde triangula A H B & D H C æquilatera spectantur; igitur & æquiangula per 8. primi Euclidis. Assumptio ex partibus facile demostrabitur: nam in triangulis F H A & F H D æqualia sunt latera A H & H D, latusque F H commune vtrique, & angulus F H A angulo F H D æqualis. Igitur per 4. primi Euclidis & angulus A F H angulo H F D æqualis erit. Quare A H & H D æquales apparebunt per 10. huius: A B verò & D C æqualia videri iam proximè ostēsum est. Sic & H B & H C æqualia spectari per 8. primi Euclidis probari potest: nam in triangulis H F B & H F C commune vtrique est latus F H; F B verò ipsi F C iam priùs ostensum est æquale: sed & basin H B basi H C æqualem testatur 4. primi Euclidis: quia A H & A B ipsis D H & D C æqualia sunt, & his contenti anguli H A B & H D C recti: igitur æqualis est angulus H F B angulo H F C. Ideoque æquales spectantur H B & H C, ac tota triangula H A B & H D C æquilatera, quod erat assumptum. Æquales igitur inter se spectantur A D C & D A B anguli; quod erat probandum. A

B

Præterea obtusos videri reliquos A B C & D C B angulos, ex eadem propos. 53. huius libri patet. Quoniam enim ea quæ ex puncto G (cui perpendicularis insistit oculum F deferens) ad C verticem anguli D C B ducitur, ipsum angulum secat, fit vt angulus D C B qui rectus est, è loco F maior recto appareat: sed eodem modo A B C rectus angulus maior apparet recto. Igitur obtusus spectatur vterque angulorum A B C & D C B; quod erat propositum. C

Sed & æquales iidem anguli A B C & D C B apparent; quod eodem modo probabitur, quemadmodum A D C & D A B æquales apparere paulò antè est demonstratum. Ductis enim A I & I D æquilatera videri triangula A B I & D C I per 4. & 8. primi Euclid. ostendemus vt suprà, quare æquiangula conspicientur: igitur æquales apparent anguli A B C & D C B; quod vltimo loco fuit propositum. Hæc de primo quadrati aspectu dicta sufficiant: cetera enim quæ eidem accidunt phænomena, facilè studiosus Lector ex horum comparatione colliget. D

Secundo modo obliquè videri quadratum potest, si nimirum ea quæ ab oculo ad planum, in quo est quadratum, perpendicularis demittitur, in alteram dimetientem productam cadat, sic vt altera saltem directè aspectui obiiciatur. Vt si quadratum expositum sit A B C D cuius diametrus A C producatur, si opus fuerit in G, visus autem eo loci sit constitutus, vnde demissa A G recta ad planum, in quo est quadratum, incidat in productam dimetientem A C ad signum G: dico hac oculi constitutione A B & A D æquales videri, itemq; B C & D C æquales: at B C & D C ipsis A B & A D minores; angulum verò B C D angulo B A D maiorem, sed vtrumque obtusum: A B C autem & A D C acutum vtrumque, sed æquales. Rursus si F E quàm A E maior sit, minorem aio apparere diametrum A C quàm B D: at contrà, si minor sit F E quàm A E, dico A C quàm B D spectari maiorem. quæ omnia, vti priùs, suo quæque ordine sunt demonstranda. E F

Primum igitur A B & A D æquales videri, in hunc modum potest demonstrari: In triangulis F E B & F E D latus E B lateri E D est æquale ex natura quadrati, & latus F E vtrique commune, angulusque F E B æquis lateribus comprehensus angulo F E D æqualis: quia rectus vterque ex hypothesi: igitur per 4. primi Euclidis & basis F B basi F D est æqualis. Rursus in triangulis F A B & F A D latera F B & B A lateribus F D & D A æqualia sunt, vtrumque vtrique, hoc est F B ipsi F D per iam factam demonstrationem, B A verò ipsi D A per quadrati definitionem: porrò F A commune est vtrique. Æquilatera igitur

sunt

A sunt ipsa triangula F A B & F A D, quòd æqualia latera & proportionalia habeant. Itaque per 5. sexti Euclid. eadem triangula sunt & æquiangula, æqualesque sunt anguli A F B & A F D, quibus æqualia latera A B & A D subtenduntur. Quocirca per 10. huius æqualia spectantur A B & A D; quod primò propositum fuit.

Eodem verò modo ostendentur triangula C F B & C F D æquilatera & æquiangula esse: igitur & B C ipsi C D æqualis videtur; quod secundo loco erat demonstrandum.

Tum B C & C D ipsis B A & A D minores apparere, sic demonstratur: Producta B A ad partem A infinite, ex G perpendicularis ipsi B A protractæ excitetur G H per 12.
B primi Euclid. quæ etiam versus K extendatur: quoniam per 47. huius præter rectam B H, altera, cuius interuallum æquale vndique spectatur, est sectio quædam coni. Sit iam ea per D descripta, ac literis signata L K D M, verticem habens in linea G H ad signum K, in quod incidat G K æquis ipsi sectioni angulis.

His itaque legibus descripta coni sectione L K D M, consequens est, vt eam C L
C intersecet, idque duobus in locis, nempe in D ex constructione, & in L vbi est K L ipsi K D æqualis. Propinquior est igitur K ipsi B H quàm D, & D quàm M. At per eamdem 47. propositionem huius æquales apparent H K, A D, & B M: igitur B C, quæ vt pars totà minor videtur quàm B M, ipsâ quoque A D apparet minor per 5. axioma ad 9. propositionem huius libri explicatum. Sed A B æqualis apparet eidem A D, quod paulò antè est demonstratum, igitur B C ipsâ etiam A B minor apparet: cum-
D que eodem modo ostendere possimus C D ipsâ A D minorem videri, probatum relinquitur B C & C D ipsis A B & A D minores spectari; quod erat probandum.

Præterea angulum B C D angulo B A D maiorem cerni, sed vtrumque obtusum, ex propositione 51. huius potest demonstrari. Cùm enim recti sint anguli B C D & B A D, vtrumque verò bipartitò diuidat G C; profectò per iam citatam 51. propositionem huius, si F G quæ oculum defert, per lineam G C incedat, cùm in A peruenerit, minimus videbitur B A D; cumque in C, minimus ipse B C D angulus conspicietur: at per 52. huius ex loco A rectus apparet B A D angulus, vti & angulus B C D ex loco C apparet rectus; igitur ex loco G vterque apparet obtusus. Rursus cùm per eamdem suprà citatam 51. huius, quò longiùs F G à vertice anguli transfertur, eò ipse appareat maior, absitque F G
E à C longius quàm ab A, consequens est, vt maior videatur B C D angulus angulo B A D; quod erat ostendendum.

Simili modo ostendemus angulos A B C & A D C acutos videri. Cùm enim eæ quæ ex G ad B & D extendi possunt extra ipsos angulos cadant, nec illos vllo modo secent, minores apparent ipsi anguli, si perpendicularis, quæ oculum defert, in G sistatur, quàm si in aliquo laterum A B vel A D angulos continentium per 53. huius; quòd G B & G D longiùs absint à B D, quæ vtrumque angulum bifariàm secat, quàm A B & A D: sed in A B posita perpendiculari oculum deferente rectus apparet A B C angulus per 48. huius; & similiter posita perpendiculari oculum deferente in linea A D rectus apparet angulus
F A D C: itaque ex signo G, quod extra vtrumque angulum excurrit, minor recto vterque spectatur; ac ea propter acutus; quod erat propositum.

Æquales autem hos ipsos angulos A B C & A D C videri sic probatur: In triangulis A B C & A D C æqualia apparent latera A B & B C ipsis A D & D C, per ea quæ iam sunt demonstrata: & latus A C apparet commune vtrique: igitur & angulus A B C angulo A D C æqualis apparet per primum axioma ad 9. huius libri propositionem explicatum, adiuuante 8. primi Euclid.

Deinuin, si F E quàm A E maior sit, minorem apparere diametrum A C quàm B D; & contrà, si F E quam A E sit minor, A C quàm B D spectari maiorem, ex ijs colligi potest quæ propositione 65. huius de circuli aspectu proposuimus. Si enim proposito qua-

drato circularis perimeter circumscribatur per 9. quarti Euclidis, palàm est quoniam A
diametris A C & B D quadratum circulusque conueniant. Eadem itaque in diametris
quadrati erit demonstratio, quæ in circuli diametris.

Hæc de quadrati aspectu dicta sufficiant. Cetera enim, quæ tum ex his, tum ex innumeris aliis dispositionibus accidunt phænomena, facile studiosus Lector ex horum præceptione colliget. Ex quibus etiam in aliarum rectilinearum figurarum cognitionem nullo negotio inducetur. Cùm namque hæ omnes lineis atque angulis constent variè aspectui obuersis, sanè ex iis quæ de linearum situ, deque angulorum obiectu suprà B *docuimus, omnium cognitio dependet. Nobis itaque, ne in re satis iam superque compluribus theorematis explicata diutiùs quàm par est immoremur, viam aperuisse sufficiat, per quam Matheseos amatores in rerum arcanarum contemplationem non minori facilitate, quàm voluptate incedant; eamque scientiam exiguo labore adipiscantur, quam meritò prudens quisque admirari ac suspicere debeat.*

SPHÆRA.

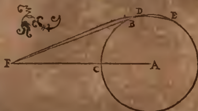
PROPOSITIO LXXX. THEOREMA. C

Id sphæra, quod spectatur, radiis contingentibus, definitur.



Hoc theorema perspicuam habet rationem: nam qui sphæram contingunt radij, maximi sunt omnium illorum qui ad conuexam sphæræ peripheriam ab eodem punctо duci possunt, vt lemmate 25. est demonstratum; ac proinde extimi sunt.

Si enim præter radium F B, exempli gratia, qui sphæram ex centro A descriptam attingit in B, alia recta ad eamdem sphæram exterius pertineret, hæc vel circulum contingeret, vel eum secaret. Si contingeret, aut in eodem D
punctо in quo F B, aut in alio, puta D, non vtique in eodem: sic enim ab eodem punctо F ad idem punctum B, duæ rectæ lineæ ducerentur quæ spatium concluderent, quod impossibile est, & communi axiomati repugnans. Si in alio, nempe D; igitur per 16. tertij Euclid. in locum inter F D & circuli



peripheriam D B C comprehensum altera recta linea non caderet, quæ circulum non E
secaret; cadit autem per hypothesin ipsa F B: igitur vel F B circulum non contingit, quod hypothesi aduersatur; vel F D ita extra circulum vagatur, vt ipsum neutiquam attingat.

Demus iam F D circulum secare, id profectò in duobus fiet locis, quæ gratia exempli sint D & E: ergo per 36. tertij Euclidis, quod sub tota secante F E & F D externa portione comprehenditur rectangulum, æquum est ei, quod ab F B tangente describitur, quadrato. Quare per 17. sexti Euclidis, vt F E ad F B, ita est eadem F B ad F D: ac proinde si maior sit F E quàm F B, & F B quam F D maior erit; cui repugnat 8. propos. tertij
Euclidis: nam si F B extima non sit, sed ipsa exterior sit F D, erit F D ab F A, quæ per F
centrum transit, remotior quàm F B. Si remotior, igitur & maior. At minor iam ostensa est; cumque impossibile sit, vt & maior & minor ipsa F B esse queat, necesse est ipsam F B, & quæcumque demum aliæ maximum sphæræ circulum contingunt, maximas & extimas esse. Quare hæ ipsæ eam sphæræ portionem definiunt, quæ oculo externus ad signum F constituto apparet; quod propositum erat demonstrare.

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Pars sphæræ visa circulo continetur.



SIT sphæra cuius centrum A, ad quam ab oculo F radij ducantur, qui ipsam contingant in circulo maximo ad signa B & C, iungaturque B C. Rursus ex F ad centrum A recta agatur F A, hæc ipsam B C ad rectos secabit angulos in signo D. Quoniam
B enim in triangulis F B A & F C A latera F B & F C circulum contingunt, erunt eadem inter se æqualia per 26. lemma. Sed A B quoque ipsi A C æquale est per circuli definitionem, quòd nimirum è centro A ad peripheriam maximi in sphæra circuli sint educta; basis autem F A communis est vtrique: igitur æquilatera sunt ipsa triangula F B A & F C A: ac proinde æquales habent
C eos angulos, quibus æqualia latera subtenduntur per 5. sexti Euclidis, hoc est B A D æqualem ipsi D A C; circa quos cùm iterùm æqualia sint latera B A ipsi A C, A D verò commune vtrique, erit & basis B D basi D C æqualis per 4. primi Euclid. Bifariam igitur est secta B C in D, ac proinde ad rectos erit F A ipsi B C angulos per 3. tertij Euclid.



Finge iam triangulum F B D circa immotum axem F D in orbem duci, quousque in eundem locum restituatur, vnde digressum fuerat. Hoc profectò motu conus producetur, cuius basis B C centrum habeat D, è quo ad circumferentiam eductæ rectæ omnes lineæ, tum ipsi D B, tum inter se æquales erunt; quòd omnes eidem D B congruant ex ratione propriaque natura circularis motionis. Quare circulus erit is, cuius perimeter partem sphæræ visam circumscribit; quod erat demonstrandum.

D

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

E sphæra vno oculo conspecta portio quæ apparet, hemisphærio minor est.



SPHÆRAM cuius centrum A, oculus contueatur è loco F, vnde radij procidant qui ipsam contingant in eodem circulo maximo ad signa B & C. Erit ergo pars sphæræ visa per su-
E periorem 81. propositionem B G C, quæ circulo continetur, cuius diametrus est B C. Dico itaque B G C portionem sphæræ visam hemisphærio minorem esse. Si enim hemisphærio æqualis esset, profectò circulus B C maximus esset, ac proinde per 6. primi Sphæricorum Theodosij per sphæræ centrum duceretur; atque ita B C ipsis F B & F C tangenti-
F bus perpendicularis esset per 18. tertij Euclidis: quocircà parallelæ tandem forent F B & F C per 28. primi Euclidis: quòd scilicet anguli F B C & F C B recti essent, & ad easdem partes constituti. At ab eodem puncto F, in quo & oculus, eductæ sunt: itaque B G C pars sphæræ visa non est hemisphærio æqualis: sed neque maior esse potest: sic enim anguli F B C & F C B non iam recti, vt priùs, verùm obtusi forent. Quare lineæ F B & F C non conuenirent in puncto F: sed ex B & C digressæ amplius diuaricarentur per 11. axioma Euclidis. Conueniunt autem in puncto F ex hypothesi; non est igitur B G C portio sphæræ quæ videtur hemisphærio maior: est itaque minor, quod erat demonstrandum.



Ex hac propositione intelligas Horizontem illum, qui sensu vsurpatur, hoc est terræ portio-

portionem quæ ab aspectu nostro ac termino visionis circumscribitur, dimidia terræ A
portione minorem esse: nec enim, vt Proclus ait, in sphæra amplius duûm millium stadiorum dimetientem haber, cùm totius terræ dimetiens stadia contineat minimùm quinquaginta millia.

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Oculo ad sphæram propius accedente, portio quæ spectatur fit minor.

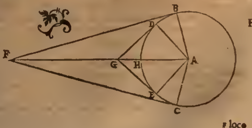
Esto enim sphæra cuius centrum A; & ab oculo nunc quidem in F con- B
stituto radij educantur, qui sphæram contingant in punctis B & C: erit ergo B H C portio sphæræ è loco F spectata per 80. huius. Deinde oculus in locum G transferatur, qui sphæræ propinquior sit, ab eoque vt priùs radij sphæram contingentes producantur G D & G E: erit igitur & ex hoc loco spectata sphæræ portio D H E, quam dico ipsa B H C minorem esse.

Cum enim F B & G D sphæram in eodem circulo maximo contingant in locis B & D, erunt A B & A D, quæ ex centro ad loca contactuũ educũtur, eisdem F B & G D perpendiculares per 18. tertij Euclid. Rectangula igitur sunt triangula F B A & G D A, in quibus A B & A D latera inter se sunt æqualia: siquidem ambo è centro ad circumferentiam prosiliunt. At illorũ quæ rectis angulis subtendũtur maius est latus F A quàm G A, ex suppositione; quoniam videlicet F longiùs ponitur distare ab H quàm G, erit F H quàm G H maior. Addita igitur vtrique inæqualiũ communi portione D
H A, erit per tritum axioma F A maior quàm G A. Quocircà per 8. tertij Euclidis, maior est proportio F A ad A B, quàm G A ad A D: ideoq; per 14. lemma maior est angulus F A B quam G A D: eodemque modo maior ostendi potest angulus F A C angulo F A E. Itaque totus B A C angulus toto angulo D A E maior est: siquidem ambo ex æqualibus partibus componuntur. Atque ea propter basis B C basi D E est maior per 24. primi Euclidis, quod scilicet latera A B & A C lateribus A D & A E æqualia sint: at angulus B A C angulo D A E maior. Quoniam verò est maior B C quàm D E, vt iam probatum relinquitur, erit & arcus B H C arcu D H E maior per posteriorem partem propositionis 27. tertij Euclidis secundùm Campanum. Quocircà è viciniore loco G minor sphæræ portio conspicitur, quàm ex F remotiore; quod demonstrasse oportuit. ex quo fit vt in mari aduen- E
tantes procul naues ex editiori loco priùs conspiciantur, quàm ex inferiori. Hinc speculæ & phari locis semper sublimioribus eriguntur, vt latius ex eis prospectus pateat.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Admiratione dignum illud videbitur; quòd dum minor est sphæræ portio quæ spectatur, tum ea maior appareat.

Tametsi primo aspectu paradoxum id quidem videatur, iis præsertim, qui in Opticorũ demonstrationibus parum sunt exercitati; tamen necessariam habet demonstrationem. Sit B C sphæræ portio ex F



F loco

A F loco remotiore visa: ea verò quæ è propinquiori spectatur nempe ex G, sit D E, hæcque illâ minor esto per antecedentem propositionem: dico D E quàm B C maiorem apparere. Eductis enim ex centro A rectis lineis A B, A C, item A D & A E, quoniam per 18. tertij Euclidis A B ipsi F B, & A D ipsi F D perpendicularis est, erunt anguli A B F & A D G recti per 10. definitionem primi Euclidis. In triangulis autem A B F & A D G præter hos rectos angulos, duo reliqui simul sumpti vnius trianguli duobus reliquis alterius simul sumptis sunt æquales per corollarium propos. 32. primi Euclidis: at maior iam ostensus est B A F angulus angulo D A G: reliquus igitur D G A reliquo B F A maior est per tritum axioma, quo inæqualia iudicantur quæ ab æqualibus
B facta in æqualium detractione relinquuntur: eodemq; modo E G A maior ostendi potest quàm C F A. Itaque totus D G E toto B F C est maior. Quocircà per 10. propos. huius libri maior apparet pars sphæræ visa minor D H E, quàm maior B H C; quod erat demonstrandum.

LEMMATION.

Si sphæra ad binos intuentis oculos ita sit constituta, vt communis axis in centrum sphæræ procidat; dico radios, qui sphæram contingunt, æquales inter se esse, eamq; quæ puncta contactuum
C *iungit, distantia oculorum esse parallelam.*

SIT sphæra, cuius centrum A, binis oculis D & E ita obiecta, vt communis axis G A in centrum sphæræ incidat: ab oculis verò radij procidant D B & E C, qui sphæram contingant in punctis B & C, quæ connectantur per rectam B C: dico D B & E C inter se æquales esse, itémque B C ipsi D E parallelam. Iunctis
D enim D A & E A, quoniam in triangulis D A G & G A E æquales sunt anguli D G A & A G E per 29. propos. libri secundi, & circum hos angulos æqualia sunt latera, nimirum D G ipsi G E per eamdem 29. secundi, G A verò commune vtrique; erit per 4. primi Euclidis & basis D A basi E A, angulusque D A G angulo G A E æqualis.

Rursus cùm D B & E C sphæram in eodem circulo maximo contingant, eæ quæ ex centro A ad signa contactuum applicantur A B & A C, sunt iisdem contingentibus perpendiculares per 18. tertij Euclidis. In triangulis igitur A B D & A C E recti sunt anguli A B D & A C E: sunt autem æqualia latera D A ipsi A E per iam factam demonstrationem,
E & A B ipsi A C, quia ambę ex centro ad circumferentiam educuntur. Igitur per consectarium lemmatis 14. & reliquum latus D B reliquo E C æquale erit; quod primò propositum fuit.

Deinde per idem consectarium lemmatis 14. & angulus D A B angulo E A C æqualis erit. His itaque si addantur æquales iam ostensi D A G & E A G, erunt & compositi G A B & G A C per communem notionem æquales. Sunt autem quæ circum hos angulos consistunt latera A B & A C æqualia, A F verò commune vtrique. Igitur per 4. primi Euclidis basis quoque B F basi F C, & iuxta bases angulus A F B angulo A F C æqualis. Sed eidem angulo A F C æqualis est angulus B F G ad verticem per 15. primi Euclidis: igitur
F A F B & B F G inter se sunt æquales per vulgatum axioma, ac proinde rectus est B A G angulus per 10. definitionem primi Euclidis: sed & rectus est D G F angulus per 29. secundi libri. Itaque per 28. primi Euclidis parallelæ sunt D E & B C; quod secundò propositum fuit.

Hoc sanè præmonstrasse oportuit, vtpote ad probationes eorum quæ mox dicturi sumus, necessarium: cur autem inter superiora lemmata initio huius libri proposita non sit recensitum, ea est ratio, quòd particularis eius sit vsus, ad sphęræ aspectum accommodatus.

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus, ei quæ centra visuum connectit, æqualis fuerit; hemisphærium erit, quod ambobus oculis circum communem axem normaliter actis comprehenditur.

SPHÆRÆ ex A descriptæ diametrus esto B C, ei quæ centra visuum D &
E connectit æqualis; axis autem communis sit G A in centrum sphæræ
productus: circum quem centra oculorum D & E ita ducantur, vt D E B
ipsi G A semper normalis sit, hoc est, vt æquales semper sint anguli D G A
& E G A: cumque prociderint ab oculis ad sphæram vndique radij, qui
ipsam contingant, ostendendum erit
hos mediam sphæræ portionem intercipere:
cùm enim G A in centrum sphæræ incidat, erit per superius lemmation
B C ipsi D E parallela. Quare si ad G recti sint anguli, & qui ad A, nempe G A B
& G A C, recti erunt per 28. primi Euclid. Rursus, quoniam vtraque æqualium B C & D E per communem axem C
A G diuiditur bifariàm, B C quidem in A,
quia A centrum est circuli, D E verò in G per 29. secundi libri; erit A B ipsi D G, & A C
ipsi G E æqualis. Quare per 33. primi Euclidis D B & E C tum ipsi A G, tum inter se parallelæ
erunt: ideoque G A B & D B A duobus rectis æquales per 29. primi Euclidis. at
G A B rectus est ex demonstratione: igitur & D B A rectus est, eodemque modo & E C A.
Igitur D B & E C sphæram contingunt in B & C per 16. tertij Euclidis, & A B cum A C,
quæ ex A sphæræ centro ad loca contactuum B & C applicantur, vnam rectam lineam
constituunt per 14. primi Euclidis. Quare A B D G parallelogrammum & rectangulum
est: quod si vnà cum oculorum motu circumagi cogitetur circa immotum communem D
axem G A, quousque in eumdem locum vnde digressum fuerat, restituatur, cylindrum
describet per 21. definitionem vndecimi Euclidis, cuius circulares erunt bases, eæque
æquales ex diametris B C & D E descriptę: cumque circulus B A C per centrum sphæræ
transeat, maximus erit per 6. primi Sphæricorum Theodosij: hic autem sphęram bipartitò
diuidit: itaque hemisphærium est B H C normali oculorum motu, qui circa immotum
communem axem fit, comprehensum; quod demonstrare oportebat.

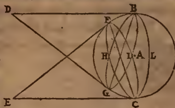
1. *Notandum hoc loco primùm est, non posse hanc sphæræ contuitionem fieri per axes,
sed per alios tantùm opticos radios. nam lib. 2. prop. 20. ostēdimus oculorum orbes ita
diuaricari non posse, vt axes firmētur paralleli: quod sanè eueniret per 33. primi Eucl.* E
si axes optici D B *&* E C *æquales ac parallelas rectas lineas* D E *&* B C *connecterent.*

2. *Deinde obseruandum est, nos huic propos. adiunxisse ea verba;* oculis circum
communem axem normaliter actis, *quæ in theoremate 25. Opticorū Euclid. sunt
subintelligenda, quod sic se habet:* Sphæra binis spectata oculis, si dimetiens
sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distanti ab oculis, ipsius hemisphærium
spectabitur. *Quæ prop. si verba, non autem sensus pensetur, falsa erit. Vti
enim vno oculo minor dimidiâ sphæræ portio cernitur, quæ circulo continetur: ita duobus* F
*oculis duæ videntur eiusmodi portiones, quæ partem quidem communem habent:
ipsi autem circuli quibus circumscribuntur, duobus locis se mutuò interseeant; vno
autem puncto eumdem circulum maximum sphæræ quisque contingit.*

Esto enim F G C *portio sphæræ, quam oculus* E *intuetur, circulo definita* C H F I, *ac
hemisphærio minor per 82. huius; accedatque oculus* D, *qui eiusdem sphæræ portionem
hemisphærio minorem attingat* B F G, *circulo contentam* B H G I: *cùm verò neu-*

ter

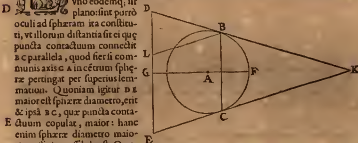
A *ter horum circulorum sphæram per centrum partiatur, ambo maximo circulo minores erunt per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Quare nihil cum maximo commune habere possunt, præter solitarium punctû, in quo circulus* C H F I *maximum circulum* B L C *attingit ad signum* C; *&* *circulus* B H G I *eumdem*
B *circuli maximum* B L C *contingit ad* B, *per 18. tertij Euclidis: quod nimirum* D B *&* E C *ipsi* B C *quæ per centrum ducitur sint perpendiculares. Itaque quod sphæræ binis oculis immotis conspicitur, id hemisphærio minus est, ea superficie bis sumpta, quæ dimidia peripheria maximi circuli* B L C, *&* *duobus quadrantibus aspectorum circulorum* B I *&* I C *continetur. His enim sese minores illi circuli intersecant ad signa* H *&* I; *quod erat ostendendum.*



C PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Si oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit, binis oculis circum communem axem normaliter ductis, pars hemisphærio maior conspicua erit.

ESTO enim oculorum interuallum D E sphæræ B F C diametro maius: atque ab oculis radij procidant D B & E C sphæram contingentes in B & C punctis circuli maximi B F C, qui cum D E connectente centra visuum in vno eodemq; sit
D plano: sint porrò oculi ad sphæram ita constituti, vt illorum distantia sit ei quæ puncta contactuum connectit B C parallela, quod fieri si communis axis G A in cētrum sphæræ pertingat per superius lemmation. Quoniam igitur D E maior est sphæræ diametro, erit & ipsâ B C, quæ puncta conta-
E ctuum copulat, maior: hanc enim sphæræ diametro maiorem esse impossibile est. Quocircà D B & E C radij ad partes B & C producti tandem congredientur: nam posita E L ipsi B C æquali, erit B L ipsi E C parallela per 33. primi Euclidis, & D B ipsa E L maior erit, quòd D E ipsâ B C maior supponatur. Itaq; D B in B L incidens si producatur, ipsam quoque B C productam attinget, secabitque per 10. lemma. Sit igitur coitionis punctum K: quoniam oculo posito in K, quod sphæræ videtur B F C hemisphærio minus est per 82. huius, profectò reliquum, quod oculis D & E in orbem, vti dictum est, agitatis cernitur,
F hemisphærio maius erit; quod fuit propositum.



Potest sanè idem ex radiorum natura facile probari. Quemadmodum enim paralleli radij sphæram contingentes à punctis contactuum duo hemisphæria vtrimque intercipiunt, quòd ipsorum interuallum ex vtraque sphæræ parte sit æquale; ita radij non paralleli, quà diducuntur ac magis ab inuicem magisque abscedunt, portionem sphæræ medietate maiorem comprehendunt, vt iam iam est demonstratum, qua verò in angustum premuntur, congressuri aliquando si producantur, minorem medietate portionem sphæræ ambiunt, vt proximè sequente theoremate demonstrabimus.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus distãtia oculorum fuerit maior, ipsiq; oculi vt priùs circumacti, minor medietate portio sub aspectum cadet.

SPHÆRA inquam B H C, ex centro A descripta, cuius diametrus distantiâ oculorũ D E maior existat, ita ad binos intuentis oculos sit cõstituta, vt communis axis in centrum sphæræ pertingat: ex D verò & E radij ad sphæram destinentur D B & E C eam contingentes in punctis B & C circuli maximi, qui cum D E in eodem sit plano: finganturque oculi D & E moueri normaliter circa communem axem G A. His ita positis, dico B H C portionem sphæræ quæ videtur hemisphęrio minorem esse. B

Quoniam enim D E minor cõceditur sphęræ diametro, necesse est eamdem D E ipsâ quoque B C, quæ puncta contactuum iungit, minorem esse. Si namque esset æqualis, C parallelæ forent D B & E C. Nam cùm axis communis G A connectentem centra visuum D E secet normaliter per 29. prop. lib. secundi, ęquales erunt anguli D G A & E G A; cumque idem axis communis in centrum sphęræ A pertineat, erit per superius lemmation B C ipsi D E parallela, ac proinde & angulus G I B rectus erit per 29. primi Euclidis, & B C in I per rectam G A diuidetur bifariam per 3. tertij Euclidis. Sed D E in G etiam est secta bifariàm per 29. propos. lib secundi: igitur si æquales sint B C & D E, erunt & B I ipsi D G, & I C ipsi G E æquales: atque eapropter quæ has connectunt D B & E C tum inter sese, tum ipsi G I parallelæ per 33. primi Euclidis. In ipsas ergo incidens recta B C rectos faciens angulos G I B & G I C, reliquos quoque internos, ad easdemque partes, nempe D B I & E C I rectos efficiet. Quare per 19. tertij Euclidis in B C erit circuli centrum, D ac proptereà dimetiens erit eadem B C, cui iam quidem ostenditur D E æqualis: initio autem positus fuit diametrus sphęrę ipsâ D E maior; quod cùm pugnet, nequit profectò D E ipsi B C, quæ loca contactuum iungit, æqualis esse. Longè verò minus potest D E ipsâ B C maior esse. nam sic probaretur, vt suprà, D E sphæræ dimetiente maior, quod multò absurdius est, quandoquidem supponatur minor. Itaque minor sit D E quam B C connectens loca contactuum est necesse.

Abscindatur ergo de B C portio C L, interuallo oculorum D E æqualis per 3. primi Euclidis, iungaturque D L, quæ per 33. primi Euclidis ipsi E C parallela erit: cumque maior sit B C ipsâ C L, B D ipsam D L secabit: quare secabit & reliquam E C per 10. lemma. Secet autem ipsam C E productam in K, quoniam oculo in K constituto, sphæræ portio B H C E quæ videtur hemisphærio minor est per 82. huius: sitque eadem sphæræ portio, quæ ab vno oculo ex K, & quæ à duobus ex D & E cernitur propter radiorum K D B & K E C identitatem, sanè & a binis oculis circumactis minor sphæræ portio spectabitur.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Visu in superficie sphæra existente, vniuersa eius facies caua aspectabilis est: è conuexa autem nil præter punctum apparet. F

ESTO sphæra data A B C, in cuius superficie positus sit oculus ad signum A, detur quoque præter punctum A in caua sphæræ superficie aliud punctum B, perque A & punctum B circulus maximus describatur A B C per 20. primi Sphæricorum Theodosij: dico conspicuum esse punctum B per 58. huius. Cùm verò eodem prorsus modo, si quoduis aliud punctum assignatum fuerit, per duo data puncta circulum maximum describere liceat, atque ostendere per 58. huius, illud quoque acceptum punctũ posse per rectam lineam

suiipsius

A ſuſpſius imaginem ad oculum deſtinare: patet vniuerſam ſphæræ cauam faciem oculo in ſuperficie poſito aſpectari poſſe; quod primò erat demonſtrandum.

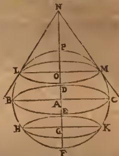
Deinde per punctum A in quo eſt oculus, recta agatur D E, quæ circulum ſphæræ maximum tangat per 17. tertij Euclidis: quoniam per 18. tertij Euclidis D E ei quæ per centrum ducitur A C perpendicularis eſt, fit per 16. tertij Euclidis vt ipſa D E extra circulum cadat, inque locum hanc inter & circuli peripheriam comprehenſum altera recta linea non cadat, quæ circulum non ſecet. Atque ea propter nullius ſigni aſpectabilis forma è conuexa circumferentia circuli ad aſpectum pertinere poteſt. Cumque eadem ſit in quouis alio circulo per A ducto demonſtrandi ratio, conſequens eſt, vt è conuexa to-

B tius ſphæræ ſuperficie, in qua eſt oculus, nihil præter ſolitarium ſignum appareat; quod ſecundo loco demonſtraſſe oportebat.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Viſu intra aut extra ſphæræ ſuperficiem exiſtente, ea portio caua ſphæræ videbitur, in quam incidunt ab oculo emiſſi radij: eritq; pars viſa quandoque hemiſphærium, interdum hemiſphærio maior, ſubinde minor.

C PRIMVM conſtituatur oculus in ſphæræ centro A, cuius opticus axis A F inferne proſpectet, ac circa oculũ axemque opticum circulus maximus deſcribatur B D C E per 20. primi Sphæricorum Theodoſij: hunc totum videri ab oculo in A poſito perſpicuum eſt: ſi verò ſub hoc alius quicumque circulus in ſphæræ ſuperficie deſignetur, vti is cuius diameter eſt H K, ſiue ille priori parallelus ſit, ſiue non; dico & hunc totum conſpicuum eſſe, quòd ab omnibus eius partibus libera pateat formarum promiſſio.



D Idemque oſtendere erit in ceteris. Cùm itaque ſimul omnes vniuerſam hemiſphærij ſuperficiem euacuent, perſpicuum eſt hanc totam ab oculo in centro A poſito ſpectari.

Deinde ſit iam oculus ſupra centrum A intra ſphæræ perimetrum conſtitutus in O, axiſque opticus O F: dico portionem ſphæræ viſam L F M hemiſphærio maiorem eſſe. Circa O namque velut centrum, interuallo autem O L aut O M, circulus deſcribatur: hic totus videbitur, vt & quæcumque pars ſphæræ infra ipſum accepta, per ea quæ iam oſtenſa ſunt. Igitur totum ſphæræ ſegmentum L F M conſpicuum erit. Quòd autem illud dimidia ſphæra

E maius ſit, ſic probatur: Quoniam O punctum extra ſphæræ centrum aſſumptum eſt; erit circulus cuius diameter L M non maximus per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Itaque per inæqualia ſegmenta ſphæram diuidit, maiuſque ſegmentum eſt L F M, quod maiorem axis partem ſibi vendicat.

Rurſus ſi in N extra ſphæræ ambitum oculus deferatur: aio nihilominùs partem ſphæræ cauam, quæ ſpectari poteſt, hemiſphærio maiorem eſſe. Ab N ſiquidem radij procidant N L & N M, qui ſphæram contingant in L & M: quoniam per 82. huius ſphæræ portio conuexa L P M, quæ ab oculo in N collocato conſpicitur, hemiſphærio minor eſt, reliqua ſanè L F M, quæ oblitеſcit, maior erit. At cuius conuexum latet, eius cauum apparet; cùm ideò lateat conuexum, quòd optici radij in concauam ſuperficiem directò in-

F pingant. Illud ergo cauum videtur, cuius conuexum delitеſcit. Itaque tota interna facies L F M, quæ hemiſphærio iam oſtenſa eſt maior, ex loco N conſpicitur, quod proponebatur.

Demum ſi oculus infra centrum A deprimatur, vt in G, eiuſque opticus axis ſit G F: dico minorem medietate portionem ſphæræ intus ſpectari. Ducto enim circulo cuius diameter H K circa G velut centrum, hic totus quidem perſpicietur, vti & quicumque alius infra ipſum deſignatus, per ſuperiùs demonſtrata. Cumq; circulus H K ſupremus ſit omnium illorum, qui intra ſphæræ portionem H F K continentur, tota ſphæræ portio H F K conſpicua erit, nihilque eorum quæ ſupra circulum H K exiſtunt, cernetur, ob-

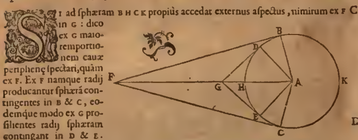
ſtante

stante opaca oculi postica, quò minùs species inde in centrum visus illabi infractionis A ope queant. At quoniam G non est sphæræ centrum ex hypothesi, non erit H K circulus maximus per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Quare sphæram in segmenta inæqualia partitur, quorum minus illud est, quod minorem portionem axis, nempe G F continet, hoc est H F K.

Libro secundo definitione 8. maximæ pyramidis opticæ basin diximus haudquaquam circularem esse, quòd versus tempora latiùs se visus diffundat quàm circa nasum, & infernè magis quàm supernè: at hoc loco liber consideratur oculi orbiculus, sublatisque nasi, ciliorum, superciliorumque impedimentis. Sic enim cùm extima ipsius superficies, eaque pars quæ Iris nuncupatur, exquisitum habeat circuli schema, ac velut E torno elaboratum, æquali vndique amplitudine rerum imagines excipit, parique interuallo aspectum diffundit. Quare maximum id quod videtur, hemisphærio aut sphæræ segmento contineri perspicuum est.

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Quò externus oculus propiùs ad sphæram accesserit, eò maiorem portionem cauæ superficiei consequetur, quæ & maior apparebit.



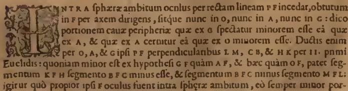
Si ad sphæram B H C K propiùs accedat externus aspectus, nimirum ex F C in G: dico ex G maiorem portionem cauæ peripheriæ spectari, quàm ex F. Ex F namque radij producantur sphæram contingentes in B & C, eodemque modo ex G prosilientes radij sphæram D contingant in D & E.

Quoniam inquam propositione 83. huius superiùs ostensum est ex G minorem portionem conuexæ peripheriæ spectari, quàm ex F, consequens est, vt cauæ peripheriæ portio D K E, quæ ex G conspicitur, maior sit quàm B K C, quæ videtur ex F: nam vbi spectari desinit sphæræ conuexum, ibi cauum apparere incipit. Itaque quò externus oculus propius ad sphæram accesserit, &c. quod erat demonstrandum.

Rursus dico cauam sphæræ portionem D K E, quæ è propinquiori loco aspicitur, maiorem apparere ipsâ B K C, quæ ex remotiori. Quod eodem prorsus modo demonstrari potest, quo superius propos. 84. huius ostensum est conuexam peripheriam D H E è propinquiori spectatam maiorem apparere illâ, quæ ex F loco remotiori cernitur, nempe E B H C. Cùm enim pars conuexa D H E, & concaua D K E, eodem spectentur angulo; sequitur, vt æquales appareant per 9. propos. huius: sic & B H C conuexa, & concaua B K C, æquales apparent. Igitur si D H E ipsâ B H C maior apparet, licet minor reipsa sit per 83. huius, & D K E ipsâ B K C apparebit maior; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Oculo cauæ superficiei intra sphæram appropinquante minor portio conspicitur: sed quæ æqualis semper appareat. F



Intra sphæræ ambitum oculus per rectam lineam P F incedat, obtutum in F per axem dirigens, sitque nunc in O, nunc in A, nunc in G: dico portionem cauæ peripheriæ quæ ex G spectatur minorem esse eâ quæ ex A, & quæ ex A cernitur eâ quæ ex O minorem esse. Ductis enim per O, A, & G ipsi P F perpendicularibus L M, C B, & H K per 11. primi Euclidis: quoniam minor est ex hypothesi G F quàm A F, & hæc quàm O F, patet segmentum K F H segmento B F C minus esse, & segmentum B F C minus segmento M F L: igitur quò propior ipsi F oculus fuerit intra sphæræ ambitum, eò semper minor portio

A tio erit, quæ de caua peripheria sub aspectum cadit.



Quòd autem spectata pars æqualis semper appareat, inde conuinci potest, quòd maxima pyramide optica conspicia-tur: quamquam nec hoc rectè dicimus, quòd æqualis semper ea pars appareat: sed rectius vtriusque infinita semper videri pronuntiabitur: maxima siquidem pyramis optica nullum ad verticem angulum, nullamque ferè basin habet, quę cono substerni possit, vt ex iis quę libro 2. definit. 8. docuimus, perspicuè cognosci potest.

B Perspicuum igitur est, signum P, quod in peripheria accipitur, medium terminum esse vtriusque motus, eius scilicet quo oculus extra sphæram, eiusque quo intra eam transmutatur: nam in P maximum sphæræ est, quod intus spectatur, totus videlicet ambitus, vt propositione 58. huius ostendimus. Motu verò, quo oculus ab externo loco propius ad circuli peripheriam accedit, maior semper portio caua apparet, vt propositione proxime antecedente docuimus, vsque dum tandem in P venerit, vbi tota peripheria caua videatur. Sic ergo & intra sphæræ ambitum oculo à P in F translato, minor semper pars cernitur; maior autem, cùm versus P ab F oculus dimouetur, quoad rursus in P totus sphæræ ambitus conspiciatur.

C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

Si visus à duabus sphæris inæqualibus æquè distet, maiorem proportionem habebit pars visa minoris quàm maioris ad totum suæ cuiusque sphæræ ambitum.



D VARVM inæqualium sphærarum maximi circuli A E B & C E D sese internùs cõtingant in puncto E, iunganturque illorum cẽtra G & H per rectam G H, quæ infinitè protracta per E punctum contactus transibit per 11. tertij Euclid. Assumpto itaque in ea extra vtramque sphæram quouis puncto puta F, erit F æquè ab vtraque sphęra distãs. Quocircà si in F visus constituatur, atq; ab eo radij profluant, qui vtrumque circulum contingant, maiorem quidem in A & B, minorem verò in



E C & D, sic vt pars maioris visa sit A E B, minoris autem C E D: hanc dico ad vniuersum suæ sphæræ ambitum maiorem proportionem habere, quam habeat A E B ad totam suæ sphæræ peripheriam.

Excitis namque ex vtriusq; circuli centro ad loca contactuum rectis lineis H A & H B; item G C & G D: quoniam in triangulis F A H & F C G recti sunt anguli F A H & F C G per 18. tertij Euclidis, erunt duo reliqui anguli vnius duobus reliquis alterius æquales. Siquidem cùm per 32. primi Euclidis, cuiusque trianguli tres anguli pares sint duobus rectis; vnu vtrimque sublato recto, reliqui vtrimque vni recto pares sint necesse est, ac proinde inter se æquales: at angulus C F G minor est A F H angulo vt pars toto: igitur

F per communem notionem C G F angulus angulo A H F est maior. Sed eodem modo angulus D G F angulo B H F maior ostendi potest: igitur totus C G D toto A H B est maior.

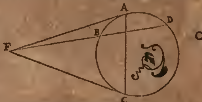
Fiat igitur in maiore circulo angulus I H K æqualis angulo C G D: ductis nimirum I H & H K quæ ab C G & G D æque distent: quoniam in eodem circulo maior est angulus I H K angulo A H B, vt iam iam est demonstratum, erit quoque arcus I E K arcu A E B maior per 33. sexti Euclidis. Quare per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habebit peripheria I E K ad totum maioris circuli ambitum, quam A E B ad eundem. Sed vt I E K ad totum ambitum maioris circuli, ita se habet C E D ad totum ambitum circuli minoris: cum enim æquales positi sint anguli I H K & C G D, erunt & ad circumferentias constituti anguli I M K & C L D æquales, vtpote dimidij priorum, qui ad centra G &

& H terminantur per 20. tertij Euclidis. At anguli I M K & I E K duobus rectis sunt A
æquales, vt quoque C L D & C E D per 22. tertij Euclidis: ablatis igitur illis qui ad M & L protenduntur, relinquentur I E K & C E D æquales per vulgatum axioma. Quare segmenta I E K maioris circuli, & C E D minoris, similia sunt inter sese per 10. definitionem tertij Euclidis. Vt igitur arcus I E K ad totum maioris circuli ambitum, sic C E D arcus ad totum ambitum minoris. Itaque maiorem proportionem habet C E D pars visa minoris sphæræ, quam A E B pars visa maioris, ad totum suæ cuiusque sphæræ ambitum; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA. B

Sphærica superficies siue concaua siue conuexa è longinquo spectata, plana videntur.

SIT sphæra A B C D, cuius spectata portio conuexa sit A B C, concaua verò A D C, ad quas radij pertineant F A, F C, & F B D, ab oculo educti F infinite dissito: quoniam igitur ob immoderatã distantiam visus non dignoscit linearum F A & F B inæqualitatem, sed pares apprehendit per 3. huius, videtur omnino B in eadem plana superficie esse constitutum, in qua & A: sic & C in eadem esse videtur superficie, in qua A & B. Demum, cum nec distantiarum F D & F B discrimen percipiatur ob nimiam distantiam, videbuntur D & B, ac omnia simul puncta vtriusque peripheriæ, cauæ scilicet & conuexæ, in vna eademque plana superficie constituta esse: planæ itaque videntur; quod erat propositum. C



Eodemque modo superiùs propositione 57. huius ostendimus, circularem perimetrum ex immensa intercapedine rectam lineam apparere, si oculus in eodem plano sit, in quo & circulus. Ea namque vis inest distantiæ infinitæ, quòd ea quæ plus minúsve dissident, non discriminet. Igitur corporum eminentiæ ac profunditates ex infinita distantia diiudicari non possunt, vt lib. 3. propositione 19. ostendimus: atque ea propter planæ apparent; quod modò propositum fuit. D

Hinc nonnullæ consequuntur insignes hallucinationes in iis rebus quæ è longinquo spectantur. Atque in primis in cælo ipso, cuius obiectam nobis cauitatem cùm oculis minimè assequamur, planum ipsum aspectui videtur. Atque ita tem se habere, vt videtur, forsitan mens etiam concluderet, nisi aliunde deprompta euidens ratio quæstionem dirimeret, persuaderetque cælum sphæroides habere schema, idque adeò perfectum, E
Platone teste, nihil vt effici possit rotundius. Ita quoque solis ac lunæ orbes plani intuentibus videntur: nam propter distantiæ immensitatem qua distant à nobis, prominens illorum conuexitas non dignoscitur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Superficies tum concaua tum conuexa ex interuallo spectata, non rarò conuersa apparent.

IN augustioribus ædificiorum structuris, præsertim in munitionibus ac propugnaculis, subinde videre est parietibus infixos globos, siue quos hostium tartareus puluis aliquando reipsa immisit, siue quos humana industria posuit, ad repræsentandos hostiles impetus, quos aliquando sustinuerunt: subinde etiam iisdem in locis videre licet excisas scrobes, seu loca e quibus emissitij tormentorum globi aliquando exciderunt. In aspectu autem harum superficierum, siue extantium, siue excauatarum, non rarò aspectus e longinquo deluditur, eùm id quod cauum est, elatum arbitratur, & è conuerso. F

Erroris vna quidem causa est interualli longinquitas, qua ab eis spectator disiungitur,

A vt suprà ostendimus: hac enim caui conuexiq; diuersitas non dignoscitur. Altera verò vmbrarum in vtrisque,cõcauis scilicet conuexisque,similitudo,quæ facillimè imponit, dum vninùs attenditur qua ex parte lumen proueniat. Verùm hoc discriminis interest, quòd in concauis vmbra ad eamdem fit partem,ex qua lumen affulget; in conuexis autem pars opaca auersa sit,atque in oppositum proiecta.



Vt si proposita figura A B vmbram ostendat ad partem A, lumenque ex eadem parte A prouenire deprehendatur,euidens argumentum erit, concauum esse id quod intra A B circulum apparet. Si verò ex parte B lumen adspiret,con-
B uexum esse apparens schema A B conuincetur.

In picturis etiam naturæ æmulis haud absimilis error interdum accidit,etiam in moderata,at verò non minima distantia,scilicet ex sola luminis ignoratione. Sit,exempli gratia, idem quod suprà in plana tabula depictum circulare schema A B, altera parte scilicet A adumbratum: quoniam tabula, qua id cõtinetur,plana est; iam ex ea id habetur,quod priùs ex infinita intercapedine,nempe vt tam conuexa quàm concaua superficies plana videatur. ex vmbra verò extare vel depressa esse eadem obiecta superficies indiscriminatim cognoscitur. Si ergo ex parte A lumen affulgere putetur, caua esse ipsa superficies colligetur; extare verò,
C si ex parte B lumen prouenire existimetur: at si non qua existimatur, parte lumen emicet, falli intuentem necesse est: nam quod extat,depressum,aut quod depressum est, extare arbitrabitur.

CYLINDRVS.



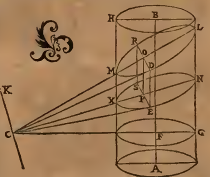
ON Sphæra modò,verùm etiam Cylindro,& Cono, ac ceteris corporibus vniuersis conuenit,eam quæ spectatur portionem radiis tangentibus comprehendi. Cùm enim tangentes lineæ extremæ sint illarum omnium, quæ ab vno eodemque signo (in quo oculus positus esse intelligatur) ad
D *propositũ corpus duci possunt; perspicuè sequitur, eam corporis partem quæ videtur, tangentibus vndique radiis contineri. In hac enim parte nullum punctum reperire est, à quo recta linea ad oculum duci non poßit,per quam proinde aspectabilis forma rectà efferatur. Ceterùm pleniorem huius rei demonstrationem vide propos. 80. libri huius, vbi hanc eamdem proprietatem in Sphæra ostendimus: quam modò iis quæ de Cylindri & Coni aspectu dicturi sumus, tamquam communem hypothesin,præmittimus.*

LEMMATION.

E *Quæ ab oculo ad cylindri superficiem tangentes educuntur, ex vtraque parte omnes in rectis lineis tactiones faciunt.*

HÆC propositio ex illa vniuersali thesi, quam Serenus libro primo propositione 29. demonstrat, desumpta est, atque ad aspectum quo cylindrus cernitur traducta; qua-
F re eodem ferè quo illa modo demonstrabitur.

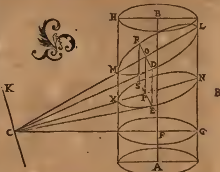




Esto cylindrus cuius axis A B; ab externo puncto C radij ducantur C D & C E cylindrum contingentes ex eadem parte in D & E: dico D & E in vna recta linea superficiei cylindricæ constituta esse. Ab eodem namque puncto C ad axem A B perpen-

dicularis agatur C F, & per C F extendatur planum æquidistans basi A, quod faciet in cylindro sectionem circulum circa centrum F: & per axem B F parallelogrammum extensum fingatur G H: ipsi verò F C ad rectos angulos ducatur C K in eodem existens plano cum basi F, & per C K & vtramque ipsarum C D & C E plana ducatur cylindrum secantia, quæ in cylindri superficie faciant lineas L D M & N E X. Diametri igitur sectionum sunt L M & N X, ad quas rectis angulis applicentur D O & E P, quæ in alteram partem sectionis producantur ad R & S. A





B

Itaque quoniam C D contingit peripheriam L D M R in puncto D, & huiusmodi sectio cylindri ostensa est ellipsis ab eodem Sereno libro primo proposit. 16. erit vt L C ad C M, ita L O ad O M per 36. primi Apollonij: & eadem ratione vt N C ad C X, ita N P ad P X. Est autem N L ipsi M X æquidistans ex hypothesi: quare vt L C ad C M, ita N C ad C X; & propterea vt L O ad O M, sic N P ad P X per 11. quinti Euclidis. Linea igitur O P vtrique ipsarum L N & M X parallela erit per 2. sexti Euclidis. Rursus quoniam C K ipsi C G, & hæc ipsi G L ad rectos sunt angulos, eadem C K ipsi quoque L C ad rectos angulos erit per 15. lemma huius: quare D O & E P eidē C K parallelæ erũt per 29. primi Euclid. ac proinde etiam inter se per 30. primi Euclid. Quocircà si per eas planum ducatur, hoc secabit planum L X secundùm rectã lineam O P per 3. vndecimi Euclid. atque ita erit planum P E D O æquidistans plano alicui eorum quæ per A B ducta secant G H. Planum igitur P E D O sectionem facit in cylindro parallelogrammum, vt ostendit idem Serenus propositione 3. libri primi; & linea E D est communis sectio ipsius & superficiei cylindri: igitur E D est recta linea, sicque fiet demonstratio in S R. Quæ itaque ab oculo ad cylindrum educuntur radiosæ lineæ, ex vtraque parte omnes in vnius parallelogrammi rectis lateribus tactiones efficiunt, quod fuit propositum demonstrare. C D

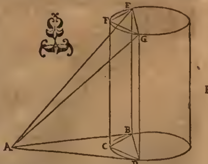
PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

In cylindro æquales sunt omnium circulorum portiones, quas vnicus aspectus comprehendit.



SIT oculus A, atque in cylindro vnius circuli spectata portio B C D: si alius quicumq; circulus in cylindro designetur, vt E F G, dico portionem eius, quæ ex loco A cernitur, ipsi B C D æqualem esse. Ex B namque & D rectæ erigantur lineæ per cylindri longitudinem B E & D G: quoniam in his lineis radij omnes ab A emissi cylindrum ex vtraque parte cõtingunt per proximum lemmation, erit E F G pars visa circuli nouissime designati. Itaque assumpto in segmento B C D quolibet alio puncto, puta C, recta ab eo ad segmentum E F G perducatur, quę illi occurrat ad signum F, iunganturque C B, C D, E F, F G. Cum parallelę sint atque etiam inter se æquales B E, C F, & D G, erunt quoque E F ipsi B C, & F G ipsi C D parallelæ per 33. primi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis æquales E





F

A æquales erunt anguli E F G & B C D: atque ea propter similia ipsa circulorum segmenta per 10. definitionem tertij Euclidis. Cumque rursus parallelæ & æquales sint B E & D G, erit E G ipsi B D æqualis per eamdem 33. primi Euclidis: sed per 24. tertij Euclidis super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta sunt inter se æqualia: igitur circulorum portiones E F G & B C O, quę ex A ambę conspiciuntur, inter se sunt æquales. Atque eodem modo ceteræ omnes: siquidem vna omnium est demonstratio. Patet itaque id quod initio fuit propositum, quodque demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

B

In cylindro vt se habet circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies cylindri ad non visam.



IN cylindro F H esto circuli portio quæ videtur B C D, ea autem quæ latet B H D: dico quemadmodum B C D ad B H D, ita esse cylindricæ superficiei partem, cui B C D adiacet, quæque videtur, ad reliquam quæ obtitescit.



C Cum enim ex circumuolutione rectanguli circa alterum quiescens latus cylindrus originem ducat, ipsius quidem rectanguli planum cylindri solidum progignit: at superficiem præter bases, alterum illud latus, quod quiescenti opponitur, cuius singula puncta in orbem acta singulos producunt circulos: igitur quemadmodum hoc latus punctis constat, atque illorũ quodammodò multitudine completur; sic quoque cylindrum nil pęnè esse aliud dixeris, quàm ordinatam quamdam plurimorum circulorum aggregationem, ita coniunctorum, vt nec spatio aliquo ab inuicem diuellantur, nèc inter singulos quidquam, quod circulus non sit, intercedat.

D Itaque cùm per superiorem propositionem æquales sint omnium circulorum portiònes, quas oculus vnico aspectu complectitur, vna erit omnium illorum ad eam partem, quæ occultatur, proportio; eademq; & visæ superficiei cylindri ad non visam ratio erit. Quare vt se habet circuli portio, quæ videtur ad eam quæ latet, sic visa superficies cylindri ad reliquam quæ occultatur; quod erat ostendendum.

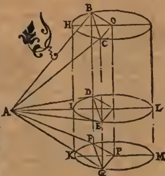
PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Pars cylindri visa oppositis parallelis circumscribitur.

E



ESTO enim B H C F K G ea cylindri portio quam oculus ex A contuetur: quoniam B F & C G in quibus radij optici cylindrum vtrimque attingunt, rectæ sint lineæ per superius lemmation, si per has & axem plana extendantur B O P F & C O P G, erunt B O & F P, item C O & G P, nempe communes sectiones planorũ ac basium



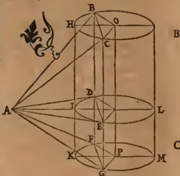
F cylindri, æquales per 16. vndecimi Euclidis: sed B O & F P, item C O & G P sunt inter se æquales, vtpote æqualium circulorum semidiametri: igitur per 33. primi Euclidis B F ipsi O P, & C G eidem O P sunt parallelæ. quare inter sese parallelæ erunt per 30. primi Euclidis. Sunt verò & B C, F G, vtpote parallelarum baseon communes intersectiones, inter se parallelæ. Itaque pars cylindri quæ spectatur, oppositis parallelis circumscribitur; quod erat propositum demonstrare.

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA. A

Cylindrica superficiei uno oculo extrinsecus aspectatæ minus medietate apparet.



B oculo A per cylindri axem O P perpendicularis agatur A L pertransiens cylindri superficiem in I & L: ac circum I L circulus ductus intelligatur D I E L basi parallelus: quod fieri posse B
perspicuum est, quia I L iuxtà ac K M ipsi axi ad rectos sunt angulos, ac proinde ambæ inter se parallelæ per 29. primi Euclidis.



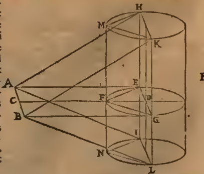
Deinde ab eodem oculo A radij prosiliant, qui circulum per I L animo conceptum tangant in D & E; ac eodem modo ad reliquam cylindri superficiem radij destinentur, è quibus bini singulos circulos basi parallelos hinc inde contingant, nempe A B
& A C circulum B H C in B & C; & A F ac A G C
circulum F K G in F & G. Itaque dico portionem cylindri visam, quam planum B C G F à non visa dirimit, medietate minorem esse.
Sunt enim B F & C G, in quibus radiosę superficies A B F & A C G cylindrum contingunt, rectæ lineæ, ac etiam inter se parallelæ per proximè antecedentem propositionem; sunt verò & æquales, propterea quòd cylindrus ex circumuolutione rectanguli circum quiescens alterum latus productus sit per 21. definitionem vndecimi Euclidis. Itaque per 33. primi Euclidis erunt quoque B C & F G inter se æquales: at circuli B H C & F K G æquales sunt per eamdem cylindri definitionem: igitur per 28. tertij Euclidis æqualia sunt circulorum segmenta B H C, D I E, & F K G: sed portio D I E per 60. huius semicirculo D
minor est: itaque & reliquæ spectabiles circulorum portiones, quas septum B G à non visis discriminat, semicirculis minores sunt. Cumque ex eiusmodi circulorum segmentis tota cylindri pars, quæ spectatur, consistat, perspicuè concluditur id cylindri quod videtur, medietate minus esse; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

Si distantia oculorum æqualis fuerit cylindri diametro, semicylindri conuexum videbitur: si maior, maius; si minor, minus. E



STO oculorum distantia A B, è cuius medio C axis communis opticus C D ad cylindri axem rectis incedat angulis, ac per C D planum mente concipiatur E F G basi parallelum. quod fieri quidem posse haud dubium est, cum per 29. primi Euclidis C D alicui dimetienti basis sit parallela. Erit ergo planum E F G circulus, cuius centrum D per 5. primi Sereni. Per D verò alia agatur dimetiens E G ipsi A B centra visuum connectenti parallela per 31. primi Euclidis: atq; eius extrema centraque oculorum A & B iungantur rectis lineis E A & G B, quæ radiorum opticorum subeant vicem. F



Cùm

A Cùm ergo parallelæ sint atque etiam æquales A B & E G, erunt & A E, B G æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, & anguli A C D, E D C, itemque A E D, C D E duobus rectis pares per 29. primi Euclidis: at A C D rectus est per communis axis optici definitionem, quæ 5. est libri secundi: igitur & C D E rectus est, ac proinde & A E D rectus. Eademque ratione B G D quoque rectus esse probabitur: itaq; A E & B G circulum contingunt in E & G per 16. tertij Euclidis. quare pars circuli visa E F G semicirculus est.

Iam ab vtroque visu radij ad cylindri latera promittantur, ab A quidem A H & A I; à B verò B K & B L: erunt igitur H E I & K G L in quibus tactiones fiunt, rectæ lineę per superius lemmation, eædemque tum inter sese, tum ipsi M F N parallelæ. Sunt verò & eidem

B M F N æquales per cylindri definitionem: is siquidem ex rectanguli circa quiescens alterum latus circumuolutione efficitur: Itaque quæ ipsas H E & M F connectunt, H M & E F inter se sunt æquales per 33. primi Euclidis, ac proinde per 28. tertij æquales sunt, qui ipsis insistunt, arcus H M & E F: sed eodem modo arcus M K & F G æquales ostendentur. Compositi igitur H M K & E F G æquales conuincuntur per commune axioma: at enim E F G semicirculus est, per iam factam demonstrationem: quocirca & H M K, similique probandi ratione & I N L, ceterorumque omnium circulorum spectatæ portiones semicirculis æquales erunt. E quibus cùm ea cylindri portio conflectur, quæ sub aspectum cadit, probatum relinquitur, si oculorum distantia æqualis fuerit cylindri diametro, dimidium cylindri conuexum spectari; quod erat propositum.

C Si verò maior sit oculorum distantia A B cylindri diametro, eodem modo quo suprà propos. 86. & 87. huius ostendemus E F O semicirculo maiorem esse; minorem verò, si distantia oculorum A B ipsâ dimetiente cylindri minor fuerit. Quapropter cum, vti iam demonstratum est, ipsi E F G æquales sint circulorum portiones H M K & I N L, ac etiam ceteræ omnes, quas planum H E G L rescindit; palàm est, si maior extiterit oculorum distantia dimetiente cylindri, maiorem eius portionem sub aspectum produci: minorem verò, si ea minor fuerit; quæ omnia accuratiùs quidem demonstrasse oportebat, sed ea vti perspicua Lectori colligenda relinquimus.

Porrò quæ hactenus dicta sunt, tum solùm vera esse intelligantur, cùm per D recta E G distantię oculorum parallela atque ipsi axi ad rectos duci potest angulos. Aliàs enim

D propter aspectus obliquitatem fiet, vt licet A B diametro cylindri sit æqualis, minor tamen medietate portio ea sit, quæ de conuexa cylindri superficie conspicitur. Nam planum per A B actum, axemque secans in D, faciet cum parallelogrammo H L quod per axem ducitur, communem sectionem E G ad eumdem cylindri axem obliquam, ideoq; in cylindro ellipsin progignet E F G per 16. prop. 1. lib. Sereni, cuius maxima quidē diametrus E G erit, minima verò quæ huic ad normam adiungetur. Quare obliqua oculorum constitutione media pars cylindri videbitur, si A B ipsi E G parallelę æqualis fuerit.

PROPOSITIO C. THEOREMA.

E *Aspectu appropinquante cylindri conuexo, minus quidem est quod apparet, videtur autem maius esse.*



PER cylindri axem recta traijciatur A D, rectos cum axe angulos efficiens, ipsiusq; cylindri superficiem penetrans in punctis C & D, visusque in ipsam

F A D incedat, sitque nunc in A remotior, nunc in B propinquior. Per C D verò planum actum intelligatur basi parallelum, quod proinde circulus erit diametrū habens C D: hic siquidem per cylindri axem transit: quare & per circuli ipsius centrum. Axis namque ea recta

linea definitur, quæ omnium circulorum centra peruadit. A

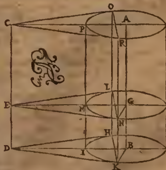
Quoniam ergo A & B in eodem sunt plano, in quo & circulus G C H D, visu in B constituto minor circuli portio aspectui patet, quàm si in A oculus transportetur per 83. huius. Sit itaque pars ex B spectata E C F; ex A verò G C H, ac per extrema linearum E F & G H rectæ in longitudinem cylindri extendantur I K, L M, N O, & P R, in quibus radij ab A & B educti cylindrum contingunt per superius lemmation, ac proinde cylindri portiones, quæ obtutui patent, definiunt. Cùm verò vti in præcedente propositione ostensi sunt arcus H M K & I N L ipsi E F G æquales: ita hîc ostendi æquales possint I S L & K V M ipsi E C F; itemque N S P & O V R ipsi G C H, erit cylindri portio I S L K V M, quæ ex B propinquiori loco conspicitur, minor ipsâ N S P O V R, quæ ex A loco remotiore; quod erat propositum demonstrare. B C

Quòd autem maior esse videatur cylindri pars quæ ex B cernitur, quàm quæ ex A, licet illa minor reipsa sit, eodem prorsus modo poterit demonstrari adiuuante 84. propositione huius. Cùm enim palàm ex ea iam sit portionem E C F videri maiorem quàm G C H, quòd angulus E B F angulo G A H ostensus sit maior; sequitur & totum id, quod de cylindri conuexo ex B conspicitur, illo maius videri quod cernitur ex A. Nam, vt sæpius iam dictum est, totus cylindrus ad visam partem ita se habet, quemadmodum tota basis ad basis partem quæ videtur; & vt pars basis ad partem basis, sic pars cylindri ad cylindri partem: cui quoque adstipulatur 11. propositio duodecimi Euclidis. Igitur si maior apparet E C F ex B quàm G C H ex A, proportione quadam tota cylindri pars, quam E C F ceu basis sustinet, quæque ex B videtur, maior apparet ea portione cui G C H substernitur, & quæ ex A spectatur. D

PROPOSITIO CI. THEOREMA.

Si visus per lineam axi parallelam incedat, æqualem semper cylindri portionem complectetur.

ESTO cylindri axis A B, cui parallela ponatur C D, per quam oculus incedat, & nunc in C, nunc in E, nunc in D paulisper subsistat demonstrationi nostræ obsecuturus: ex C, E, & D verò rectæ ducantur lineæ axi normales C A, E G, & D B, centrisque A, G, & B, per cylindri superficiem circuli describantur, qui æquales quidem inter se erunt per cylindri definitionem, axisque his omnibus ad rectos insistet angulos. E



Si itaque ex D radij porrigantur, qui cylindrum contingant in circulo ex B descripto ad signa H & K, erit pars circuli visa H I K. Et si ex H & K rectæ lineæ per cylindri longitudinem explicentur, quæ reliquos circulos secent in L, O, R, & N; quoniam radij omnes ex D ad cylindrum educti in rectis lineis tactiones faciunt per superius lemmation, erit pars cylindri ex D visa ea, quam planum O K à non visa disterminat æquis constans F

circu-

A circulorum ſegmentis. Cùm enim per 97. huius parallelæ ſint H L & K N, ipſæque inter ſe æquales, vt ex cylindri definitione colligi poteſt, erunt & H K & L N æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 28. tertij Euclidis æqualia erunt circulorum ſegmenta H I K & L M N: eodemque modo & O P R, quippe cùm parallelæ & æquales quoque ſint O L & R N.

Iam verò ſi aſpectus in E tranſmutetur, oſtendendum eſt eamdem circuli portionem L M N ex E videri, quæ ex D conſpiciebatur. Cùm enim parallela poſita ſit E D ipſi G B; & E G iuxtà ac D B applicitæ ſint ad rectos ipſi B G angulos, erunt & D E G, E D B anguli recti per 29. primi Euclidis. Igitur rectangulum eſt E G B D. Quare & ipſum eſt paralle-
B logrammum per 28. primi Euclidis. Ac proinde quæ ex aduerſo ſunt latera E O & G B inter ſe ſunt æqualia per 34. primi Euclidis: ſed eidem G B æqualis & parallela eſt N K per cylindri definitionem: igitur N K ipſi quoque E D æqualis & parallela eſſe conuincitur; æqualis quidem per communiſſimam notionem, parallela verò per 30. primi Euclidis: ideoque per 33. primi Euclidis & E N ipſi D B parallela eſt, iunctiſque N G & K B, erunt per eamdem 33. primi Euclidis & ipſę N O, K B parallelæ, quòd ſcilicet æquales & parallelas connectant N K & G B. Quocircà æquales erunt anguli E N G & D K B per 10. vndecimi Euclidis: ſed D K B rectus eſt per 18. tertij Euclidis, quòd O K circulum contingat in puncto K: itaque & E N O rectus erit. Atque ea propter per 16. tertij Euclidis, E N circulum contingit in N. Eodem verò modo E L circulum tangit in L: igitur
C eadem eſt circuli portio L M N, quæ ex E videtur, & quæ ex D. Sic quoque eadem erit O P R viſa ex C, quæ ex E & O. Quare eadem ex omnibus his locis cylindri portio cernitur. ſiquidem qualis videtur pars circuli, talis & cylindri. Perſpicuum igitur eſt, ſi viſus per lineam axi parallelam incedat, æqualem ſemper cylindri portionem videri; quod demonſtraſſe oportuit.

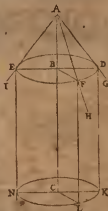
PROPOSITIO CII. THEOREMA.

Viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente, ſola conſpicua eſt baſis.

D

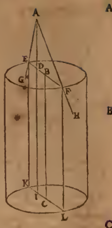


CYLINDRI axis eſto B C, & qui ab oculo A ad B radius procidit opticus, rectam lineam cum B C efficiat: dico è cylindro nil præter baſin O F S oculo A ſpectabile eſſe. Ab A namq; ad circumferentiam D F E radij quotcumque educentur A D, A F, & A E, qui vlterius producantur in O, H, & I: quoniam axis B C ad baſin D F E rectus eſt, per definitionem 21. vndecimi Euclidis, & cum eo linea A B vnam rectam efficit, erit & A B ad baſis planum recta. Quare recti erunt anguli A B D, A B F, & A B E per 3.
E definitionem vndecimi Euclidis. Ex quo vlteriùs efficitur per 32. primi Euclid. angulos B D G, B F H, & B E I rectis eſſe maiores à quibus proinde ſi recti demãtur B D K, B F L, & B E N, relinquentur acuti G D K, H F L, & I E N: quorum latera quantumlibet producta, cùm in pluribus quam vno in puncto ſecare ſe nequeant, congredientur autem in D, F, & E, conſequens eſt vt radius A O, A F, & A E nil omnino de cylindro præter D, F, & E attingi poſſit. idemque in reliquis eodem modo demonſtrari poteſt. Perſpicuum eſt igitur viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente ſo-
F lam baſin ſpectabilem eſſe.



Et quamuis ſi oculus per lineam C B verſus B infinitè protractam incedat, anguli G O K, H F L, & I E N mutentur, ac oculo obſiſtente minuantur; numquã tamen eueniet, vt radij ab oculo ad O, F, & E ducti, ipſas D K, F L, & E N non ſecent: erunt ergo ſemper anguli aliqui ex radiis opticis & cylindri lateribus O K, F L, & E N conſtituti: quo fiet, vt radij optici ambitum baſis cylindricæ prætereuecti, latera cylindri numquam attingant. Quare viſu cum axe cylindri producto incidente, nil præter baſin conſpicuum eſt; quod erat demonſtrandum.

Poteſt hoc ipſum theorema vniuerſaliùs hoc modo proponi: Viſu normaliter in baſin cylindri incidente, nil præter baſin ſpectari poteſt. A



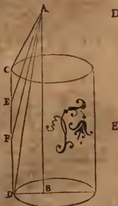
Opticus radius prolapſus à viſu A normaliter in baſin cylindri incidat, ſiue ad ſignum B, vt priùs, ſiue ad aliud quodcumque, puta D. Aſſumptis verò in baſis perimetro quotcumque punctis puta E & F, ad hæc ex D rectæ ducantur lineæ D E & D F: quoniam igitur anguli A D E & A D F recti ſunt per 3. definitionem vndecimi Euclidis, erunt per 32. primi Euclidis D E G & D F H rectis maiores. e quibus ſi auferantur D E K & D F L, recti illi quidem per cylindri definitionem, relinquentur G E K & H F L rectis minores: quorum latera cùm in E & F concurrant, indeq; à cylindri ſuperficie longiùs ſemper abducantur; fieri nequit, vt radius A E vel A F vlla cylindri pars, excepta baſi, conſpiciatur, ſed neque vllis aliis radiis id fieri poterit, quòd idem in ceteris quibuſcumq; radiis demonſtrando probari queat, ob communem omnium rationem iam explicatam. Palàm eſt igitur viſu normaliter in cylindri baſin incidente, nil eius præter baſin ſpectari poſſe; quod erat demonſtrandum. B C

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Si radius opticus, qui vel axi parallelus eſt, vel eamdem cum ipſo rectam lineam efficit, intra cylindrum cadat, tota cylindri caua ſuperficies apparet.



SIT viſus A, vnde opticus radius A B axi parallelus intra cylindrum cadat: dico totam cauam cylindri ſuperficiem adſpectui patentem eſſe. D Aſſumpta enim in cylindri ſuperficie præter baſin recta quapiam linea C D, ad eius extrema ab oculo A radij adiungantur A C & A D: quoniam igitur A C & A D angulum continent, poterit is infinitè diuidi, cùm ſit magnitudo quæpiam: qui verò ipſum diuidunt radij A E, A F, &c. in ſubiectam illi angulo baſin C D incidant neceſſe eſt. Igitur vnumquodque punctum eorum quæ in linea C D inſunt, ſpectari ex loco A poteſt. Idemque intelligendum eſt de ceteris omnibus lineis, quæ in longitudinem cylindri duci poſſunt: eadem enim facilitate ad illarum puncta radij ab A poſſunt pertingere; imò eò faciliùs, quò directiùs à viſu A aſpicientur quàm linea C D, in quam viſus maximè ex obliquo incidit. E Itaque quia omnes radij, ad ſingula harum linearum puncta attinentia, intra cylindrum cadunt, perſpicuum eſt totam eius cauam ſuperficiem ſpectabilem eſſe; quod erat demonſtrandum.



CONVS. F

LEMMATION.

Radij, qui ab oculo ad coni ſuperficiem tangentes euocantur, omnes vtrimque in rectis lineis tactiones faciunt.

HÆc Sereni Antinſenſis eſt propoſitio 32. libri primi de cylindri ſectione. Ex C inquam, vbi eſt oculus, radij educantur C D & C E, conum ex eadem ambo parte contingentes in D & E: dico eam, quæ per D & E in coni ſuperficie ducitur, rectam

A rectam lineam esse. Ipsi namque A C ad rectos excitetur angulos C K, quæ in eodem sit plano cum basi conici H. Per C K verò, & vtramque ipsarum C D & C E, quæ conum attingunt, plana extendantur conum secantia, quæque in coni superficie faciant lineas N O X & M E L. Sint
B autem sectionum dimetientes N X & M L, ad quas ordinatim applicentur O O & E P, quæ in alteram sectionis partem producantur, cum qua conueniant ad signa R & S. Itaque quoniam C D contingit peripheriam N D X R in puncto D, & eiusmodi sectio coni ostensa est ellipsis ab Apollonio libro primo proposit. 13. erit vt N C ad C X, ita N O ad O X per 36. primi
C Apollonij: eademque ratione vt M C ad C L, ita M P ad P L: quare ea quæ P O connectit, producta in verticem coni incidit per ea quæ idem Serenus demonstrat propositione 31. libri primi. Ducatur igitur P O B: quoniam D R & E S ipsi C K sunt parallelæ, etiam inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis: quare in eodem cum P O plano per 7. vndecimi Euclidis: itaque planum per lineas P O, D R, & E S ductum, sectionem facit in superficie coni; quod quia per B coni verticem transit, erit ea sectio triangulum per 3. propos. libri primi Conicorum Apollonij: quapropter puncta D & E quæ in coni sunt superficie, erunt & in trianguli latere; quocircà recta est linea ipsa D E in coni superficie, sic & R S. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicuum est omnes radios, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes emittuntur, vtrinque in rectis lineis tactiones facere;
D quod erat probandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

In cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur.

E ESTO oculus A extra conú datus, ac circuli vnius spectata portio C D E: dico huic proportione similes esse quotquot reliquorum circulorú portiones sub eundem aspectum A cadunt. Sit enim circulus alius quicumque, eiusq; spectata portio F G H, quæ nimirum rectis lineis
F C B & E B per longitudinem coni ductis intercipitur; hanc ipsi C D E similem esse hunc in modum demonstrabitur:

Secetur conus duobus planis, vno per axem B D K, altero per verticem B, & loca contactuum C & E quo circuli C D E partem visam à non visa discriminat: quoniam igitur in cono omnes circuli inter se sunt paralleli, vt ex 18. definitione vndecimi Euclidis colligere licet, erunt G L & D M, nempe communes sectiones plani B D K, & circulorum F G H ac C D E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. eodemque modo erunt parallelę H F & E C

& B C, ex quo fit primò, vt æquales ſint anguli G L H & D M E per 10. vndecimi Euclidis. A deinde fit, vt circũ æquales hos angulos proportionalia ſint latera: nimirum in triangulo B M D, vt B M ad B L, ita D M ad G L; & in triangulo B M E, vt eadem B M ad eamdem B L, ita E M ad H L per 4. ſexti Euclidis. quare per 11. quinti Euclidis, vt D M ad G L, ita E M ad H L: ac proptereà æquiangula ſunt ipſa triangula D M E & G L H per 6. ſexti Euclidis. Eſt igitur angulus M O E angulo L G H B æqualis. Eodemque modo æqualis oſtendi poteſt angulus L G F angulo M O C: itaque totus angulus F G H toto angulo C D E eſt æqualis per communem notionem. Sunt autem ſimilia circulorum ſegmenta in quibus anguli inter ſe ſunt æquales per 10. definitionem tertij Euclidis: igitur C ſegmenta F G H & C O E, ac eodem modo cetera omnia, quæ oculus vnico aſpectu contuetur, inter ſe ſunt ſimilia; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

In cono vt ſe habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; ſic viſa ſuperficies coni, ad reliquam quæ non apparet.

PROPOSITIO hæc eodem prorſus modo demonſtratur, quo nonageſima D ſexta propoſitio huius libri. Vt enim cylindrus ex æqualibus, ita conus ex inæqualibus circulis mutuò ſibi ſuperpoſitis conſurgit. Cum itaque per proximè antecedentem propoſitionem ſimiles ſint inter ſe omnium circulorum viſæ portiones, manifeſte conſequitur has omnes ad reliquas partes quæ non videntur, eamdem rationem habere: nam per [quintam?] quinti Euclidis, *Si magnitudo magnitudinis fuerit æquè multiplex, atque ablata ablatæ, etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.* Quod ita in cono locum habet, vt ſi quam rationem habet circulus ad circulum, eamdem habeat pars circuli viſa ad partem circuli viſam: etiam reliqua pars non viſa, ad reliquam quæ non videtur eamdem rationem habeat. Proinde qualis ineſt vno circulo partis viſæ ad non viſam proportio, talis erit ſu- E perficiei coni viſæ ad reliquam quæ oblteſcit; quod erat oſtendendum.

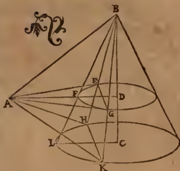
PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si radius opticus ab externo oculo ad verticem coni deſtinatus cum axe acutum angulum effecerit, minor pars medietate coni videbitur.

SIT oculus in A poſitus, eò inquam loci, vnde eductus ad B verticem coni F radius cum axe B C acutum angulum A B C efficiat: nec tamen A B in conum incidat; dico ex A minus quàm medietatem coni ſpectari. Ducatur enim A O axi perpendicularis per 12. primi Euclidis (id autem fieri poſſe perſpicuum eſt, proptereà quòd A B D angulum acutum eſſe ſuppoſuimus) ac per A O planum extenſum intelligatur baſi parallelum, quod proinde in coni ſuperficie ſectionem producet circulum, cuius centrum D per 4. primi Conicorum Apollonij. Ad hunc ergo circulum ſi radij deſtinētur, qui ipſum contingant, A B & A G, hi per 60. propoſitionem libri huius minorem medietate portionem intercipient. Sit autem illa E F G, atque ab E & G rectæ per coni ſuperficiem exponantur, quæ ad verticem ac baſin pertingant: in his omnes radij ab A ad conum tangentes ducti ta-

ctiones

A ctiones faciunt, quia vt superiore lemmatio à nobis est præmonstratũ, radij, qui ab oculo ad conum tangentes ducuntur, omnes in rectis lineis tactiones faciunt: quare B H & B K portionẽ coni visam cõprehendent, atque à non visa secernent. Cùm autem E F G semicirculo sit minor per 60. huius, & quale est circuli segmentum E F G, talis sit
B tota coni superficies aspectui patens B H L K ad reliquam quæ oblitescit; perspicuum est, si ducta ab externo oculo ad verticem coni acutum angulum cum axe effecerit, minus medietate coni esse quod spectatur; quod demonstrasse oportuit.

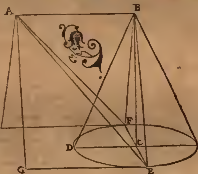


PROPOSITIO CVII. THEOREMA.

C *Si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit, mediet as superficiei conica excepta basi conspicua erit.*



Esto inquam locus in quo oculus A, & qui ab eo ad verticem coni B radius ducitur AB, sit axi BC perpendicularis: dico ex locu A medietatem conicæ superficiei excepta basi videri. In ipsa namque basi ex centro ducatur C D
D ipsi A B parallela (quod fieri posse perspicuum est, cùm axis B C vtrique, nempe radio A B & basi sit perpẽdicularis) deinde per idem centrũ C ducatur E F ad rectos ipsi D C angulos per 11. primi Euclidis: ac rursus ab E & F in eodem plano, in quo basis, perpendiculares excitentur E G & F H per eamdem 11.
E primi Euclidis, quæ per 28. primi Euclidis parallelæ erunt cùm inter sese, tum ipsi C D: quare per 9. vndecimi Euclidis ipsi quoque A B parallelæ erunt, quòd nimirum A B sit parallela ipsi C D per constructionem. Cùm igitur E G & F H sint positæ ipsi E F perpendiculares, sitque E F acta per centrum basis; consequens est vt G E & H F basin coni tangant in punctis E & F per 16. tertij Euclidis; & vt portio basis E D F tangentibus comprehensa sit semicirculus per 17. definitionem primi Euclidis.



Præterea iungantur E B & F B, ipsisque ponantur æquidistantes A G & A H: quoniam igitur æque distant A B & G E, quæ ad ipsas applicantur A G & B E in eodem erunt
F cum ipsis A B & G E plano per 7. vndecimi Euclidis. Sic & A H & B F cum A B H F in eodem plano erunt. Cum verò planum A B E G conum tangat in B & E, vtique in tota recta linea B E tactionem faciet per lemmation paulò antè demonstratum: eodemq; modo planum A B F H tanget conum in recta linea B F. Igitur in quacumque parte plani A B E G oculus positus fuerit, terminabitur coni aspectus in recta linea B E, siquidem radij omnes optici in eodem cum recta B E plano erunt. Similiter & altera ex parte visu in plano A B F H ad quoduis eius signum constituto, terminabitur coni aspectus in recta linea B F eamdem scilicet ob causam. Itaque si in communi vtriusque plani congressu, hoc est, in recta A B oculus statuatur, is vtramque lineam B E & B F attinget, aspectuque mediam coni partem comprehendet; quod erat demonstrandum.

PRO-

PROPOSITIO CVIII. THEOREMA. A

Si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec in conum productus inciderit, maior pars medietate coni apparebit.

RADIVS inquam opticus ab oculo A ad B verticem coni pertinens, si cum axe BC obtusum fecerit angulũ A B C, aio maiorem partẽ medietate coni B
oculo repræsentari. Producatur enim A B versus partem E, vsque dum plano, in quo est basis, occurrat: sitq; congressionis signum D, à quo rectæ ducantur D F & D G, quæ basin contingant in punctis F & G, iunganturque A F & A G: quoniam igitur A D F triangulum est, erunt tria eius latera, imò & totum triangulum in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: quare quæcumq; ab A ad F D protendentur rectæ lineæ, omnes in eodem trianguli A D F plano erunt; ac similiter quotquot ducentur ab A ad G D in eodem erunt plano cum triangulo A D G per eamdem 2. vndecimi Euclidis. at planum A D F cõtingit conum in B & F: igitur radij omnes optici ab A per planum A D F ad F D educti, conum contingunt in recta linea B F per superius lemmation. Sic & qui ab A ad G D per planum A G D extendentur, conum in recta linea C
B G tangent: quocircà quacumque in parte plani A F D oculus statuatur, extremum coni, quod visus assequetur, erit linea B F: sicut in quauis parte plani A G D si oculus collocetur, extremum coni, quod videbitur, erit linea B G: igitur si in communi sectione D
vtriusque plani, hoc est in linea A B oculus positus fuerit, ad vtramque lineam B F & B G aspectus terminabitur, eritque pars coni visa B F H G: est autem hæc dimidio maior; siquidem basis segmentum F H G segmento F K G est maius, quòd F K G propos. 60. huius ostensum sit minus. Est autem vt segmentum F H G ad F K G segmentum, ita superficiei conicæ excepta basi pars B F H G ad partem B F K G per 105. huius. Itaque si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec cum latere coni in rectam lineam inciderit, maior pars medietate coni apparebit; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO CIX. THEOREMA.

Si axis coni sursum productus centrum visus attingat, vniuersa superficies coni excepta basi spectabitur; apparebit autem circulus.

CONI inquam B D E axis B C supernè productus in centrũ visus A incidat:
dico ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari, quòd scilicet F
nullum in ea punctum existat, à quo ad oculũ non liceat rectam lineam ducere. Sit enim acceptum in ea quodcumque punctum F, ducaturque à vertice coni per F recta ad basin vsque protensa B G, & A F, A G iungantur: quoniam A B G triangulum est, cuius basis B G, vertex autem A, licebit à vertice ad quoduis punctum basis, atque etiam ad punctum ipsum F rectam lineam ducere, quæ producta coni solidum penetrabit, & cum basi concurret ad punctum H. Liber igitur est puncti F ex loco A prospectus. Cumque eodem modo in ceteris institui queat demonstratio, perspicue liquet ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari; quod primò erat propositum.

Quòd

A Quòd autem ex A spectata coni superficies vt circulus appareat, ex 62. huius probari potest. Cùm enim visus in linea ex centro basis perpendiculariter erecta sit constitutus, constat per eamdem 62. huius omnes basis dimetientes æquales apparere: atque ea propter coni etiam basin vt circulum videri necesse est, ex quo demque & illud necessariò efficitur, vniuersam
B coni superficiem circuli in modum aspectui apparere, siquidem eius aspectus ad basis perimetrum circumquaque terminatur, nec enim vlla recta linea ab oculo A ad extimam basis circumferentiá duci potest, quæ extra coni superficiem excepta basi non cadat: quoniam igitur totius superficiei conicæ prospectus intra spectatum basis ambitum incidit, illa profectò vt circulus apparebit; quod secundo loco propositum fuit.

PROPOSITIO CX. THEOREMA.

C *Si latus coni supernè productum in centrum visus incurrat, tota coni superficies sub aspectum cadet; videbitur autem ellipsis.*

LATVS coni B D supernè productum, in A centrum visus incidat: dico igitur primò lineam B D puncti instar spectari, quod attestatur propositio 15. huius: deinde dico reliquam omnem coni superficiem, excepta basi, sub aspectú venire; quòd nimirum, vt in superiore propositione, nullum punctum in ea notari queat, à quo non liceat re-
D ctam lineam ad oculum ducere, per quam proinde eius aspectabilis forma ad obtutum perferatur. Sit enim in superficie coni præter basin extra lineá B D acceptum punctum F quodcumque, ducaturq́; per F rectà à vertice B ad basin linea B E: hæc in lineam B D neutiquam incidet, quòd F extra ipsam B D sit acceptum: igitur A B & B E duæ erunt distinctæ lineæ angulum continentes A B E. Sed & A E ab vtraque diuersa est linea, quippe quæ vtriusque extrema connectit, angulumque A B E subtendit; igitur
E A E triangulum claudit A B E. Cùm verò à quouis signo lateris B E ad oppositum angulum B A E rectam lineam ducere liceat, etiam ab F ad A rectam porrigere concedetur, quæ longiùs protensa coni solidum petuadet, & ad basin vsque pertinget ad signum H; siquidem & A D E triangulum est, in cuius plano est ipsa B E. Per hanc ergo forma puncti F ad aspectum in A positum transcribi poterit, quę obtutum ad sui dignotionem perinoueat. Hæc porrò demonstratio, quia in ceteris omnibus punctis superficiei conicæ, excepta basi, eamdem habet ostensionem, palàm est, si latus coni supernè productum in centrum visus incidat, vniuersam coni superficiem aspectui pate-
F re; quod demonstrare oportebat.

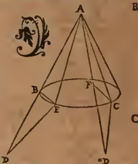
Iam quòd ellipsis appareat spectata hoc modo coni superficies, hinc ostendi potest, quòd ita basis propter obliquitatem aspectus appareat ellipsis per 66. propositionem libri huius. Cùm ergo eadem sit apparentis superficiei conicæ & basis circumscriptio ac peripheria, necesse est ipsam superficiem eius formæ apparere, cuius apparet basis: at basis vt ellipsis spectatur, vt iam iam ostensum est: igitur & ipsa coni superficies apparet ellipsis; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXI. THEOREMA.

Si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, hæc sola videbitur; apparebit autem nunc circulus, nunc ellipsis.



SIT conus A B C, & sub ipso constitutus oculus in D, eo scilicet loci vnde educta ad verticem A recta linea in basin incidat. Aut igitur ea quæ ex D ad verticem coni exporrigitur, in ipsam cadet basis peripheriam, aut sanè eius planum penetrabit. B



Cadat verò primùm in ipsius basis ambitum, exempli gratia, ad signum B, sumaturque in eadem circumferentia quodcumque aliud punctum, puta E, ad quod ex A & D rectæ protendantur A E, quæ quidem in superficie coni erit, & D E, quæ triangulum A D E claudet. Et quoniam triangulum A D E conum secat per verticem, estque B E communis sectio trianguli & basis, perspicuè patet nullam posse rectam lineam ex D ad A E produci, quæ ipsam B E non secet, quandoquidem B E in eodem sit cum triangulo A D E plano. Quare & basin coni secabit quicunque ex D ad A E opticus radius procidet. Ergo tota A E aspectui eripitur: sed & ceteræ omnes quæ à vertice ad quoduis punctum circumferentiæ basis extendi possunt, à visu subducuntur: igitur sola basis ex loco D spectabilis est. C

Cadat iam recta ex D ad verticem coni protensa intra ipsam basis circumferentiam ad punctum F, sumaturque vt priùs in circumferentia punctum quodcunque, exempli gratia C, iunganturque A C & D C. Quoniam itaque triangulum A D C conum secat per verticem, eiusque & basis communis sectio est F C, omnes etiam radij ex D ad A C producti ipsam F C secabunt, quòd scilicet F C in eodem sit plano cum triangulo A D C: quare iidem radij secabunt & basin; siquidem F C in eodem quoque est plano in quo & basis. Igitur nulla pars lineæ A C ex loco D videri potest. Cumque eodem modo si aliud quodcumque punctum in basis perimetro assumatur, ostendi possit, eam lineam quæ ab ipsa ad verticem per coni superficiem extenditur, penitus oblitescere; rectè concluditur, si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, solam basin spectari. D

Portò si radius opticus ad verticem coni ductus in centrum basis rectis inciderit angulis, circulus ipsa basis apparebit per 62. propos. libri huius; sin autem, ellipsis per propositionem 66. quæ omnia proposita fuerant demonstranda. E

PROPOSITIO CXII. THEOREMA.

Oculo per planum, in quo est basis coni, propiùs accedente, minor conicæ superficiei portio conspicitur; videtur autem maior.

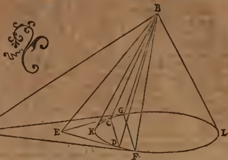


OCVLVS inquam A in eodem plano, in quo & basis coni G K F incedat, & in E cono propinquior fit quàm in A: dico ex loco E minorē coni portionem spectari quàm ex A. Nam per 83. propos. huius libri constat, si ex A & E ad basin contingentes ducantur, ex A quidem A G & A F, ex E verò E C & E D, minorem fore basis portionem C K D, quæ ex E spectatur quàm G K F, quæ videtur ex A. At propositione 105. huius ostensum est, ita se habere superficiei conicæ portionem visam ad reliquam quæ latet, quemadmodum se habet vnius circuli (vt est hoc loco basis) segmentum visum ad reliquum quod non videtur. Igitur vt basis segmentum C K D ad reliquum segmentum C L D, ita conicę superficiei portio B C K D ad reliquam B C L D. Quare per 18. quinti Euclidis, & componendo, vt basis segmentum C K D ad C L D vna cum eodem C K D, hoc est ad totam basin; ita F

superfi-

A superficiei conicę portio B C K D ad totam superficiem, excepta basi. Ac rursus componendo, vt basis segmentum G K F ad basin totam, ita superficiei conicæ portio B G K F ad totam coni superficiem: conuertẽdo autem, vt tota basis ad segmẽtum C K D, sic tota superficies coni præter basin ad eius

B partem B C K D: & vt tota basis ad segmentum G K F, ita superficies tota ad partem B G K F. Igitur per 11. quinti Euclidis, vt segmẽtum C K D ad G K F



segmentum, ita superficiei conicę pars B C K D ad partem B G K F; & permutando, vt basis segmentum C K D ad superficiei conicæ portionem B C K D, ita G K F segmentum

C basis ad B G K F conicę superficiei portionem: sed segmentum C K D segmento G K F minus est per superiùs citaram 83. propositionem huius: quocircà per 14. quinti Euclidis & superficiei conicę portio B C K D quæ ex E conspicitur, minor est quàm B G K F quæ videtur ex A. Visu itaque in eodem plano in quo basis incedente, conoque appropinquante, minor portio superficiei excepta basi conspicitur; quod erat demõstrandum.

Videtur autem è propinquiori loco visa portio superficiei conicæ maior quàm è remotiori: siquidem planorũ B E C & B E D diuaricatio maior est quàm planorũ B A G & B A F. Vt enim A G & A F arctiùs cõstringuntur, ita & plana B A G & B A F propiùs ad se mutuò inclinantur: at quia plana B E C & B E D, quorũ bases E C & E D ampliori spatio diuellũtur, maiorem quoque spatij amplitudinẽ continere necesse est, ac proinde portionẽ quoque

D conicæ superficiei B C K D quàm B G K F maiorem apparere; quod erat probandum.

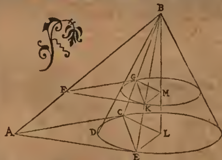
PROPOSITIO CXIII. THEOREMA.

Oculus per eumdem radium opticum ad verticẽ coni exporrectum incedens, eamdem semper conicæ superficiei portionem intuetur.

ESTO coni vertex B, subiectaque basis C D E, & axis B L; oculus verò A, vnde ad verticem recta protensa sit

E A B: dico visu in lineam A B transmutato æqualem semper conicę superficiei portionem spectari. Ab A namque ad basin contingentes educantur A C & A E, quod fieri quidem poterit per 17. tertij Euclid. si oculus in eodem sit cum

F basi plano; sin minùs, secetur conus per A plano quod basi sit parallelum, faciatq;



in cono sectionem circulum, ad quem ex A, vti dictum est, contingentes euocentur A C, & A E: ab ipsis autem contactibus C & E ad verticem rectæ procedant C B & E B, quæ vnà cum tangentibus ipsaque A B duo triangula perficient, nempe A C B & A E B, quæ quoniam ambo per A & B transeunt, erit communis vtriusque sectio recta linea A B per 3. vndecimi Euclidis. Quoniam itaque A C & A E basin contingunt in C & E, constat portionem superficiei conicæ ex A spectatam esse A C D E, quæ taugentibus continetur.

Si ergo visus in F aliúdve quodcumque punctum lineæ A B transferatur, dico eam-

dem conicæ superficiei portionem B C D E conspici. Per F namque planũ extendatur basi parallelũ, quod in cono sectionem faciat circulum, cuius centrũ M per 4. primi Apollonij: cum itaq; parallela plana A C E & F G K plano secetur A E B, erunt communes sectiones A E & F K rectæ lineæ parallelę per 16. vndecimi Euclid. Eodemq; modo parallelæ ostendetur A C & F G, communes nimirum sectiones parallelorum planorũ A C E & F G K, trianguliq; A C B. Rursus eamdem ob causam parallelæ erunt C L ipsi G M, & E L ipsi K M. Igitur per 10. vndecimi Eucl. æquales sunt anguli F G M ipsi A C L, & F K M ipsi A E L: at A C L & A E L recti sunt per 18. tertij Eucl. quocircà & F G M, F K M recti erunt, ac proinde F G & F K circulũ contingent in G & K per 16. tertij Euclid. Quare cùm eæ quæ à vertice B per G & K ad basin vsque extenduntur, rectæ lineæ eædem illæ sint, quæ antè ex C & E ad verticem perductæ fuerant; erit quoque eadem conicæ superficiei portio, quæ ex F & quæ ex A spectatur. Est verò in ceteris stationibus oculi per lineam A B transmutati eadem demonstrandi ratio. Igitur quacumque in parte lineæ A B oculus substiterit, eamdem semper coni portionem videbit; quod erat demonstrãdum.

A B C

PROPOSITIO CXIV. THEOREMA.

Quò radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus maiorem cum axe angulum fecerit, nisi in conum ipsum inciderit, eò maior erit conicæ superficiei portio, quæ sub aspectum cadet. D



CONVS A B C, cuius axis A D, secetur triangulo per axem A B C; eiusq; trianguli alterum latus A C infernè versus E, alterum verò A B supernè G versus, in infinitũ producantur. Patet igitur per 10. prop. huius lib. è quauis parte lineæ A E nihil conicæ superficiei videri præter rectam lineam A C, quæ vt punctum apparet; è quacumque autem parte lineæ infinitæ A G præter solam lineam A B totam coni superficiẽ conspici. Constat præterea ex 107. propos. huius, si ex A perpẽdicularis axi A D excitetur A F, è quacumque parte lineæ A F medietatem conicæ superficiei spectari. E Rursus propos. 106. huius ostensum est, ex omni parte radiorum qui infra A F ad coni verticẽ protrahuntur, vt sunt A H & A K, &c. portionem cerni conicæ superficiei medietate minorẽ, F siquidem hi omnes cum axe angulum faciunt recto minorem: sunt enim omnes recti anguli F A D partes. At ex radijs A L & A M, qui supra lineam A F attolluntur, maiorem medietate conicæ superficiei comprehendi ex propos. 108. huius liquet, quòd nimirum hi omnes angulos faciant cum axe obtusos, recto scilicet F A D maiores.



Restat itaque vt inter se conferantur illæ etiam lineæ, quæ vel supra perpendicularem A F, vel infra eam sunt. Quamobrem dico ex linea A H maiorem conicæ superficiei portionem spectari quàm ex A K; & ex A M maiorem quàm ex A L; quòd videlicet angulo

A angulo D A K angulus D A H sit maior; itemque maior angulus O A M quàm D A L, quæ
iam sigillatim per se sunt enucleanda.

Ac primò quòd ex quauis parte lineæ A H, quàm ex quauis lineæ A K parte, maiorem
conicæ superficiei portionem videri contingat, sic demonstrabitur: B C, quæ & basis coni
dimetiens est, & latus trianguli per axem A B C vertici subtensum, producatur versus C
quoad lineis A K & A H etiam productis occurrat, sintq́; occurrentium linearum puncta
H & K: quoniã igitur maior est angulus O A H angulo O A K, vt totus sua parte; erit & O H
ipsâ D K maior, vt tota sua parte. Sublata ergo cõmuni portiuncula D C, relinquetur C H
quàm C K maior per communem notionem. Igitur per 83. huius ex H quàm ex K maior
B portio circularis perimetri conicæ basis apparebit: quare & maior portio superficiei co-
nicæ præter basin. Namq; per 105. huius, in cono vti se habet basis portio quæ spectatur
ad eam quę latet, sic visa superficies coni, excepta basi, ad reliquam quæ non apparet.

Deinde quòd ex omni quoque parte lineæ A M quàm A L maior portio conicæ super-
ficiei conspiciatur, sic probabitur: Producantur M A & L A infinite, quibus C B simili-
ter producta occurrat ad signa O & P: quoniam igitur anguli M A O & O A O duobus
rectis sunt pates per 13. primi Euclidis, itemque L A D & O A P æquales duubus rectis
per eamdem 13. primi Euclidis, erunt duo anguli M A D & O A O, duobus L A O & O A P
æquales. Ab his igitur si inæquales auferantur anguli, maior quidem D A M, & O A L
minor ex hypothesi, telinqqentur per vulgatum axiuma inæquales, maior quidem
C D A P, minor verò D A O. Quare & his subiectæ bases D P & D O inæquales erunt, hæc
minor, illa maior: à quibus si rursus communis portio detrahatur O B, relinquetur B P
ipsâ B O maior: quocircà si ex P & O ad basin reliquamque coni superficiem contin-
gentes ducantur, eductæ ex P maiorem portionem tum basis, tum superficiei conicæ
comprehendent, quàm quæ ducentur ex O per 83. huius: at quæ ex P, eam partem co-
ni determinant, quæ oculo in linea A L posito occultatur, quæ vero ex O, eam definiunt
partem, quæ oculum in linea A M constitutum latet. Cum itaque aspectui in aliqua
parte lineæ A M posito minor pars conicę superficiei subducatur, quàm constituto in li-
nea A L, fit vt ex linea A M maior pars conicę superficiei videatur, quam ex linea A L:
atque ea propter quò maior erit angulus quem radius opticus cum axe facit, eò maio-
D rem fore necesse est conicæ superficiei portionem quæ spectatur, nisi opticus radius in
alterum latus trianguli per axem inciderit; quod erat demonstrandum.

Ex his colligi atque etiam demonstrari potest id quod nonnulli proponũt hoc modo:

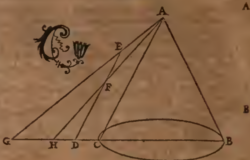
CONSECTARIVM.

Æquali à cono distantia quo sublimiùs oculus attollitur, eò maiorẽ coni portionẽ videt; sed ea minor apparet: quo verò humiliùs deprimitur, eò minus est coni, quod spectatur; apparet autẽ maius.

E ESTO conus A B C, atque in eo triangulum per axem A B C, cuius lateri A C parallela
ducatur D E, per quam oculus deportetur æquali semper à cono distantiâ: dico ex E
loco eminẽtiore maiorem
coni portionem spectari,
quàm ex F loco demissiore;
at quæ ex F cernitur, maio-
rem apparere eâ quæ ex E
cõspicitur. Ducantur enim
à vertice coni ad E & F, re-
ctæ lineæ A E & A F, produ-
F canturq́; quoad basis dia-
metro B C productæ occur-
rant ad signa G & H, (con-
current autem, si quidem
D E quàm A C minor fue-
rit, vt quiuis demonstrare
facilè poterit) & quoniam
maior est angulus C A G angulo C A H, erit & C G ipsa C H sua videlicet parte maior:
itaque G longiùs à cono distat quàm H: quare per 12. proposit. huius ex G maior coni

A

portio videtur quàm ex H: at per 13. huius eadem apparet coni portio ex E quæ ex G, eademq; ex F quæ ex H. Igitur maior est coni portio quæ ex E spectatur, quàm quæ ex F. apparet autẽ hæc illâ maior; siquidem vt ex demonstratione propos. 13. huius euinci potest, pars coni spectata ex E æqualis apparet ei quæ ex G, & quæ ex F cernitur ei quæ ex H æqualis: sed quæ ex G aspicitur minor apparet eâ quæ ex H per 12. proposit. huius: igitur & quæ ex F, eâ quæ ex E, maior apparet; quod erat demonstrandum.



B

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA LOCVM.

C

PRIVS quàm ad Loci fallacias accedamus, perutile visum est, loci proprij atque alieni naturam definitionemque explicare. Proprius is locus dicitur, in quo res & videtur & est. Alienus verò is, in quo res videtur quidem, sed in eo minimè existit. Fit autem subinde vt res alio appareant loco ab illo cui reipsa assistunt: quod non modò radiorum flexu aut imaginum repulsione accidit, verùm etiam rectâ radiorum euibratione. hunc proinde locum phantasticum seu apparentem nuncupamus. D

Perspicuum porrò ex hac definitione est vnius rei vnum tantùm esse posse locum proprium, plura verò esse posse apparẽtia. Nam pluribus simul in locis reipsa existere nulla res suapte vi potest; quare nec pluribus simul proprijs in locis videri: posse autem pluribus phantasticis in locis eamdem rem spectari, specula in primis testatum faciunt: siquidem vna eademque res toties numero multiplicari videtur, quot specula sunt, à quibus imago ipsius repercussa diuersis lineis in oculum relabitur. Deinde per vitra pluribus planis cælata, res vna toties numeratur, quot vitrum superficies habet, à quibus radij simulachro rei affecti ad obtutum infringuntur. Hoc ludicri genus est, quo cataphractus miles insignem armatorum aciem exhibet, numusq; aureus congestum aureorum aceruum ostendit, cupidorum oblectamentum; ac lucerna vna multis numero æqualis impensius lumen transfundit. Sed de his in Catoptricis Dioptricisque plura: nunc id ostendisse sufficiat, præter locum proprium qui vnicus est cuique rei plurima apparentia esse posse. E

PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

Res qualibet in ea horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit. F

DVPLICI ex capite pendet huius propos. demonstratio. Primum est, id omne quod videtur in illo radio apparere, per quem eius species in oculũ inuehitur, quod iam lib. 2. hypothesi 3. vt sensui ac per se notum concedi postulauimus: alterum est, eam esse horopteris naturam ac conditionem, vt omnium quæ sub intuitum cadunt, phantasias excipiat, locaque singulis vera vel apparentia assignet; quod eodem libro secundo fusius est explicatum.

Ex

A Ex quibus ſanè id quod propoſitum eſt, facilè concluditur. Nam duabus rectis lineis
ſeſe ſecantibus (horoptere inquam radioque optico) in quarum vtraque locum rei
exiſtere probatum iam ſit; fieri nequit, vt is alia in parte ſit, quàm vbi cæ lineæ com-
muni ſigno congrediuntur, ac mutuo ſociantur complexu. Hoc autem nuſquam
alibi accidere poteſt, quam vbi horopterem radius opticus, qui per rem ducitur, at-
tingit, productuſque interſecat. Hic igitur locus eſt apparentis obiecti; quod erat
propoſitum.

PROPOSITIO CXVI. THEOREMA.

B *Vno oculo, res vna vnico ſpectatur loco.*


HAEC propoſitio ex iiſdem proximè citatis hypotheſibus,velut conſectaria
infertur. Quoniam enim in ea horopteris parte ſpectatus rei locus exiſtit,
vbi ipſum radius opticus per rem ductus interſecat; nec poteſt recta linea
pluribus in locis quàm vno, rectam lineam ſecare: conſequens eſt, vt res
vna,vno oculo,vnico appareat loco: ſiquidem ab vno oculo per eamdem
rem vnus dumtaxat radius educi poteſt,qui horopterem vnico ſecet loco. Quare cùm
pluribus locis quidpiam ſpectatur, id duorum oculorum intuitu contingit; quorum
vnus rem vno,alter altero loco intuetur.

C Porrò hæc de aſpectu directo ſunt intelligenda. etenim repercuſſione aut infra-
ctione optici radij fieri omnino poteſt, vt vna res viſilis, vno oculo pluribus locis aſpi-
ciatur; vno q[illegible]m proprio, reliquis autem alienis. Verùm hic cernendi modus ad
præſens inſti[illegible] minime pertinet: nam de illo tantum agimus, qui per ſimplex fit
medium.

PROPOSITIO CXVII. THEOREMA.

Plura vno ſpectata radio, eodem apparent loco.


QVIA namque per 3. hypotheſin libri ſecundi res quælibet in illo apparet
D radio,quo eius ſpecies ad aſpectum defertur, in eaque eius parte per 115.
propoſ. libri huius,qua horopterem attingit; perſpicuum eſt, ſi plures res
aſpectabiles in eumdem radium incidant, vno eodemq́; loco omnes ap-
parere, illo ſcilicet vbi radius cum horoptere congreditur: ſiquidem non
in pluribus locis quàm vno ſeſe horopter radiuſque opticus interſecant, ne aduerſus
Euclidis duodecimam communemque ſententiam, duæ rectæ lineæ ſpatium conclu-
dant. Quamuis veriùs dixerim plura in eodem radio conſtituta non tam eodem loco,
quàm non diuerſis locis ſpectari. Si enim alio atque alio loco ſingula viderentur,
oporteret ſingula ſingulis radiis ſui imaginem ad organum deſtinare, quod hypotheſi
repugnat, quia in eodem radio omnia collocata eſſe ſupponuntur. Quare id ſolum
E quod oculo proximum eſt videtur, ceteris poſt eius denſitatem latentibus atque ab
aſpectu prohibitis.

PROPOSITIO CXVIII. THEOREMA.

Vnumquodque eorum, quæ in horoptere exiſtunt, vno cernitur loco.


PROPOSITIO hæc in hunc modum colligitur: Quidquid in horoptere
F exiſtit,id proprio apparet loco: at quod proprio,id profectò vno loco cer-
nitur; igitur quodcumque in horoptere exiſtit, vno ſpectatur loco. Pro-
poſitio ita probatur: Id proprio videtur loco,quod ibi eſt vbi apparet:ſed
per 49. propoſitionem libri ſecundi, omne quod videtur, ſeu verum ſeu
apparentem locum in horoptere obtinet: ſi itaque in eodem horoptere res ipſa ſit quæ
videtur, vti ſupponitur; proprius erit is locus, vbi ſpectatur id quod in horoptere exiſtit.
Aſſumptio vero ex eo confirmatur, quòd vnius rei vnus tantum proprius locus eſſe poſ-
ſit. Cùm enim proprius cuiuſque rei is locus ſit, in quo res ſimul apparet & eſt; nequeat
verò vna eademq́; res naturæ conditione in pluribus ſimul locis exiſtere,nec in pluribus

simul locis, iisque propriis, videri poterit. Quocircà probatum relinquitur quod propo- A
situm, vnumquodque eorum quæ in horoptere existunt, vno dumtaxat loco spectari.

PROPOSITIO CXIX. THEOREMA.

Res vna extra horopterem constituta, vtroque visu geminis locis distincta apparet.

SINT duo centra oculorum A & B, quorum acies in horopterem CD dirigantur, coëantque ad signum I per opticos axes AI & BI: extra horopterem verò sumatur punctum quodcúque, exempli gratia F, ad quod radij destinentur AF & BF: hos inquam productos in diuersa loca, horopteris incidere est necesse: nam si in idem punctum incidant, puta I, & quidem punctum F inter horopterem ipsosq; visus assumptum sit; qui per B
F ad cómune signum I producentur radij AFI & BFI, habebunt vnum & idem segmé-
tum FI commune, quòd omnium notioni aduersatur. Cum itaque radij optici F & BF C
ad horopterem protensi diuersa capessant loca G & H, dico signú F duobus in his locis,
G scilicet & H spectari: in G quidem à visu A, in H verò à visu B. Cùm enim per 115. su-
periorem prop. in ea horopteris parte vnumquodque conspiciatur, [illegible] horopterem ra-
dius opticus per rem ductus attingit; contingat verò radius AF productus horopterem
in G, & BF radius productus eumdem attingat in H; manifestè sequitur signum F ab oculo A in G, & ab oculo B in H spectari; quod erat demonstrandum.

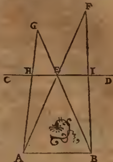
Si verò punctum F vltra horopterem assumptum fuerit, simili modo ostendentur radij AF & BF per diuersa puncta horopteris transire. Si enim vnum idemque sit punctum, exempli gratia I, quo radij ab oculis A & B ad propositum signum F ducti, horopterem intersecant, iam vt priùs rectæ duæ lineæ AIF & BIF segmentum IF commune habebunt; quod cùm fieri nequeat, consequens est vt radij optici ad punctum F vltra horopterem assumptum destinati, ipsum horopterem duobus in locis secent, ac proinde per ea quæ proximè demonstrata sunt, vt eadem res vltra horopterem constituta, duobus in locis G & H appareat; quod etiam demóstrasse D
oportuit. E

PROPOSITIO CXX. THEOREMA.

Duo signa extra horopterem in axibus opticis constituta, duobus visibus tribus numerantur locis; quorum medius in axium concursum incidit, è duobus effectus vnus.

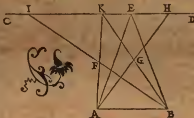
DVORVM oculorum A & B axes optici, AE & BE in horopteré CD procidant ad signum E, sintq; in eisdem axibus assumpta duo signa F & G: hæc aio tribus locis numerati I, E, & H, quorum medius in axium concursum incidit, è duobus vnus effectus: nam signum G à visu A in loco H conspicitur, ea scilicet horopteris parte, quam radius ab oculo A per G ductus at- F
tingit per 115. propos. libri huius: signum verò F à visu B in I cernitur, eamdem nimi-
rum

A rum ob causam; atque ita duo habentur loca, I & H: tertius autem in E axium optico-
rum congressione existit ex duobus compositus: nam F
quidem à visu A, G verò à visu B, eodem in loco E conspi-
ciuntur, attestante eadem 115. propos. huius; quòd nem-
pe axes optici per F & G ad horopterem producti, in eo-
dem puncto E conueniant, vbi vtrique signo commu-
nem locum præscribunt; quod erat probandum.



Simili prorsus modo ostendetur propositum, si signa
F & G vltra horopterem assumpta fuerint, in opticis ni-
B mirum axibus A E & B E longius productis: nam radij A G
& BF horopteré duobus in locis intersecantes, duo in pri-
mis, eaque extrema loca H & I definiunt: medius verò E
ex duobus, quos axes A F & B G designant, vnus efficitur.
Vti enim axes, sic loca ipsa in E conueniunt; propterea
scilicet, quòd E sit vtriusque axis & horopteris commu-
nis sectio: quæ omnia ex superiore propositione 115.
nullo negotio demonstrari possunt.

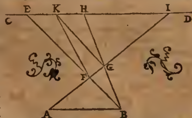
Rursus idem omnino eueniet, si conspicua signa F & G non iam in axibus A E & B E,
sed in quibusuis alijs radijs opticis
C in horoptere concursantibus, as-
sumpta fuerint. Radij namque A K
& B K in horoptere congrediantur
ad punctum K, in eisque assuman-
tur signa F & G, per quæ radij agan-
tur A H & B I: erunt itaque per
115. superiorem propositionem H
& I extrema loca, in quibus F & G
conspicientur, nimirum G à visu A,
& F a visu B; medius verò erit K, è
D duobus conflatus. siquidem F à visu
A, & G à visu B, in eodem loco K spectantur, quòd K sit vtriusque radij & horopteris
communis intersectio.



PROPOSITIO CXXI. THEOREMA.

*Res duæ in eumdem incidentes radium extra horopterem assum-
ptæ, tribus locis conspiciuntur, è quibus alter extremorum ex
duobus efficitur vnus.*

E REPOSITIS visibus A, B, & horoptere C D vt suprà, sint res duæ spectabi-
les F & G, extra horopterem quidem, sed in eodem radio A I assumptæ:
has dico tribus locis
spectari, vno quidem I
a visu A, vbi vtriusque
F & G phantasia in vnum conuenit;
duobus verò à visu B, nimirũ E & H:
quæ omnia ex suprà demonstratis,
partim hoc capite, partim libro se-
F cundo propos. 49. manifesté possunt
demonstrari. Siquidem quia B extra
vtrumque punctum F & G, neque in
eamdem cum ipsis lineam cadere
supponitur, necesse est ex B eductos per F & G radios ad diuersa puncta horopteris ter-
minari. Si enim in eodem, verbi gratia K, iam duæ rectæ lineæ B F K & B G K spatium
concluderent, quod communi notioni aduersatur: ergo in diuersa puncta horopteris
radij B F & B G producti finiuntur. At enim cùm per 115. propositionem libri huius in
ea horopteris parte vnaquæque res locum sortiatur, quam radius per ipsam ductus at-
tingit, consequens fit, vt res duæ F & G a visu B distinctis spectentur locis; à visu autem



A vno

a vno eas loco cerni iam suprà est demonstratum propositione 117. ergo duæ res in A
eumdem incidentes radium duobus visibus tribus locis conspiciuntur; quod erat propositum demonstrare.

PROPOSITIO CXXII. THEOREMA.

Duo signa extra horopterem assumpta, nisi vel ambo in eumdem, vel singuli in concurrentes ad horopterem radios incidant, quatuor numerantur locis. B



VABVS proximè explicatis propositionibus duo ostensi sunt modi, quibus res duæ à duobus oculis tribus in locis conspiciuntur, eam scilicet ob causam, quòd duo loca in vnum confluant. At modò vniuersè pronuntiamus, extra duplicem illum casum res duas à duobus oculis quatuor locis distractas videri. Id enim postulat ratio conditioque aspectus, vt vnaquæque res à duobus oculis spectata in horoptere gemina loca capessat per 119. huius. Etenim à duobus oculis per idem signum, exempli causa F, duo radij euocari possunt, qui ad horopterem producti, signum C



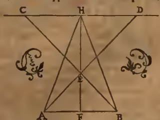
ipsum F in duobus locis conspiciendum exhibent E & I: ac eodem rursus modo per signum G educti à duobus oculis radij ipsum in horoptere duobus aliis locis repræsentant H & K. Itaque F & G à duobus oculis A & B, quatuor locis E, H, I, & K cernuntur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXIII. THEOREMA. D

Si communis radius ei quæ centra visuum connectit normalis fuerit, & in eo statuta res vna duobus appareat locis, phantasiæ æquali spatio ab axium concursu reipsa distabunt, & distare videbuntur.



IT inquam res vna E, quæ in communi radio F H normali ei quæ centra visuum connectit A B constituta, duobus appareat locis C & D per 119. huius: aio in primis apparentia loca C & D ab H axium concursu æquali interuallo distare. Cum enim parallelæ sint A B & C D per 10. definitionem libri secundi, erunt intra illas secantium se A D & F H portiones, tum inter se, tum basibus proportionales per 11. & 12. lemma; & si per communem illarum sectionē E, alia quæpiam recta linea acta sit F H, quę parallelarum interceptas portiones diuidat, erūt & harum segmenta similia per 13. lemma. E



Nam æquales quidem erunt anguli E A F & E D H per 29. primi Euclidis: æquales item anguli A E F & D E H per 15. primi Euclidis: ac demum anguli A F E & D H E æquales, quippe ex hypothesi recti. Sunt ergo triangula A E F & D E H æquiangula, atque ea propter per 4. sexti Euclidis eorum proportionalia sunt latera. Eodemque modo ostendi possunt triangula B E F & C E H æquiangula esse, ac latera habere proportionalia: quocircà vt A F ad F E, ita D H ad H E: rursusque vt B F ad eamdem F E, ita C H ad eamdem H E. Igitur per 22. quinti Euclidis si binæ in eadem ratione sumantur, erit ex æquo vt A F ad D H, nempe prima ad tertiam, ita B F ad C H, videlicet quarta ad sextam. Alternatim F

A natim verò per 16 quinti Euclidis, vt A F ad B F, ita D H ad C H: at A F ipsi B F æqualis est ex hypothesi: itaque per 14. quinti Euclidis erit & D H ipsi C H æqualis; quod primo loco erat demonstrandum.

Deinde quòd æquales etiam appareant D H & C H, ex angulorum D A H & C B H æqualitate demonstrabitur. In triangulis enim D A H & C B H æquales in primis ostendentur anguli A H D & B H C. quoniam enim parallelæ sunt A B & C D per 10. definitionem libri secundi, sintque anguli A F H & B F H ex hypothesi recti, erunt & D H F, C H F recti per 29. primi Euclid. ac propterea æquales per vulgarũ axioma. Sunt verò & A H F, B H F æquales per 4. primi Euclidis, quòd nimirum in triangulis A F H & B F H circum B æquales angulos rectos æqualia consistant latera A F ipsi F B, & F H commune vtrique. Igitur si angulus A H F adiungatur angulo F H D, & angulus B H F angulo F H C, erunt compositi anguli A H D & B H C æquales per communem notionem: at circum hos æquales angulos æqualia latera existere perspicuũ est, A H scilicet æquale ipsi B H per 25. libri secundi; D H verò ipsi C H ex iam demonstratis priore huius propositionis parte. Itaque per 4. primi Euclidis, & angulus D A H angulo C B H est æqualis: ac proinde æqualis apparet C H ipsi H D; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXIV. THEOREMA.

C *At obliquato aspectu, cùm res vna in communi existens radio duobus apparet locis, phantasiæ pari quidem interuallo ab axium concursu distant; at minus illud videtur, quod obliquioribus radiis comprehenditur.*

REPOSITIS iisdem quæ suprà visibus A & B, ac solo aspectu in obliquum mutato, sit communis radius F H obliquis angulis in eam quæ centra visuum connectit A B incidens, resque visilis E in C & D ambobus visibus conspiciatur: dico in primis D H & C H, spatia inquam, quibus phantasiæ D ab axium concursu distrahuntur, æqualia reipsa esse. Quod eadem omnino demonstrandi forma probari potest, qua prior pars superioris propositionis cõfirmata fuit.

Minorem verò apparere intercapedinem C H obliquioribus radiis B C & B H comprehensam quàm D H, ita demõstra-E bitur: Producta B A, fiat A G ipsi D H æqualis, cumque D H & A G sint parallelæ ex hypothesi, erunt & A D, G H parallelæ per 33. primi Euclidis. Rursus quoniam A G æqualis iam posita est ipsi D H, & eidem D H antè ostensa est æqualis C H, erunt C H & A G per communem notionem ęquales. Sunt verò & parallelæ ex hypothesi; igitur per eamdem 33. primi Euclidis, quæ has connectunt A H & G C parallelæ quoque erunt. Quocircà cùm recta G H in parallelas incidat, rectas lineas A H & G C ea efficiet alternos angulos C G H & G H A æquales per 29. primi Euclidis: ac eodem modo cùm A H in parallelas incidat G H & A D, erit angulus D A H, eidem angulo G H A, vtpote alterno, æqualis per eamdem 29. primi Euclidis: itaque æquales in-F ter se sunt anguli C G H & H A D. Sed minor est angulus C B H angulo C G H per 7. lemma huius, quòd scilicet eidem ambo insistant basi, ac in eisdem sint parallelis C D & G B: at obliquiores sint radij B C & B H quàm G C & G H: igitur angulus C B H angulo quoque H A D minor erit, ideoque minus apparebit interuallum H C quàm H D, quod demonstrasse oportuit. Atque hanc ipsam aspectus diuersitatem in ceteris quoque signorum phantasiis vsu venire necesse est, quoties communis radius ad horopterem oculorumque distantiam obliquus existit, vt ex iam demonstratis perspicuum relinquitur.

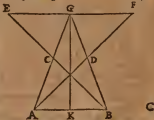
 A

PROPOSITIO CXXV. THEOREMA.

Si rursus communis radius connectenti centra visuum normalis fuerit, duoq́; signa in axibus pari interuallo ab illorum concursu assumpta tribus appareant locis, tres phantasiæ æquè ab inuicem distabunt, & distare videbuntur.



ESTO communis radius G K normalis ei quæ iungit centra visuum A B, B axesque optici A G & B G in horoptere congrediantur ad punctum G, à quo pari interuallo distent signa C & D in axibus assumpta. Hæc inquam, tribus conspicientur locis per 120. propos. lib. huius; nempe in E, G, & F: dico verò eorum signorum phantasias, hoc est E, G, & F æqualibus ab inuicem interuallis disiungi, ac ea etiam æqualia videri: quod sane perspicuum fiet, si primum ostenderimus triangula A G F & B G E æquiangula esse. C



Itaque quoniam communis radius G K ipsi A B normalis est ex hypothesi, erunt A G & B G axes videlicet optici inter se æquales per 25. propos. libri secundi: sed & C G, D G supponuntur æquales: igitur in triangulis A G D & B G C duo iam habentur æqualia latera A G & G D, ipsis B G & G C vtrumque vtrique: est verò angulus A G B communis vtrique. Quare per 4. primi Euclidis, non modò basis A D basi B C, verùm etiam angulus G A F angulo G B E conuincitur æqualis. Rursus cùm isosceles sit A G B, æquales erunt ad basin anguli B A G & A B G per 5. primi Euclidis, sed angulo B A G æqualis est angulus A G E per 29. primi Euclidis, vtpote alterni in parallelis A B & E F. Eodemque modo æqualis erit angulus B G F ipsi A B G angulo: igitur A G E & B G F anguli sunt inter se D æquales: quapropter si eis addatur communis angulus A G B, fient per vulgatum axioma compositi A G F & B G E anguli æquales. Cum ergo in triangulis A G F & B G E duo iam habeantur anguli G A F & A G F duobus G B E & B G E æquales, sintque per 32. primi Euclidis, tres viius trianguli tribus alterius, hoc est, duobus rectis pares, erit & reliquus angulus E reliquo angulo F æqualis per commune axioma. Quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt vtriusque trianguli latera, quæ circum æquales sunt angulos. Vt igitur A G ad G F, ita B G ad G E; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt A G ad B G, ita G F ad G E. sed A G æqualis iam ostensa est ipsi B G per 25. propos. libri secundi: itaque & G F ipsi G E est æqualis; quod primò erat demonstrandum.

Quòd vero G F & G E æquales quoque spectentur, iam palàm ex demonstratis relinquitur: siquidem anguli G A F & G B E ostensi sunt æquales. E

PROPOSITIO CXXVI. THEOREMA.

Si recta quædam horopteri parallela vtrumque axem opticum secet, & in communibus sectionibus duo signa constituantur: dico horum phantasias pari interuallo ab axium concursu distare; at si obliquus sit aspectus, propinquius videri id, quod obliquiori radio continetur. F



SVNTO visuum centra A & B, à quibus ad horopterem E F promissi axes optici A G & B G secentur recta quadam linea C D horopteri parallela; quæ & oculorum distantiæ parallela erit per 30. primi Euclidis: quòd nempe horopter, oculorumque distantia per 10 definitionem libri secundi sint parallela. In communibus autem sectionibus C & D, duo spectabilia signa constituantur, per quæ radij porrigantur A F & B E, qui extrema loca phœnuuienon definiant F & E. Nam medius locus in axium cócursu est, vt superius est dum.on-

A demonstratum propositione 120. huius libri: dico igitur E & F æquè ab G distare: at spatio G F minus videri spatium E G; siquidem radij B G & B E quàm A G & A F horopteri sunt obliquiores.

Cum enim parallela sit C D ipsi A B, erit per 2. sexti Euclidis in triangulo A G B, vt A C ad C G, ita B D ad D G; & per 18. quinti Euclidis componendo, erit vt A C ad totam A G, sic B O ad totam B G. Rursus cùm parallela sit C O ipsi E F, erunt per 29. primi Euclidis anguli A C O & A G F, item A D C
B & A F G æquales; nempe alterni in parallelis C D & E F. Quare æquiangula erunt triangula A C D & A G F; quam eamdem ob causam & B D C, B G E triangula æquiangula erunt. Itaque per 4. sexti Euclidis in triangulo A G F vt se habet A C ad A G, ita C D ad G F: sed ostensum iam est, vt A C ad A G, ita se habere B D ad B G: vt igitur B D ad B G, ita C O ad G F: at in triangulo B G E, vt B D ad B G, ita est per eamdem 4. sexti Euclidis O C ad G E: quamobrem proportio C O ad G E & ad G F eadem est per 11. quinti Euclidis, quòd proportioni quam habet B O ad B G sit eadem. Quocircà æquales inter se sunt G F & G E per 9. quinti Euclidis, siquidem ambæ ad eamdem C D eamdem con-
C uincuntur habere rationem.

Iam verò quòd in obliquato aspectu propinquius ipsi G appareat E quàm F, ex propositione 124. huius potest demonstrari, quam proinde Lector consule.

PROPOSITIO CXXVII. THEOREMA.

Si æquè ab horoptere distent signa, quorum singula geminis conspiciuntur locis, æquales erunt apparentium locorum intercapedines; at non semper æquales videbuntur.

D VISVVM centra eadem quæ suprà sint A & B, horopter autem E K, duo verò spectabilia signa C & O æquè ab horoptere disiuncta, quorum vnumquodque geminis spectetur locis, alterum quidem, nempe C, in E & F; alterũ verò, puta D, in G & K: dico apparentium locorum interualla E F & G K æqualia esse; nam cùm C & D æquè ab horoptere
E distent, erit recta C O eidem horopteri parallela: quare ex demonstratione præcedentis propositionis facile ostendi poterit E G æqualis ipsi F K: nam per 11. lemma vt A D ad D K, ita se habet B O ad D G; & componendo per 18. quinti Euclidis, vt A D vnà cum D K, hoc est tota A K ad A D, ita tota B G ad B D: sed vt A K ad A D, ita per 4. sexti Euclidis se habet F K ad C D, propterea quòd triangula A F K & A C D æquiangula sint; eademque de causa vt B G ad B D, ita E G ad eamdem C D; sunt enim triangula quoque B E G & B C D æquiangula. Igitur per 9. quinti Euclidis æquales inter se sunt E G & F K, vtpote quæ ad
F eamdem C D eamdem habent rationem. Ab his ergo si communis portio F G subducatur, relinquetur E F ipsi G K æqualis, suffragante communi notione; quod erat probandum.

Portò obliquo aspectu inæquales apparere intercapedines E F & G K, per 7. lemma huius libri nullo negotio demonstrari potest: nam ex illo lemmate constat angulum E B G angulo F A K minorem esse, si quidem B E & B G obliquiores sint radij quàm A K & A F; quare minor apparet E G quàm F K: sublata ergo portione F G, quæ communis vtrique cernitur, relinquetur E F quàm G K aspectu minor; quod erat probandum.

 A

PROPOSITIO CXXVIII. THEOREMA.

Eorum quæ inter horopterem ſpectantur & oculos, phantaſiæ ſitum mutant: nam à dextro conſpecta oculo, in partem ſiniſtram; & à ſiniſtro in dextram porriguntur.



STO inquam ſignum E, inter horopterem C D & A B diſtantiam oculorum ſpectatum; A G verò & B G, vt prius, axes optici ad commune punctum G horopteris terminati: dico ſigni E geminam phantaſiam C & D ſitum permutare; ſic vt locus C, vbi à dextro oculo B cernitur, in ſiniſtram partem vergat; D verò, vbi à ſiniſtro conſpicitur, in dextram. Nam radij optici A D & B C quoniam in ſigno E ſeſe interſecant, neceſſum eſt, vt ab interſectionis loco in contrarias partes abſcedant. Inde ergò à puncto E profecti, cùm ad horopterem perueniunt, loca deſignant oppoſita: ſiquidem ipſi inde à puncto E, vt dictum eſt, in alium ſitum ſunt permutati. Cùm igitur in C & D, ſigni E phantaſiæ locum obtineant per 119. propoſ. huius libri, patet eorum quæ inter horopterem oculoſque ſpectantur phænomena, ſitum commutare, quod demonſtraſſe oportuit. B C

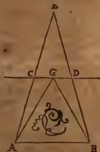


PROPOSITIO CXXIX. THEOREMA.

Eorum verò quæ vltra horopterem cernuntur, phantaſiæ ſitum retinent.



VRSVS eſto horopter C D, & quæ centra viſuum iungit A B, vnde optici axes ad horopterem proſiliant ad punctum G: ſignum autem vltra horopterem ſpectatum ſit E, cuius quidem gemina apparebunt loca C & D, per 119. propoſ. libri huius: dico autem hæc ſitum minime commutare, ſed dextrum in dextra, & ſiniſtrum in ſiniſtra parte remanere; ſiquidem radij optici A E & B E, cùm vltra horopterem concurrant in E ex hypotheſi, citra concurſus punctum E minimè ſeſe interſecant: totus ergo radius A E ab A ad E vſque, & B E à B vſque ad E, eumdem ſitum retinent; quare etiam omnes earum partes: igitur C ſiniſtrum, D verò dextrum latus occupat, & omnino eorum quæ vltra horopterem cernuntur phantaſiæ ſitum retinent; quod erat demonſtrandum. D E



Eſt porrò hoc loco obſeruandum, quod & præcedente propoſitione admonuiſſe oportebat, dextrum ac ſiniſtrum non ſumi à nobis abſolutè, ſed medij intuitus comparatione, hoc eſt reſpectu communis radij per ſignum propoſitum tranſeuntis: vel certè ſiniſtrum dicimus, quod alterius collatione minùs dextrum eſt; & dextrum, quod ſiniſtri reſpectu minùs eſt ſiniſtrum.

Quod admonuiſſe voluimus, ne quis ex hac figura dictarum phantaſiarum ſitum ſemper metiendum exiſtimet. Contingit enim interdum ita obliquis oculis obiecta ſpectari, vt phænomena non inter ipſos oculos dextrorſum ſiniſtrorſumque verſentur, ſed vtraque in partem aliquam abducta vtrique oculo vel dextra ſint vel ſiniſtra. Sed omnis nihilominùs error facilè declinabitur, ſi reſpectus habeatur ad medium intuitum ſeu radium communem ab eius lineæ medio, quæ centra viſuum connectit, ad terminum viſionis protenſum. hic enim, quantumcumque aſpectus obliquetur, proportione quadam medium ſitum inter phantaſiarum loca obtinet; huius igitur comparatione certam ſuam poſitionem phantaſiæ ſortientur. F

PRO-

A

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

Propositis in communi radio duobus signis, si alterna vice nunc in unum, nunc in alterum axes optici desigantur, phantasia eodem semper loco perstare videbuntur.

Sint centra visuum A & B, communisque radius D K, in quo duo accipiantur signa C & D, in quæ alterna vice axes optici desigantur: ac primò in D: erunt igitur signi C gemina phænomena in G & H per 119. propos. libri huius, quæ à concursu axium D interuallis distabunt G D & D H. Deinde terminentur optici axes in C: erunt itaque signi D binæ phantasiæ in E & F per eandem 119. huius, quarum interualla ab axium congressione in C, erunt E C & C F. Dico verò E C ipsi D H, & C F ipsi D G apparere æqualem, hoc est, distantias phænomenon E & F, à concursu axium C illis interuallis æquales apparere, quibus H & G distant à concursu axium D: nam cum A D per E vnius phantasiæ locum incedat, & A C producta ad alterius phantasiæ locum pertingat, ambæ autem per vtrumque concursum axium transeant, fit vt E C & D H eodem angulo conspiciantur: quamobrem æquales apparebunt per 9. propos. libri huius. Sic & C F ipsi D G apparet æqualis: igitur permutata oculorum acie nunc in D nunc in C, phantasiæ signorum D & C loco constare, eodemque semper interuallo ab axium concursu abesse videbuntur; quod erat demonstrandum.

B

C

D

G D H
F C F
A K B

PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Si spectata signa oculorumque distantia non in eodem sint plano, nec in eadem recta linea signorum phænomena conspicientur.

Oculorum distantia A B, duoque signa G & H non in eodem sint plano; sed esto G sublime à plano quod per oculorum distantiam & H ducitur: dico igitur geminam phantasiam signi G non in eadem recta linea conspici, in qua geminum apparet signum H. Cum enim per 50. libri secundi radij ab vtroque visu per signum aspectabile ducti in horopteris planum terminentur, erunt centra visuum A & B, signumque visile H, eiusque binæ phantasiæ C & D in vno plano: quoniam verò ab hoc plano sublime ponitur signum G, erunt & radij optici A G & B G sublimes: quare & reliquæ eorumdem radiorum productiones, nempe G E & G F sublimes erunt: neque enim fieri potest per 1. vndecimi Euclidis, vt eiusdem rectæ lineæ pars in subiecto sit plano, pars verò in sublimi: itaque & E F in sublimi erit, quia & ipsa in eodem est cum radiis A F & B E plano per iam demonstrata. Atque idcircò linea E F in qua bina spectantur phænomena signi G, alia erit à C D, in qua geminum apparet signum H, quod erat probandum.

E

F

E F
C D
G
H
A B

Has porrò lineas inter se parallelas esse oportet, propterea quòd singulæ earum distantiæ oculorum A B sint parallelæ: quoniam enim C D communis est intersectio plani horopteris, eiusque quod per A H B ducitur, si per A B planum quoddam actum intelligatur planu horopteris æquidistans, erit A B huius quoque plani, & eius quod per A H B transit,

communis intersectio, proinde erit C D oculorum distantiæ A B parallela per 16. vndecimi Euclidis. Simili verò modo ostendetur E F eidem A B parallela: nam libro secundo ostendimus omnia quę oculis obiiciuntur, vel in horoptere spectari, vt propositione 49. vel saltem in ipsius horopteris plano, eo loci vbi illud radij optici producti attingunt, vt propositione 50. est explicatum. Igitur C D & E F, omnesque in quibus singulorum obiectorum phænomena conspiciuntur, sunt inter se parallelæ. A

PROPOSITIO CXXXII. THEOREMA.

Cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius est. B



NAM si aliquis illorum proprius esset, oporteret rem eo loco vbi spectatur etiam existere: at omnis locus seu proprius, seu alienus, in horoptere apparet per 49. propos. libri secundi: igitur rem, quæ loco proprio cernitur, in horoptere existere est necesse. Quidquid verò in horoptere existit, id vno tantùm loco cernitur per 118. libri huius; pluribus autem videri supponitur. Igitur cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius est; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Quod pluribus locis, id minus perspicuè videtur. C



LIBRO primo propositione 75. & libro secundo proposit. 10. docuimus, eam intuitionem quæ per axes fit, nobiliorem esse illa quę per quemcumque fit radium. Libro verò primo propositione 76. ostendimus, visionem ab vtroque simul oculo, quàm ab altero tantùm, longe esse efficaciorem: ex quibus tandem libro secundo eadem propositione 10. velut consectarium subduximus, omnium perfectissimam visionem in axium concursu existere. At cùm ex decima definitione libri secundi constet axes opticos in horoptere congredi, sequitur perfectissimam visionem ad horopterem necessariò terminari. Id verò quod in horoptere proprium locum sibi vendicat, id vnico videtur loco per 118. huius. Igitur quod pluribus locis, seu quod extra axium congressum, id profectò minus perspicue cernitur; quod erat demonstrandum. D

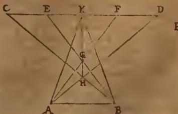
Sunt verò in visione illarum rerum quæ geminæ, ideoque minùs enucleatè cernuntur, quidam perfectionis & imperfectionis gradus, quemadmodum & propinquitatis atque distantiæ. Nam quæ axium opticorum congressui viciniora sunt, ea perfectius; quæ autem remotiora, ea imperfectiùs internoscuntur. Quare si res quæpiam in vnius oculi axe sit constituta, illo quidem oculo euidentiùs conspicietur in cuius est axe, altero verò obscuriùs imperfectiusque; ac vniuersè quò longiùs ab axium opticorum concursu abfuerit, eò minùs perspicue minusque accurate conspicietur.

PROPOSITIO CXXXIV. THEOREMA. E

Cùm signum visibile duobus spectatur locis; quò id longiùs ab horoptere abest, eò maiore interuallo phantasiæ ab axium congressu distrahuntur.



ESTO idem quod hactenus oculorum interuallum A B, horopter verò C D, in cuius puncto K optici axes congrediantur: sitq; præterea signum visibile extra horopterem constitutum nunc in G propinquius, nunc in H remotius: perspicuum igitur est ex propositione 119. huius libri vtrumque signum G & H duobus locis spectari. Dico verò signi H phantasias C & D longiùs ab axium concursu K procurrere, quàm phantasias signi G, puta E & F: iunctis enim K H G, quoniam maior supponitur K H quàm K G, erit angulus K B H angulo K B G maior, ideoque & K C ipsâ K E maior erit. Si F



namque

A namque maior non sit, erit aut minor aut æqualis, si æqualis, igitur & angulus K B H angulo K B G æqualis erit, quod absurdum est: si verò minor, erit & angulus A B H angulo K B G minor, nempe totus sua parte, quod longè absurdius est: itaque cum K B H angulus angulo K B G sit maior, erit & K C ipsâ K E maior. Eadem verò ratione ostendetur & K D maior quàm K F. igitur puncti H geminæ phantasiæ C & D in horoptere apparentes maiori interuallo ab axium concursu distant, quàm puncta E & F, in quibus spectatur signum G.

Ex hac proprietate illud subinferre licet, rectam etiam lineam quandoque geminam apparere; ita tamen, vt si ea horopteris plano parallela sit, ambæ phantasiæ parallelæ appareant, sin autem, decussatæ videantur eò loci, vbi proposita linea horopteris planum
B in transitu attingit, vnde etiam in diuersas partes secundùm aspectum abscedunt: nam commune illud punctum spectatæ lineæ & horopteris singulare apparet per 118. propositionem libri huius, reliquorum verò vnumquodque geminum per 119. propositionem huius libri, quorum phantasiæ tanto maiori interuallo ab inuicem disiunguntur, quanto longius puncta ipsa ab horoptere absistunt. Igitur ipsa linea ab illo puncto, vbi planum horopteris intersecat, ex vtraque parte diuaricari atque in duas dispesci conspicitur.

PROPOSITIO CXXXV. PROBLEMA.

Ea quæ distinctis apparent locis organicè repræsentare.

C QVAE hactenus circa Locum fallacias aspectus enumerauimus, omnes ab experientia desumptæ sunt. Ita sanè plurimis in rebus vsu venire solet, vt ex ijs quæ externis sensibus ante accepta sunt, intelligendi potentia veritatem eliciat, atque ab effectis in cognitionem causarum ducatur. Nobis enim notiora illa sunt quæ sensibus dignoscuntur, quam quæ solo intellectu, eâ vt opinor causâ, quòd sensibiles formæ, seu imagines illæ quibus externi sensus suscitantur, proximè a rebus proueniant, quas idcircò exquisitissimas esse oportet, atque ad ciendas sensuũ vires efficacissimas. Deinde, quæ ab his formis velut repercussione quadam propriç internorũ sensuum imagines exsoluuntur, longo interuallo debiliores effectæ, non iam æquè ac superiores ad viuum externas res exhibent, sed longè inferiore gra-
D du: quare & potentiæ earum appulsu concitatæ, obscuriores rerum notiones effingunt. Denique, quas ab hisce simulachris intelligentia formas elicit, rursus fractæ debilitatæq́; omnium tenuissimam repræsentandi vim habent. Hæc formarum discrimina in luminis effusione propria analogia expressa videre licet. Nam primus ille fulgor qui à corpore luminoso emicat, ad permouendum aspectum viuacissimus est: cum verò ipsius radius à corpore aliquo tepidius frangitur, magnam virium partem deponit, & quo frequentiùs obiectorum corporum repercussu aliò atque aliò mittitur, eò semper hebetatur magis, vsque dum tandem penitus euertetur. Sic ergo & rerum formæ, cùm ab externis sensibus ad internos, & ab his ad intelligendi facultatem transmittuntur, perpetuò debiliores redduntur. Quam equidem existimo germanam causam esse, quamobrem
E ea nobis minimè perspecta sint, quæ solo intellectu cognoscuntur; omnium verò maximè ea quæ externis hauriuntur sensibus, à quibus proinde originem ducit omnis nostra cognitio, illa præsertim quæ in corporeis rebus versatur.

Cum igitur experientia duce hæc theoremata primùm à nobis constituta sint, non exiguum pretium operæ nos facturos existimamus, si, quem in ea modum rationemq́ue tenuimus, aperiamus. Mensa exponatur non admodum ampla, vel certè planities quædam mensæ haud absimilis, cui erecta ad normam insistat tabula tres quatuórve aut paullò ampliùs digitos alta, sed longitudine mensam æquans, vel etiam superâs, quæ horopteris planum repræsentet. Sit vero ea tabula cursoris ritu mobilis, ac duplici genicu-
F lo a tergo munita, vt pro arbitrio diuersis in locis mensæ seu planitiei collocari firmariq́; possit. Prætereà a puncto medio eius lineæ, qua cursor seu erecta tabula mensæ committitur, duæ rectæ lineæ excitẽtur, altera in ipsius mensæ planitie quç opposita latera bipartitò diuidat, altera huic perpendicularis in cursore, quæ, quocumq́; is dimoueatur, à prioris contactu numquam discedat: cursor autem cum transfertur, obseruandum, vt semper oculorum distantiæ sit parallelus; sic quippe horopteris munere verius perfungetur.

His ita comparatis, in parte aliqua eius lineæ, quam mensæ inscripsimus, clauiculus defigatur sphærocephalus amplo aspectabiliq́; capite, quod signi visibilis vicem subeat. Spectator porrò ad alteram mensæ partem seu ex aduerso cursoris constitutus, opticos axes in lineam cursoris intendat figatque, clauiculi autem verticem obliquis radijs in-

tueatur: hunc perspicuè animaduertet, vtroque oculo spectatum diuersis partibus cursoris respondere, ita vt geminata phantasia duobus locis distincta conspiciatur, quod propositione 119. ostendimus: quo vero propinquior fuerit clauiculus ipsius intuentis oculis, eò geminæ phantasiæ ad remotiores à medio partes cursoris attingent. Rursus si duo clauiculi constituantur, hi subinde tria, subinde quatuor apparentia loca in cursoris plano capessent, ad eum, quem propositione 120. 121. & 122. diximus modum. Idem si recta quædam linea ænea ligneave, seu stylus, in clauiculi locum substituatur ad ipsius mensæ planum recta, hæc axibus in cursorem defixis geminari, atque in duas parallelas lineas dispesci videbitur: at quæ mensæ inscripta est linea, eadem axium opticorum constitutione geminabitur quidē, sed neutiquam in parallelas lineas secundum aspectum distrahetur: coocurrent enim apparentes lineæ ad cōmunem cursoris mensæque intersectionem; quæ omnia propositione 134 fusius a nobis sunt pertractata. Denique, cursore clauiculisque varie permutatis, omnes quæ circa locum obueniunt, quasque superioribus theorematibus proposuimus, fallaciæ organicè exhiberi possunt, quo in opere magnam veritatis lucem comperiet, quisquis singula curiosiùs fuerit persecutus. Eius in imagine expressum schema habes initio huius libri argumenti loco propositum. Cum enim variæ ac propemodum infinitæ essent aspectus fallaciæ, eas omnes tabellâ comprehendi erat impossibile, quare organicam hanc ostensionem instar omnium delineatam in fronte huius libri exhibuimus. A B

C

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA NVMERVM.

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quod distinctis spectatur locis, id geminum apparet.



IERI profectò nequit, vt errorum qui circa Numerum obueniunt, rationes explicare is possit, qui causam ignoret, cur vnum idemque obiectum geminum videri aliquando contingat. Idcirco statuimus hoc caput primo loco explicare, in quo varie dissentire grauissimos scriptores reperio, non tam ex propria quam ex aliena sententia, cui subscribere vel inuiti non rarò coguntur ij, quibus in re obscura ac dubia nullus veritatis radius affulget. Ita sanè plerique cæcorum more prætentis manibus palpitando, si quem auctorem prehenderint, illi adhærescunt, illum viæ ducem sequuntur, nec præter ea quæ tradita sunt & iam passim recepta quidquam proprio ingenio fieri persequuntur, tutius existimantes aliorum stare periculo, quàm veritates proprio iudicio exploratas acutiorum ingeniorum censuræ committere. D

Ex iis igitur, qui causam geminati aspectus reddere sunt conati, primus occurrit Galenus, qui libro de vsu partiū decimo scribit his verbis: *Secundum autem dicte, quod corpus quod à solo dextro oculo cernitur, id si propius est, in sinistris magis partibus esse putatur; sin longiùs abest, magis quodammodo in dextris: quod verò à sinistro solo conspicitur, in dextris situm esse, si id est propinquius, magis autem in sinistris, si est remotius: quod autem ab vtroque, in medio.* Id verò, quod altero inspicitur oculo, non eodem apparere loco, quo quando alio oculo aspicitur: neque cùm ambobus simul oculis spectatur, eodem loco cerni, quo quando altero solo: sed in alio quidem loco a dextro oculo, in alio autem à sinistro; in alio denique ab vtrisque videri, experimento ostendit ab inspectione columnæ desumpto. *Stans enim, inquit, iuxta columnam aliquam, deinde vtrumque oculorum vicissim claudens, cum dextrum quidem oculum clauseris, quædam eorum quæ prius à dextra in dextris columnæ partibus cernebantur, sinistro non videbit: cùm vero sinistrum clauseris, quædam eorum quæ à sinistro ante videbantur in partibus sinistris columnæ, rursus dextro non videbit: quando autem vtrosque simul oculos aperueris, vtraque videbis.* Et paulo pòst: *Quin & si a columna plusculum digressus, vtrumque oculum aperire, & claudere vicissim intuens in columnam volueris, illa tibi repentè ac semel transilire videbitur, si dextrum clauseris, versus dextram partem sin autem sinistrum, in alteram. Atque etiam aperienti tibi dextrum, ad laeuam transilire columna putabitur sinistrum autem, ad dextram.* Hanc geminæ phantasiæ causam attruit Galenus Medicorum princeps. At si quemadmodum E F

A modum ab ipso ista proferuntur, ita absolute vera essent, sequeretur aut omnem aspectũ
geminari, aut nullum. Si enim propositæ rei phantasia talis esset, qualem offert singulo-
rum oculorum aspectus, profectò semper gemina esset, secundum Galenum: si verò
qualis res apparet duobus oculis vnà conspirãtibus, ita phantasia numeratur, numquam
vna eademq; vtroque spectata oculo geminari videbitur. Ex Galeni namque sententia,
quod duobus simul cernitur oculis, nec in dextram nec in sinistram educi videtur, sed
medio apparet loco, atque ea propter vnum putatur. vel certe nullam propositæ rei Ga-
lenus causam attulit. Etsi enim id Galeno demus, ea quæ singulis vicissim apertis cer-
nuntur oculis, alio atque alio loco videri; nondum tamen data est causa, cur similiter,
B quæ vtroque simul oculo spectantur, geminari videantur, cum explicatum non sit quo
pacto contingat, ut etiam distinctis locis spectari, quæ a duobus oculis cernuntur.

E Philosophis quamplurimi eam geminati aspectus causam dixerunt, quod subinde
contingat neruos opticos, a loco vbi sese complectuntur, dimoueri; ea verò neruorum
constitutione necesse esse singularum rerum aspectus geminari, quandoquidem susce-
ptæ notiones in vnum aliquod commune punctum sensus communis non conueniant.

Verum & ratio & experimenta huic sententiæ reclamant. Ratio quidem, quia nerui
optici non vere in vnum neruum conueniunt, vt propositione 12. libri primi docuimus.
Quare omnia geminari oporteret, si neruorum diuulsio geminati aspectus causa existe-
ret. Deinde, illa neruorum opticorũ concretio, quam eodem loco explicauimus, adeò
C firma est, vt citra membranarum quibus conuestiuntur dilacerationem disiungi a se
inuicem nequeant. At quis non videt ex ea substantiæ dissipatione, quæ adeo propinqua
est neruis, dolorem acerrimum ac propè insanum enasci debere? Equidem existimo
causam potius datam esse, qua & visus & visa e medio tollantur, quàm qua res singula-
res secundùm aspectum geminentur. quod, vt arbitror, nemo inficias ibit, qui humani
corporis fabricam, ac præsertim neruorum conditionem perspectam habuerit.

Deinde, experientia docet obiectarũ rerum phantasias tum etiam non rarò geminari,
cùm nulla vis intercedit, quæ neruos oculorum a naturali situ abducat, vt cùm duo si-
gna ambobus oculis dispari interuallo exponuntur, ac vicissim nunc in vnum, nunc in
alterum iugati oculorum axes intenduntur. Illud enim, cuius per axes notio suscipitur,
D vnum apparet; alterum verò geminum. An hic vis aliqua ostendi poterit, qua optici
nerui à communi societate conuellantur? haud equidem video, cum vno eodemque
oculorum situ, vna res singularis, altera gemina conspiciatur. Quis verò dixerit illam
oculorum constitutionem, qua res proposita accuratissimè cernitur, quaque axes in
vnam operationem conspirant, violentam ac præter naturam esse; cum nullus alius si-
tus æque oculorum conditioni ingenioque sit accommodatus? Itaque alia inuestiganda
est huius apparentiæ causa, quam forte apud Mathematicos reperiemus; cum ad eius
præsentiam Philosophi Medicique cæcutiant.

Vitello libro tertio propositione 17. fingit radios opticos, siue qui perpendiculariter,
siue qui oblique in superficiem visus incidunt, ad communem neruorum opticorum
E originem penetrare, illos quidem directe, hos vero per anfractus; ita tamen omnes, vt si-
tum eumdem in congressu retineant, quem decisi a rebus ipsis acceperunt. Ex quo fit,
inquit, vt radij illi qui in mediam visus superficiem cadunt, medium quoque nerui
optici petant; qui verò ab vmbilico visiui organi æquali spatio declinant, pari quoque
interuallo à poro seu meditullio nerui optici deflectãt. Rursus quæ per axes, inquit, am-
borum luminũ deferuntur visibiles formę, in vnum eumdemq; locum nerui commu-
nis incidunt, sibiq; mutuò ita incumbunt, vt vnam formam efficiant, quæ proinde vnius
rei singularem notionem ingerunt: vt ipse docet libro 3. propositione 46. & 47. quæ
verò per obliquos radios appellunt prouectę ad communem neruorum congressionem,
F non sibi mutuo exacte congruunt: quamobrem fit, inquit propositione 103. & se-
quentibus libri 4. vt res illæ geminæ conspiciantur.

Hæc in speciem nonnihil significare videntur: & sane magnam persuadendi vim ob-
tinerent, nisi ex iis quę hactenus demonstrata sunt, hæc potissimùm obstarent. Primum
quidem illud, quod libro primo propositione 26. ostẽdimus omnes formarum produ-
ctiones, quarum appulsu cernendi facultas concitatur in centrum visus, quod crystalloi-
dis esse diximus, illabi congredique, ac velut sufflaminatas subsistere, tandemque com-
mori. Non igitur longius versus neruorum originem proferuntur; aut si progressus ali-
quis vlterior concedatur, is fiet in partes oppositas, ceterarum linearum more, quæ sese
intersecant. Neque enim id fieri posse eodem libro primo ostendimus, quod Vitello as-

ferit libro 3. prop. 22. & alias sæpè, radios nimirum qui ad aspectum porriguntur, priùs A
à centro visus infringi quam eò perueniunt, fractosque ad communem neruorum complexum pergere, nulla facta in centro visus congressione, solumque opticum axem per centrum visus incedere.

Secundum, quod eodem primo libro propositione 24. luculenter à nobis demonstratum sit, præcipuum visionis organũ non esse eam neruorum opticorum partem, qua in vnum conueniunt, aduersus Vitellonem & Alhazenum: sed anteriorẽ crystalloidis faciem, quæ Aranea nuncupatur. Quorsum igitur aspectabilium rerum imagines supra crystalloidem euectas, ad ipsam quoque neruorum communem congressionem penetrare comminiscamur? Hoc profectò Vitelloni consequens visum fuit: at vno absurdo dato, vt in prouerbio est, alia sequi, eaque maiora necesse est. B

Tertium rem facit prorsus impossibilem, quòd nimirum radij optici seu foraminum visibilium productiones cum neruis, à quibus oculorum orbiculi dependent, rectam neutiquam lineam efficiant. Nequeunt itaque eorum quæ spectantur simulachra per hos sinus flexusque transferri, cùm illorum ea sit natura, vt rectis semper lineis ferantur, vt libro primo propositione 50. demonstrauimus. Quamobrem hinc illa etiam nostra commendatur sententia, qua visionem in aranea tunica perfici libro primo propositione 27. diximus, scilicet quia visibiles species supra oculos efferri nequeunt. Ab aranea verò accepta rei notio ad communem sensum non propriè transfertur: sed per consensum superiores facultates ad sui dignotionem allicit: ita inquam affecto extremo C
digito phantasia mouetur; motaque phantasia, appetitus concitatur; hoc verò imperante, quæ neruis inest facultas musculos agitat, & corpus in eam quæ præcipitur partem dirigit. Quæ omnia non per qualitatum traductionem fiunt, sed per cõsensum singulis partibus à natura ingenitum, quo vna affecta, & altera compatitur. Sic ergo cum primum externum visus organum, araneam dico, admissam rei obiectæ imaginem percipit, mox sensus communis, ac ceteræ etiam superiores facultates naturali quadam propensione compatiuntur, & quod proprij est muneris exequuntur.

Quartum denique nihilominus Vitelloni aduersatur: quod videlicet substantia neruorum opticorum crassa omnino sit, ac lumini impervia. Quare fieri non potest, vt per hos simulachra rerum permeent, quæ lumine velut hypostasi vehuntur. D

Ex his constat, neminem eorum qui de geminato aspectu scripsere, propius ad veritatis scopum accessisse quàm Galenum, qui hoc ecta sensit, toties vnumquodque obiectũ numerari, quot locis distinctis cernitur. Nam & propositione 4. libri tertij nos ipsi ostẽdimus Numerum ex diuisione cognosci, eaque omnia numerari solere, quęcunque ab inuicem loco distinguntur, & interuallo distant. Vnde & vnum vt multa videmus, cum vnum pluribus in locis cernimus: quemadmodũ in præfractis speculis, & per vitra multis planis lateribus cælata, sic multa quoque vnius instar vtiq; videremus, si fieri posset vt absque specierum perturbatione vno ea loco conspicerẽtur. Quamuis autem hæc multitudinis notio, quæ ex locorum distinctione sumitur, plurimis erroribus obnoxia sit; est tamen adeò familiaris, vt si res eadem pluribus locis reponeretur, (quod fieri posse E
nemo diffitebitur, qui de diuina omnipotentia rectè sentiat) non sensus modo, verum etiam ratio ipsa in errorem prolaberetur, & non vnam, sed plures iudicaret, ac tot prorsus numero, quot locis distingueretur. Itaque quidquid distinctis cernitur locis, id toties numeratur, ac velut multiplex conspicitur: siquidem quod pluribus locis videtur, id quodãmodo sæpius conspicitur. *Quod vero* (vt Aristoteles loquitur in Problem. sect. 31. q. 11.) *bis noster animus inspexit, id geminum se inspexisse existimat. Proximum euenit, cùm digitos mutatis vicibus implicamus, itáque aliquid tangimus. duo namque sentimus, eo quod vnum bis tangimus.* In hac porro fallacia tactum visus facile reprehendit: quod ipse etiam Philosophus adnotauit libro de insomnijs cap. 2. scribens his verbis: *Item perplexis digitis quamuis quod vnum est, duo appareat; tamen esse duo neutiquam dicimus, quia visus superior tactu est: quod si solus tactus esset, duo esse quod vnum est, iudicaremus.* Ne- F
que si quis causam postulet cur vnum geminum appareat, alia verior reddi poterit, quam quod duobus cernatur locis. Quibus autem modis contingat vnum idemque visibile pluribus locis spectari, abunde docuimus in fallacijs quæ circa Locum contingunt; quod Galenus non est assecutus.

Supereſt modò vt ostendamus exemplum à Galeno superiùs adductum non vniuersè verum esse. Si enim columna inter aspectum & aduersum parietem collocata sit, axesque optici in eam defixi contineantur, ea eodem semper loco spectabitur, siue

vtroque

A vtroque oculo, siue altero tantùm conspiciatur: at si in punctum quoddam parietis axes defigantur, tum sanè eueniet, vt aperto dextro oculo, in sinistram partem prosilire columna videatur, aperto verò sinistro, in dextram. Est enim obiectus paries horopteris loco, quòd in eum axes optici conueniant: in ipso proinde duobus oculis gemina columnæ phantasia recipietur, vna dextro oculo in sinistris, altera sinistro in dextris, vt propositione 119. huius libri ostendimus; nec aliter vtroque simul oculo, quam singulis vicissim obseratis, contra quàm Galenus putauit. Nam is axes mutabat, & cum duobus intuebatur oculis acies in columnam intendebat, quam proinde vnam & medio loco constitutam cernebat; cùm verò altero tantùm, axes in parietem defigebat, in quo tum
B gemina phantasia alternis visibus apparebat, vti diximus: vna in dextris sinistro oculo, dextro altera in sinistris. Qua in re nos quoque aliquando hallucinati fuimus, priusquam horopteris naturam perspectam haberemus. Quòd si Galenus superstes etiamnum existeret, amice ipsum orarem, vti oculorum acies in signum aliquod inter aspectum & columnam medium defigere, ac tum alterum vicissim oculum claudere & aperire ne grauaretur, videret vtique dextro oculo columnam in dextris, & sinistro in sinistris; non autem, vt ante, situ permutato in sinistris dextro, & in dextris sinistro, quod nos suprà eadem propositione 119. aperte demonstrauimus. Quid porrò ad hæc Galenus? rem credo primo tacitus secum perpenderet, ac tandem experimento conuictus in nostram sententiam manus daret.
C Cùm itaque errorum qui circa Numerum eueniunt eadem sit causa, qua nos circa Locum falli contingit; nil opus est plura huc loco attexere, præter hæc pauca consectana, quæ solùm proposuisse sat erit, ne prolixiore oratione tædium Lectori afferamus.

CONSECTARIVM I.

Fieri nequit, vt quod vno tantùm videtur oculo, geminum appareat.

HVIVS rei ex dictis perspicua est demonstratio: nàm superiùs propositione prima
D ostendimus, vno oculo rem vnam vnico dumtaxat loco spectari. Quoniam itaque secundùm apparentium locorum numerum rerum phantasiæ quoad aspectum geminantur, necessario efficitur, vt vnum appareat quidquid vno tantùm oculo cernitur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM II.

Visibile in axium opticorum congressu positum, necessariò vnum videtur.

ID ex propositione 118. huius libri perspicuè sequitur. Quia enim horopter per
E communem axium opticorum concursum transit, oportet in horoptere reipsa existere id quod in axium opticorum communi congressu spectatur: id proinde cum per 118. propositionem proximè citatam vno appareat loco, etiam vnum appareat necesse est. Hinc fit vt visile, in quo concurrit axis communis vel communis radius vnà cum altero axe optico, vnum appareat; quòd scilicet in idem punctum necesse sit alterum quoque opticum axem conuenire. Hinc fit etiam, vt omne quod extra horopterem cernitur, multiplex ambobus oculis appareat; siquidem pluribus spectatur locis, ideoque & secundùm numerum multiplex.

CONSECTARIVM III.

F
Distracta luminum societate cuncta geminari videntur.

MIRABILIS ille oculorum consensus, quem libro primo propos. 19. explicauimus, non leue suggerit huius veritatis argumentũ. Eam siquidem potissimum ob causam oculorum orbes naturali quadam velut propensione, insitáque vi eodem semper rapiuntur, vt coniunctis obtutibus res obiectas accuratiùs videant, hoc est proprio in loco, ac singulari numero singulas. Tum porrò sociati obtutus dicimus, cùm axes optici ad rem propositam congrediuntur; vel saltem cùm res quæ cernitur, in ipso existit horoptere, tamquam in visionis termino, vltra quem citraque omnia pluribus locis spectantur;

ctantur; quare & singula vt multa conspiciuntur. Distracta igitur hunc in modum luminum societate, seu axibus vltra citráve rem visilem cogredientibus, geminari phantasiæ videntur, quòd in diuersa loca distrahantur. A

Sunt quibus ab vtero id vitij adhæsit, vt firmas acies continere nequeant, inque rem obiectã axes opticos certò desigere: qualis nobis superioribus diebus visus est adolescens, adhuc impubes, corpore bene habitus, oculisq; integerrimis, præter id vnum, quòd cominùs quidē res articulatas, eminùs verò confusas spectaret, & quodammodò geminas, quarum phantasiæ diuturniore aspectu non eamdem semper intercapedinem obseruabant, sed nunc maiorem, nunc minorem; ex eo nimirum quòd optici axes interdum propiús, alias remotiùs coniungerētur. Eius porrò rei causam, posteaquam multa interrogassemus, in musculorũ imbecillitatem conijciendam putauimus, ea præcipuè coniectura adducti, quòd oculi, quamuis exteriùs perspicui essent, subtus tamen plurimo humore madere viderentur, non ex accidenti, sed ex vitiato partis habitu: hinc nempe debiliores effecti musculi oculorum motores, ij pręsertim qui obtutum desigunt, minùs etiam prompti ad exequendum arbitrij imperium reddebantur. B

Strabonibus ait Aristoteles in Probl. sect. 31. q. 7. omnia geminari, *quòd eis oculus non in suo medio nexus locatusq; sit, ac proinde duplex in eis conspectus, peruersaq; videndi ratio.* Verum satis constat, vel ipsorum qui distortos oculos habent, proprio testimonio, omnia ipsis singularia videri, in quæ opticos axes defixerint. Cuius rei non satis idoneã causam Alexander adfert Aphrodisęus l. 2. probl. q. 124. quòd oculos nō sursum deorsumq; deprauatos habeant, sed dextrorsum ac sinistrorsum. Hæc ratio quàm parum ad rem faciat, ex iis quæ sæpè huc vsque diximus satis constat. Nam & distortis in dextram sinistramq; oculis phantasiæ geminãtur, quod in fallaciis, quæ circa Locum obueniunt, abundè ostendimus. Vera igitur causa cur strabonibus non geminetur aspectus, hæc est, quòd non axes, sed crystallinos dumtaxat humores dissociatos habeant; hinc autem sequi libro primo prop. 10. ostendimus, vt cùm axes iungunt, oculos a rectitudine deflectant; cumque oculos æquali situ contineant, non eòdem axes spectent quò oculi. Igitur licet oculos in diuersas partes abducant, (dum id proprio quodam pacto faciunt) non tamen illis ita vt nobis cuncta geminari videntur, quòd oculos torquere cogantur, vt axes coniungant. At nolumus hoc loco cum principe Philosophorum contentiosum funem trahere. nam de iis fortè eius est sermo, quorum oculi spasmo vel paralysi tentantur: qui enim ex his causis efficitur strabismus, oculorum acies distorquet, & eorum quę spectantur phantasias congeminat. C D

CONSECTARIVM IV.

Res vna geminari etiam oculo suppresso videtur.

Hoc experimenti genus abundè omnibus perspectum est, causaque ex dictis notissima. Constat enim alterius oculi compressione opticos axes in diuersas partes abduci, atque idcircò naturalem illam obtutuum societatem dissipari: non ea prorsus ratione, qua ad voluntatis imperium aspectus contrahuntur aut diducuntur (hoc namque motu axes in eodem semper sunt plano per 13. propos. libri secundi) sed ita vt nequeat oculus externa vi compressus liberè moueri, eoque sese conuertere, quò alter intenditur. Quamobrem alterius oculi suppressione plurimùm contingit axes ita dissociari, vt non in eodem sint plano, & apparentes phantasiæ ei quæ centra visuum connectit, minimè exæquentur; sed vna altera sublimior depressiórve existat, prout oculorum alter vel surrigitur altiùs, vel plus iusto deprimitur. Fit etiam, vt quæ presso cernitur oculo, illã, quæ libero, obscurior appareat: proptereà scilicet, quòd hæc per axem, illa per obliquum radium ad obtutum perueniat. E

FALLA-

A
FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MOTVM ET QVIETEM.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

Proiecta ob eximiam motus pernicitatem sæpè non videntur.

B EXEMPLA huius rei quamplurima sunt, in iis rebus quę insigni vi eiiciuntur; vt sunt sagittæ à tensis balistis eiibratæ, & plumbeæ glandes quas è bellicis fistulis sulphureus puluis intus accensus explodit. Hæc enim cùm primùm accepta ab impulsu virtute erumpunt, aliquousque omnem obtutus aciem effugiunt: nulla sanè alia de causa, quàm propter eximiam motus pernicitatem, qua priùs asportantur, quàm in eis quiescere aspectus possit. Libro primo propositione 83. ostendimus ad perfectam visionem tempus requiri, quo internus sensus, quem communem dicimus, singulas obiecti partes ac differentias explorare possit. Hoc verò tempus quò longius est, eò profectò accuratiùs obiectum percipitur;
C quò verò breuius, eò imperfectiùs. Cùm ergo breuissimum est, ac velut momentaneum, fieri quidem potest, vt externum organum obiectum percipiat, visibili nimirum formâ puncto temporis in eo excitatâ; at vt communis facultas eius notionem aliquam seu internum simulacrum efformet, fieri omnino nequit, ob eam quam supponimus temporis breuitatem. Hæc ergo est germana causa, cur proiecta sæpe non videantur.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

Aliàs ocyssimè delata, totum, per quod feruntur, spatium complere videntur.

D HINC titionis accensi aut scintillæ rotatu lucidus orbis emicat: hinc lapsi ignes de suprema æthetis regione igneum post se relinquunt vestigium: quod etiam in emissitiis ignibus videre licet. Hinc trochis insignitæ maculæ, cùm in orbem celerrimè agitantur, perspicuos circulos exhibent: quorum omnium vna est eademque causa, nempe motus quædam celeritas, ob quam fit, vt nequeat aspectus differentias locorum, in quibus res mobiles diuersis temporum momentis existunt, distinguere. Exempli gratia, si mobile quodpiam per spatium A E feratur, tanta velocitate, vt visus nequeat differentias locorũ interiectorum distinguere, videbitur id per totum spatium simul diffusum esse. Cùm enim ab A latum

A B C D E

E erit in B, ob temporis breuitatem, qua ab vno in alium locum mobile transcurrit, non poterit communis sensus loci vtriusque discrimen internoscere. Apparebit itaque vnus & idem, atque idcirco res ipsa quæ mouetur eodem tempore in A simul & B existere putabitur. Cùm verò eadem sit in ceteris locis C, D, & E ratiocinatio, totum spatium A E, eò quòd ocyssimè defertur, compleri videbitur.

Si tempus quo spatium A C decurritur insensibile quidem sit, id verò omne quod spatium A C superat sensibile, cùm primum mobile ab A in C peruenerit, totum spatium A C rei motæ phantasia impletum videbitur; mox verò continuata latione, cum in D mobile delatum fuerit, ipsius quoque phantasia prioribus partibus derelictis, nouas inuadet;
F ac portionem spatij B D complebit: denique cùm extremum punctum E mobile attigerit, ipsius phantasia spatium C E occupabit, deserta nimirum portione B C, & ad nouam D E protensa. Hac igitur ratione id quod mouetur, licet puncti formam habeat, tamen continuò delatum lineæ instar apparebit, quæ totum quidem per quod res decurrit spatium minimè complebit, sed priùs ab A C in B D, & hinc in C E spectabitur: cumque in B D erit, partem post se spatij relinquet A B, in qua iam videri desinet, partem verò ante se habebit D E, ad quam contendet, & in qua mox conspicietur. Hæc manifestè videre licet in scintillis, quæ flammæ impetu ab accenso rogo egeri solent: hæ namque velut igneæ quædam lucentesque lineæ apparent, plurimùm sane incuruæ, ac fortuitò conformatæ, secundùm spatia per quæ scintillæ sursum efferuntur.

PRO-

 A

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA.

Motus circularis perpendiculariter spectatus eminùs rectus apparet.



ID præcipuè videre licet in Planetarum motibus, qui ab epicyclis fiunt ac in illis item, quibus claui peripheriis rotarum infixi circumactis rotis feruntur, cùm perpendiculariter aspectui exhibentur. Vti enim circuli per quos hi motus fiunt, velut rectæ lineæ eminùs conspiciuntur per 57. propos. libri huius: ita & motus spectantibus recti existimantur, vno siquidem modo lationes & spatia per quæ fiunt, oculis apparent. B Hinc fit vt quæ circulari motu cientur, repetita crebrius eadem orbita, reciproco motu recto ire ac redire perpetuò videantur, cuius extremitates seu termini vltimi sunt puncta illa circularis motus, ad quæ radij optici circulum tangentes definiuntur. Hæc enim extrema sunt ad quæ visus pertingit, & à quibus se recipit motus. Ergo quoniam mobile sæpiùs in orbem actum identidem hæc puncta repetit, atque ab vno in aliud perpetuò commeat, non modò rectus hic motus, verùm etiam reciprocus apparet. Porrò inæqualis etiam videtur; siquidem mobile æqualibus temporibus inæquales partes apparentis spatij emetitur, hoc est maiores in medio, circa extremitates verò minores, ideoque hic tardius, illic ocyùs promouet: quamobrem Planetæ cùm in epicyclo medias partes inter summas imasque obtinent, Stationarij vocantur ob motus tarditatem; C cùm verò secundùm signorum ordinem feruntur, Progressiui dicuntur; at Retrogradi, cùm aduersus signorum ordinem incedunt.

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

Quæ in orbem celerrimè agitantur, quiescere videntur.



EXEMPLO sunt trochi quibus pueri lusitant: illi namque, præsertim si torno exactè sint elaborati, impetu e spira excussi, tanta pernicitate circumaguntur, D vt voluminum diuersitates sensu percipi nequeant, ob temporis breuitatem, quod inter initium ac finem cuiusque periodi intercedit. Si enim tempus hoc, sanè breuissimum, sensum omnem fugiat, etiam circulationes ipsę per se singulæ imperceptæ transcurrent; atque ea propter quiescere, qui circumagitur trochus, putabitur.

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

Spiritibus concitatis moueri, quæ quiescunt, existimantur.

E



PERSPICVA huius rei exempla habemus in iis qui vertigine infestantur, & in pueris cum verto desierint. His enim videntur

Lucret. 4. de natura.

Atria versari, & circumcursare columna,
—— vix vt iam credere possint
Non supra sese ruere omnia tecta minari.

Idem in ebriosis subinde animaduertere licet, ac in iracundis, iisq; qui vel ex graui febris ardore delirant, aut ex melancholia furunt atque insaniunt.

Horum porrò effectuum causa libro primo propos. 25. abunde est explicata. Quamuis enim vis efficaciaque cernendi non insit animali spiritui, ceu proprio ac principali organo, F multo vero minus excrementitio humori in spiritum resoluto; hæc tamen non minimam partem probæ functionis sibi vendicant: faciunt enim ad organi dispositionem; quæ si naturæ sit consentanea, perfectam facit operationem; si verò dissona, non aspectus modo, verùm etiam internorum sensuum, ac ipsius denique rationis vsum peruertit, omniumque facultatum, quæ imperio voluntatis subiiciuntur, œconomiam pessumdat. Hinc ergo cùm spiritus interni concitantur, siue illi viuifici sint & salutares, siue ab inferiori corporis officina seruore quopiam præter naturam in sublime elati, & quæ extrinsecus visui sese offerunt, simili motione agitari videntur.

PRO-

A

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Nauigantibus ipsa, qua vehuntur, nauis stare; cetera quæ stant, præterire videntur.



ITA de his cecinit Lucretij Musa libro 4. De natura rerum:

Qua vehimur naui, fertur, cùm stare videtur;
Quæ manet in statione, ea præter creditur ire:
B *Et fugere ad puppim colles campiq; videntur,*
Quos agimus præter nauim. ——

Sic arbores, sic quæ procul cernuntur turres, sic ipsa sidera, sic denique cetera quæcumque stabili loco consistunt, delatis nobis,

—— *in assiduo sunt omnia motu.*

Si quæ porrò eam, qua nos vehimur, aliæ naues comitentur, hæ omnes stare vnà cum nostra videntur: quæ verò occurrunt, dupla celeritate præterlabi. Quia enim ex organi visiui motione, ceterorum quæ mouentur lationes colligimus per 43. libri tertij, ea etiam quæ quiescunt, præterire existimamus, cùm prætervectis nobis, noster oculus ad ea pòst relicta conuertitur: nihil enim est præter intelligentiam ipsam, quo nos po-
C tiùs quàm illa transferri cognoscamus. Cùm verò in eas quæ nobiscum vehuntur naues obtutum intendimus; quoniam oculi immoti manent, & naues eodem loco consistere arbitramur. Denique si occurrat aliqua pari velocitate delata, hanc duplo ocyùs ferri putamus illâ quæ reipsa quiescit, propterea quòd oculus noster, dum eam aspectu insequimur, duplo celerius moueatur.

His verò omnibus ratio intelligentiaque subuenit, quæ pluribus modis veritatem edocta, errantem aspectum reprehendit: quare nulli in his rebus crebriùs hallucinantur, quàm pueri, qui naturam ignorant aquarum, & scopulos littoraque immobilia esse non cogitant: idque his quoque vsu venire credunt, quod in ceteris experti sunt; tum scilicet res exterras moueri, cùm immoto corpore caput, vel capite immoto oculos ad res
D ipsas conuertunt: nam vt Philosophus scribit libro De insomniis cap. 2. *Non tantùm quoties sensile mouetur, sed etiam quoties sensus ipse mouetur, error euenit: sic littus videtur nauigantibus moueri, dum visus ab alio mouetur.*

Hinc facile est veteris cuiusdam fabellæ commentum explicare. In ponto Euxino binæ sunt insulæ Syndromides dictæ, quas & Cyaneas alij, alij Symplegades nuncuparunt, teste Plinio lib. 4. cap. 13. Has Poëtæ in ipso ponti ingressu committere inter se fabulati sunt. Scribit de his Valerius Flaccus lib. 4. Argonauticωn in hunc modum:

Hinc iter ad ponti caput, errantesq; per altum
Cyaneas, furor his medio concurrere ponto:
Nec dum vllas videre rates, sua cominùs acta
E *Saxa petunt, cautesq; suas, cùm vincula mundi*
Ima labant, tremere ecce solum, tremere ipsa repentè
Tecta vides, illa redeunt, illa æquore certant.

Hanc ob rem & Planetas nonnulli eas appellarunt, sicut idem Plinius est auctor lib. 6. cap. 12. tamquam πλαγκτὰς πέτρας, id est, errabunda saxa. *Quoniam*, vt Plinij verbis vtar, *paruo discretæ interuallo ex aduerso intuentibus geminæ cernebantur, paulumq; deflexa acie coëuntium speciem præbebant.* Ita aspectu delusi homines, illas, non se, moueri, & conflictantium in morem congredi sunt arbitrati.

Potest certè haud absimili errore ita decipi visus, vt rerum sinistrè acceptarum imagi-
F nes hominum animum faciant penitus cohorrere: quod quidem in certi generis ædificiis euenire necessum est, etiam prudenti viro & rerum opticarum perito. Statue tibi ędem, cuius in primis partem imam parietes toto ambitu cingant crebris angulorum flexibus infractj: ex his deinde fornix assurgat totidem angulis curuatus, qui in progressu in alias atque alias planarum partium commissuras distrahatur: tum finge in singulis partibus planis columnas singulas, quarum pars superior supra parietes in fornicis superiecti inclinatas partes procurrat, eo tamen modo, vt in ædis limine stantibus, columnæ omnes appareant rectæ; id quod hac ratione effici facilè potest, si angulorum omnium vtraque linea aspectu tecto velut è diametro oculis obiiciatur: ceteri denique ordines qui columnis imponentur, ita per singulorum planorum inclinationes duci intelligan-

tur, vt qui ex eodem ædis limine in altum suspiciunt, eos inferiorum partium seriem A
prosequi arbitrentur. Rebus ita comparatis, illud eueniet profectò, vt ædem deinde concitato gradu ingredienti tibi omnes ex columnarum partes, quæ supra parietes in fornicem excurrunt, prorsum aliæ, aliæ retrorsum labi, ac ipsi etiam superiores ordines pariter distracti inopinata ruina decidere videantur, & casu te elidere repentino. Nimirum qui ex ædis limine spectati anguli rectarum linearum speciem mentiebantur, alio de loco inflexi esse deprehenduntur; quo fit, vt quæ stare antè credebantur, mox soluta compage ruere subitò omnia existimentur.

Proxima huic illa est fallacia, qua subinde delatis iuxta lunam nubibus, hanc, non
illas moueri existimamus; tum illarum quæ accedunt, tum illarum quæ iam prætereuectæ sunt comparatione: nam si has spectes, dices lunam ex eis velut e latebris in conspectum prodire ipsis persistentibus; si verò illas consideres, dices ad ipsas lunam sensim promoueri, ac tandem etiam sese in ipsis penitus abdere. Cuius fallaciæ causa ex eo prouenit, quòd propter nocturnas tenebras præter lunam ac circumfusas nubes, nullum aliud vicinum corpus videatur, cuius respectu colligi possit, è duobus vtrum moueatur; luna, inquam, an nubes: nam libro tertio propos. 52. ostendimus motum non tarò à nobis cognosci ex vicinia corporis alterius quiescentis, præcipuè si tardus est. B

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA.

Eorum quæ pari velocitate cientur, remotiora minùs secundùm aspectum promouent. C

SIT oculus A, eique obiecta duo mobilia, vnum quidem B propinquius, alterum verò C remotius, quæ in parallelas lineas B D & C E pari velocitate incedant, hoc est, tempore æquali æquales illarum portiones B D & C E emetiantur: dico eo tempore quo mobile propinquius B absoluerit spatium B D, mobile C videri minus spatium confecisse; proinde & tardiùs promouisse: id namque tardiùs moueri dicitur, quod æquali tempore minus spatium percurrit. Illud verò sequi in hunc modum demonstrabitur: Radij ab oculo procidant A D & A E: quoniam igitur parallelæ sunt B D & C E, erunt triangula A B F & A C E æquiangula; recti siquidē sunt B & C anguli, A verò vtrique communis: igitur & reliquus A F B reliquo A E C relinquitur æqualis, quando per 32. primi Euclidis cuiusque trianguli tres anguli duobus rectis sint pares. Quare per 4. sexti Euclid. proportionalia erunt D
triangulorum latera, vtque A B ad A C, ita B F ad C E: sed cùm B propinquius sit oculo A quàm C ex hypothesi, minus erit latus A B latere A C. Quare & B F ipso C E minus erit; at ex hypothesi C E æquale est ipsi B D: igitur B F ipso quoque B D minus erit. Est verò B F spatium apparens quod mobile C eo tempore conficit, quo mobile B spatium B D emetitur: itaque C tardiùs quàm B promouisse videtur; quod ostendisse oportuit. E

PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA.

Eorum quæ pari celeritate incedunt, remotiora pòstera fieri videntur. F

PRODVCTO enim radio A D versus partem D, vsque dum lineæ C E item productæ occurrat in G, erit rursus triangulū A B D triangulo A C G æquiangulum per iam paulò antè factam demonstrationem prop. præcedente. Igitur per 4. sexti Euclidis, vt A B ad A C, ita B D ad C G: sed minor est A B ipsâ A C ex hypothesi: igitur & B D ipsâ C G minor erit: ideoq; & C E eâdē C G minor. Cum verò mobile C in G delatū fuerit, tum æquè promouisse videbitur ac B cùm in D peruenerit, quòd D & G in eodem existant visus radio, vti quoque B & C. Itaque

A quę c in E perlatum minùs secùdùm aspectum promouit quàm B, cùm attigerit signum D: nam B D & C G spatia æqualia videntur, C E verò minus. Quocircà cùm C eodem tempore perueniat in E quo B in D, posterum fieri ipsum C videbitur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

Fieri etiam potest, vt quod ocyùs reipsa mouetur, oculo segniùs promoueri videatur.

B

PARI velocitate ea moueri oculorum iudicio existimantur, quæ æquis temporibus proportionalia spatia emetiuntur, seu veriùs quæ æquis temporibus æquales angulos opticos transcurrunt: qualia perspicuè sunt, quæ circa idem punctum ceu centrum in orbem acta similes circulorum peripherias æquis temporibus permeant. Horum enim spatia quoniam paribus angulis subtenduntur, vt ex 33. sexti Euclidis facilè colligi potest, æqualia è medio loco spectata apparent; ideoque & motus qui per illa fiunt æquales probantur. At perspicuum est, si dispari interuallo discretæ sint à medio res quæ mouentur, fieri omnino posse, vt quod ocyùs reipsa mouetur, lentiùs tamen procedere videatur: quia enim C eorum quæ pari velocitate feruntur, id quod remotius est, tardiùs promoueri videtur per 143. propos. huius libri, necesse est mobile, quod longiùs abest, debere acriùs incitari, vt pari celeritate deferri putetur. Ergo fieri potest, vt quod velociùs fertur, si maximo absistat recessu, lentiùs procedere aspectu iudicetur.

Exemplo solis ac lunæ res planior illustriorq; fiet. Quis hominum ignorat vtrumque hoc sidus propria latione secundùm signorum ordinem per Zodiaci circulum iter habere? luna verò, cùm sol expleto anno dierum 365. totam absoluit orbitam, propemodum tres & decem circulationes conficit: quocircà luna quàm sol ocyùs ferri videtur: at solis motus motum lunæ pernicitate superat; siquidem solaris eclipticæ ambitus vicies propemodum eclipticam lunæ comprehendit: igitur quoniam luna decies & D ter suum peragit circulum, cum sol suum semel absoluit, sequitur lunam tardiùs sole reipsa moueri. Ergo quod velociùs reipsa mouetur, aspectui segniùs tardiusque subsequi existimatur, quod erat probandum.

Hinc disparia illa principalium luminatium interualla, & respectus quotidie varij, vt nunc mutuo congressu iungantur, nunc tota cæli diametro dissideant, nunc medium aliquem inter extrema locum teneant. A congressu quidem luna solem anteit, & quotidianis spatiorum incrementis sensim ab eo diuellitur: ab oppositione verò rursus mutuum congressum deposcit: quare similibus interuallis subsequens luna solem tandem assequitur, à quo iterum digressa, easdem denuò repetit vices.

E

PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Quæ loco procul dissito mouentur, quiescere sæpè existimantur.

VTI proximè antecedens, ita hæc quoque propositio ex centesima quadragesima tertia velut consectarium elicitur. nam si eam ob causam mobile tardiùs secundùm aspectum videtur incedere, quòd paulò longiùs ab oculis distet; sanè cùm illud procul aberit, tardissimè summaque lentitudine promoueri videbitur, ac etiam quiescere omnino, si longissimo interF uallo disiunctum erit.

Sic naues in altum mare delatæ, quamuis ocyssimè prouehantur, stare tamen loco putantur, non modò cùm à nobis digressæ recta linea abscedunt, verùm etiam (quod admirabilius est) cùm illarum cursus directum visus nostri radium transuersùm secat. Sic astra, quæ summa alioquin pernicitate in orbem rapiuntur, propter immensam intercapedinem quiescere nemo non diceret, nisi aliquanto pòst tempore locum illa mutauisse deprehenderet. Idem euenit cùm

Ingenti clangore grues æstiua relinquunt
Thracia, cùm tepido permutant Strymona Nilo. *Claud. in bello Gildonico.*

Nam circa Augustas Kalendas, aut seriùs si minùs frigida est regio, ceu condicta aut lege

præstituta die in eumdem locum vnà omnes conueniunt, vnde in sublime euectæ sudo A ac sereno cælo discedunt: volant autem ad prospiciendum altæ atque immotis alis; quo fit, vt, ni diutiùs intenta acie aspicias, ipsæ immotæ pendere ab aëre videantur.

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si per eamdem rectam lineam mobile oculusq́; pari velocitate incedant, quiescere ipsum mobile videbitur; accedere verò, si oculi motus fuerit concitatior; si autem segnior, abscedere. B

REQVENS est hæc fallacia, atque in iis præcipuè locum habet qui mare nauigant, à terræ conspectu procul abducti. His enim ea quæ pari velocitate anteit nauis, stare videtur, quòd eodem semper interuallo absit, nullaque propinqua sint littora, quorum comparatione locum illa mutasse deprehendatur. At si amplioribus velis ea quæ spectantem vehit nauis incitetur, tum altera quæ segniùs anteit, accedere existimatur: siquidem eius minuitur distantia, nec se prouehi spectator videt aut sentit. Quam etiam ob rem abscedere illa putatur, cùm minùs spectator promouet, scilicet quia distantia augetur, seque quiescere ille arbitratur. C

Hac vsque fallacias enarrauimus, quibus circa communia obiecta aspectum falli contingit. Superest vt his illas adiungamus quæ in mediis obiectis vsu venire solent: quando & libro tertio communium obiectorum cognitionibus, mediorum etiam cognitiones adiecimus. Sunt verò errores perpauci quibus circa media obiecta obtutus noster decipitur: nec in pluribus illi quàm in transparentia & opacitate versantur. Nam circa vmbram & tenebras vix oculus fallitur, cùm in priuatione tota earum essentia sit constituta; ac multò etiam minùs circa similitudinem & dissimilitudinem, item circa pulchritudinem & deformitatem hallucinationes aspectus obueniunt, quòd D *circa hæc intelligentia potiùs quàm intuitus occupetur, vt eodem libro tertio ad calcem ostendimus. Igitur ad id quod reliquum est huius tractationis, vltimum gradum faciamus.*

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA TRANSPARENTIAM, ET OPACITATEM. E

PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Corpus mediodiaphanum opaco oppositum, transparens videtur; oppositum autem perspicuo, opacum.

E iis quæ mediodiaphana propriè appellantur, libro primo proposit. 30. F ac multò explicatiùs proposit. 31. à nobis est actum: verùm hoc loco paullò fusiore significatione quàm eodem libro primo mediodiaphana accipimus, nimirum pro iis omnibus, quæ magis quidem perspicua sunt, quàm opaca quædam corpora; aliorum autem magis perspicuorum comparatione, minùs articulatè formas rerum transmittunt. Hæc aio cum altero extremorum vicissim collata alterius extremi naturam conditionemq́ue æmulari. An fortè ex illa communi existimatione, quæ de contrariis iuxta se positis accipitur, sic vt minùs opacum iuxta opacius constitutum magis elucescat, hoc est magis iusto perspicuum appareat: ei verò comparatum quod impensiùs est diaphanum, minus quàm sit reipsa perspi-

A perſpicuum videatur,ſeu naturæ opaci propinquius? An ideò id quod mediodiaphanum eſt, perſpicuum videtur; quia per ipſum quod à tergo eſt, opacum corpus tranſparet; ideò autem opacum putatur, quia quod poſt ipſum eſt magis diaphanum, non cernitur, tamquam opaci corporis interpoſitione aſpectu prohibitum? Sanè vtraque nobis cauſa probatur: nam & contraria iuxta ſe poſita magis conſpicua eſſe in communi prouerbio eſt; & quod mediodiaphanum dicimus, opacitatis licet tenuiſſima aſperſione poſtpoſito diaphano impedimentum facit, quo minus perſpicuè videatur; contrà verò à poſtpoſito opaco mediodiaphani opacitas abſorbetur, vt lux minor præſentia maioris.

Sunt qui chalcedonio teſſellæ in modum complanato inſignia inſculpunt, ſubie-
B ctiſque propriis coloribus annulo includunt: cùm verò per exiguam ipſius perſpicuitatem ſubiecti colores tranſparent, prorſus diaphanus chalcedonius iudicatur. Et iterùm bullæ aëriæ ſub aquis conſpicuè cernuntur; quod ſanè mirum cuipiam videri poſſet, niſi hac propoſitione explicata iam cauſa haberetur; ſiquidem aër impenſiùs quàm aqua perſpicuus eſt: at quia aqua inter bullam & aſpectum noſtrum interiecta minùs eſt diaphana quàm aër, fit vt hæc opacior quàm reliqua circumfuſa aqua videatur. Quare cum aquam aëri incumbentem cernimus, bullam ipſam nos couueri exiſtimamus. Eodemque modo ſe res habet in pluribus aliis exemplis, quę quotidianus vſus docet. Igitur corpus mediodiaphanum opaco oppoſitum, tranſparens videtur; oppoſitum verò perſpicuo, opacum; quod erat explicandum.

C

PROPOSITIO CXLIX. THEOREMA.

Terſa corpora, ſiue quà obſcuritatem præ ſe ferunt, ſiue quà lumen à ſe remittunt, interdum tranſlucida putantur.

MIRA profectò eſt vis illa, qua terſa læuigataque corpora lumen, atque vnà cum lumine viſibiles colorum formas à ſe repellunt. Huius quidem virtutis originem primamq́; cauſam in Catoptricis, diuino adſpirante Numine, inueſtigare conabimur: at in præſenti, quia non puto eam oportere cui-
D quam eſſe dubiam, cùm ſit omnium hominum experientiâ comprobata, idcircò nobis hypotheſis loco erit. Qua igitur parte terſa corpora lumen ad intuentium oculos remittunt, eâdem ipſorum ſuperficies lumine quodam perfuſa cernitur: qua verò nullum ab eis lumen reſilit, eâdem obſcurus quidam color oculis oſtenditur: atque vtrouis modo ſpectentur læuigata corpora, dico ea interdum tranſlucida intuentibus apparere; quod nunc ſigillatim oſtendemus.

Primò enim quà lumen ad oculum retorquetur, diaphanum interdum videri id quod opacum eſt, ex eo accidit, quòd luminoſi corporis phantaſia vltra ſpeculare corpus cernatur, ac velut in quamdam ipſius profunditatem demerſum. (volumus autem planam eſſe eam ſuperficiem vnde repulſum ad nos lumen porrigitur.) Ergo cùm terſum ſeu
E ſpeculare corpus inter oculum intuentis & ſpectatum idolum interpoſitum ſit, tranſlucidum illud eſſe creditur, quia idolum ita cernitur, vt ſi per interiecti corporis læuis ſubſtantiam tranſpareat. Igitur ea ratione falli aſpectum ſæpiùs contingeret, niſi in propoſito caſu pars illa planæ ſuperficiei, vnde fit radiorum repercuſſio, manifeſtè conſpiceretur; quod nimirum nequaquam accidit, cùm res aliqua trans corpus diaphanum videtur. Hinc itaque ratio intelligentiaque ſagaciorum hominum externam viſus potentiam ſubinde coarguit: ex iis namque quæ vſu didicerunt, faciliùs promptiuſque iudicant, ac ſæpè labentem externum ſenſum reſtituunt.

Deinde quà nullum lumen à terſo corpore redit, eâdem quoque perſpicuum ſubinde iudicatur: ſi enim opacum eſſet, in id viſus definiretur. Nunc ergo quoniam hac
F parte viſum non terminat, ſed obſcuram quamdam atque indefinitam profunditatem oſtendit, qualem exhibet corpus reipſa diaphanum, cum eius poſtica obſcuro clauditur; fit vt corpus quod exquiſitè eſt læuigatum, qua parte obſcurum appatet, nullamq́; luminis ſpeciem offert, diaphanum videatur: imò quandoque omnino non videtur, ita vt perpetuum aërem nos contueri arbitremur à lucido in obſcurum deſinentem; cuius rei ea eſt cauſa, quòd corporis læuis ſumma planities oculis proximè obiecta non appareat. Sic variè in vna eademq́; re aſpectus noſter deluditur, cum mens ex aliarum rerum vſu argumenta minùs ſolida deducit, atque ita ſe ipſa in errores varios præcipitat. quod toto hoc 4. Opticorum libro in omni rerum ſpectabilium genere abundè oſtendimus.

A

PROPOSITIO CL. THEOREMA.

Crystallus supposito colore, cùm ex aduerso spectatur, tota infecta videtur.



ERSPICVA est huius fallaciæ causa ex natura diaphani. Color enim per crystalli densitatem fractis radijs transmissus, in ipsa tantisper hęrere, ac fluitantis in morem ludere videtur, priùs quàm ad obtutũ perueniat. Deinde ea crystalli planities quæ subiecto colori è diametro opponitur, radios B coloris sursum elatos ab interna seu caua sui parte suscipit, eosdemque ad infimam crystalli superficiem remittit; qui dum hinc rursus ad oculos redeunt primis radijs permixti, saturatiorem colorem in crystalli densitate, quàm in circumfuso aëre ostendunt: quo fit, vt crystallus ipsa vniuersè tincta videatur.

Eximium sane huius fallaciæ exemplũm in factitijs gemmis habemus. Crystalli fragmentum natiuæ gemmæ forma cęlatur, substrataque argentea bractea insigniter læuigata ac colore proprio infecta, suo loculamento committitur quàm fieri potest arctissime, ne temere excidat: ita enim fit vt crystallus vera ac naturalis gemma esse videatur.

Qui propiùs ad verarum gemmarũm imitationem hac nostræ tempestate accedunt, bina crystalli frustula ea figura cælant, vt simul iuncta vnius gemmæ formam referant: C oportet verò superficies illas, quibus committuntur, exactè planas esse; has porrò inter se coniungunt expressâ è calenti masticheè puriore lacrymâ, cui intritus est perfecteq; mistus perspicuus color. Mastiche namque liquescens igne, ac frigore obdurescens tamquam ferrumen partes crystalli in vnum corpus cogit; color autem cùm ex aduerso spectatus per crystalli densitatem profunditatemque transparet, ipsam longè viuaciore tinctura imbuit, ob varias vndique repercussiones, quàm si sola supposita sit infecta argenti bractea. Hæc ars natiuas gemmas ementiendi adeò veris similes exhibet, vt prudentioribus etiam imponant, nisi molę attritu durities exploretur, quę veris semper maior quàm factitijs inest. Cùm color ad manum non est, natura transparens, qualis expetitur, vitrea tessella simili colore tincta inter vtrumque crystalli fragmentum inseritur, pura mastiches lacrymâ perlita ac firmata, quæ eamdem exhibet naturalis gemmæ apparentiam. D

Possunt verò etiam colores varie permisceri, vti naturam ipsam in verarum gemmarum coloribus fecisse animaduertimus. Non enim carbunculi omnes eodem nitore rubent, neque omnes hyacinthi ex æquo flauescunt, neque smaragdi omnes pari virore perfusi cernuntur, sed alij herbaceũ, alij ærugineum æmulãtur; atque vniuersè omnium propè gemmarum colores aut essentia aut gradu perfectionis discrepant, secundùm varias locorum, quibus velut matricibus increuerunt, proprietates. Ergo qui hanc artem profitentur, magnum habere debent factitiorum colorum apparatum; sic namque fiet, vt vel simplici aliquo, vel pluribus vnà commixtis oblatam quamcumque gemmam perfectiùs imitentur. E

Huic fallaciæ affinis est illa, qua interdum homines ludificantur aspectus errore circumuenti. Patera ex vitro conflatur, duplicata ea ratione, vt duæ quodammodò sint, quarum vna alteram complectitur exiguo spatio inter vtramque relicto, quod cùm vino impletur, ita oculis imponit, vt simplex ipsa patera vinoque plena esse videatur, ex qua tamen bibere volentibus nihil sequitur. Quod faciliùs intelliges si fingas vitream bullam adhuc à fornace candentem, ductilemque tenui primùm foramine pertundi: deinde media sui parte reflecti, sic vt altera medietas alterius cauitatẽ subeat, pari vndique distans interuallo, sic item vt foramen priùs factum in summitate ambitus relinquatur: huius is erit, quem dixi, fallax vsus. Per foramen, quod in ipsius vasis ambitu relictum fuit, siphunculo imposito, aqua infunditur, quæ interstitium nequaquam ad summum expleat. F Pateram hanc qui intuentur, ex eadem illa parte qua lumen suscipit, simplicem putant, cuius cauum aqua infusa oppletum sit, ac tum præcipuè oculos fallit, cùm minime quiescit; siquidem aqua interstitio coërcita dum pariter agitatur, speciem aquæ in medio paterę fluitantis exhibet, haud secùs ac si patenti ipsius conceptaculo infusa esset. Nec minùs iucunda est hæc impostura, cùm in vice᷎ aquæ rubens ex atro merum infunditur; rubello siquidem plena patera existimatur, quæ dum epotanda alicui porrigitur, foramine ab ore procul remoto, nihil profundit, molestè ferentibus ijs qui bibere ex ea conantur. Facile tamen error detegitur, quando ex aduerso incidentis

luminis

A luminis inſpicitur. Si enim è pateræ cauo nullus luminis radius ad oculos intuentis porrigitur, tamquam à plana ſuperficie innatantis liquoris repercuſſus, inuincibile eſt inanis vacui argumentum. nullum enim dubium eſſe poteſt, quin ab extima liquoris ſuperficie, ſi quis intra pateræ cauum exiſtat, luminis radium in aduerſam partem remitti, ac proinde etiam videri oporteat.

PROPOSITIO CLI. THEOREMA.

Aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco cernuntur
B *vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.*

COLORES quibus aquæ tinguntur, aut craſſi ſunt & fæculenti, minimeq; pellucidi, aut vitri in modum perſpicui ac tranſparentes. Si primi generis ſit color qui aquæ inſperſus innatat, palàm eſt eum ex aduerſo luminis ſpectatum atrum atque obſcurum videri, propterea quòd corporis craſſities luminis radium intercipiat, ac verſus originem repellat. Quod manifeſtè apparet, cùm vitream ampullam aqua tincta plenam luminis radio obiicimus. Idem verò color, ſi vitrum ea parte ſpectatur qua luminis radium ſuſcipit, propriam ſpeciem formamq; exhibet, quam nempe repercuſſus luminis radius ad oculos intuen-
C tis refert. At ſi apprimè perſpicuus ſit aquæ infectæ color, ex aduerſo quidem luminis ſpectatus propriam repræſentat imaginem, tantò viuacius, quantò lumen eſt excellentius: ex eadem verò parte ſpectatus, qua lumen procidit, obſcurus apparet; ac tantò etiam atrior, quantò eſt ſaturatior; tantoque clarior, quantò dilutior eſt. Cùm enim luminoſus radius per aquæ ſimul ac coloris ſubſtantiam directò penetret nullo obſiſtente, nullaque parte ad intuitum repulſa, certè nec aqua nec color videbitur, ſed atræ opacitatis ſpeciem exhibebit: nam quod non videtur, ſimilitudinem quamdam tenebrarum præ ſe fert, vt libro primo non vno loco diximus. Igitur aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco ſpectantur vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.

Simile quiddam in mari videre licet, dum poſitis fluctibus planum oſtendit æquor:
D nempe ſub ſolis occaſum; ſi ad orientem conuerſi aquâ maris intuemur, opacam quamdam profunditatem in ea cernimus. Siquidem ſolis claritas in ſummam aquæ planitiem obliquè incidens vmbram ſubtus adauget, inde verò in oppoſitam partem (orientem ſcilicet) reiecta, maiorem aſpectui concedit penetrationē; ſic ergo fit, vt obſcurior aqua ea parte appareat. At contrà, ſi aduerſo ſole mare aſpicimus, ipſius fulgor aquarum planitiem ita perfundit, vt nullus aſpectui pateat in profunditatem aditus: idemque ab aquæ læuore reſiliens, oculorum aciem ita perſtringit, vt quamuis velit, nihil tamen perfectè videre poſſit.



FRANCISCI AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER QVINTVS DE LVMINOSO ET OPACO.



ARGVMENTVM.

LIBRO primo propoſitione 30. & ſequentibus explicata eſt quadamtenus natura luminis, quoad ſcilicet ad obiectum viſus primò attinebat, eiusque cognitio ad intelligentiam viſibilium ſpecierum conducibilis erat. Quo etiam loco de coloribus vtcumque eſt actum, quatenus nimirum ab ipſis alij quidam tenuioris eſſentiæ colores exoluti ac luminis ope ad aſpectum delati, illos qui in rebus ſunt, velut propriæ imagines repræſentãt. Nunc de luminis profuſione ac propagatione, de luminũ concurſu & occurſu, de luminis illapſu in varias corporum formas, de vmbrarum productione, deq; varia figuratione luminis per foramen traiecti non pauca proponenda occurrunt,

quæ

A *quæ omnia magnam habent cum Optica cognationem. Nam lucidum corpus est velut oculus, (quare sol à Philosophis mundi oculus nuncupatur:) opacum verò corpus instar obiecti est quod perspicitur: at lumen ceu radius opticus hinc solem corpúsve quod suapte natura collucet, illinc adopton attingit: sic enim D. Chrysostomus homil. 55. in cap. 9. Ioan. de cæco à natiuitate:* Quod sol mundo, hoc oculus corpori. Extincto enim sole, omnia perduntur & perturbantur; ita amissis oculis pedes inutiles sunt, & manus, & animus. *Item Plato de Rep. lib.* 10. protendi *asserit*
B cæleste lumen per mundum vndique vniuersum, quasi mundanæ animæ visum, quo suum id totum cernat, tangat & foueat. *Est verò opacum corpus à luminoso haud penitus absimile. Nam quemadmodum lucenti corpori congenita est lux, quæ de se lumen velut sobolem gignit: ita opaco corpori obscuritas quædam à prima origine inserta est, quæ vmbram de se profundit. Distant autem, quòd luminosum hoc solum à natura habeat, vt lumen ex se producat; at opacum, lumen vario modo suscipiat, & vmbram in diuersas partes proijciat. Hunc porrò locum propriè sibi ven-*
C *dicat hæc tractatio. Est enim quædam explanatio eorum, quæ hactenus de visu eiusque functione ac radio optico proposita sunt: præceptio autem eorum, quæ sequenti libro de proiecturis vniuersè tractabuntur. Vti enim luminis profusio cum radio optico, ita vmbrarum in planum susceptio cum proiecturis exactißimam habet comparationem: vnde Gnomonicæ horarum descriptiones solaris radij vmbræque in subiectum planum proiectiones quædam esse videntur, quas proinde nullo negotio, ac velut propria Mineruæ addiscet, qui his primùm rebus operam dederit. Et Vitruuius ait per Opticen in ædificiis à certis regionibus cæli lumina rectè duci. Quid ita? non aliam profectò ob* Vitruuius lib. 1. c. 1.
D *causam, quàm quia eadem propemodum est luminis atque aspectus productio. Quare idem ita monet: Quoniam aut communium parietum altitudines, aut angustiæ loci impediundo faciunt obscuritates; linea seu funiculus tendatur ab altitudine parietis qui videtur obstare, ad eum locum cui lumen oporteat immittere, & si ab ea linea poterit puri cæli amplum spatium videri, in eo loco lumen erit sine impeditione; sin autem officient trabes, seu limina, aut contignationes, de superioribus partibus aperiatur: & ad summam è quibuscunque partibus cælum prospici poterit, per eas fenestrarum loca relinquantur: sic enim lucida erunt ædificia; vna siquidem eademque est suscepti lumi-* Vitruuius lib. 6. c. 9.
E *nis atque aspectus via. Quocircà post eorum tractationem quæ visui propriè insunt, priùs quàm ad proiecturas accedamus, medias hasce luminosi opacique corporis affectiones inserere placuit, quas partim physicis partim mathematicis rationibus, quod hactenus factum est, confirmabimus.*

DEFINITIONES.

F

I.

Corpus luminosum id esse dicimus, à quo vtcumque lumen profunditur.



ERSPICVA sanè est hæc definitio, & quæ expositione non indiget. Porrò nihil omnino ad præsens nostrum institutum attinet, an per luminosum corpus id solum intelligas, quod proprio coruscat fulgore, vt sol; an verò id etiam, quod non nisi externo lumine affluente splendet, vt luna. Nos id omne intelligimus à quo lumen vtcumque propagatur: sic vt fusiore significatione luminosum, quàm lucidum splendidúmve corpus accipiatur.

A

II.

Diaphanum corpus dicitur, quod lumini peruium est.

DIAPHANVM idem est quod Aristoteli Perspicuum, cuius definitio tradita est libro primo propositione 30. atque etiam dilucidè ibidem explicata: quare superuacaneum erit eam in præsenti pluribus verbis enucleare. Fuit verò in memoriam hoc loco Lectori reuocanda, quòd ex ipsius cognitione definitio opaci dependeat, vt mox apertiùs licebit animaduertere. Ita quippe contrariorum alterum ex alterius perceptione internosci plurimùm solet. B

III.

Adiopton siue opacum dicitur corpus, quod lumini imperuium est.

Ex natura diaphani facilè colligi potest definitio vmbrosi: vti enim transparens est, per quod lumini transitus patet; ita vmbrosum siue opacum, quod lumen prohibet arcetque. Porrò sitne opacitas propria ac peculiaris qualitas, qua corpora quæ vmbrosa dicuntur lumini obsistunt; an verò à luce coloribúsve eam facultatem mutuentur, libro primo propositione 31. diffusiùs est explicatum. Cuius quæstionis hæc est summa, Omne corpus naturæ conditione translucidum esse, perque colores lucémve, quæ suapte vi aspectum terminant, adiopta fieri. C

IV.

Lux dicitur quæ fulgenti corpori congenita est.

QVÆDAM innata luce fulgent, vt sol reliquaque sidera, præter lunam, quæ primarium lumen soli acceptum referre debet; proprio insuper lumine collucent ignis, nitedulæ, piscium squamæ, ac putres quercus: alia lumen ab aliis mutuantur, vt sunt specula, atque diaphana omnia, cùm luminoso cuipiam corpori obiectantur. Quæ prioribus ingenita est qualitas fulgida atque coruscans, lux propriè nuncupatur; D quæque ab hac velut soboles progignitur, ac per translucidum medium longè latéque diffunditur, lumen dicitur, lucisque imago, illi colori similis qui ab alio colore, corpori penitus inserto, vi luminis appulsi deciditur; atque eiusdem luminis ope nixus, per diaphanum medium transuehitur.

V.

Lumen est aspectabilis qualitas à luce prognata, ac per diaphanum medium longè latéque diffusa.

HAC velut propria nota lux à ceteris manifestis qualitaribus distat, quòd de se sui E simillimam qualitatem ceu quamdam propaginem fundat. Id verò nulli alteri per se contingit. Cuius rei explicandæ gratia notandum est qualitates omnes, quæ actiuæ vocantur, duûm esse generum. Quædam enim sunt cælestes, aliæ elementares. Cælestes sunt, calor solis, lunæ dominatus in humida vniuersa, aliorumque siderum occultæ vires. Quibus persimiles sunt eæ quæ in sublunaribus specificæ vocantur, ita dictæ, quòd per manifestas materiæ qualitates explicari non possint, quas proinde admirati plerique solent propter causæ ignorationem, cuiusmodi sunt magnetis erga ferrum durumque chalybem; nephritidis aduersus renum calculosam saburram; rhabarbari ad exturbandam bilem; aliaque sexcenta, quæ ad profligandas varias noxas F vtilia hominum industria solertiaq; adinuenit. His omnibus id commune in primis est, quòd effectus proferant dissimiles causis. quare nullam cum luce cognationem habent, quæ lumen simillimam sui sobolem procreat.

Deinde cùm hæ omnes virtutes cominùs tantùm suapte natura agant, & quasi per contactum: cælestes autem illæ longissimo interuallo à nobis seiunctæ sint, probabilis ratio suadet, eas luminis ope in hæc inferiora influere, cùm videamus astris omnibus quamdam lucis portionē esse cōgenitam, ac tum maximè agere, cùm præcipue fulgent.

Inter elementares duæ in primis, quæ passiuæ vocantur, longissimè à natura luminis distant: nam neque humiditas qualitatem, neque humectatio alterationem significat.

Est

A Est enim in aquea substantia humiditas, quod in oleacea pinguedo: & vt pinguedo illita pinguefacit, sic humiditas solo adhæsu humectat. Rursus siccitas humiditatis solius est defectus, exsiccatioque humoris absumptio.

Inter actiuas verò frigus nullam de se frigiditatem effundit: quod etsi mirum fortassis nonnulli videbitur; est tamen à ratione minime alienum, & experientia hoc ipsum manifeste demonstrat. Nullum siquidem, quantumuis frigidum attactu corpus existat, vt glacies in proxime admota, vllum frigiditatis sensum ingerit: sed sola attrectatione frigidum vnumquodque sentitur. quod sæpè inficiantibus ludicro experimento ostendimus, cùm exporrecta manu obuelatisque oculis edicere ipsos iuberemus, an admoti
B proxime frusti glacialis frigiditatem persentiscerent. Fiebat enim subinde vt sentire se quidpiam dicerent, cùm nihil esset admotum, aliàs se nihil prorsus sentire affirmarent, cum frigidum corpus adeò prope admoueretur, vt solùm non tangeret. Sic igitur propria sententia conuicti, in veritatis agnitionem veniebant. Quæ verò aduersus hanc veritatem in speciem pugnare videntur, facillimam habent explicationem. Quod sanè luculenter ostendi hoc loco posset, si huius esset instituti: at quia lucem noster opperitur discursus, cœptam qualitatum enumerationem prosequamur.

Superest calor, qui, vt apparet, diffusiuus, quemadmodum lux: siquidem vt hæc lumen, ita calor calorem gignit. Verùm non sine luminis ope à calore qui in igne residet, alius calor propagatur: quocircà non per se primò calor sui est diffusiuus quemadmo-
C dum lux. Deinde verisimilius equidem existimo à materia igni succensâ, vaporem item accensum efflari, qui occulte per aërem delatus, obuia quæque attactu calefacit, atque etiam deurit, si densitatem aliquam obtineat.

Hinc enim fit vt luculentiori igni propiùs admota vstulentur, tametsi aspectabilem ipsum ignem non contingant, id quod in charta ac stupa persæpe apparet; at longe manifestius in naphtha, asphalto, succinis, aliisque quæ e longinquo flammâ suffurantur.

Fit hinc etiam vt superne validiùs acriusque quam inferne aut ad latera ignis excalfaciat, quòd scilicet ignitus vapor calore attenuatus superna capessat. Quod sane qualitati non proprie conuenit, sed substantiæ: non enim recte calorem leuem dixeris, sed id potius quod calidum est; hoc namque caloris vi diductum fit leuius, vti grauius id
D quod materiæ condensatione in angustiorem morem compingitur.

Hinc prætereà genuina causa elici potest, cur hieme acrique gelu viuaciores sint flammæ. Frigus namque quod circumstat, expirationem prohibet, spiritusque inflammabiles in vnum cogit: sic ergo propter materiæ vnitatem ignis fit acrior.

Hinc demum superioris quoque experimenti causa perspicue cognoscitur, cur inquam frigida corpora non perinde frigiditatem ex se effundant, vt calida calorem. Frigus namque corpora quibus inest, arctissime stringit, calor verò deducit: quare iste expirationem calidorum corpusculorum mouet, quorum subsidio deportatur; illud verò omnem exspirationem prohibet.

Perspicuum est igitur recte lumen dici eam qualitatem, quæ à luce fulgenti corpori
E ingenita propagatur, insitaque facultate in omnem circum partem medij diaphani diffunditur. Quæ vis luci ab Architecto naturæ sapientissimè est attributa, quòd sit omnis vitæ actiuitatisque principium, fons & origo.

VI.

Splendor est lumen à terso politóque corpore repercussum.

Vt lumen à luce, sic à lumine generari aliud lumen interdum potest, cùm nimirum id quod in superficiem exacte perpoliti corporis incidit, inde nouam sui imaginem remittit: hic splendor nuncupatur. Et vt primum corpus lucidum à
F luce, ita secundum à splendore splendidum dicitur. Est verò splendor multò tenuioris essentiæ, quam sit lumen; vt & lumen ipsum primaria luce tenuius. Et quamuis à corporibus asperis, minimeque læuibus, aliqua etiam fiat luminis repercussio, cùm insigniret illustrantur; ab his tamen reiectum lumen, propter hebetudinem, splendoris nomine appellari receptus loquendi vsus non permittit.

Sunt porrò varij splendoris gradus ex alia atque alia repercussione prognati. Nam vti lumen a lucente corpore eiibratum occursu læuigari corporis in aduersam partem remittitur: ita & hic ipse splendoris radius in aliud tersum corpus incidens, noua propulsione retunditur ac hebetatur, idque toties dum penitus intereat.

VII. Lu-

A

VII.

Lumen primum dicitur, quod immediatè à corpore lucido proficiscitur; lumen secundum, quod à lumine primo est; tertium, quod à secundo, atque eodem ordine cetera.

CVM sol hæc inferiora suo fulgore perfundit, is locus, in quem directi à sole radij procidunt, primo siue primario lumine collustratus dicitur: estque hic ille præcipuus fulgor, quem sol in omnem circum partem directò vibrat, vbi nullo crassiore corpore obsistente prohibetur. Ab hoc lumine propinquus aër participat: pars enim à corporibus, in quæ primarium lumen impingit, repercutitur; pars verò ab aëre, in quo præcipuum lumen nitet, in vicinum aërem traducitur. Non enim vsque adeò perlucida est ista qua fruimur substantia aeris, vt nullius omnino opacitatis sit particeps. Habet namque obscuritatis aliquid ex propriæ naturæ conditione: plurimum verò a vaporibus exhalationibusque, quibus perpetuò distenditur. His igitur primarium lumen insidet, atque inde sese in vicina loca transfundit, non ea excellentia, eoque insigni nitore, quo à natura priusquam retunderetur præditum erat; sed longè inferiore gradu, vt potius imminutum quoddam lumen, quam lumen de lumine dici mereatur. Hoc ergo secundarium est lumen: quodque analogia quadam ab isto fit, vt istud à primo, tertium nuncupatur: atque ita deinceps. B C

VIII.

Lumen perfectum illud dicitur, quod ab omnibus partibus luminosi procidit; quod verò à parte tantùm, imperfectum.

SOL cùm totus supra finitorem exortus est, perfectum ad nos lumen transmittit: cùm verò pars eius subtus etiamnum latet, lumen ad aspectum nostrum porrigitur imperfectum. Rursus in solis defectione lunare corpus solari obiectum, si partem dumtaxat solis obtegit, quod à reliqua lumen emicat imperfectum est, perfectum mox futurum luna discedente. Ex his similibusque exemplis perspicua relinquitur perfecti imperfectiq; luminis definitio, vt longiore oratione ad ipsius explicationẽ opus non sit. D

IX.

Radius luminosus recta est luminis profluentia.

QVÆCVMQVE libro secundo de radio optico diffusiùs pertractata sunt, ea radio luminoso proportione quadam accõmodari possunt. Quare radius luminosus non propriè est ea recta linea seu vera, seu imaginabilis, per quam lumen traducitur: sed est lumen ipsum rectà eiibratum, vt eodem secundo libro propositione prima luculenter ostensum est. Vbi plura ad huius definitionis perceptionem vtilia legi possunt. E

X.

Pyramis luminosa est figura luminis à corpore fulgido ad vnum aliquod externum punctum collecti.

HÆC proportione respondet pyramidi opticæ, vt enim optica pyramis verticem habet oculi centrum, ac basin in re visa: sic & luminosa pyramis verticem quodcumq; punctum habet, cui luminosum corpus ceu basis substernitur: cuius profectò ratio inde ducitur, quod ab omnibus partibus corporis luminosi in omnes partes medij perspicui, luminis radij destinentur. Ex quo id etiam subinferre licet, ab vno luminoso corpore pyramides porrigi numero infinitas; quod ex iis liquidò patet quæ primo & secundo libro sæpius sunt inculcata. Et sanè luminosa pyramis non modò similitudine quadam pyramidi opticæ respondet; sed interdum etiam ipsa verè est optica, cùm nimirum eius vertex in centrum visus terminatur; tum siquidem totus luminis processus visibilis forma est qua corpus lucidum cernitur, vt ex propositione 46. libri primi manifeste constat. F

XI. *Illu-*

A

XI.

Illuminationis verò pyramis figura est eiibrati luminis, quod à puncto corporis luminosi ad superficiem corporis illustrati diffunditur.

PYRAMIS illustrationis conuersa proportione respondet pyramidi luminosæ: vt enim luminosa pyramis verticem habet vnum aliquod externum punctum, ac B basin luminosum corpus; sic illuminationis pyramis verticem habet punctum quodcumque corporis luminosi, basin verò superficiem corporis illustrati. De hac quoque re plura vide Lector secundo libro definitione septima. Dicitur verò hæc illustrationis pyramis, quòd per eam res luminoso corpori obiectæ illustrentur; non secus ac illa luminosa nuncupatur, quòd per eam luminosi corporis actio eiibretur.

XII.

Vmbra est lumen imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione.

C

QVEMADMODVM inter obscuros Philosophos non rectè sentiunt, qui vmbram rem aliquam esse existimant, quòd à nonnullis arboribus prolapsæ vmbræ graues infestæque esse deprehendantur

Vsque adeò, capitis faciant vt sæpè dolores,
Si quis eas subter iacuit prostratus in herbis.

ita inter doctiores non parum hallucinantur ij, qui vmbram luminis esse priuationem absolutè pronunciant. Hæc enim propria est tenebrarum definitio, quas inter ac lumen, mediam naturam vmbra adepta est: hæc namque ex habitu simul & priuatione componitur. Quare lumen primarium vmbræ rationem habere nunquam potest, siquidem D nullius alterius luminis est priuatio: sed quod tertij comparatione est lumen secundarium, id cum primo collatum est vmbra.

Et quamuis perfectæ tenebræ omnino definiantur lucis priuatio; quia tamen eiusmodi supra terræ superficiem existere non possunt, quòd semper aliqua luminis portiuncula vel tenuissima ab excellenti solis fulgore supersit, fit vt familiari quodam loquendi vsu tenebras vocemus eam luminis attenuationem, seu vmbræ obscuritatem, quæ res aspectui eripit, externasque hominum functiones obire non sinit. Densissimas verò appellamus tenebras, cùm nil omnino perspicitur.

Porrò non ex hac luminis admistione prouenit, quòd vmbræ aliquarum arborum noxiæ sint, cùm eò sint nocentiores, quò obscuriores: sed id ab ipsis prouenit arboribus, E quæ solis radiis percussæ æstuant, tetrumque spiritum profundunt; hic verò frigidiora loca ad sui conseruationem suapte vi petens proximum locum opacum inuadit, hominumque aut pecorum corporibus insidens, propriæ substantiæ contagione nocumentum infert. Hinc autem nemo rectè concludet vmbram rem aliquam esse; sed potiùs luminis salutaris absentiam.

XIII.

Vmbra prima est absentia primi luminis, secunda secundi, ac sic deinceps.

F

VMBRA non secùs ac lumen suos habet intensionis & remissionis gradus: verùm ij luminis gradibus non ex æquo respondent. Nam quod lumen secundum est, hoc prima est vmbra: & quod lumen tertium, id vmbra secunda est, atque ita deinceps vmbra vno semper gradu lumine inferior est. Cuius ordinis ratio ex præcedente definitione perspicua est: ex ea enim constat vmbram lumen esse diminutum. Ergo prima vmbra à primo lumine, & secunda à secundo vno saltem gradu distare debet, vt vmbræ rationem habere queat: quandoquidem in eo posita sit vmbræ qualiscumque essentia, vt alicuius, non verò omnis luminis sit priuatio.

 A

XIV.

Vmbra plena seu perfecta illa dicitur, ad quam nullus radius corporis luminosi pertinet.

PERFECTO lumini, definitione octaua superiùs explicato, similis quodam pacto est perfecta vmbra, sed ratione contraria: vti enim perfectum lumen ex totius luminosi omnium partium conspiratione progignitur; ita vmbra perfecta ex totius luminis priuatione inuehitur. Quod vt apertius ostendatur; B

Esto corpus luminosum A B, eique obiectum corpus opacum C, per cuius contactum gemini radij ab extremitatibus luminosi corporis protendantur, ab A videlicet A E & A I; à B verò B E & B H: dico corporis C vmbram D E F plenam perfectamque esse; siquidem nullus ad eam radius à corpore luminoso attingit, vt ex schemate ipso patet. C

Notandum verò, hanc vmbram, tametsi suapte natura vnius vndique obscuritatis sit, quòd videlicet totius luminis sit absentia, tamen ex accidenti minimè vniformem esse. Cùm enim aliquid semper luminis à circumfuso aëre illustrato in obscurum ipsum locum deriuetur (quod definitione 7. est explanatum) idque non vniforme, fit vt vmbræ partes quæ longiùs absunt, à stipante lumine obscuriores relinquantur. D

XV.

Vmbra diminuta seu imperfecta est, in quam aliqui dumtaxat radij à corpore luminoso procidunt.

EIVSMODI est in superiore schemate H K E. Hæc enim nec omnes, nec nullos radios luminosi corporis suscipit, sed aliquos dumtaxat. Cùm enim B H radius ab extremitate corporis luminosi proueniat, erit H K extremus terminus perfecti luminis, quippe ad omnem eius lineæ partem a toto luminoso corpore lumen proficisci- E tur. Quare si vmbra H K E per lineam K M vtcumque diuidatur, hanc productam versus corpus luminosum inter A & B incidere est necesse. Cadat itaque in G. Manifestum igitur à tota parte G B corporis luminosi nullum luminis radium ad vmbram M K E affulgere, sed ab A G tantùm. Quocirca M K E media solummodò est vmbra. Cumque simili modo ostendi idem possit, de quauis parte vmbræ H K E; erit tota vmbra, quæ inter H K & K E comprehenditur, dimidiata, imminuta, & imperfecta.

Hic quoque idem quod in præcedente definitione obseruandum est, vmbram videlicet H K E minimè vniformem esse. Nam iuxta vmbram perfectam obscurior semper est, propterea quòd pauciores semper radios eò versus excipiat: at versus H K seu perfectum lumen dilucidior semper ex plurium radiorum susceptione efficitur, quoad tan- F dem in perfectum lumen ad H K transmutetur.

Rursus patet radios A E & B E, qui ab extremitatibus corporis luminosi per contactum vmbrosi corporis protenduntur, terminos esse perfectæ imperfectæque vmbræ. Nam vmbram perfectam finiunt, atque ab imperfecta discriminant: A I verò & B H perfecti luminis sunt initia, inter quę ac terminos plenæ vmbræ media vmbra intercipitur. Rursus G M & G N imperfectam ipsam vmbram in magis ac minùs dispescunt: siquidem quæ inter H & M intercipitur, illa quæ inter M & E continetur dilucidior est, ac perfecto lumini propinquior. Quæ omnia in descripta superiùs imagine accurate conspiciuntur.

A

LEMMATA.

LEMMA I.

In homogeneis corporibus luminosis ea est proportio totius luminis ad totum corpus, quæ est partis luminis ad partem corporis proportionatam.

B Id in primis ex homogenei corporis natura ac definitione sic potest demonstrari: Homogeneum corpus id definitur, cuius omnes partes vnius sunt essentiæ; quare & vnius materiæ vniusque formæ sint oportet. Hæc enim prima sunt essentiæ elementa & partes: non igitur materia hic rarior, illic densior; sed in æqualibus partibus quantitatis ac molis, æquales sunt materiæ portiones: quapropter & æquales sunt portiones substantialis formæ. Hæc namque cùm ex materiæ sinu educatur, ex copiosiore materia, vberior forma; ex parciore materia, forma contractior; ac demum pro rata materiæ quantitate, maior minórve elicitur substantialis formæ prouentus; sic, vt forma materiæ exactè semper exequetur. Ex quo tandem fit vt accidentaria quoque forma, quæ substantiali propria est
C atque congenita, vti lux corpori lucido, totius corporis magnitudini proportione respondeat. Cùm enim à substantiali forma naturali quadam emanatione proueniat, eamdem habebit in materia extensionem, quam forma ipsa: quocircà quam rationem habet vna pars luminis ad partem corporis cui inest, eamdem pars reliqua luminis ad reliquam partem corporis habeat necesse est.



Esto igitur corpus totum A B, eiusque partes A E & E B. Esto similiter C D totum lumen corporis A B, & C F quidem lumen partis A E, F D autem lumen partis E B: cùm sit quemadmodum C F ad A E, ita F D ad E B, vt iam proximè ex homogenei natura est demonstratum, erit per 18. quinti Euclidis συνθέτως, vt C F ad A E,
D ita totum lumen C D ad totum corpus A B; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA II.

Eadem quoque est proportio virtutis totius luminis ad totum lumen, quæ partis virtutis ad luminis partem.

NAM vt substantialis forma è potestate materiæ euocatur, ita proprietates compositi, ex potentia formæ substantialis, & vis agendique facultas ex ipsis proprietatibus, ceu ex fonte riuuli, naturali quadam scaturigine emanant. Quare
E necesse est hæc omnia ad materiæ amplitudinem ac molem æquali mensura simul extendi, sic vt partes formæ materiæ partibus, & luminis partes partibus formæ, & partes virtutis partibus luminis exacta proportione respondeant. Vnde tandem, vt prius, per rationum compositionem efficitur, vt ita se habeat virtus tota ad totum lumen, vt pars virtutis ad luminis partem; quod erat demonstrandum.

Quod de magnitudine ac mole luminis, eiusque partibus, iam diximus, simili quodam pacto de gradibus intensionis est intelligendum. Hi namque æquales cum inter se sint, parem quoque vim illos habere conuenit: quare cùm ita se habeat pars virtutis ad virtutis partem, vt pars intensionis ad intensionis partem; erit quoque quemadmodum tota virtus ad totam intensionem, ita pars virtutis ad intensionis partem propor-
F tionatam.

Neque audiendi sunt Philosophi quidam, temerè asserentes gradus intensionis, licet entitate æquales inter se sint, non esse tamen pares dignitate, agendiq; efficacia: sed qui primùm adueniunt, hos imbecilliores esse; robustiores vero illos, qui posteriùs accedunt: quorum hoc potissimùm est argumentum, quòd posterior quisque includat priores, ceu totum suas partes: quare efficacius agit posterior quisque ex priorum concursu ac coniuncta virtute, quàm hi per se seorsum valeant.

Sanè hoc diffitendum non est posteriores gradus efficaciùs agere collatis priorum viribus, quam priores agant, cùm nondum posteriores accesserunt: verùm vti posteriores

ex priorum conspiratione, ita & priores ex accursu posteriorum fortius operantur. Nam A
vt propositione 9. ostendendum est, singulæ luminosi partes, dum ceteræ in eamdem actionem conueniunt, longiùs actionem protendunt, & in quauis parte medij excellentiorem effectum producunt, quàm cùm per se ac solitariè sumptæ agunt. Quod æquè in gradibus intensionis, atque in partibus quantitatis veritatem habet; namque vna eit omnium causa, quam propositione 9. explicabimus. Non igitur ex eo quòd posteriores intensionis gradus includant seu potiùs supponant priores, aut quòd posteriores fortiùs agant, adiuti priorum concursu; sequitur ipsos per se consideratos prioribus dignitate præstare. At enim priores quoque accursu posteriorum perfici, longiusque actionem protendere, eadem ratio conuincit. Igitur nec hi illis, nec illi istis excellentiores B
sunt, aut in actione validiores; sed pares omnes tum dignitate, tum agendi facultate.

LEMMA III.

Plura luminaria iuxta se posita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius proportionatæ.

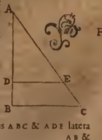
HOC primò te Lector admonitum volumus, ea luminaria intelligenda hîc esse, quorum æquè intensum sit lumen. Nam fieri potest, vt vnum duobus quidem C
æquale sit magnitudine, at dispar agendi facultate, si nimirum non æqua sit luminis intensio.

Sint itaque tria luminaria vno intensa gradu, at magnitudine dispari; vnum quidem pedale, alterum bipedale, aceterium tripedale: dico primum & secundum dum iuxta se posita simul agunt, eam virtutis rationem habere, quam partes tertij luminaris proportionatæ, hoc est, quam pars eius pedalis ad reliquam bipedalem. Vt enim pars pedalis tertij luminaris dimidium tantùm effectum producit partis reliquæ, scilicet bipedalis; ita primum luminare dimidium tantùm effectum gignit luminaris secundi. Et vtrumque simul primum ac secundum lumen proferunt lumini tertij corporis æquale: itemque primum vnà cum secundo æquè longè actionem protendit, ac tertium per se solum. D
Atque eodem modo cetera quæ ad actionem spectant, primo ac secundo simul eadem obueniunt, quæ tertio per se seorsum ac solitariè agenti.

Causa huius rei ex homogenij natura petenda est. Cùm enim primo lemmate ostensum sit, homogenia agere virtute formæ substantiali congenita: sitque in primo ac secundo luminari simul sumpto tantum formæ substantialis, quantum in tertio solo, erit virtus duorum virtuti tertij æqualis. Quare duo illa simul agentia æquali efficacia, atque ad æquale spatium actionem producent, ac tertium. Rursus cùm eadem forma per totam singulorum substantiam ex æquo diffusa sit, erit & virtus vbique vniformis. Quocircà tantum virtutis erit in primo luminoso corpore, quantum in pedali parte tertij; & tantum in secundo, quantum in tertij parte reliqua. Igitur plura luminaria iuxta se posita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius luminaris proportionatæ; quod erat probandum. E

LEMMA IIII.

Si ad vnum trianguli latus parallela adiuncta fuerit recta quadam linea, abscissum triangulum toti æquiangulum erit.



ESTO triangulũ ABC, in eoq; ducta recta linea DE lateri BC parallela: dico resectum triangulũ ADE toti triangulo ABC æquiangulum esse. Cùm enim in duas parallelas BC & DE recta incidat linea AB, erunt alterni anguli ADE & ABC æquales per 29. primi Euclidis, eamdemq; ob causam æquales erunt anguli AED & ACB: at angulus A communis est vtrique triangulo, ipsa itaque æquiangula sunt; quod erat demonstrandum.

Potest idem aliter non minùs commodè atque expeditè demonstrari in hunc modum: Quoniam DE ipsi BC ex hypotheſi est parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt AB ad AD, sic AC ad AE; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt AB ad AC, ita AD ad AE. Cùm ergo in triangulis ABC & ADE latera

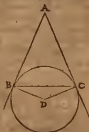
AB &

A A B & A C lateribus A D & A E sint proportionalia, hisque contentus angulus ad verticem A communis, sequitur ipsa triangula A B C & A D E æquiangula esse per 6. sexti Euclidis; quod erat propositum.

LEMMA V.

Si duæ rectæ lineæ circulum tangant concurrentes in idem aliquod punctum; quæ tactus iungit recta linea, rescindit à tangentibus portiones æquales, & cum eisdem triangulũ Isosceles constituit.

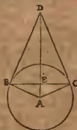
B RECTÆ A B & A C circulum ex centro D contingant in B & C, quæ verò signa contactuum iungit recta linea esto B C: hanc dico rescindere à tangentibus portiones æquales, nimirum A B & A C. Si enim ex centro D ad loca contactuum B & C, semidiametri educantur D B & D C, erit D B ipsi A B, & D C ipsi A C normalis per 18. tertij Euclidis. Quare rectus erit vterque angulorum A B D & A C D, qui proinde æquales quoque inter se erunt. At angulus D B C æqualis est angulo D C B per 5. primi Euclidis, quòd nimirum D B & D C ex centro sint eductæ,
C ideoque inter se æquales per circuli definitionem. Si igitur æquales anguli D B C & D C B ab æqualibus rectis D B A & D C A subducantur, reliqui A B C & A C B æquales inter se erunt per communem notionem. Quocircà & A B, A C, quæ illis opponuntur inter se erunt æquales; si enim negentur æquales, concedatur A C quàm A B maior. Igitur per 18. primi Euclidis angulus A B C angulo A C B maior erit, cùm omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendat: ponitur autem A B C angulus angulo A C B æqualis: fieri igitur nequit, vt A C ipsâ A B maior existat. Eodem verò modo ostendetur nec minorem esse posse A C quàm A B, si angulus A B C angulo A C B æqualis esse concedatur. Itaque A B & A C sunt inter se æquales; quod erat
D demonstrandum. Ex quo tandem fit, vt triangulum Isosceles ex his lineis A B & A C, & ea quæ puncta contactuum iungit B C perficiatur, vt ex definitione Isoscelis, quæ est vigesimaquinta libri primi Euclidis, manifestè constat.



LEMMA VI.

Si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit, bifariàm secat.

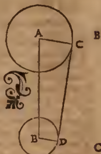
E CIRCVLVM ex A centro descriptum duæ contingant rectæ lineæ B D & C D, concurrentes in puncto D, vnde ad circuli centrum A recta agatur linea D A: dico eam quæ tactiones copulat B C ab ipsa D A bipartitò secari in E. A contactibus enim ad centrum rectæ lineæ adiungantur A B & A C: quoniam igitur in triangulis A B D & A C D, latus A B æquale est lateri A C per circuli definitionem, estque latus A D vtrique commune, basis item B D basi C D æqualis per præcedens lemma, erit & angulus B A D angulo C A D æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm
F in triangulis A B E & A C E æqualia sint latera A B & A C, nempe ex centro ad circuli ambitum protracti radij, sitque A E commune vtrique, angulus autem B A E angulo C A E iam ostensus æqualis, erit per 4. primi Euclidis & basis B E basi E C æqualis. Igitur si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit bifariàm secat; quod erat propositum demonstrare.



LEMMA VII. A

Si recta quædam linea duos circulos tangat, erunt, quæ à centris ad contactus educuntur rectæ lineæ, inter se parallelæ.

DVOS inquam circulos ex A & B centris descriptos recta tangat linea C D in punctis C & D, atque à centris ad tactionum signa rectæ applicentur A C & B D: has aio parallelas inter se esse. Quia enim per 18. tertij Euclidis A C & B D ipsi C D sunt perpendiculares, erunt anguli A C D & B D C recti per 10. definitionem lib. primi Euclidis: quare per 28. primi Euclidis parallelæ erunt ipsæ A C & B D rectæ lineæ, quæ nimirum à centris ad contactus procidunt; quod demonstrare propositum fuit. B



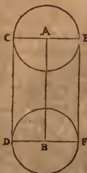
Placuit hoc lemma in circulis inæqualibus demonstrare, ne si æquales assumpti à nobis fuissent, in suspicionem fortè particularis veritatis Lector incidisset. Ita enim sæpè fallimur, dum ex vno schemate vniuerse concludimus, quod in ceteris falsum esse deprehenditur. Iam verò ex circulorum inæqualitate manifeste constat, propositum theorema vniuersalem veritatem habere; cum semper necesse sit eas quæ ex centris ad contactus ducuntur tangenti normales esse, rectosque cum ea angulos efficere, per 18. tertij Euclidis. C

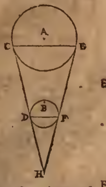
LEMMA VIII.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos contingant, erunt eæ, quæ tactus iungunt, parallelæ.

PLVRIBVS quidem modis obuenire potest, vt duę rectæ lineæ duos circulos contingant, qui peculiares exigunt demonstrationes, atque ex propriis principiis deductas. singulos proinde casus sigillatim exponemus. D

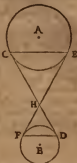
Primò sint duo circuli æquales, quorum centra A & B, hosque duæ rectæ lineæ contingant C D & E F, quarum tactiones iungantur per rectas C E & D F: has dico inter se parallelas esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B, atque à centris rectæ ad contactus deducantur A C & A E, itemque B D & B F: quoniam igitur per antecedens lemma parallelæ sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F; si ostensum fuerit in directum extensas esse ipsas rectas lineas C A & A E, itemque D B & B F, perspicuè concludetur propositum, scilicet parallelas esse inter se C E & D F, quæ tactiones copulant. Illud autem sic probabitur: Cùm parallelæ sint A C & B D per præcedens lemma: sint verò & inter se æquales per circuli definitionem, vtpote æqualium circulorum semidiametri, erunt quoque A B & C D parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 29. primi Euclidis erunt duo anguli A B D & C D B, interni scilicet, & ad easdem partes duobus rectis æquales. Est autem C D B rectus per 18. tertij Euclidis: igitur & A B D rectus erit: quamobrem & rectus erit A B F; atque eodem modo illi quoque, qui iuxta A consistunt, recti ostendentur. Itaque per 14. primi Euclidis in directum constitutæ sunt ipsæ rectæ lineæ C A & A E, itemque D B & B F. Sunt igitur C E & D F, quæ tactus connectunt inter se parallelæ; quod erat demonstrandum. E F





Sit

A Sit iam vt rectæ lineæ C D & E F, quę circulos ex A & B descriptos tangunt, productę congrediantur ad signum H: quoniam per 5. lemma æquales sunt C H & F H, erunt quoque per 5. primi Euclid. æquales anguli H C E & H E C, quippe qui ad basin consistunt trianguli Isosceles C H E, eodemq́, modo ęquales erunt & anguli H D F & H F D. Cùm igitur duobus triangulis C H E & D H F communis sit angulus H, erunt duo reliqui vnius trianguli duobus reliquis alterius trianguli æquales per 32. primi Euclidis, siquidem tres vnius trianguli anguli tribus alterius sunt pares: at per commune axioma æqualium dimidia sunt
B inter se æqualia: itaque angulo H D F angulus H C E, & angulo H F D angulus H E C æquales existunt. Quapropter C E & D F parallelæ sunt lineæ per 28. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.



Rursus C D & E F in oppositis partibus circulos ex centris A & B descriptos contingant, sic vt se mutuò inter vtrumque circulum secent ad signum H: dico nihilominus C E & D F, quæ rationes copulant, parallelas inter se esse: quia namque per 5. lemma æquales inter se sunt C H & E H, erunt quoque ad basin C E anguli H C E & H E C æquales per 5. primi Euclidis:
C eandemq́; ob causam æquales quoque erunt anguli H D F & H F D, qui ad basin consistunt D F, quòd per idem 5. lemma D H & F H sint inter se æquales. Est porrò C H E angulus angulo D H F ad verticem æqualis per 15. primi Euclid. Itaque residui duo ad basin C E æquales sunt duobus reliquis ad basin D F; quorum proinde dimidij sunt inter se æquales per 7. Euclidis axioma, hoc est, H D F ipsi H C E, & H F D ipsi H E C: quare per 28. primi Euclidis parallelæ sunt inter se ipsæ rectæ lineæ C E & D F; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA IX.

D *Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, erunt tangentes inter se æquales.*

Hoc lemma, vti & præcedens, tres casus habet, qui proinde totidem modis, ac iisdem repositis figuris demonstrandi erunt.

Sint igitur primò iidem qui suprà circuli æquales ex centris A & B descripti, hosq́ue contingant duæ rectæ lineæ C D & E F: dico C D & E F æquales inter se esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B: quoniam igitur lemmate 7. ostensæ sunt A C & B D parallelæ, nempe quæ à centris ad contactuū loca prodeunt; sunt verò & eædem æquales per primam definitionem libri tertij Euclidis, quòd scilicet æquales ponantur ipsi circuli, erunt & quæ illas connectunt A B & C D æquales per 33. primi Eu-
E clid. Eodem verò modo ostendetur E F æqualis ipsi A B: igitur per communem notionem C D & E F inter se æquales erunt. Quæ enim vni tertio æqualia sunt, & inter se sunt æqualia.

Sint iterùm circuli ex A & B descripti, verùm inæquales, cuiusmodi expositi fuere in secundo casu superioris lemmatis; quæ autem hos circulos contingunt rectæ lineæ propter ipsorum inæqualitatem concurrant productæ in puncto quopiam, exempli gratia H: quoniam igitur per 5. lemma huius libri æquales sunt C H & E H, itemq́ue D H & F H æquales per idem 5. lemma, resectis æqualibus portionibus D H & F H ab æqualibus C H & E H, relinquentur æquales C D & E F per communem notionem; quod
F erat demonstrandum.

Si denique tangentes rectæ lineæ se mutuò inter vtrumque circulum secent, oppositisq́ue in partibus circulos contingant, vt in postremo schemate superioris lemmatis C D & E F, eadem erit quæ suprà demonstrandi forma: siquidem quinto præcedente lemmate æquales ostensæ sunt C H & E H; atque eamdem ob causam ipsæ quoque D H & F H æquales: erunt igitur & compositæ ex æqualibus C D & E F inter se æquales per tertium axioma; quod demonstrasse oportuit.

 A

LEMMA X.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, quæ tactiones iungunt, diuidunt circulos in segmenta proportionalia.

SINT circuli A & B, quos rectæ contingant lineæ C D & E F, iungantur contactus rectis C E & D F: his dico diuidi circulos in segmenta proportionalia; sic, vt quemadmodum circuli segmentum C A E se habet ad D B F segmentum, ita se habeat C G E ad D L F. Producta enim C D vtrimque in H & K; quoniam parallelæ sunt C E & D F per 8. lemma huius libri, erunt anguli D C E & H D F æquales per 29. primi Euclidis: at his angulis æquales sunt illi, qui in segmentis C A E & D B F constitui possunt anguli per 32. tertij Euclidis: igitur segmenta C A E & D B F inter se sunt similia per decimam definitionem tertij Euclidis. B

Rursus cùm æquales sint anguli K C E & C D F per eamdem 29. primi Euclidis, erunt & anguli qui in reliquis segmentis inscribuntur æquales per eamdem 32. tertij Euclidis: quocircà segmenta quoque C G E & D L F sunt inter se similia. Vt igitur segmentum C A E ad D B F segmentum, ita se habet reliquum C G E ad D L F reliquum; quod erat demonstrandum. C



CONSECTARIVM.

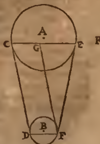
Si inæquales sint circuli, quos duæ rectæ lineæ contingunt, erunt & quæ tactus iungunt inæquales.

VT enim segmentum C A E ad segmentum D B F, ita reliquum C G E ad D L F reliquum, vti iam ostensum est. Componēdo igitur per 18. quinti Euclidis, vt segmentum C A E vnà cum reliquo C G E ad segmentum C G E, ita est D B F segmentum vna cum reliquo D L F ad reliquum D L F, hoc est, vt totus circulus C A E ad segmentum C G E, ita totus circulus D B F ad segmentum D L F. quare & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt circulus ad circulum, ita segmentum ad simile segmentum: sed circulus C A E circulo D B F maior est ex hypothesi; igitur & segmentū C G E segmento D L F est maius: quamobrem maior quoque est C E quam D F; siquidem per 23. tertij Euclidis fieri nequit, vt super eadem vel æqualibus rectis lineis duo circulorum segmenta similia & inæqualia ad easdem partes constituantur. D

LEMMA XI. E

Quæ duos circulos inæquales contingunt rectæ lineæ, productæ ad partes circuli minoris tandem concurrunt.

DVO expositi sint inæquales circuli, maior quidem ex centro A, minor verò ex centro B descriptus, quos duæ rectæ lineæ contingant C D & E F: has dico, si producantur versus D & F, aliquando congressuras. Iungantur enim contactus rectis lineis C E & D F: à C E verò, quæ maior est per consectarium superioris lemmatis, abscindatur portio C G ipsi D F æqualis per 3. primi Euclidis, ducaturque G F: quoniam igitur parallelæ sunt C G & D F per 8. lemma huius libri, erunt & C D & G F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli C G F & G C D duobus rectis sunt pares per 29. primi Euclidis. Sed angulus C G F æqualis est duobus G E F & E F G per 32. primi Euclidis, vtpote externus duobus internis & oppositis; igitur tres anguli G C D, G E F, & G F E duobus rectis sunt æquales: reiecto itaque angulo G F E, reliqui duo G C D & G E F duobus rectis sunt F



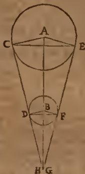
minores.

A minores. Quocircà per 11. Euclidis axioma C D & E F vlteriùs productę concurrent versus D & F, vbi faciunt duos angulos duobus rectis minores; quod erat demonstrandum.

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ duos inæquales circulos tangant, productæ concurrent in eodem puncto eius lineæ, quæ per vtriusque circuli centrum transit.

B RVRSVS sint duo inæquales circuli ex A & B centris descripti, quos duæ rectæ lineæ contingant C D & E F; & C D quidem producta cócurrat cum A B, quæ per vtriusque circuli centrum ducitur in H, E F verò concurrat cum eadem A B in puncto G: dico H & G vnum idemque punctum esse. Ducantur enim ex centris ad loca contactuum A C, A E, item B D & E F.

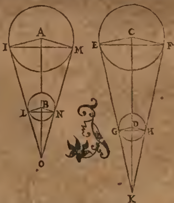


Quoniam igitur parallelæ sunt A C & B D, itemq; A E & B F per 7. lemma huius libri, erunt per 4. lemma triangula A C H & A E G triangulis B D H & B F G æquiangula vtrumque vtri-
C que, ac proinde per 4. sexti Euclidis, vt B D ad A C, ita est B H ad A H; & vt B F ad A E, ita est B G ad A G. Quare ex æqualitate vt B D ad A H, ita est B F ad A G; ac vicissim, vt B D ad B F, ita A H ad A G: sed B D æqualis est ipsi B F; ambæ siquidem eiusdem circuli sunt semidiametri; igitur & A H ipsi A G est æqualis. Ex quo perspicue conuincitur H & G vnum idemque punctum esse, ad quod duæ tangentes C D & E F productæ congrediuntur; quod erat demonstrandum.

LEMMA XIII.

D *Quæ inæquales circulos tactu complectuntur rectæ lineæ, citiùs concurrunt cùm propinquiores sunt ipsi circuli, quàm cùm sunt remotiores.*

INÆQVALES duo circuli ex A & B centris descripti sibi propinquiores sint, quàm alij duo his pares magnitudine, quorum centra C & D. Istos autem contingant duæ rectæ lineæ E G & F H, concurrentes in K; illos verò contingant I L & M N,
E conuenientes in O: dico A O quam C K minorem esse. Eductis enim è centro cuiusque circuli ad signa contactuum semidiametris, iunctisque centris per rectas A B & C D, quæ ad concursus tangentium O & K producantur: quoniam parallelæ sunt A I & B L, item C E & D G, erit triangulum B O L triangulo A O I æquiangulum, vti & triangulo C K E æquiangulum triangulum D K G per 4. superius lemma.
F Quare per 4. sexti Euclidis vt A I ad B L, ita A O ad B O. Rursus vt C E ad D G, ita C K ad D K; sed C E est æqualis ipsi A I, & D G ipsi B L ex hypothesi: itaque vt A I ad B L, ita C K ad D K, & A O ad B O. Quę autem eidem eædem sunt rationes, & inter se sunt eædem per 11. quinti Euclidis: vt igitur A O ad B O, ita C K ad D K, & diuidendò per 17. quinti Euclidis, vt A B ad B O, ita C D ad D K: at A B minor est quàm C D ex hypothesi, quòd propinquiores sibi sint positi circuli ex A & B, quàm circuli ex C & D descripti.



ſcripti. quare & BO quàm DK minor erit. Si verò inæqualibus AB & CD inæqualia adiecta fuerint BO & DK, maius maiori, & minus minori, tota inæqualia erunt, ac minor AO cui minus augmentum acceſſit, quàm CD cui maius, per communem notionem; quod erat probandum. A

LEMMA XIV.

Quæ inæquales parallelas connectunt rectæ lineæ, ſi producantur, ad partes minoris parallelæ concurrent.

SINT duæ propoſitæ parallelæ rectæ lineæ, AB quidem maior, minor verò CD, quas connectant AC & BD: has dico, ſi ad partes minoris parallelæ CD producãtur, congreſſuras in vno quopiam eodemque ſigno, puta E. Quoniam enim CD minor eſt ex hypotheſi ipſâ AB, producatur CD, fiatque CF ipſi AB æqualis. Erunt igitur BF & AC parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli ACF & BFC duobus rectis ſunt æquales per 29. primi Euclidis. Sed ACF rectus eſt, quòd CF ad perpendiculum ipſi AE ſit erecta. Igitur & BFC rectus eſt: quocircà angulus BDF recto eſt minor. Nam per 32. primi Euclidis tres cuiuſcumque trianguli anguli duobus ſunt rectis pares; itaque & ABD minor eſt recto: hic ſiquidem per eamdem 29. primi Euclidis ipſi BDF eſt æqualis. Verùm angulus A ex hypotheſi rectus eſt, quòd AB perpendicularis ſit poſita ipſi AE. Quamobrem duo ſimul aſſumpti anguli A & ABD duobus ſunt rectis minores. Concurrent igitur, ſi producantur AC & BD ad partes CD parallelæ minoris per 11. Euclidis axioma; quod erat demonſtrandum. B C

B F D A C E

LEMMA XV.

Si duabus rectis lineis inæqualibus æquale adiungatur augmentum, ad quam compoſita minorem rationem habet, illa maior eſt. D

SINT duæ rectæ lineæ inæquales AB & CD, quibus æquale adiungatur augmentum, huic quidem DF, illi verò BE, ſitq; minor proportio totius compoſitæ AE ad AB, quàm totius CF ad CD: dico AB ipsâ CD maiorem eſſe. Quoniam enim magnitudines AB & BE in vnam compoſitæ minorem rationem habere ſupponuntur ad AB, quàm compoſitæ CD & DF habeant ad CD, habebit quoque diuiſim per 17. quinti Euclidis BE minorem rationem ad AB, quàm DF ad CD: ſed æquales ponuntur BE & DF; igitur per 7. quinti Euclidis vt BE ad AB, ſic quoque DF ad eamdem AB: quare & DF ad AB minorem proportionem habebit, quàm eadem DF ad CD: ac proinde per 10. quinti Euclidis maior eſſe conuincitur AB ipsâ CD; quod erat præſtandum. E

C D F A B E

HYPOTHESES.

I.

Id omne lumine colluſtrari, ad quod luminoſi radij attingunt. F

HÆC hypotheſis adeò perſpicua eſt, vt expoſitione non egeat. Nam colluſtratio aliud non eſt quàm luminoſi radij appulſus.

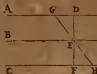
Id ergo omne lumine colluſtratur, ad quod luminoſi radij attingunt. Accidit autem rem quampiam illuſtrari non ſolùm radio directè in eam à corpore luminoſo deſtinato; verùm etiam cùm is aliò miſſus alterius corporis occurſu repellitur, indeque ad rem illam redit, quæ extra directam luminis profluentiam exiſtit. Rurſus euenire etiam interdum poteſt, vt res extra rectam luminis regionem conſtituta radiorum infractione illuſtretur, cum ſcilicet ij per alterius corporis

A tis densitatem fracti, aliam ab illa, quam cœperant, viam capessunt: quæ sanè omnia propositionibus 5. & 4. libri secundi in opticis radus diffusiùs sunt explanata: nunc satis nobis esto propositæ hypothesis veritatem constare.

HYPOTHESIS II.

Idq; perfundi vberiùs, in quod vel plures simul radij, vel magis compacti incurrunt.

B SED & hæc hypothesis manifestam habet intelligentiam: at cetera paria esse oportet. nempe illuminantium corporum æqualis nitor, par illuminatorum distantia, & si quæ alia ad rem præsentem conueniunt: tum verò plures radios in idem obiectum incurrere dicimus, cùm duo luminaria in vnam actionem concurrunt. Plures enim radij ab vtroque simul in eamdē obiecti partem procidunt, quàm ab altero tantùm. Compingi autem radij dicuntur, cùm minores partes rei obiectę intercipiunt. Exempli gratia, radij A D, B E, & C F, in obiectam lineam D F perpendiculariter incidant, in lineam verò G H obliquè: dico ad obiectum



C D F radios densari, ad G H verò diduci, quòd spatia O E & E F spatiis G E & E H sint minora. Quamobrem impensiùs illustratur linea D F quàm G H; quod manifesta etiam docet experientia.

HYPOTHESIS III.

Sublato lumine vmbram inuehi, eóque adueniente profligari.

ID profectò constat ex ipsorum terminorum aduersa natura. Nam habitus priuationem excludit, quam absentia inuexit. Est verò lumen de genere habituum veraque qualitas; at vmbra luminis est priuatio, vt definitione duodecima est explicatum: igi-
D tur lumine præsente vmbram fugari, hanc autem inuehi abeunte lumine est necesse. Nemo autem ex iis qui se in paucis sapere arbitrantur nos hic reprehendat, quasi imprudenter locutos: scimus enim non propriè luminis absentia vmbram inuehi, cum vmbra sit luminis absentia: sed loquimur vt multi, quod plerique etiam doctiores faciunt. satis porrò nobis est, si quod supponimus intelligatur.

DE LVMINIS PROFVSIONE.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

E

Lumen non à centro tantùm, sed ab omni parte extima superficiei corporis luminosi emicat.



QVONIAM superiùs definitione prima ostensum est, luminosum corpus illud esse, quod suæ qualitatis est diffusiuó; profectò si solum centrō lumen effundat, hoc solum, nec reliquum corpus luminosum erit, quod hypothesi aduersatur. Supponimus enim totum corpus luminosum esse, è cuius solo centro lumen emicare Philosophi quidam obscurę mentis ineptiunt. Deinde si ab vnico solis aut lunæ centro lumen ad aspectum nostrum porrigeretur,
F id solum videri posset, vt habet 2. hypothesis libri secundi. Namque ab indiuiduo vno puncto ad aliud, hoc est à centro corporis luminosi ad centrum visus, vnicus dumtaxat radius opticus extendi patest, secundum latitudinem insectilis; quare nil præter punctum, hoc est centrum solaris aut lunaris corporis, cerneretur, si solum centrum lumen de se profunderet. At quis neget solarem totum orbem videri circuli ambitu comprehensum? quis item non animaduertit lunam menstruis incrementis ac decrementis mutari, nuncque plenam circuli aream, nunc dimidiatam, nunc prætentis cornibus speciem sinuosi arcus exhibere? igitur non à solo centro, sed à toto corpore luminoso fulgor elucet.

Præter-

Præterea si lux opaci corporis proprietas est, vt libro primo propositione 31. est de- A
monstratum, non à centro, neque ab alio aliquo puncto corpori immerso; sed ab extima
tantum superficie lumen promanat, ad eumdem prorsus modum, quo intentionales co-
lores seu visibiles formæ a sola superficie corporum procidunt.

Demum cùm corpus omni parte luminosum conceditur, quidni reliquæ etiam par-
tes præter centrum luminis radios euibrare possint; quandoquidem eamdem cum cen-
tro lucidi naturam habeant, eisque lumen competat, quod agere suapte vi potest, lu-
menque profundere? Igitur, quod initio propositum fuit, non à centro solùm, sed a tota
superficie extima lumen e corporibus emicat.

PROPOSITIO II. THEOREMA. B

Lumen rectis lineis euibratur.

PROPOSITÆ veritati experiẽtia in primis suffragatur. Nemo ẽnim tam
oculis captus est, aut mente hebes, qui non agnoscat lumen rectis lineis
efferri, quod dioptræ ac diaulisci luculenter probant, quorum nullus om-
nino vsus existeret, nisi rectis lineis per eorum extrema lumen traiicere-
tur. Deinde ipsæ vmbræ testes sunt locupletes, quæ nullæ quoque forent,
si per sinuosos anfractus lumen quocumque libere permearet. Iam verò is locus vmbro-
sus relinquitur, ad quem rectæ luminis productiones non pertingunt. Præterea aspectus C
ipse attestatur vmbras rectis lineis terminari: siquidem constat eas aut conoides, aut py-
ramoides habere schema: at pyramis planis lateribus constat, excepta basi, per quæ re-
ctæ à vertice lineæ extenduntur, conus autem fit ex motione rectilinei trigoni circum
quiescentem axem, vt habet 18. definitio libri vndecimi Euclidis. Igitur & lumen re-
ctis defertur lineis, cùm ipsum sit vmbræ terminus ac circumscriptio.

Causa verò huius rei libro primo propositione 50. latiùs est explicata, quam proinde
nunc in summa sic accipe. Cùm lumen neque corpus sit, neque corporea qualitas, vt li-
bro primo propos. 33. & 34. est demonstratum, nil aliud esse potest, quam perennis quæ-
dam actio, quam solum interiectum corpus opacum prohibeat. At omnis naturæ co-
natus, vis, efficientiaque breuissimis, hoc est, rectis lineis in res obiectas intenditur, quo D
citiùs validiusque effectum assequatur. Igitur lumen, vt & ceteræ actiones vniuersæ, re-
ctis lineis porriguntur.

Video obiici hoc loco posse, calorem opposita tabula non ita prohiberi, quin obliquè
post obiectam tabulam sese insinuet, & Herculeum lapidem, quem magnetem vocant,
interposito densissimo vitro, aut ænea lamina, nihil de actione efficaciaq; remittere: imò
per obliquum sinum vim suam ad ferrum post interseptũ transmittere: præterea ipsum
lumen nisi obliquo incedat tramite, nullum crepusculi noctisq; discrimen posse adter-
re. at enim mox vt sol finitorem subierit, densissimas tenebras ingruere necesse erit, nisi
portio aliqua luminis de sub horizonte ad nos oblique ascendere concedatur, tanti per
dum sol propter horizontem versatur, [illegible] minui, dum longius prouehitur. E

Ad hæc perfacilis est responsio: atque ad primæ obiectionis solutionem, reuocan-
dum in memoriam id quod definitione quinta huius libri diximus, calorem ignis neu-
tiquam continuata actione traduci; sed vna cum ignito vapore occulte per aërem depor-
tari, non aliter quàm odores tacita exhalatione subnixi, è corporibus odoriferis expirant,
tenuiq; aëre suscepti, huc illucque fortuitò oberrant. Sic itaquam igneus calor, succenso
quodam spiritu vectus, recta, quantũ eius potestas valet, extruditur, summo quidem im-
petu sursum versus, at eò segniùs, quò interiùs magis. Solutus verò iam & quasi inde do-
natus liberius per aërem vagatur, motuque vel leuissimo quamuis in partem propellitur,
cuius adhæsione propinqua calefiunt, quemadmodum ea quæ iuxta odorifera collocan- F
tur, sola exhalationum adhæsione redolent. Experiuntur hoc in castris milites, cum cæsa
siluâ medio in campo pyram construunt, accendunt, circumstant. qui namque ventum
à tergo habent, nil propemodum caloris sentiunt, quamuis proximi adstent, vento sci-
licet ignitos spiritus in oppositam partem propulsante; quod ventus præstare non posset,
si sola qualitas per aërem traduceretur: hæc enim cum corpus non sit, vento liberum
transitum concederet, quod facit lumen.

Ad secundam obiectionem respondendum, vim magnetis non per obliquum sinum
ad ferrum post interpositum corpus perreptare; sed recta per densitatem corporis obiecti
transfundi. Vti enim lumini densitas corporis non obsistit, sed sola opacitas, ita ma-
gneti

A gneti nec densitas nec opacitas impedimento est, quo minus recto tramite vim suam effundat.

Ad tertiam solutio patet ex 7. definit. vbi ostensum est ab aëre, qui primario lumine illustratur, portionem aliquam in vicinum aërem transfundi ad modum secundi luminis: sic vt non vna sit curua linea, qua lumen à sole ad nos post occasum appellit; sed duæ rectæ, vna qua in superiorem aërem immediatè à sole radij luminis primi diriguntur; altera qua inde tamquam ab alio luminoso corpore ad nos secundùm quoddam lumē remittitur, tantò clarius, quantò inferior aër superiori propinquior existit; tantò verò obscurior, quantò hic noster aër ab illo est remotior, seu quantò sol longius sub horizonte processit.

B

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Lumen effusum circumquaque in sphæræ modum distenditur.



HANC quoque propositionem luculenter probat magistra rerum experientia. Exposita enim lucerna, quocumque te conuertas, eius fulgorem conspicis, nisi interpositum corpus opacum prospectum interpellauerit. an alia caussa adferri poterit, quàm quia luminis radij nullo corpore prohibiti, ad omnem circum partem sese extendunt?

Deinde cur ita constituta sit à prima sui origine luminis natura, hæc conueniens ratio adferri potest: Quæcunque ad vnam aliquam rem ex naturæ præscripto determi-

C nata sunt, velut grauia & leuia, hæc eò duntaxat vim suam efficaciamque conferunt, quò natura impellit. At lumen cum totius vniuersitatis gratia sit institutum, omnibus sese impertiat, quantum valet, oportet. Duo autem pręstat lumen in rerum natura; vnum, quòd totius vniuersi præcipuum decus sit & ornamentum: quamobrem omnia lumine compleri necesse fuit; aureo namque splendore amicta illustriora pulchrioraque existunt. Alterum est, quòd omnia aspectabilia faciat, quæ alias densis inuoluta tenebris, ac si non essent, obliterscerent.

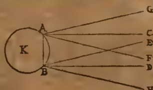
Huius rei gratia solem luminare maius diuina iussio procreauit, vt præesset diei hominumque negotiationi; cui deinde nox succedit apta quieti in sola hac nostra inferiori re-

D gione, non autem in cælestibus, vbi cùm nulla sit quies, nulla etiam est nox. Nocti verò præesse luminare minus naturę auctor voluit, in subsidium eorū, qui aliquid muneris nocte obeunt. Itaq; cum hæc præstet lumen, consentaneū fuit, vt vim suam circumquaque in sphæræ modum exereret: sic enim omnia ornat, &, vt spectari omnia possiut, illustrat.

CONSECTARIVM.

Radij luminosi alij æquidistant, alij sese intersecant, alij in diuersa abscedunt.

E EX hac simul & præcedente propositione facilè intelligi potest, à diuersis partibus corporis luminosi triplicis generis radios prosilire. Quidam paralleli sunt, alij sese intersecant, alij in diuersa distracti longiùs semper ab inuicem in progressu diuaricantur; vt si corpus luminosum exponatur K, cuius duo puncta A & B connectat recta A B, atque à puncto A radius procidat A C, angulum cum recta A B vtcumque efficiens: dico ex omnibus radiis qui ex B procidunt vnum quempiam

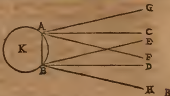


F priori parallelum esse, eum nempe, qui cum eadem A B æqualem priori angulum facit ad eamdem partem, puta B D, per 28. primi Euclidis.

Deinde si ex A & B radij educantur A F & B E, qui cum eadem A B angulos faciant acutos, vel duobus rectis minores & ad easdem partes: dico illos productos tandem concurrere ad eam partem, vbi angulos duobus rectis minores faciunt per 11. communem notionem Euclidis.

Demum productis ex A & B radiis A G & B H, qui cum A B angulos duobus rectis maiores faciant: dico hos radios ab inuicem recedere, si longiùs protrahantur, quod maius spatium comprehendant. Neque enim parallelī incedere possunt, quòd sic duobus rectis æquales anguli forent, qui sub his & A B continentur per 29. primi Euclid.

neque coire aliquando possunt; sic enim cum eadem A B triangulum concluderent, A cuius duo qui ad basin A B sunt anguli, duobus rectis minores essent per 17 primi Euclidis: at supponuntur maiores: igitur A G & B H radij protracti ab inuicem distrahuntur; quod erat probandum. Porrò animaduersione dignum hoc loco est, ab indiuiduo puncto luminoso neque parallelos, neque secantes se radios eijicare posse. Hi namque cùm diuersas habeant origines, a sola magnitudine sensibili prosilire possunt, quæ partes habeat distinctas vnde ij principium ducant.



PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Lumen temporis momento totam virtutis sphæram complet.



MINIME placet ea quæ vulgò huius rei causa obtruditur, ideò lumen instanti temporis produci ac propagari, quòd nihil ipsi sit contrarium: nam eadem quæstio est de contrario victo, quæ de victrice qualitate; cur scilicet ipsum contrarium non tollatur in instanti, succedente eodem momento fortiore qualitate. Si concesseris, contrarium quod antecedit, temporis C puncto de medio tolli, quidni eodem instanti aderit id quod subsequitur, cum subiectum vtraque qualitate simul vacuum esse non possit? Si dicas antecedens contrarium tempore sensim ad interitum perduci; postulatur eius rei causa: si hanc dederis, quòd subsequens contrarium tempore producatur, principium petes, nam sequentem qualitatem successiuè produci initio dictum fuit, idcircò, quòd contrarium habeat eius productioni renitens. Alia igitur inuestiganda est ratio quam pugnax contrarium.

Neque Vitellonis demonstratio subsistit libro secundo prop. 2. cùm neutiquam impossibile sit, quod ipse fieri non posse arbitratur. Argumenti eius ab impossibili hæc est summa: Si lumen temporis mora decurrit spatium sibi à natura præfinitum, id est virtutis sphæram; igitur parte temporis partem spatij, & mini mo tempore sensibili partem D spatij minimam, quæ sentiri potest, conficiet. *Quoniam*, inquit, *si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus componi.* Feretur ergo tempore minimo sensibili per minimū spatium sensibile: sed eodem tempore minimo conficiet idem spatium minimum lumen remissum iuxtà ac intensissimum, cum minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Itaque æqualis efficaciæ erunt lumen remissum ac summè intensum; quod fieri non potest: quocircà nequit lumen temporis mora sphæræ suæ amplitudinem sensim permeare.

Sane si hoc argumentum ad persuadendum efficax esset, probaret vniuersè nullam qualitatis productionem temperaneam esse, imò & ipsam loci mutationē puncto temporis fieri conuinceret. Quod in hunc modum ostenditur eodem ipso Vitellonis argu- E mento: Quod aliqua temporis mora loco mouetur, id minimo tempore sensibili minimum spatium sensibile percurrit. *Quoniam*, vt Vitello inquit, *si in tempore sensibili fer- retur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus compon.* Fertur ergo minimo tempore per minimum spatium sensibile: sed eodem tempore minimo per idem minimum spatium æquè fertur delapsa per aërem pluma, ac proiectus è funda lapis, cùm minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Igitur æqualis efficaciæ erunt, insita plumæ grauitas, & summus lapidi funda inculsus impetus. Absurdum. Itaque momento temporis & pluma, & lapis decurrit spatium, locumq; mutat.

Hinc facile agnosci potest Vitellonis argumentationem paralogismum esse, non de- F monstrationem. Falsum enim est id quod assumit, tempore minimo sensibili confici spatium sensibile minimum. Nam horologiorum indices, & solares vmbræ, & quæcumque vegetant, sensibili tempore spatium conficiunt insensibile. Quare non moueri ea, sed mota esse longo pòst tempore deprehenduntur. Et è contrario, stellæ firmamenti ac cælum supremum incredibili motus pernicitate insensibili tempore maxima spatia emetiūtur. Non igitur necesse est, vt id quod tempore mouetur, conficiat minimo tempore insensibili spatiū insensibile minimum. Ad ipsius verò probationem respondeo, nec id absurdū esse, vt sensibile spatium ex insensibilibus componatur, sed necessariū prorsus: at vt ex solis insectilibus punctis coalescat, continui natura ingeniumq; repugnat.

Genui-

A Genuinam igitur causam hanc esse arbitror, cur lumen temporis momento totam virtutis sphæram impleat, quòd nihil omnino eius productionem propagationemque remoretur. Cur igitur calor non æquè puncto temporis producitur ac lumen? Enimuerò nonnullorum opinio est, frigus non realem qualitatem, sed caloris absentiam esse, vt vmbra absentia est luminis. Respondeo, quamuis frigus nil nisi caloris absentia esset, exinde non sequi, calorem instanti temporis generari, cùm alia causa tardioris generationis subesse possit. Deinde, esto frigus vera ac realis qualitas calori inimica, nondum ex eo probabitur calor tempore generari, cùm initio huius propositionis ostensum sit, non minùs posse contrariam qualitatem quæ antecedit, hoc est frigus, momento tolli, B quàm sequétem, id est calorem, generari. Quòd si frigus momento temporis tollatur, & calor eodem puncto temporis exorietur; tum quia vtriusque vna est ratio, tum quia subiectum vtraque simul qualitate vacuum esse non potest. Nec dicere licebit frigus momento tolli non posse, quòd illi contrarius sit calor; siquidem calor nondum existit, qui eius interitum impediat.

Vera igitur ratio cur calor tempore generetur ea est, quòd ipsum naturæ necessitate loci mutatio comitetur. Nequit enim calor nisi in materia rara diductaque existere: at materia puncto temporis diduci nó potest, cùm id sine partium motu euenire non possit: igitur nec in ea calor produci temporis instanti potest. At lumen omni procul remora momentaneo exortu totam virtutis sphæram simul complet; quod erat probandum.
C

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Lumen longiùs prouectum sensim languescit.



NEMINI incompertum est, lumen in progressu sensim minui, eoque tenuius semper euadere, quò longiùs à causa auehitur. Hoc experiuntur ij qui ad lucernam aliquid operis faciunt: cùm enim defectu luminis non satis vident, propiùs ad lucernam accedunt.

Porrò in assignanda huius rei causa video præcipuos Philosophos plurimùm D desudare, scopumque attingere neminem. Qui enim naturam inclamant, veram quidem causam adferunt, sed remotam: quamobrem non faciunt satis, cùm proxima, vel saltem propinqua postuletur.

Fors quispiam hanc idoneam esse causam arbitrabitur, cur lumen progressione languescat, quòd lumen in sphæræ modum diffundat sese, vt propositione 3. ostensum est. Erit itaque corpus lucidum velut centrum eius sphæræ, quam actiuitatis vocant, cuius circumferentia erit illa superficies, ad quam actio corporis lucentis terminatur. Ab hoc ergo centro siue corpore lucido, si rectos vndique radios ad circumferentiam protensos animo concipias, animaduertes eos, quò longius à medio progrediuntur, eò semper ampliori interuallo ab inuicem diuaricari: e conuerso autem eò semper arctius stringi, quò E propiùs ad centrum accesserint, quoad tandem in vnum simul omnes conueniant, seque mutuò amplectantur. At coniunctum lumen efficacius excellentiusque est disperso, per communem notionem: igitur iuxta sphæræ centrum intensissimum est lumen, inde verò quò longius prouehitur, eò semper rarius segniùsque euadit.

Hæc ratio, licet ex necessarijs concludere videatur, facile tamen conuelli potest. Nam quarundam rerum actiones non in sphæræ modum amplificantur, sed in rectam solummodò lineam extenduntur; qualis ea est, qua Herculeus lapis sese ad Boream conuertit, ferrumque rapit. hæc autem quo pacto sensim languescat, data causa non explicat. Et quamuis lumen longe lateque sese effundat, tamen ea diffusio in vnoquoque radio soli- F tarié sumpto locum non habet. At lumen per rectam lineam protensum profectione minuitur; igitur hæc quæ astruitur decrementi causa esse non potest.

Deinde si ea esset decrementi causa, sequeretur æqualibus spatijs æqualia fieri luminis decrementa: at non ita rem se habere sequenti propositione fiet manifestum: igitur nequit radiorum diuaricatio causa esse cur lumen longiùs prouectum paulatim languescat.

Itaque nobis hæc potior causa videtur, quòd luminis actio non infinitè procedat, sed definito spatio absoluatur. Vniuersis siquidem agentibus, quorum actio extrà effunditur, commune id esse constat, quòd ipsorum effectus longiùs producti sensim decrescat. Eius verò causam eam esse dicimus, quòd illorum vis certo termino definiatur: hinc

namque consequens est, vt in proximo spatio tenuior qualitas excitetur, quàm in ipsa sit A
effectrice causa. Si etenim, gratia exempli, primæua illa lux, quæ in fulgido corpore enitet, æquale sibi lumen in proximo medio diaphano excitaret; & hoc lumen aliud, istudque iterùm, atque aliud identidem aliud semper procrearet: cumque eius progressionis nusquam futurus sit status, finisque agendi, in immensum ea actio progredietur. Absurdum: siquidem omnia agentia creata præscriptum habent actiuitatis terminum; disparem tamen, prout singulorum virtus & efficacia breui compendio est definita. Quare in quouis spatio intra actionis orbitam assumpto, obscurius semper lumen existit, quàm in proximè antecedente; quod erat explicandum. B

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Æqualibus spatiis inæqualia fiunt luminis decrementa.

St eam ob causam lumen longiùs prouectum sensim languesceret, quòd radij à corpore luminoso per amplitudinem sphæræ actiuitatis proiecti, quò longius à medio recedunt, eò magis magisq; ab inuicem distrahantur, manifestè sequeretur æqualibus spatiis lumen æquis portionibus decrescere; quod in hunc modum potest demonstrari:

Esto corpus luminosum A, radijque ab A profusi A B & A C, à quibus æquales partes abscindantur per arcus B C, D E, F G, & H K ex eodem centro A descriptos: his verò arcubus rectæ subtendantur chordæ, quas dico parallelas esse. Cum enim angulus A ad verticem communis sit omnibus triangulis, quorum subtensæ chordæ B C, D E, F G, & H K sunt bases; sublato à singulis triangulis communi angulo A, relinquentur C
ad basin B C duo simul sumpti duobus simul sumptis angulis ad reliquas bases æquales: D
siquidem per 32. primi Euclidis tres cuiusque trianguli anguli duobus rectis sunt pares. At cum per circuli definitionē æqualia sint latera A B & A C, erunt anguli A B C & A C B, vtpote ad basin trianguli isoscelij, inter se æquales per 5. primi Euclidis. Eodemque modo æquales inter se ostendentur, qui iuxta singulas sunt bases D E, F G, & H K. Igitur æquales quoque inter se erunt anguli A B C, A D E, A F G, & A H K, siquidem æqualium dimidia sunt inter se æqualia per communem notionem: ex quo demum fit vt parallelæ sint inter se bases B C, D E, F G, & H K per 28. primi Euclidis.

His ita præmonstratis, colligimus per 4. superius lemma triangula B A C, D A E, F A G & H A K æquiangula esse, ac proinde proportionalia ipsorum latera, tum quæ circa æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur per 4. sexti Euclidis. Vt E
igitur A F ad A H, ita F G ad H K; & vt A D ad A F, sic D E ad F G; vtque A B ad A D, ita B C ad D E: eodemque modo ad finem vsque sphæræ actiuitatis progrediendo. Sed A B, A D, A F, & A H se mutuò æqualibus portionibus superant: igitur ipsæ quoque B C, D E, F G, & H K se mutuò partibus æqualibus excedunt. At verò ex hypothesi lumina inuersam habent rationem eam inter se, quam triangulorum bases B C, D E, F G, & H K: nam quemadmodum B C ad D E, ita lumen D E ad lumen B C. Tantò etenim remissius est lumen in loco B C, quantò B C maior est ipsâ D E, aut quantò D E ipsâ B C est minor. Sequitur igitur, si eam ob causam lumen protensum languescit, quod radij à corpore luminoso euibrati magis ac magis diuaricantur, lumina æqualibus spatiis æqualia pati decrementa.

Hæc profectò demonstratio ex necessariis concluderet, si radiorum diuaricatio cau- F
sa decrescentis luminis probaretur. Nunc vero quoniam ea opinio reiecta à nobis est superiore propositione, exemplo illarum rerum quarum actiones itineris longinquitate minuuntur, tametsi non in sphæræ modum, sed recta tantùm linea intendantur; quia etiam ibidem vera data est causa decrescentis luminis, nihil momenti aduersus propositum ea assumptio habere potest.

Itaque depulso hoc ariete, id quod propositum est, ratione & experimento firmemus. Si ex æquo luminis profusio spatiumque diuiderentur, sequeretur æqualium causarum vnam altera efficaciorem esse, imòverò & infirmiorem robustiore esse potentiorem; quod

A quod absurdum censeri debet. Id autem sequi facilè ostendetur, si duo luminosa exponantur in proportione dupla, quorum alterum A sit, vt 8; alterum B, vt 4. Illa enim dicitur causa potentior, quæ maiorem edit effectum. At cum luminosum maius A per vnum spatium producit lumen vt 7. & per secundum spatium lumen vt 6. tum ad hunc effectum omnes simul partes luminaris A pro viribus coucurrunt, vt propositione prima huius libri ostensum est. Eius igitur pars dimidia, puta 4. præstat luminis 6. partem dimidiam, hoc est 3. Alterum verò luminare B in proximo spatio edet lumen vt 3. in secundo autem lumen vt 2. ex hypothesi. Itaque robustior est pars dimidia luminaris maioris, quæ B graduum quatuor est, quàm luminare B, item vt 4. solitarie agens: siquidem hoc per duo spatia lumen tantùm vt 2. progignit; illud verò per duo item spatia lumen vt 3. Quare duorum æqualium luminarium vnum altero potentius esse conuincitur.

8 7 6
A *
B *
4 3 2

Sic quoque minus luminare maiore efficacius fore ex eadē hypothesi probabitur. Sunto enim duo luminaria, vnum vt 8 notatum A, alterum B vt 5: vbi A producit 5, ibi eius dimidium, quod est 4, producit dimidium quinque, nempe $2\frac{1}{2}$: at ibidem luminare B, quod dimidio luminaris A maius est, producit tantùm 2: igitur luminare B quod maius est, infirmius est dimidio luminaris A, quod est minus. Absurdum: quoniam effeC ctus omnis suæ causæ proportionatus esse debet, & vicissim causa effectum suis viribus accommodatum progignere. Non igitur æqualibus spatiis æqualia fiunt luminis decrementa.

8 7 6 5
A *
B *
5 4 3 2

Deinde in occursantibus sibi luminibus, manifestius apparet propositum. Esto enim luminare A vt 4. in proximum spatium lumen profundens vt 3. deinde vt 2. tum vt 1. ac tandem in o, seu D nihilum desinens. Sit & luminare B item vt 4. prope finem actiuitatis prioris expositum, illic producens 3, vbi A producit vnum, illic verò 2, vbi & A 2. at ibi 3. vbi A 1. ac tandem in loco A deficiens. Quòd si hæc concedantur, vti oportet, & æqualibus spatiis æqualia fiant luminis decrementa; perspicuè infertur, toto spatio, quod inter vtrumque luminare interiacet, æquale lumen diffusum esse, quod experientiæ aduersatur. Quis enim adeò luminibus destitutus est, qui non videat inter duas lucernas centum stadiis ab inuicem disiunctas, minus luminis circa medium esse, quàm circa extrema; esset autem æquale, si æqualibus spatiis æqualia fierent decrementa, vt ex apposito schemate conspici potest. Si enim singulis spatiis summę vtriusque luminis in vnum collectæ subscribantur, hę æquales vbique inuenienE tur, nimirum 4. Neque necessum est, vt ad extremitates mutuarum sphærarum luminaria constituantur: siue enim extra, siue intra mutuas sphæras existant, æquale lumen, toto spatio inter vtrumque diffuso, ex vtroque consurgat necesse est. Ex his igitur perspicuè colligitur, æqualibus spatiis inæqualia fieri luminis decrementa; quod erat probandum.

4 4
A * * B
3 3
2
1 1
o o
4 4 4 4 4

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualium spatiorum quæ longius absunt, minora efficiunt defectionum momenta.

B CVM per superiorem propositionem nequeant æqualibus spatiis æqualia esse decrementa, necesse omnino est ea vel maiora esse vel minora. At maiora esse non possunt: sic enim grauiora absurda consequerentur, quàm si æqualia essent, vt maximè apparet in luminaribus interuallo disiunctis, a quibus ad medium interiecti spatij lumen, non modò æquale profunderetur; verùm etiam continuò augesceret, quod longiùs à vero abest, cum experientia doceat lumen ad medium vsque perpetuò minui.

Deinde breuissimo actiuitatis termino luminis profusio definiretur: siquidem vixdum à lucido corpore decisum præcipiti cursu ad interitum prolaberetur: videmus au-

tem lumen habere sphæram actiuitatis amplissimam. Igitur necesse est vt remotioribus A
spatiis minora sint decrementa.

Præterea manifesta accedit experientia. Si namque candidam chartam accensæ lucernæ proximè obijcias, sic vt luminis radij in chartæ planum directò procidant, eamque ad spatium aliquod, puta palmi vnius aut duorum identidem abducas, atque in pristinum locum reducas, videbis lumen, quod in charta eniret, magnum subire augmentum ac decrementum: at si longiore id recessu à corpore luminoso experiri tentaueris, nullum, aut certè vix vllum animaduertes mutationis discrimen, non aliam ob causam, quàm quòd lumen remotiori loco, per æquale spatium, minus patiatur decrementum; quod propositum fuit. B

Adde, si placet, & aliam experimenti rationem, ad confirmandũ propositum accommodatissimam. Exponatur mensa, quoad fieri potest, longissima; nam quò longior erit, eò maiorem concedet experiundi libertatem: huic iuxta alteram extremitatem duæ lucernæ imponantur, altera simplex vnica lucens flammula; gemina altera, cuius duæ flammulæ non procul ab inuicem disiunctæ sint, sic vt simul ambæ vnius corporis luminosi vicem subeant, quod alterius duplum sit & magnitudine & agendi facultate: id verò vt rectiùs fiat, singularum flammarum lychnos pares crassitie esse oportet, vt accensi pari nitore fulgeant. Tres porrò hæ flammulæ secundùm mensæ latitudinem rectò ordine disponantur, eisque tabella obijciatur duobus orbicularibus foraminibus pertusa, non profectò minoribus quàm vt ouum capere possint. Habeat prætereà tabella hæc e C loco inter vtrumque foramen medio prominens interstitium, rectis angulis cõmissum, quod lucernarum radios dirimat, ne promiscuè in quoduis foramen illabantur; sed per vnum quidem foramen simplicis lucernæ lumen penetret, per alterum verò geminæ, vti in fronte huius quinti libri rem ipsam imagine expressam habes.

His ergo ita comparatis, propositum ostendetur in hunc modum: Simplicis lucernæ lumen, quod per alterũ tabellæ foramen exeritur, candidâ chartâ à tergo oppositâ excipiatur ad interuallum ab ipsis luminaribus quodcumque libuerit: atque eodem modo geminæ lucernę lumen per alterum foramen transmissum, obiecta post tabulam charta terminetur interuallo à lucerna prioris duplo. Sane si lumen æqualibus spatiis paribus momentis deficeret, hæ duæ chartæ æquale lumen exhiberent; quòd quemadmodum D vnum luminare alterius est duplum, ita & spatia duplam rationem inter se habeant: at non ita res euenit, sed geminæ lucernæ fulgor clarius in charta enitet quàm simplicis, sic vt duplicato spatio minus quàm duplum factum sit decrementum; igitur charta quæ geminæ lucernæ radios suscipit, longiore quàm dupla intercapedine abduci debet, vt apparens in ea splendor simplicis lucernæ lumini exæquetur. Et hæc quidem cùm non procul à lucernis contingunt, spatiorum differentiæ minores deprehenduntur, maximè verò cùm longiùs inde res peraguntur.

Nunc quo pacto conuersa ratione idem eueniat, explicemus. Immotâ iuxta alteram mensæ extremitatem tabellâ, post eam charta constituatur quæ vtriusque lucernæ radios excipiat: tum lucernæ ipsæ transferantur, dispari tamen a charta interuallo, sic vt E geminæ lucernæ intercapedo sit dupla eius qua simplex distat lucerna: palàm igitur chartam inueniri geminæ lucernæ lumen clarius apparere quàm simplicis; vtque paria fiant ea quæ in charta spectantur lumina, oportere geminam lucernam longiùs abduci, quia per duplex spatium minus quàm duplex factum fuit luminis decrementum. Et hæc item quo longiùs à luminaribus contingunt, illustriora certioraq; redduntur, propter ingentia interuallorum discrimina, quæ in paribus luminum defectionibus obuenire cernuntur.

Hoc ipsum experimenti genus compendio fiet, si geminæ lucernæ loco simplex substituatur: nam si tabella pertusa tantillum obliquetur, fiet vt id quod è tabella prominet interstitium, alterius lucernæ radios ab altero foramine excludat, & per vnum eius fora- F men vnius tantùm lucernæ lumen, per alterum verò vtriusque simul profundatur, atque ita alterius quodammodò geminum.

Potest & manus interpositione intersepti munus suppleri; quod quidem permolestum, subinde tamen necessarium est, cùm nonnumquam procul à luminaribus tabellam dimouere oporteat. Has ac similes praxes, quia vsu faciliùs quàm lectione discuntur, consultò prætermittimus. Porrò pluribus luminaribus assumptis, atque ordine dispositis, insignes veritates elici poterunt circa luminis profusionem ac decrementum, quas proinde inuestigare non pigeat.

PRO.

A

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Lumen æqualibus spatiis proportionalibus decrementis languescit.

DEMONSTRARI hæc propositio potest ex illo naturalis scientiæ vulgatissi-
mo theoremate, quod docet effectum omnem suæ causæ proportiona-
tum esse debere. Quod sanè in illis agentibus, quæ vim suam foras exe-
B runt, verissimum esse comperitur, cum æqualis prorsus virtuti esse num-
quam possit: sed tanto semper minor quanto causa cùm ex sese, tum ex
longinquitate spatij, quo actionem producit, redditur imbecillior. Quocircà si per æqua-
lia spatia actio diuidatur, effectus decrementum ex sola agentis imbecillitate originem
ducet. Quantò igitur hoc infirmius, tantò ille remissior, non secundùm æqualitatem,
sed pro rata agentis potestate.
Exempli gratia, si lumen, cuius potestas 12. per datum spatium diffundit sui dimi-
dium 6. dico aliud luminare vt 6. per æquale spatium proferre 3. sui item dimidium. Vt
enim agens 6. ad agens 12. ita effectus 3. ad effectum 6. Si enim luminare 6. per datum
spatium lumen maius quàm 3. produceret, aliud quoque luminare ipsi æquale plus lu-
C minis ederet per idem spatium quàm 3. quare simul iuncta effectum progignerent di-
midio vtriusque maiorem. Essent ergo hæc duo luminaria iunctis viribus potentiora,
quàm luminare 12. per se solitariè agens. Siquidem maioris illud est potestatis, quod aut
æqualem effectum ad maius spatium profundit, aut quod effectum maiorem per idem
spatium potens est excitare.
Quòd autem duo luminaria vt 6. simul agentia effectum edant ex vtriusque actione
compositum, ex 2. lemmate huius libri potest demonstrari. Vt enim virtus partis ad lu-
men partis, ita se habet virtus totius, seu compositi agentis, ad totius lumen. At æqua-
lium luminarium æqualis est virtus, & virtus æqualis æqualem gignit effectum: igitur
duo luminaria & viribus & effectu vni luminari vt 12. æqualia sunt. Quare vbi lumi-
D nare 12. edit lumen vt 6. ad idem interuallum luminare 6. edit 3. Hæc siquidem gemi-
nata edunt lumen vt 6. Ex quibus perspicuè colligitur, lumen æqualibus spatiis propor-
tionalibus minui decrementis; quod erat ostendendum.
Obijciet forsitan aliquis: Si lumen per æqualia interualla proportionalibus, non ve-
rò æqualibus decrementis degeneraret, fore vt infinitè protensum numquam deficeret.
Si enim luminosum vt 12. in proximo medio produceret lumen vt 6. sui nempe dimi-
dium; hoc deinde lumen in proximo spatio sui ederet dimidiū, puta 3. atque hoc posteà
dimidium videlicet 1½. itáque deinceps, sequeretur numquam posse lumen omnino de-
ficere, quantumuis producatur. Semper enim per infinita licet interualla dimidium di-
midij produci poterit, cùm sint numero infinitæ proportionales partes, in quas data ma-
E gnitudo secari potest.
Sed occurrendum huic argumento; licet non detur minimum quantitatis, dari ta-
men minimum luminis naturale, hoc est lumen adeò tenue, vt citra interitum magis at-
tenuari non possit. Quo pacto & corporum naturalium minima dantur; quæ nimirum,
si ampliùs diuidantur, formam essentiamque deperdunt. Vti namque corpora ad natu-
ralem sustsistentiam nonnullam exposcunt quantitatis molem, cùm ipsa nil aliud sit,
quàm ipsius substantiæ corporeæ modulus; ita & qualitates, nisi aliquo excellentiæ gra-
du prædîtæ sint, sponte depereunt. Ita ergo cùm luminis profusio ad minimum inten-
sionis gradum peruenerit, vltrà non progredietur, sed in eo velut proprio circumscri-
ptionis termino finietur, vt infrà propositione 15. dicemus.

F

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Lumen vniformi difformitate decrescit.

HÆC propositio efficitur ex præcedentibus. Pro illius autem explicatione
prænotandum, difformem dici luminis diffusionem, quòd, vt propositio-
ne 5. ostensum est, non æquale sit lumen, per totam virtutis sphæram
extensum; sed in discessu à corpore lucido sensim elanguear, donec tan-
dem penitus intereat.
At duobus modis actio aliqua, motúsve vniformis dici potest. Vno cùm per æqualia

interualla, inæqualia quidem, ſed proportionalia ſiunt incrementa vel decrementa. A
Quo pacto vniformiter diffotmis eſt ille motus, quo ſol ab æquatore ad tropicos bis in
anno accedit, totieſque ab eiſdem diſcedens iterùm æquatorem repetit. In receſſu enim
ab æquatore æquis temporibus minora ſemper ſpatia conficit; in acceſſu verò maiora:
quare ſolſtitiorum tropici hinc etiam appellationem obtinuiſſe videntur, quòd æſtiuo
brumalique initio circa tropicos ſol perſtare, & nec progredi nec regredi longo tem-
pore videatur.

Eiuſmodi quoque ſunt per ſingula anni tempora dierum incrementa ac decrementa.
Nam prope æquinoctiorum tempus maiora ea ſunt æqualibus temporibus, quàm pro-
pe ſolſtitia. Ex quo fit, vt vernalibus atque autumnalibus diebus exiguis temporibus in- B
ſignes fiant acceſſiones vel detractiones: æſtiuis verò atque brumalibus perexiguæ; ſic vt
ſtatum quemdam magnitudinis & paruitatis his menſibus adepti, in eo perſiſtere ali-
quantò diutiùs manifeſtè deprehendantur. Vniformes inquam ſunt hæ mutationes,
quòd inæqualitas, quam temporibus æqualibus ſubeunt, non fortuitò, ſed ordine ac
certa definitaque lege procedat.

Alio modo, eoq; præſtantiori vniformis dicitur actio, motuſque, cùm incrementa ac
decremẽta æqualibus ſeu ſpatiis ſeu temporibus, non modò proportionalia ſunt, verùm
etiam æqualia: id enim propiùs ad vnitatem conſtantiamque accedit. Cùm autem
propoſ. 8. oſtenſum ſit lumen æqualibus ſpatiis proportionalia pati decrementa, rectè
concludimus id quod initio propoſitum fuit demonſtrare, lumen per ſpatium ſibi à na- C
tura conceſſum vniformi decremento minui, quamuis non perfectiſſima illa vniformi-
tate, quam aliæ quædam actiones habeant.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Quò intenſius eſt lumen, eò longiùs prouehitur.


D huius propoſitionis confirmationem ex phyſicis inſtitutionibus præ-
notandum eſt, qualitatis intenſionem analogia quadam corporum quan-
titati reſpondere (loquor autem de interna corporum extenſione, non D
verò de ea, qua ſecundùm locum extrinſecus diſtenduntur: hæc enim
& corporibus & qualitatibus communis eſt.) Eſt inquam in qualitatibus
intenſio quod interna quantitas in ſubſtantia corporea. Vt enim quantitas nil aliud eſt
quàm materiæ copia atque vbertas, ita intenſio nil aliud quàm qualitatis affluentia
in eadem ſubiecti mole. Et vt maiora illa corpora dicuntur, quæ plus habent materiæ,
ita intenſiores dicuntur qualitates illæ, quæ in eadem molis amplitudine vberiorem ha-
bent qualitatis prouentum, ſic vt intenſio à qualitate non magis quàm a ſubſtantia cor-
porea quantitas reipſa diſtinguatur: & quemadmodum nullum ſine quantitate corpus,
ita nulla qualitas omni expers intenſione animo concipi poſſit: ſiquidem vt corpora
materiæ acceſſione augentur, ita qualitates intenduntur ſimilis qualitatis exortu in ea- E
dem ſubiecti parte.

Hæc cùm ita ſint, perſpicuè oſtendi poteſt, lumen quò intenſius eſt, eò longiùs propa-
gari. Cùm enim remiſſius lumen ab intenſiore ſuperetur portione aliqua, ſanè ea por-
tio otioſa non erit, cùm omne lumen ſui ſit diffuſiuum. Aget igitur: atq; in proximum
diaphanum luminis aliquid transfundet, quo illud impenſius illuſtrabit, quàm ſola pars
remiſſior poterat. Hoc itaque excellentius lumen in proximum deinceps medium ma-
iorem iterùm effectum producet, atq; ita continuata traductione, intenſius lumen aliud
ſemper intenſius gignet, quouſque ad terminum remiſſioris luminis perueniatur: vbi
cùm ea etiamnũ portio relinquatur, qua minus lumen à maiore vincebatur, poterit hæc
naturæ lege vlteriùs actionem lumenque protendere, quouſque ipſum quoque intereat. F
Palàm igitur intenſius lumen remiſſiore longiùs propagari; quod erat demonſtrandum.

Notandum verò hoc loco eſt, non tantò longiùs prouehi luminis actionem, quantò
luminoſum eſt intenſius, ſic vt excellentiæ modum
non eadem proportione ſequatur extẽſionis quantitas.
Cum enim 2. lemmate præmonſtratum ſit, eam ratio-
nem habere virtutis partem ad partem luminis, quam
habet tota virtus ad totũ lumen; finge animo duo lumi-
na, vnum altero intenſius in proportione dupla, quæ non ſimul ambo, ſed per ſe
ſingula

A B E C
8 4 2 1
*
*
4 2 1

A singula lumen effundant; sitque lumen validius 8. imbecillius verò 4. esto item spatium quo lumen 8. agendo extendit ᴀ ᴄ trifariàm diuisum per ᴀ, ʙ, ᴇ & ᴄ: quia ergo propositione 8. ostensum est lumina æqualibus spatiis proportionalia pati decrementa, sic ʙ spatium, quo lumen 8. sui producit dimidium, nempe 4; producet ergo in ᴇ 2. & in ᴄ 1. vbi deficiet; quare luminare 4. in ʙ producet 2. & in ᴇ 1. vbi ipsum quoque desinet. At spatium ᴀ ᴄ vna tantùm portione maius est spatio ᴀ ᴇ, cùm hoc sit vt 2. illud verò vt 3; non igitur quemadmodum lumen maius 8. ad minus puta 4. ita spatium ᴀ ᴄ quo porrigitur lumen 8. ad spatium ᴀ ᴇ, quo lumen minus terminatur. Eadem verò in ceteris numeris est demonstratio. Quocircà vniuerse concludimus non eam-
B dem esse luminum & spatiorum, quibus actionem intendunt, proportionem; quod erat probandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Luminarium æquè intensorum, quod maius est, longiùs actionem producit.

Is qui in naturali scientia sunt versati id perspicuum esse arbitror, plura agentia, dum simul in vnam eamdemq; actionem conspirant, excellentiorem effectum edere, quàm vnumquodque si per sesolum agat. Sic enim
C coniunctæ hominum vires ingentia præstant molimina, maximaque corpora promouent, quæ nullus per se vel tantillum loco dimouere potuisset. Sic multæ congestæ prunæ acriùs excalfaciunt: sic quoque pensilibus lychnis maiora illustrantur triclinia.

Quod cùm ita sit, liquidò apparet ipsum quoque luminare, quò maius est, eò impensius lumen in proximo medio gignere: nam quod maius est, plures habet partes eiusdem rationis, quàm quod est minus. Exempli gratia, decempedale corpus plures habet partes pedales quàm corpus bipedale: at per primam huius libri propositionem, singulæ luminosi corporis partes proprium effectum edunt: igitur quò maius est corpus luminosum, eò excellentius lumen in proximo medio progignit: quare & longiùs actionem producit;
D siquidem per proposit. proximè antecedentem lumen intensius longiùs prouehitur.

Confirmari hæc veritas potest ignis exemplo, cuius scintilla non minus quidem calida est quàm ignis maximus; quoniam calefaciendi vis in igne proprietas est substantiæ, quæ, quia simul cum corpore eius diuidua est, omnibus particulis inest ex æquo necesse est. tamen nemo tam stupidus est sensusque expers, qui non sentiat ignem maximum per idem interuallum velociùs pleniusque excalfacere, quàm scintillam vnam; scilicet propter multiplicatam substantiæ agentis quantitatem, non propter virtutis aut proprietatis in substantia factam accessionem.

Et hoc quoque ostendi potest, non eamdem esse magnitudinis corporis luminosi & spatij quo lumen diffundit proportionem: nec enim tantò longiùs vnumquodque agit, quantò ipsum altero est maius. Cuius demonstratio cùm nihil differat ab ea, qua proxi-
E mè ostendimus non ita se habere spatia, quemadmodum dissimiles luminarium intensiones, eam prudentiç Lectoris colligendam committimus.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Singulæ partes luminosi corporis ad extremam vsque virtutis sphæram lumen protendunt.

F Procul à vero aberrant qui autumant maiores partes vnius luminosi corporis longiùs, minores verò propiùs actionem suam terminare: hoc delusi argumento, quòd illç vt maiores, ita valentiores sint, hæ verò segniores, vtpote minores. Quamobrem vnamquamque earum secundùm mensuram suæ magnitudinis agere contendunt.

Hoc si ita esset, perspicuè sequeretur effectum aliquem luminis ita à toto luminoso produci, vt in eum neque pars aliqua, neque simul omnes conspirent; quod fieri non potest, cùm totius actio alia non sit ab omnium simul partium actione. Sit igitur propositum luminosum cubitali magnitudine, lumen ad centum passus effundens: quemadmodum totum ipsum luminosum corpus ex omnium partium aggregatione consurgit,

ita & lumen quod à toto effunditur, ab omnibus partibus vnà in actionem incumbentibus producitur. Iam peto, cuinam parti adscribi debeat lumen in centesimo passu excitatum? Si dimidiæ dixeris: profecto cùm duę medietates in toto sint, determinandum est, ab vtra illarum in tam longè dissitum spatium effectus luminis proueniat. Nam ab vtraque dici non potest: sic enim non minùs procul ageret pars quàm totum, contra hypothesin. Ab vtra igitur medietate in vltimo sphæræ termino lumen progignitur? Sanè nulla ratio vni fauet potiùs, quàm alteri. Non igitur à medietate. A

Ineptius autem respondebis à tertia, vel quarta, aut alia quapiam minore parte luminosi corporis ad centesimum passum lumen propagari. Nam ex hypothesi quò minores sunt partes eiusdem luminosi, eò breuiorem habent actiuitatis terminum. Potius igitur à maiore parte, quàm sit medietas, ille effectus proficisci crederetur. Sed neque id probabile est. At enim maxima ea pars esse deberet; quod fieri nequit. Quauis enim datà maior dari potest. Si autem non sit maxima, eius actio ad extremum sphæræ actiuitatis totius luminosi non perueniet. A nulla igitur parte solitaria extremum illud lumen produci potest. Sed neque ab omnibus simul agentibus, vt iam paulò antè dictum est; ita enim partes & totum æquali virtute pollerent: & si inæquales eæ partes sumerentur, minoris perinde ac maioris partis actio ad vltimum sphæræ actiuitatis terminum attingeret; quæ omnia propositæ repugnant sententiæ. B

Deinde sequeretur, nullum omnino corpus luminosum, quantumuis immane, quidquam extra fines proprij subiecti agere posse. Cùm enim corpus luminosum, quantacumque mole distentum sit, partibus constet, ex quarum actione totius luminosi actio consurgit: sane non longiùs porrigetur lumen totius quam partium. Sed minutissimæ quæque particulæ ex minoribus componuntur in infinitum, vt ex diuisibilitate continui perspicuum est. Igitur nullum est spatiolum tam exiguum ad quod lumen diffundi possit à luminoso vel maximo: si enim aliquod detur, huc actio ab aliqua diuidua parte luminosi perueniet. At nullam eiusmodi assignare vm quam licebit, quòd eius actio ex minorum partium actione consiliat: sed minores partes ad hoc spatium agendo numquam attingent: igitur nec ea pars quæ fuerat assignata. Cumque eodem modo diuidendo infinite progredi liceat, sequitur nullum corpus luminosum, etsi maximum, extra propriæ quantitatis limites quidpiam luminis posse effundere. Non igitur luminosi corporis partes aliquæ longius, aliæ breuius lumen profundunt. C D

Quare dicendum singulas partes luminosi corporis ad extremam vsque virtutis sphęram agendo pertinere. Argumento est patens experientia. Si enim pars vna luminosi corporis obtegatur, breuiorem fieri illustratæ sphæræ diametrum manifestè deprehendimus. Igitur pars aliqua luminis ab extremo sublata est; quæ si producta non erat à parte luminosi prohibita, quid obsecro causæ est, cur interiit? Nihil enim sublato eo, à quo minime pendet, corrumpitur; nisi alia causa intercedat, quæ interitum adferat.

Petes, qua vi vna pars longiùs agat altera concurrente, quàm ipsa per se valeat. An ex alterius actione conualescit, seque ipsa superat? Haud ita. An propter medij dispositionem promptior fit illuminatio? quia nimirum faciliùs mouetur motum, quàm id quod nondum moueri cœptum est. Vnde leuiori impulsu incitantur currus dum mouentur, quàm dum quiescunt; & citius calefit aqua tepida, quam frigida. Et ita vnumquodque ceterorũ agentium faciliùs agit in id quod iam gradum aliquem futuræ formę præcepit, quàm in id quod ea omnino vacuum est. An inquam hoc eodem pacto luminosum corpus minori negotio illuminat proximum medium illustratum, quàm tenebricosum? quòd scilicet partes corporis luminosi ad mutuas actiones proximum medium continuò disponunt, sic vt maiorem effectum vnaquæque illarum in singulis partibus medij producat, quam per se sola potuisset? E

Magna omnino est huius ratiocinationis probabilitas, quippe in multis veritatem habet quare ne cuiquam imponat, monemus axioma illud; *Promptiùs mouetur motum, quàm id quod nondum moueri est cœptum*; in illis tantum veritatem habere, quorum actiones aliqua repugnantia impediuntur, hac enim aliqua ex parte prius superata faciliores redduntur actiones: at nihil corporis luminosi conatibus obsistit: igitur ex medij dispositione non redduntur actiones luminosorum valentiores. F

Quare genuina causa, cur luminare vnum ex alterius concursione longiùs agat, hæc est; quòd vbi vnum luminosum per se minimum edit naturale, suæque actiuitatis vltimum terminum, illic etiam adiit portio luminis ab altero luminari producta, quę iuncta minimo illi, lumen conflat non minimum, quod proinde longius actionem proferre potest.

A teſt. Nec aliter ſe res habet in vno luminari, quando longiùs ſingularum partium actio protenditur ceteris vnà conſpirantibus, quàm ſi ſolitariè vnaquæque ſumatur. Quæ omnia illuſtriora fient, cùm paulò pòſt de concurſu luminum diffuſiùs agemus. Eodem namque modo agunt luminoſa diſtincta, cùm ſimul in eumdem effectum incumbunt, quemadmodum eiuſdem luminoſi coniunctæ partes. Nihil enim ad actionem refert, ſintne partiales cauſæ inter ſe vnitæ, an verò diſcretæ: ſat verò eſt, vt in vnum mutuas vires conferant, ſimulque in eamdem partem medij actionem intendant.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

B

Lumen ſublato luminoſo ne momento quidem temporis in medio perſeuerat.



HVIVS proprietatis eadem omnino cauſa eſt, quæ & viſibilium ſpecierum, quas libro 1. propoſitione 52. oſtendimus, amoto obiecto illicò euaneſcere. Neque enim ſimulacra illa, aut à lucido corpore profectum lumen, firmæ ac ſtabiles ſunt qualitates, neque aliarum more è ſubiecti gremio excitæ, eius materiæ ad inſtar habituum pertinaciùs adhærent: ſed ſunt tenues quædam actiones perpetuò à cauſis effuſæ, longe inferioris eſſentiæ, quam ſint
C materiales illæ qualitates, quas plerſque corporibus congenitas eſſe videmus, ac perſtare ſublatis cauſis, conſeruarique formarum ſubſtantialium præſidio, cuiuſmodi ſunt natiui rerum omnium colores, ipſa lux in illo corpore, quod ſuapte natura collucet. Illæ inquam intentionales, quas vocant qualitates, ſeu veriùs profuſiones, cum neque ſolidam entitatem habeant, neque proprium ſubiectum aliquod, cuius ope fulciri queant ac ſuſtineri; fit, vt ſublata cauſa, funditus pereant, & ne puncto quidem temporis perdurare poſſint; quod erat probandum.

Exiſtimare fortaſſe quiſpiam poterit, dubiam illam lucem, quæ in aëre poſt ſolis occaſum ſuperſtes manet, crepuſculum vocant, eſſe idem illud lumen, quod ante occaſum à ſole immediatè excitatum fuerat; non quidem eadem excellentia, ſed imminutum.
D Verùm non ita ſe res habet: nam crepera illa lux quæ inter diem noctemque interuncat, longè alia eſt ab illa primaria quæ directè à ſole proficiſcitur, vt definitione 7. & propoſitione 2. huius libri apertè docuimus. Primarium namque lumen à ſole ipſo originem ducit: at quod poſt occaſum ſolis interlucet, proxime à ſtipante aëre, qui primo lumine coruſcat, propria efficientia gignitur. Non igitur crepuſculi lumen illud idem eſt imminutum, quod ante occaſum in noſtro aëre fulgebat, neque illius portio, etiamnum ſuperſtes abſente ſole, quaſi principale lumen poſt corporis luminoſi abitum in eodem medio ad tempus perſeueret, non quidem in ſtatu, ſed in continuo motu quo ad interitum prolabitur. Enimuerò vna eademque eſt ratio veſpertini crepuſculi & matutini: at nemo dixerit matutinum crepuſculum alicuius maioris luminis reliquias eſſe,
E cùm nullum proximè anteceſſerit: igitur nec veſpertinum aliquid erit à præcedente ſolis lumine pòſt relictum.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Lumen medium diaphanum per quod tranſit, non immutat.



HVIVS rei potiſſimum argumentum eſt, quòd poſt luminis receſſum nihil in medio diaphano a lumine remaneat: ſed eodem temporis momento lumen euaneſcat, quo luminoſum corpus de medio tollitur, vel
F quo per interpoſitionem corporis opaci luminis radius intercipitur.

Dices à lumine ſolis diurno tempore aërem manifeſte incaleſcere, eamque affectionem poſt ſolis occaſum non modico temporis ſpatio perdurare: igitur lumen id per quod tranſit, medium immutat. Reſpondeo calorem illum a lumine ſolis, velut ab effectrice cauſa prouenire, non verò tamquam à formali. Nam per radiorum collectionem ignem etiam accendi eſt poſſibile, quæ maxima eſt mutatio. At hæc quoque efficientis eſt virtus, non autem formalis; lumen verò formaliter aërem nec inquinat, nec ita immutat, vr aliquam ſui portionem, ſublato vel prohibito luminoſo, temporis puncto relinquat, vt mox dicemus.

PRO-

 A

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Luminis profusio in minimum naturale terminatur.

MVLTIS inter se Philosophi disputant de naturalium facultatum terminis, deque finibus eorum quæ incipiunt ac desinunt, quorum opiniones discrepantesque sententiæ ex diuersa potiùs nominum vsurpatione, quàm ex reipsa originem ducunt. Nobis sanè illa semper assertio placuit, omnia intrinsecis terminis inchoari atque finiri, siue illa consistant siue motu B fluant. Quod enim primum atque postremum est cuiusque rei, id vel res ipsa est tota, vel pars, vel indiuisibile aliquod; horum autem nihil extrinsecum iure dici potest, cùm omnia in reipsa insint: igitur intrinsecis omnia initiis finibusque oriuntur ac desinunt. Verùm hoc in præsenti non agimus, cùm constet lumen per vniuersam virtutis sphæram totum simul exoriri, ac simul totum occidere: id enim non solùm lumini, sed & illis omnibus commune est, quorum productiones defectionesque sunt momentaneæ.

Rursus constat luminis actiuitatem nullo paruitatis termino limitari: quod si de paruitate intensionis intelligatur, dico nullum adeò exiguum lumen mente concipi posse, quin illo minus ad indiuiduum vsque produci queat, per tritum illud axioma; *Quod potest maius, & id quod minus est in sua habet potestate.* Verùm nec hoc in præsenti tractamus. C Siquidem in maiore lumine minores omnes partes intensionis, imò & indiuisibilia ipsa continentur, quæ proinde simul cum illo à luminoso corpore producuntur. Cumque ea latitudo intensionis, quantulacumque ea sit, infinitas numero partes proportionales complectatur, alias aliis minores; perspicuum est nullum in his dari posse minimum. Igitur luminosi actiuitas nullo paruitatis termino definitur.

Asserimus autem hac propositione lumen non sub quocumque intensionis modulo posse suapte vi solitariè existere; sed aliquem esse paruitatis terminum, vltra quem progredi diuidendo non liceat citra interitum, quem proinde minimum naturalem non incongruè possumus appellare: si autem maiori lumini aliud minus adiungatur, quantumuis exiguum, nil vetat quin hoc illius ope queat sustentari, dummodò vtrumque simul minimum naturale saltem attingat. Est porro hæc subsistendi imbecillitas non his D modò qualitatibus, quæ maioris ac minoris diuersitatem admittunt, verùm etiam omnibus corporibus, quæ magnitudinem variant, communis. Vt enim hæc sine aliqua mole, sic illæ sine aliquo excellentiæ gradu sese ab interitu vindicare non possunt. vltra namque vires attenuatæ, in nihilum collapsæ pereunt, nullo contrario interimente; sed solius mensuræ defectu, quæ ad propriam cuiusque tutelam velut necessaria conditio, irrefragabili naturæ lege exposcitur. Et sanè nisi ita esset, omnis profusio luminis infinitè extenderetur, quòd nimirum proportionalia decrementa æqualibus fiant spatiis, vt propositione 8. apertiùs est explicatum.

DE LVMINVM CONCVRSV ET OCCVRSV. E

DEFINITIONES.

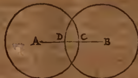
PRIVSQVAM hoc caput explicare aggrediamur, necesse est quid luminis concursus sit, quidque occursus, definire, vt de illarum F *rerum essentia constet, quarum in decursu orationis frequentissimus erit vsus. Duobus igitur modis contingit à pluribus luminaribus idem medium illustrari. Vnus est, cùm ipsa luminosa prope se mutuò constituta iunctis viribus agunt, & velut partes vnius luminosi corporis suum quodque lumen ad eandem partem vnà protendunt. Hic luminum concursus dicitur: vt si duæ lucernæ*

A		C
*	————————	
*	————————	
B		D

A *cernæ exponantur* A & B, *quæ ſimul ambæ verſus* C & D *lumen profundant, ſic vt* A C & B D *ſemidiametri ſint ſphærarum, quibus actio vtriuſque circumſcribitur, concurret vtriuſque lucernæ lumen, ſimulque eundo ſpatium inter* A C & B D *interceptum illuſtrabunt.*

Alter eſt modus, cùm extra mutuas ſphæras actiuitatis abducta, aliquam tamen partem medij ſimul attingunt. Hic occurſus luminum vocatur, quòd ab oppoſitis terminis

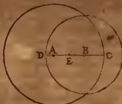
B *profecta lumina in medio loco inter vtrumque luminoſum ſibi occurrant, mutuaſque actiones inuadant: quemadmodum ſi alterum luminoſum ſit* A, *alterum* B, *extra mutuas ſphæras actiuitatis poſita, lumenque ex* A *profuſum occurrat lumini ex* B *in* D, *illudque inuadat penetretque ad* C *vſque, ac rurſus lumen ex* B *occurrat lumini ex* A *in* C, *illudque ad vſque* D *peruadat. Palàm profectò eſt ea lumi-*



C *na mutuò ſibi occurrere, eamdemque partem medij* D C *ſuo vnumquodque lumine perfundere. Sic ergo ſe habet luminum occurſus.*

Alius prætereà quidam mixtus eſt modus, quo lumina partim vnà procedũt, partim ſibi mutuò obuiàm fiunt: cùm nimirum luminaria intra mutuas ſphæras conſtituta non mediocri ſpatio ab inuicem diſtrahuntur, vt ſi vnum luminoſum A *ſphærâ virtutis definiatur, cuius ſemidiameter ſit* A C, *inque parte aliqua* A C *alterum lu-*

D *minoſum collocetur* B, *cuius ſphæra vltra* A *porrigatur in* D: *perſpicuum eſt lumina ex* A & B *vnà in* C & D *progredi, verſus medium autem* E *ſibi mutuò occurſare. Eſt igitur mixtus hic modus, atque ex occurſu concurſuque compoſitus. Quæ omnia prius erant explicanda.*



PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

E *Omnia lumina vnius ſunt ſpeciei atque eſſentiæ.*



CVM rerum eſſentiæ longè à ſenſibus noſtris reconditæ ſint, nec mens noſtra quidquam abſque ſenſuum adminiculo comprehendere queat, conſueuimus naturarum diſcrimina ex illis proprietatibus colligere, quas maximè proprias cuique rei eſſe videmus. Hæ namque quò eſſentiæ propinquiores ſunt, eò certius illius diſcrimen indicant. Quare ſi omnium luminum proprias affectiones expendamus, inueniemus profectò præcipuas omnes vniuerſis luminibus eſſe communes; diſtingui verò lumina iis dumtaxat accidentibus, quæ aliun-

F de, quàm ex natura luminis prouenire manifeſte conſtat: quod ſingulorum enumeratione perſpicuum fiet.

Hoc in primis omnia lumina commune habent, quòd ſui ſint diffuſiua, idque non eo modo quo rerum ſimulachra, quæ ciendi obtutum vim habent; hæc enim non niſi luminis opitulatione, tamquam vehiculo ſubnixa deferuntur; ſed ſuapte ac propria facultate. Deinde eumdem omnia habent diffuſionis modum, nempe in ſphæræ ambitum, rectis item lineis, ac temporis puncto, decremento etiam vniformi, & abſque medij immutatione. Quæ omnia cùm ſint eſſentiæ luminis proxima, magna ſunt ſpecificæ vnitatis argumenta.

Nec dicere quiſquam poterit has generis eſſe notas, non verò ſpeciei infimæ. Nam ſi

generis sunt, peto cui alteri speciei, præter lumen, conueniant? Genus namque, & quæ A generis sunt propria, omnibus speciebus communia esse oportet: si autem præter lumen nulli alteri hæc inesse ostendi possunt, sanè non generis, sed speciei infimæ propriæ erunt differentiæ.

Discrepant verò lumina primò ac præcipuè coloribus, qui in multis diuersi spectantur, vt in prunis ignitis rubicundus; in sulphurea flamma cæruleus; in accensa ærugine viridis; in cincindelis argenteus ac nitens; in piscibus & putri quercu pallidior. Verum hi non ex natura luminis, sed ex corporum, vnde lumina procidunt, innati coloribus originem ducunt, vt libro primo propositione 35. docuimus. Quare nullum ex hoc capite discrimen essentiæ colligi potest. B

Deinde, quòd vnum altero longius agendo pertingat, causa est non essentię diuersa ratio, sed vel intensionis dispar gradus, vel inæqualitas molis, vnde etiam nulla potest naturę distinctio comprobari.

Præterea cælestium astrorum lumina varios in his inferioribus effectus edunt, quos hoc loco sigillatim omnes recensere superuacaneum foret, cùm plurimi illorum omnium oculis pateant. Igitur essentiâ differunt ipsa lumina, à quibus tam dissimiles effectus proficiscuntur. Respondeo vna cum cælesti lumine virtutes quasdam in hæc sublunaria deriuari, quas influentias Philosophi nominant, plurimarum rerum occultiorum effectrices: at hæ luminis comites potiùs sunt quàm administrę: sunt enim cælestium corporum vicariæ formę, quibus in hæc inferiora longe dissita (cùm id per se nequeant) vitam & actiuitatem infundunt. Non igitur hinc discrimen aliquod essentiæ luminibus infertur. C

Ex quibus omnibus liquidò patet lumina omnia vnius esse speciei atque essentiæ; quod erat probandum.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Lumen lumini non obsistit.



ADEO frequens est ac patens ea experientia, quæ omnino conuincit lumina sibi mutuò minime obsistere, vt ne Empedocles quidem, tametsi lumen corpus esse contenderet, tamen lumina vi quadam se mutuò extrudere, vnumque alteri impedimento esse crediderit. D

Quæ autem id suadere videntur, hæc ferè sunt. Primum, maiore lumine præsente minus non apparet; cessit igitur maioris deuictum potentia. Nisi enim profligatum esset, propriam sui imaginem in oculos aspectantium transfunderet, qua proinde videretur. At non videtur, vt manifesta experientia conuincit; igitur efficacius lumen hebetiori obsistit.

Secundum est, ea potentia, qua corpus transparens minoris luminis est capax, à maiore lumine tota impletur: itaque maius lumen excludit minus, nec in eodem subiecto secum patitur. Nam quod in actu iam est, alium actum eiusdem speciei non requirit. E Hunc ergo respuit, non secùs atque vna albedo, quæ totam materiæ vacuitatem complet, appetentiamque exsatiat, aliam secum non admittit. Eodem igitur modo lumen maius, cum totam potentiam satiet, qua minus lumen expetitur, suo aduentu illud extrudit, cumque sedem in subiecto fixent, minori lumini pertinaciter obsistit.

Verùm his, vti diximus, manifesta experientia reclamat. Nemo enim non videt lumen luminis accessione in eodem subiecto augeri, illustriusque fieri: hinc namque plurium luminarium inuentus est vsus, vt scilicet ampla vastaque loca, quibus vnum luminare satis non est, pluribus simul conspirantibus affatim inclarescant.

Deinde & ratio id suadet, pro cuius perceptione aduertendum est, tribus modis vnum ab altero posse excludi. Primus est, cum vnum contrarium ab altero pugnâ victum, loco cedere, ac stationem relinquere cogitur: qui modus in solis pugnacibus qualitatibus locum habere potest, quas 1. Metamorph. hoc versu complexus est Ouidius: F

Frigida pugnabant calidis, humentia siccis.

non verò in luminibus, quæ probabili quidem sententia vnius sunt speciei atque essentiæ. Causa verò expulsionis in illis quæ pugnantes habent actiones, est manifesta victoria.

Alter modus est, cum eiusdem proximi generis qualitates se mutuo in gradu perfecto non compatiuntur, cuiusmodi sunt colores, neque enim hi specie distincti atque intensionis gradu perfecti simul in eodem subiecto pacifice cõmorari possunt. Sunt enim

illis

A illis hominibus similes, qui eodem contubernio, communique vtentes mensa, perpetuò rixantur; absentes verò necessitudinis vinculum arctissimè retinent, summamque animi propensionem & litteris & factis ostendunt. Sed neque hic modus in luminibus existere potest, cùm ea omnia eiusdem speciei atque essentiæ esse existimemus, vt proximè antè ostendimus. Causa porrò dissidij in his est sola subiecti conditio, non verò actio aliqua; tota siquidem materiæ potentia, qua colorum est capax, vno quocumque vel simplici perfecto, vel ex imperfectis misto completur.

Tertius est modus, cum propter insitam quamdam crassitudinem res quædam imperuiæ sunt, ita vt nec se mutuò inuadere, nec in vnum eumdemque locum simul conB uenire possint. Qui modus in solis corporibus cernitur: hæc enim præter quantitatem-tum propriam substantiæ, tum externæ molis, aliam quamdam qualitatem habeut, qua sibi mutuò impedimento sunt; hac autem sublata, nullo obsistente se mutuò penetrant atque inuadunt. Hic etiam modus a luminibus alienus est, quandoquidem illa nec corpora sunt, neque corporum subsidio, vt odores, deportantur.

Remotis igitur à natura luminis iis omnibus modis, quibus vnum alteri obluctari aut officere potest, palàm relinquitur lumen lumini non obsistere. Quod etiam inde confirmari potest, quòd lumen non modò corpus non sit, verùm nec corporeum quidem aliquid: sed longe ab omni corporea mole & crassitudine remotum; ac proinde simile beatis illis mentibus, quæ liberrimè quocumque libuerit transcurrunt, nullo prorsus reC luctante; ita inquam lumen vniuersam virtutis sphæram momento temporis inuadit, & omnia quæ quidem translucida sunt, absque noxa tum propria tum aliena permeat.

Ad argumenta igitur in contrarium proposita, & ad primum respondetur, ad præsentiam maioris luminis, minus in speciem obscurari, non autem reipsa corrumpi. Illud quidem qui fiat paulò infrà propositione 19. dicemus: nunc autem negasse sufficiat lumen minus vel ex parte destrui maiore aduentante. Quantulũ enim illud est, exile ac tenue, suum tamen maiori adiungit modulũ, & fœdere inito lumen pro rata adauget.

Ad secundum, negatur maius lumen exsatiare potentiam, qua materia minoris luminis est capax. Id enim solùm præstat lumen maximum, quod natura medij sustinere potest. Nam arca mille nummorum capax, ducentis impositis, quid ni alios centum D admittere poterit? An ducenti capacitatem aliorum expleuere? Nequaquam: sed illorum tantum, qui vt pars in ducentis comprehenduntur. at si mille vniciantur, alijs centum non superesit locus, cùm tota vacuitas sit expleta. Eodem inquam modo in aëre, qui solarem fulgorem, ac etiam maiorem suscipere est aptus, non deerit locus stellarum lumini, tametsi in eo luna resplendeat: siquidem vtrumque simul lumen in vnum coactum, solare lumen non adæquat. Idem prorsus in aliis qualitatibus quæ intenduntur ac remittuntur, videre licet. Quod enim calidum est, accedente calore alio, licet minore, incalescit magis; itemque qualitates ceteræ, paruis licet accessionibus, augentur tamen, & suum quæque incrementum vt familiare ac naturæ consentaneum, admittit & retinet.

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Diuersa lumina per idem medium distincta penetrant.



EXPLICANDVM hoc loco ante omnia, quid sit confundi lumina, quid item ea se mutuò distincta penetrare. sic enim dilucidior erit quæstionis resolutio. Confundi ea dicuntur, quæ ita permiscentur, vt vnumquodque mixtilium in minimas particulas diuidatur; partes autem distractæ mutua loca subeant. Sic vinũ aqua dilutum duobus constat pariter comF mistis atque confusis. Aqua enim itemque & vinum in minimas particulas distrahuntur, quæ propriis relictis sedibus, mutua loca subingrediuntur.

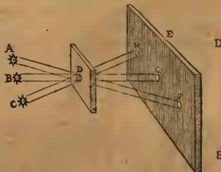
Non autem, quod quidam pertinacissimè astruunt, aut aqua fit vinum, aut vinum in aquam transmutatur, cùm semper liceat ex diluto id quod vini facultatem ac vim habet, subiecti caloris beneficio stillatitiis organis segregare, vt experientia compertum est. Deinde qua vi, amabo te, vinum aquam in se, aut aqua in se vinum conuertit? Vitis agnosco proprietatem, quæ aquam succumque terræ prolectum in vuam traducit, vnde posteà fit vinum: at vinum iam expressum non magis potest aquam in suam naturam commutare, quàm emortuus arboris ramus alimentum capessere ac nutriri: nam vinum nec seminalem nec plantalem vim habet. Deinde si ceræ liquatæ olei portio

infundatur, siéme cera? Non autumo. Et plumbum auro mixtum in aurum conuertetur? Credant illi, qui aquam in vinum mutari contendunt, & cellas diluto repleant, arcasque impuro auro. A

Sed hac disputatione prætermissa, propositam distinctionem repetamus. Ex dictis perspicuum est tria postulari, vt mixtilia confundi dicantur. Primum est, vt in minimas partes vnumquodque dissoluatur: alterum, vt partes singulæ, propriis relictis, mutua loca capessant: tertium, vt partes minimæ propriam naturam retineant: si enim vnum mixtilium in alterum, vel vtrumque in aliquod tertium permutetur, iam nullæ erunt res quæ permixtæ atque confusæ dici possint, cùm præter illud vnum aliquod nihil sit reliquum. Cùm autem mixtilium partitio adeò minuta est, vt nulla particula à toto resecari possit, in quam non omnium mixtilium naturæ conueniant, tum homogeneum dicitur ipsum compositum. B

Distinctè se mutuò penetrare ea dicuntur, quæ seruata tutius substantiæ vnitate ac forma in vnum eumdemque locum conueniunt. Quemadmodum corpora beatorum post communem mortalium anastasin, subtilitatis munere dotata, densissima quæque corpora inuadent; tum verò nequaquam ea inter se confundentur, cùm vnumquodq; propriam vnitatem, formam, figuram, totamque integritatem ac perfectionem retineat. Sic diuersi generis qualitates in idem sæpe subiectum conueniunt, vt color & calor, quæ tum minimè permiscentur, non enim partes à propriis sedibus auulsæ, mutua loca, vt furs tulerit, nullo ordine, ac confusu quodam modo arripiunt. C

His ita prænotatis, facile erit ostendere diuersa lumina per idem medium distincta penetrare, quod erat propositum. Atque in primis id ex eo probatur, quòd si tribus luminibus corpus vnicum opponatur, tres in oppositum vmbræ resultent. Et si tribus lucernis obiiciatur tabula foramine pertusa, tria lumina in oppositum resiliant, aliud quidem in directū, alia autem duo è transuerso se inuicem intersecantia, neutiquā verò confusa.



Veluti si tria exponantur corpora luminosa A, B, & C, quæ lumen per furamen D in oppositam tabulam E transfundant. concurrent quidem omnia simul lumina in ore furaminis D; ita tamen vt nequaquam permisceantur: sed singula proprio tramite, ac recta linea pergant; ex A quidem in F; ex B verò in G; & ex C in H, non secùs atque angelici spiritus, dum in eumdem aliquem commuem locum conueniunt. Quare sublato luminari A, cessat lumen F; & obducto B, tollitur ipsius lumen G; prohibito verò C, id quod in H fuerat lumen, absque vlla reliquorum luminum noxa vel diminutione extinguitur. Si autem loco D positum fuerit corpus opacum, erit F vmbra luminaris A, & G vmbra corporis luminosi B, & H vmbra corporis C. Igitur tria lumina, cùm in D conueniunt, nequaquam tumultuariè ac sine ordine confunduntur: sed vnumquodque propria integritate seruata, suam carpit viam, ac recto pergit tramite. D E

Accedunt huic experimento validissimæ rationes. Ac primò cùm rectis lineis ferantur lumina, impossibile est ea commisceri: nam, vt commisceantur, necesse est vt se mutuò inuadant, id autem fieri nequit, nisi à recto itinere deflectant: aliàs enim vnumquodque suo loco remaneret, nec posset alterius sedem occupare; quare nec permisceri. F

Deinde radij, qui à singulis partibus luminosi corporis circumcircà prosiliunt, neutiquam permiscentur: sed distincti quisque suum rectum iter tenent. Igitur nec lumina, quæ à distinctis luminaribus proueniunt, inter se commiscentur: sed vnumquodque propria pergit via, eò quò vis luminaris impellit. Est enim eadem vtriusque effectus ratio: nam ita agunt duo luminaria distincta, quemadmodum duæ vnius luminaris partes: quod omnibus homogeniis commune est, nihil siquidem actionis interest, sintne coniunctæ luminosi corporis partes, an verò solutæ.

Prætereà

A Prætereà cùm ostensum iam sit propositione 17. lumen lumini non obsistere, quid obsecro causæ esse potest, cur lumen rectà transire minùs possit per medium iam illustratum, quàm per obscurum? Sanè lumen antecedens obesse nequit, cùm id sequenti non resistat; sed nec alia causa assignari potest: igitur quemadmodùm permissa corporum penetratione, duo corpora se mutuò illæsa subeunt, sic lumen dum per aliud lumen fertur integrum penetrat, & id per quod transit inuiolatum relinquit.

Demum, quæ commiscentur tempus exigunt quo in partes dissoluantur, & hæ mutua loca arripiant: ex quo fit, vt sub initium quo misceri incipiunt, plus vnius in vnum locum confluat, quàm alterius: at tale quidpiam neque in luminibus neque in vmbris licet de-B prehendere; igitur non permiscentur lumina, sed illibata per se mutuò transeunt.

Hinc etiam infertur, data luminum permistione non posse lumen ob alterius luminis occursum momento temporis ad extremum sphæræ actiuitatis peruenire: nam lumini in quod incidit, priùs misceri debet, quàm vlteriùs progrediatur: at ea commistio tempus exigit, cùm non sine loci mutatione fiat; itaque & luminis progressio tempus postulat quo absoluatur: quod cùm absurdum sit, ingenuè fatendum diuersa lumina per idem medium distincta penetrare.

Ad extremum duo dissoluendi sunt nodi. Qui lumina commisceri existimant, sic argumentantur: In illo medio quo duo lumina pariter conueniunt, nullam licet partem assignare, in qua non sit aliqua vtriusque luminis portio; igitur ambo simul permista C sunt atque confusa.

Secundò sic ratiocinantur: Si distincta sunt in eodem medio lumina, poterit hic vnum, illic alterum designari; id autem fieri non potest, cùm nusquam vnum sit, vbi non sit & alterum: nullo igitur modo sunt distincta, sed confusa.

Ad primum, admisso antecedente neganda est consequentia. Inde enim nil aliud sequitur, quàm quòd vtrumque lumen in eodem sit loco, sicut duo angeli cùm se mutuò pertranseunt, vel color & calor, dum in eodem subiecto conueniunt.

Ad secundum, si hic vnum lumen totum, illic totum alterum designari posset, distincta quidem essent ipsa lumina, sed non concurrerent: agimus autem de luminum concursu in eodem medio. Si verò hic vnius luminis vna particula, illic vna alterius so-D litaria existeret, iam confusa essent ipsa lumina, & nequaquam distincta: itaque neganda assumptio est, nam si distincta in eodem loco existant lumina, necesse est, vt vbi vnum, illic sit & alterum.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Lumen maius offuscat minus.

IN *magnis Solis defectibus*, inquit Galenus libro 10. de partium vsu, *stellæ apparent, quod & suis temporibus accidisse Thucydides memorat. Sed & ex* E *puteis profundis stellæ conspiciuntur, præsertim quando sol non est in meridie.* Hæc ille.

Tametsi his, ac prætereà quotidianis experimentis satis constet lumen minus à maiore obscurari; causam tamen ob quam id contingat, reddere, subtilioris est inquisitionis. Equidem eamdem esse huius effectus causam crediderim, ob quam oculus insigni colore imbutus obscuriores colores qui foris sunt non dignoscit; & cur ingens sonus, vt puta tympanorum aut campanarum, humanam vocem absorbeat; & cur compositorum mixtilia ex odore aut sapore distingui nequeant, vno præ ceteris eminente; & cur maiore dolore membrum vnum lacessente, minor dolor alterius partis vix per-F cipiatur; & cur demum in ceteris omnibus minus à maiore obruatur: nempe excellentiore sensibili organum externi sensus complente, internus, qui communis dicitur, in illius tantummodò dignotionem incumbit, sic vt præter hoc solum, à quo auelli nulla vi potest, nil aliud percipere valeat.

Alia quoque huius rei causa illa est, quòd excellentius lumen, non modò eam araneæ tunicæ seu sentientis organi partem illustret, quæ radiis à luminoso corpore in centrum visus destinatis attingitur; verùm etiam vniuersam araneam perfundat: quare ceteræ eius partes maiore lumine præoccupatæ minus lumen externum non vident: quod & ictericis vsu venire solet; hi siquidem flauos colores externos non dignoscunt, flauabile illorum oculos occupante.

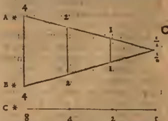
A

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Singula luminaria dum simul conspirant in qualibet parte medij, non maiorem nec minorem edunt effectum, quàm vnumquodque per se seorsum.

EXPONATVR luminosum corpus A vt 4. primò quidem solitariè agens, cuius actiuitatis semidiametrus in medietatum decrementa diuidatur: palàm igitur omnino est in proximo spatio lumen futurum vt 2. deinde vt 1. qui virtutis terminus est. Hæc ita se habere ex propositione 8. huius libri probari potest: ex ea namque constat lumina æqualibus spatiis proportionalia pati decrementa. Cùm itaque tota semidiametrus in tot spatia sit distributa, quot luminosum corpus A continet partes virtutis proportionales, perspicuum est, singulis spatiis vna medietate lumen decrescere, quousque demum in minimum naturale terminetur. B

Sit iam idem luminare A quod vt 4. esse diximus, coniunctum luminoso B item vt 4. pariterq; ambo agant: dico in proximo spatio æqualem effectum ab A produci nunc, atque dum solitariè agebat.



C

Exponatur enim aliud quoddam luminare duobus A & B simul sumptis virtute æquale, nempe C vt 8: quis inficiabitur hoc luminare in proximum medium duplum lumen producere eius quod A per se solùm? cùm propositione 8. sit demonstratum, luminosum quò maius est, eò per æqualia spatia maiorem effectum edere; quod etiam ex primo lemmate conuinci potest. At duo luminaria A & B simul sumpta magnitudine æquant luminare C ex hypothesi: igitur per 3. lemma huius libri æqualia quoque huic sunt agendi potestate. Quare A & B dum simul agunt, lumen producunt singula in proximo medio suis viribus proportionatum, ac proinde nec maius nec minus quàm vnumquodque per se seorsum producere erat natum; quod propositum fuit demonstrare. D

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

A pluribus simul luminaribus in eadem parte medij intensius lumen profluit, quàm à singulis.

E

ID sanè ex præcedente propositione apertè conuincitur. Cùm enim ostensum ibi sit vnumquodque luminare in quauis parte medij, eumdem semper effectum edere, siue alteri adiungatur, siue per se seorsum agat; necesse est compositum effectum, effectu singulorum maiorem esse, velut totum sua parte. Accedit quoque omnium oculis testata experientia, quam inficiari est nefas. quis enim non videt vnius lucernæ lumen plurium accessione augescere, eamdemque partem medij reddere clariorem? Id sanè perspicuè videre licet cum maiora triclinia pensilibus lychnuchis polymyxis illustrantur.

Sed dicet fortè aliquis, ex hac propositione sequi, vnumquodque luminosum posse efficere lumen suo gradu intensius. Cùm enim duo luminosa æqualia, puta ambo vt 8. simul concurrunt, datur locus vbi illorum efficit lumen vt 6, quod duplicatum fit æquale 12. at lumen vt 12. intensius esse luminoso vt 8. igitur si singula luminosa ad hunc effectum communem conueniunt, ipsa producunt effectum suo gradu intensioris, suisque viribus maiorem, quod longè à fide alienum est. F

Hac difficultate exterriti Philosophi quidam de genere pauidorum, quos propria etiam vmbra percellit, in eam sententiam prolapsi sunt vt dicerent, lumina, quæ ab æqualibus luminaribus in eadem parte medij excitantur, mutua coniunctione non efficere lumen intensius: nec maius lumen aduentu minoris, sed solùm minus maioris accessione

A cessione intendi. Sic vitium fugientes scopulum, incauti in alium incurrunt. nam lumen in eadem parte subiecti augescere, quid aliud est, quàm intendi? neque minus propriè dicitur maius lumen à minori intendi, quàm minus à maiore: cùm intendere sit in eadem subiecti parte augere, & intendi idem quod augeri. Verùm non minùs propriè ac vere maius lumen augetur aduentu minoris, ac minus maioris accessione, licet non æqua vtrimque portione. Igitur non secus lumen maius à minore, atque æquale ab æquali, ac contra minus à maiore intendi possunt, cùm in eamdem partem medij simul confluxerint. Quid ni enim magnum lumen gradu vel minimo intendi possit, si nondum ad fastigium peruenerit? Sanè quidquid medietatem latitudinis intensionalis ex-

B cedit, reliquo est maius. Nullo igitur pacto supra mediocritatem lumen intendi potent? Profectò id credere absurdissimum est. Quocircà dicendum luminis accessione, cùm in eadem subiecti parte fit, semper lumen intendi.

Ad propositam verò obiectionem respondendū; intensius illud lumen vt 12. in eadem parte medij non ab altero tantùm, sed ab vtroq; simul luminari progigni, cumq; singula sint vt 8. erit totalis effectrix causa vt 16, quæ lumē producit vt 12. Non igitur hic ostenditur luminare aliquod effectū edere propria facultate superiorem ac dignitatis gradu.

Si dicas duo luminaria vt 8. cubitali magnitudine in vnum coniuncta, quantitatis beneficio duplum quidem efficere luminare secundùm molem, at non duplum, imò nec maius quidem secundùm intensionem: vnum verò luminare bicubitale intensum

C vt 8. non posse lumen edere intensum vt 8, cùm nequeat effectum edere suæ intensioni æqualem: igitur nec duo luminaria quorum singula sint cubiti vnius, intensa verò vt 8, posse collatis viribus producere lumen intensum vt 8, cùm per 3. lemma ita agant plura luminaria per se singula, quemadmodum vnius partes proportionales, & ita simul plura, quemadmodum vnum aliquod omnibus simul sumptis æquale.

Respondendum verissimum id quidem esse quod assumitur, videlicet duo luminaria æque intensa, si vniantur, efficere aliquid maius secundùm magnitudinem, at non secundum intensionem. Quantitas enim extrinseca adiunctione augetur: at intensio tum solùm, cùm in eadem subiecti parte fit accessio. Verùm id quoque pro comperto haberi debet, si duo illa luminaria per condensationem in angustiorem molem redi-

D gantur, aut certè se mutuò penetrent, lumen tantò fore illustrius, quantò minùs substantia ipsa distenditur. Atqui eadem facultate pollent duo luminaria iuxta se posita, atque eadem si in eumdem locum diuina potentia compingantur, aut in angustiorem molem per condensationem redigantur. siquidem magnitudo potestatis ex abundantia formæ actiuæ æstimatur per 1. lemma. Igitur vbi nihil de forma luminis detrahitur, nihilque ipsi accedit, eadem semper erit facultas agendi, quocumque tandem pacto materia disponatur, dummodò tamen agens æquè semper subiecto patienti applicetur. Ex quo patet quid ad hanc replicam dicendum sit; nimirum absurdum non esse, lumen vt 12. à duobus luminaribus vt 8. procreari. Cùm namque illa in eumdem effectum simul incumbunt, æquiualent agendi facultate vni luminoso, quod dimidio quidem sit mi-

E nus, at duplo intensius. Quod enim hic præstat excellentia luminis, hoc illic confert radiorum multitudo in eamdem partem medij confluentium. Sic radiis solis à speculo concauo in vnum aliquod punctum repercussis, nitidissimum lumen excitatur, adeoque exquisitum, vt etiam ignem suscitare, & admotum plumbum colliquare valeat. Hinc verò non rectè colligitur, effectum produci nobiliorem causa, cùm omnia simul luminaria vnum luminare exæquent, quod minus quidem sit magnitudine, at intensius: si nimirum hoc vnum, & illa multa parem habeant luminis prouentum. Nihil enim ad actionem interest, sintne luminaria iuxta se posita, an vnita, an in eodem simul loco constituta; quippe vis actiua non ex corporis situ, sed ex vbertate formæ pensanda est, quæ omnia ex 1. lemmate sunt manifesta.

F

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Singula luminosa iunctis viribus longiùs agunt, quàm disiuncta.



HÆC propositio ex vigesima & octaua huius libri facilem habet demonstrationem. Cùm enim per vigesimam propositionem huius libri singula luminosa dum simul conspirant, eumdem effectum in singulis partibus medij proferant, quem vnumquodque per se seorsùm; fit, vt vbi cessat actio vnius solius, ibi adhuc lumen aliquod superfit communi actione productum, quod proinde vlteriùs extendi potest. Igitur coniunctorum

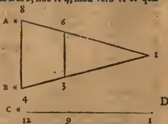
lumen longiùs profertur, quàm disiunctorum; quod erat probandum. A

Deinde, cùm per 3. lemma plura luminaria dum simul in eumdem effectum incumbunt, eam inter se virtutis rationem habeant, quam partes vnius luminaris proportionatæ; finge animo tertium luminare aliquod duobus propositis simul sumptis virtute æquale, quod in eam rationem diuidatur, quam habet vnum datorum ad alterū. Exempli caussa, sint duo luminaria, vnum, vt 4. alterum vt 8. sitq; tertium animo conceptum duobus iam datis æquale, nempe vt 12. quod in duas diuidatur partes, nimirum in 4. & 8. quæ eamdem inter se rationem habeant, quam primum & secundum. Quoniam igitur hoc tertium luminare 12. maius est qualibet sua parte per tritum axioma, longiùs quoq; actionem suam diffundet, quàm seorsum quælibet ipsius pars per 11. propositionem libri huius: at per 3. lemma primum ac secundum luminare simul virtute respondent luminari tertio: seiuncta verò luminare primum & secundum tertij partibus æquipollent. Igitur manifestè sequitur primum ac secundum simul longiùs agere, quàm alterum per se seorsum; quod erat demonstrandum. B

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Vnumquodque luminare communi actione in eadem parte medij effectum producit suæ magnitudini proportionatum. C

EXPONANTVR duo luminaria A & B, hoc vt 4, illud verò vt 8. quæ simul agendo lumen producant ad I: dico, quandoquidem luminare A luminaris B duplum est, vbi A inducit lumen vt 6, illic B proferre lumen vt 3, nempe dimidium luminis 6. Et, quemadmodum 6. se habet ad A vt 8; ita se habere 3. ad B vt 4. Rursus 6 & 3 in vnum composita, hoc est 9, eamdem proportionem habere ad luminare C, ex vtroque A & B compositum per 18. quinti Euclidis, quam habent 6 ad A, vel 3 ad B. D



Huius porrò analogiæ caussa est vniformitas tum subiecti, tum luminis, quæ in homogeneis corporibus reperitur. In his namque cùm per primum lemma qualitas sit vniformiter diffusa, & virtus sequatur vniformitatem qualitatis actiuæ, effectus autem proportione respondeat virtuti, necesse est, vt quemadmodum se habet magnitudo vnius corporis ad alterius corporis molem, ita se habeat lumen ad lumen, ac eodem modo virtus ad virtutem, sic denique & effectus ad effectum.

Si itaque luminaris A effectus 6 subsesquitertius est, erit & luminaris B effectus 3 subsesquitertius: itemque & luminaris compositi C effectus 9 compositus totius 12 erit subsesquitertius. Quocircà vnumquodque luminare, cum plura simul agunt, in eadem parte medij, effectum edit suæ magnitudini proportionatum; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Duo luminosa non tantò longiùs simul agunt, quantò vtrumque compositum altero tantùm est maius. F

EXISTIMABIT fortasse nonnemo, coniunctorum luminarium actiones tanto ampliori interuallo diffendi, quanto vtrumque simul alterum excedit; idque eam ob caussam, quòd vnumquodque luminare, quantò maioris est virtutis, tantò intensius lumen progignit. Siquidem in homogeneis corporibus effectus semper virtuti respondet. At quantò intensius est productum lumen, tantò longiùs propagatur: igitur quantò virtus luminaris est maior, tantò longiùs profert actionem.

Verumenimuerò per 3. lemma duo luminaria simul agentia, eam quidem rationem virtutis habent ad alterum tantùm, quam vnum luminare æquale vtrique ad suam

partem

A partem proportionatam: sed hoc vnum luminare non tantò agit longiùs, quantò ipsum maius est sua parte per 11. huius. Itaque & duo luminaria simul agentia non tantò longiùs protendunt lumen, quantò vtrumque simul sumptum altero tantùm est maius.

Ratio verò huius rei ea est, quòd non eadem sit spatiorum atque defectionum proportio. Siquidem lumen per æqualia spatia proportionalia subit decrementa; non verò proportionalia decrementa per spatia proportionalia, aut per æqualia spatia decrementa æqualia. hoc enim si fieret, sane consequens esset, vt tantò longiùs actio produceretur, quantò luminare esset efficacius: nam spatia virtutibus respondere necesse esset. Nunc verò cùm non ita se res habeat, sed oporteat proportionales causas proportionatos sibi B effectus ad æqualia interualla transmittere, aut certè æquales effectus spatijs edere proportionalibus; sequitur non eamdem esse spatiorum & defectionum comparationem.

Quare si æqualis virtutis sint duo luminosa, non statim duplo longiùs simul agunt, quàm disiuncta, quamuis in vnum composita duplam rationem habeant singulorum. Si item inæqualia fuerint agendi facultate, non ita se habebit spatium, quo duo simul agūt ad spatium alterius solius, quemadmodum vtrumque simul sumptum ad alterum tantùm: veluti si vnum fuerit alterius duplum, non confestim sequitur fore vtriusque simul spatium alterius triplum, cùm proportio quæ in virtutibus effectisque cernitur, non item in spatijs eadem reperiatur.

C PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Cùm duo luminosa vnà agunt, vtriusq; actio ad extremitatem sphæræ communis actiuitatis attingit.


ROPOSITIONE 12. huius libri ostensum est singulas vnius luminosi partes ad extremum vsq; sphæræ actiuitatis lumen protendere. Cum ergo per 3. lemma ita se habeant plura luminaria dum simul agunt ad singula seorsum per se agentia, quemadmodum vnum luminosum ad suas partes; manifestè sequitur cùm plura luminosa simul agunt, lumenque ad D aliquod spatium exerunt, singulorum actionem eòdem pertinere, quò vtriusque simul agentis actio porrigitur.

Hinc fit, vt nulla sit pars medij circumfusi, cùm à pluribus simul luminaribus illustratur, in qua non exi stat portio aliqua luminis singulorum: quemadmodum per 12. huius omnes partes sphæræ actiuitatis vnius luminosi singularum partium lumen participant. Quam verò ob causam id fiat, eadem propositione 12. est explicatum.

Obijciet aliquis duo ex hac positione absurda sequi, vtpote à sensu ac ratione prorsus aliena: ac primum illud, lucernæ flammulam, si iuxta corpus solare constituatur, longiùs lumen proferre, quàm modò solares radij porrigantur. Alterum, minimæ candelulæ lumen ex hac infima orbis regione ad summa vsque sidera per illustratum aërem E euehi, ibique occursu nitidissimorum siderum, ac solis præsertim, aliquam facere luminis accessionem.

At mira hæc videri nullo pacto debent. Quantumuis enim exiguum sit spatiolum illud, quo solares radij lucernæ adiunctione longiùs prouehuntur; est tamen illud adeò magnum, vt infinitè diuidi possit, & ei æqualia certo numero repetita totam diametrum actiuitatis solis exæquent. sic portiuncula illa luminis, quæ lucernâ in tertis positâ solari fulgori in supremo cælo accrescit, licet exigua reipsa sit, est tamen tanta, vt æquales ipsi numero infinitæ, magnitudinē efficere possint infinitam. Non itaque absurdum, si hoc spatiolo, hacque luminis portiuncula, solis sphæra lumenque pro rata augeantur.

Deinde si fieri posse concedis, vt in ipso solari lumine exiguum aliquem gradum ani-F mo concipere liceat, illi, quem lucernæ flammula subministrat, æqualem, fateri quoque necesse est, posse hunc gradum è præsentia per cogitationem dimoueri: quod si factum iam sit, numquid imminutum erit solare lumen? At decremento minimo. Esto. Licet verò minimum illud sit, an ideò imminutum esse lumen solis inficiabere? Absit: igitur auctum istud concede, quantumuis exigui luminis appulsu: sic & auctum actiuitatis spatium exigui licet moduli accessione. Haud absimile exemplum habemus in quantitatis augmento: Si enim aquæ gutta oceano infundatur, quis neget auctam esse infinitam propemodum aquarum congeriem quę terris incumbit? sic ergo lumen maximum minimi etiam luminis accessione augetur.

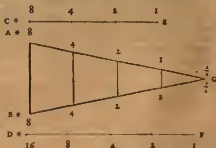
A

PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA.

Propositum sit concurrentium luminum vniforme decrementum numeris explicare.



QVÆ hactenus sigillatim de concurrentium luminum actione, propagatione, & vniformi decremento tradita sunt, ea nunc summatim in vnum sunt colligenda, ac numeris enucleatè explicanda. Qua in re duorum potissimùm habenda est ratio, distantiæ scilicet & virtutis. Excellentiora namque remissionbus, & maiora minoribus, & coniuncta solitariis longiùs efficaciusque agunt. B



Sint itaque primo loco exposita duo luminosa æqualia, hoc est pari virtute prædita (nil verò interest, an ea virtus ex magnitudine corporum, an autem ex fulgoris excellentia proueniat.) sint inquam duo æqualia luminosa, vnum A vt 8, alterum B item vt 8, quæ collatis viribus agant vsque in G totius actiuitatis terminum; sit rursus C E alterius actio separata, repræsentans semidiametrum actiuitatis luminosi A vel B solitariè ac seorsum agentis: demum sit D F actio composita ex actionibus luminarium A & B, non iam solitariè, sed coniunctè agentium per semidiametros A G & B G. Postuletur verò, vt minimum naturale in quod diffusio luminis terminatur vnitate æstimare liceat, & vt decrementa per medietates assignari iubeantur. Nam exempli potiùs gratia hæc omnia à nobis dicuntur, quàm vt rem ipsam oculis spectandam proponamus: id enim cùm præstari nequeat, rem obscuram si non omnino propriis, saltem non impropriis terminis explicare conabimur, quantum ratione & experimentis assequi potuimus, ad eum modum quo pictores in angusta tabella res maximas repræsentare nitútur. Esto igitur minimum luminis naturale 1, decrementa verò per medietates incedant: nam eadem erit in ceteris ratio: itaque actio luminaris A solitariè agentis per æqualia spatia his numeris proportionalibus minuetur 8. 4. 2. 1. in quos spatium C E diuiditur: coniunctis autem cum B viribus, idem luminare A his numeris actionem promouebit 8. 4. 2. 1. ½. Vbi hoc aduertendum, lumen vt ½, quamuis subsistere suapte vi nequeat, fulciatur tamen illius dimidij ope, quod à B in eamdem partem medij excitatur. Cùm enim ambo dimidia in vnum coalescunt, efficiunt lumen vt 1, minimum scilicet naturale in quod vtriusque A & B coniuncta actio definitur. Habet autem communis hæc vtriusque agentis actio compositos hos numeros 16. 8. 4. 2. 1. vt in D F patet. Atque ita se habet æqualium luminum per æqualia spatia profusio. D E

Hic primùm apparet luminare C, quod pro altero datorum A vel B repositum fuit, ad finem vsque suæ sphæræ, cuius semidiametrus est C E æqualibus spatiis proportionalibus gradibus decrescere, quousque tandem ad E in minimum naturale desinat; quod propositione 8. fusiùs est explicatum.

Deinde quoniam luminaria A & B in vnum composita faciunt 16 duplum singulorũ, fit vt spatium D F, quo communis actio vtriusque A & B extenditur, maius quidem sit spatio C E, quo alterius tantùm actio terminatur per 22. propositionem huius libri: at non duplum per 24. huius. F

Tum patet non tantùm communem actioné per spatium D F diffusam; verùm etiam particularem tum solius A, tum solius B, per spatia A G & B G proportionalibus defectionibus minui per 8. & 20. propositionem huius libri.

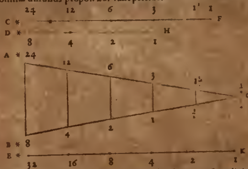
Præterea cùm luminare D compositum scilicet ex A & B, duplum sit singulorum, perspicuum est in eodem medio, vt puta proximo, compositum lumen 8 duplum esse singulorum 4, & interuallo sequente lumen 4 duplum esse luminum 2. atque eo modo deinceps, vt propositione 23. est demonstratum.

Insu-

A Insuper vides hîc etiam singulorum actiones, dum simul conueniunt, ad extremum vsque sphæræ actiuitatis pertinere: atque ita singulos effectus longiùs prouehi, dum causæ conueniunt, quàm dum separatæ agunt, vt propositio 25. edocet.

Demum hoc quoque animaduertere licet, vnumquodque luminare, dum ambo simul agunt, non maiorem effectum in singulis partibus medij edere, quàm si seorsum singula propria agant facultate. nam vbi luminare C producit 4, illic A & B singula proferunt 4; & hæc eadem A scilicet & B coniuncta, singula duos gradus luminis edunt, vbi C item duos; & vbi C minimum naturale, hîc A & B singula eumdem gradum minimum producunt; quæ omnia diffusius propos. 26. sunt pertractata.

B Nunc si inæqualia proponantur luminaria A & B simul agentia vsque ad G, A quidem maius vt 24, B verò minus vt 8, eodem modo se habebit numerorũ dispositio, quo suprà. Primò enim singu-
C lorum per se actiones exponentur C & D per spatia æqualia proportionaliter diffusę, ita vt C repręsen-



tet luminare A vt 24, D verò luminare B vt 8, quorum proinde actiones in singulis interuallis proportionem inter se habebunt, quam 24 ad 8, hoc est triplam. Rursus adfingatur his luminare E ex vtroque A & B conflatum nempe vt 32, cuius item actio in singulis spatiis sit ex vtroque composita. Obserua insuper ad finem actiuitatis luminosi C inter 1½, & 1 non integrum spatium constitui. Cùm enim minimo naturali, quod 1
D esse diximus, lumen terminetur, sit autem 1 amplius quàm dimidium ipsius 1½ manifestum est non posse inter 1½ & 1 integrum spatium intercedere: nam integro spatio præcedens lumen dimidio minuitur; at sub ¾ quod dimidium est ipsius 1½ lumen subsistere per se non potest: igitur ab 1½ ad 1 minus quàm integrum spatium sit necesse est.

Porrò vt singulorum A & B lumen, quod in commune conferunt, numeris exprimatur, eâdem qua antè opus est praxi. Quoniam enim minimum naturale, seu terminus vniformiter decrescentis luminis concessus est 1, & decrementa per medietates produci iubentur, dato primo spatio ad quod luminare A sui profundit dimidium, nempe 12, in secundo spatio constituatur huius dimidium 6, tum sequente spatio 3, prioris item dimidium, posteà 1½, ac demum ¾. Eodem verò modo inuenietur vniforme decremen-
E tum luminis ex B profusi; si nimirum continuata serie in proximo semper spatio præcedentis luminis dimidium collocetur, vsque ad vnum quadrantem, qui cum ¾, quos luminare A in eamdem partem medij contulit, efficit 1, minimum scilicet naturale, totiusque compositi luminis terminum.

Hoc itaque pacto se habent lumina à duobus inæqualibus luminaribus profusa, collatis in vnum viribus. Quo autem modo se habeant in solitaria actione, indicant C F & D H. Eademq; ratio numerorũ obseruanda est, cùm plura quàm duo simul concurrunt. tamdiu enim singulorũ actiones vltra fines proprię facultatis procedũt, quoad omnium effectus in vnum collati minimum æquent naturale: hîc enim iubet natura quiescere.

In hac porrò numerorum constitutione omnes degenerantis luminis proprietates ac
F differentias contemplari licet; quas paulò antè in æqualibus luminaribus retulimus exposuimusque. Quare quod reliquum est huius propositi, Lectoris prudentiæ ingenioque committimus.

De concursu luminum tantum: nunc de eorum occursu, quod reliquum est huius capitis, prosequamur. Est porrò in luminum occursu idem vniuersè obseruandum quod in luminum concursu, totam scilicet luminum occurrentium intensionem ex singulorum effectibus componi. nec enim aliter agunt seorsum singula, aliter omnium viribus in vnum collatis.

PRO-

A

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Luminum actiones ex mutuo occursu nec segniores redduntur, nec vegetiores.

Prior huius propositionis pars ex 17. huius libri prop. manifestè conuincitur. Siquidem nullo pacto sibi mutuò lumina obsistunt: non enim corpora sunt, vti contendebat Empedocles, quæ se mutuò protrudunt; neque inter pugnaces numerantur qualitates, quæ perpetuò sibi bellum indicunt, neque specie essentiaque discrepant, velut colores, qui cum ad altiorem dignitatis gradum euecti fuerint, alios secum paris excellentiæ in eodem subsellio considere non patiuntur. Igitur occursantia sibi mutuò lumina liberrimè penetrant, quamdiu nullum adiopton rectam radiorum profluentiam suo obiectu interpellauent: hoc solùm namque lumen sistit, ac transitu prohibet arcetque. B

Sed neque ex mutuo occursu, quasi ex familiari amicoque congressu, luminum actiones conualescunt, sic vt in eadem medij parte nobiliorem effectum excitare eo modo possint, quàm solitaria actione. Quod tamen existimare fortitan quispiam possit, præsertim ex illorum philosophantium numero, qui sentiunt in particularium causarum concursu, vnamquamque earum totum effectum edere, non quidem, vt vulgò loquuntur, totaliter, hoc est vti totalem ac præcipuam causam, sed vti partialem, cum tantum effectum nulla per se ac propria facultate, singulæ autem aliarum præsidio mixtæ attingant. C

Sic, aiunt, coniunctis hominum viribus ingentia præstari molimina, quæ nullus eorum per se vnquam inchoare potuisset. Et nisi vniuscuiusque vis ad totum effectum pertineat, distinctæ erunt effectus partes, quarum singulæ à singulis particularibus causis proficiscantur: at nihil in effectu signari potest, quod ita ab hac vel illa sit causa, vt non omnium vim efficaciamque pertentat: igitur totus effectus à singulis existit causis. Quod cùm ita sit, consequens est, vt validior sit vnaquæque illarum ex reliquarum societate, quam per se sola; quippe quæ sola partum, aut nihil potest; ceteris adiuncta totum effectum præstat. D

Verùm dicimus fieri omnino non posse, vt luminum facultates ex mutuo occursu valentiores euadant. Nam agentia naturalia, in quorum tribu lumina censentur, maximum semper, quem possunt, effectum moliuntur, efficaci siquidem necessitate naturæ, ceu fato quodam, ac superiore potentia ad agendum compelluntur, cui nec obsistere vllo modo possunt, nec facere satis, nisi quidquid nactæ sunt virium, id totum expromant. Deinde ignobilius lumen nequit producere aliud se excellentius, cùm nihil possit alteri conferre, quod in sua non habet potestate; id autem fieri omnino oporteret, si luminum vires, ex mutuo occursu aliorumque consortio fierent efficaciores. Hoc igitur fieri non potest; quod erat ostendendum. E

Ad primum verò argumentum eorum, qui vnamquamque particularium causarum totum effectum attingere sentiunt, respondendum, cum plures homines ingentes simul agitant machinas, ex omnium conatibus in vnum collatis vnam conflari virtutem, vniuscuiusque hominis facultate maiorem, quæ illum effectum, vt adæquata effectrix causa præstat. Nil igitur mirum videri debet, si quod vnus per se non potest, id simul omnes perficiant, cùm vis illa ex omnium viribus conflata effectui sit symmetra atque accommodata. Ex quo proinde colligere nullo modo licet, totum effectum à singulis excitari, aut singularum causarum vires accrescere ex aliarum consortio: siquidem singulæ causæ vti partem virtutis in commune conferunt, ita proportionatam partem effectus edunt, quæ pro rata ipsis respondet. F

Ad alterum dicendum, tametsi distingui sensu nequeant particulares effectus qui à singulis agentibus proueniunt, posse tamen eos & mente distingui, & a se mutuò re ipsa separari. Vt si duo luminaria distinctis locis exposita, in eamdem partem medij lumen profundant: dico hoc lumen ex duobus luminibus constare, minime inter se permistis atque confusis, vt propositione 18. est demonstratum: mente autem ea exacte distinguuntur, cum vnum illud esse intelligitur, quod rectà lineà ab hoc luminari porrigitur; alterum verò, quod ab altero luminari rectà item procidit lineà. Quæ enim diuersis radiis perferuntur, ea diuersa sunt lumina. Igitur quod ab vnoquoque luminari in eamdem

A dem partem medij consignatur, mente distingui in hunc modum potest. Sed & reipsa separari queunt. Quod enim sublato altero luminari iam minus est in eadem illa parte medij quam anteà, hoc non à superstite, sed à sublato luminari productum esse oportuit: nam persistente causa luminosa lumen sponte non interit, eà autem sublatà protinus extinguitur.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

B *Lumen alteri occurrens lumini in quacunque parte medij, nec maiorem nec minorem effectum edit, quàm per se queat solitaria actione.*

PERSPICVE id colligi potest ex superiore propositione. Si enim luminis virtus ex alterius occursu nec segnior, nec vegetior redditur, nil accidit ex occursu alterius luminis, quo effectus nobilior aut ignobilior procreetur: minorem verò effectum ex agentis ignauia, vti maiorem ex vigore prouenire oportet.

Hoc tamen diffitendum non est, in singulis partibus medij quibus lumina sibi ob-C uiàm fiunt, insigniorem splendorem affulgere, quàm ex vnius solius actione: siquidem per 17. propositionem huius lumina sibi mutuò impedimento non sunt. Igitur vnum alteri quoquo modo adiunctum, siue per concursum, siue per occursum, in eadem parte medij lumen adauget intenditque; quod & experientia edocet. Videmus enim altero luminarium sublato splendorem imminui; augescere verò, ac magis conspicuum fieri, ex plurium occursu, quippe nil præter opacum corpus luminibus officere potest.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur.

D ESTO luminare A vt 16, lumen profundens vsque in C, quod per æqualia spatia proportionalibus minuatur decrementis secũdùm hos numeros 8, 4, 2, 1: exponatur & aliud luminare B, vt 6, ab A disiunctum interuallo A B, cuius lumen per æqualia item spatia proportionalibus decrementis effusum, hinc lumini E ex A occurrat, illinc in oppositam partem abscedens cum eodem lumine ex A concurrat vsque in D: dico lumen ex A procidens occurrente ipsi lumine ex B longiùs prouehi, quàm in solitaria actione. Quoniam enim extremus terminus solitariæ actionis, qua luminare A lumen porrigit, est C, vbi minimus naturæ terminus procreatur; eodem autem loci luminare B excitat lumen vt 3, quæ simul iuncta efficiunt 4; perspicuum est hoc lumen vt 4, posse in proximo spatio edere lumen vt 2: quod nimirum proximè sequitur in continuæ rationis progressione, compositum ex effectu luminaris A, qui est vt $\frac{1}{2}$. & effectu luminaris C, qui est vt $1\frac{1}{2}$. Eodem verò pacto hoc duorum graduum lumen in sequente deinceps spatio lu-F men vt vnum procreabit, compositum scilicet ex $\frac{1}{2}$. luminaris B, & $\frac{1}{4}$ luminaris A; quod cùm sit minimum naturale, hic finis erit coniunctæ actionis, vltimusque terminus ad quem vtrumque luminare A & B, dum simul conspirant, attingere possunt per 15. propositionem libri huius: at longius est spatium A D quàm A C, nempe totum sua parte: igitur lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur, quod erat demonstrandum.

Hæc quamuis in particulari rectè demonstrata esse videantur; possunt tamen & vniuersè probari eadem ratione, qua superiùs propositione 22. simile in concursu luminum ostendimus. Concipe igitur animo tertium quoddam luminare E vt 8, vtrique scilicet B & F simul sumptis æquale, idque in eam rationem secetur, quam habet B ad F, hoc est 6 ad 2: quoniam igitur lumen 8 maius est alterutra sua parte 6, & 2 longiùs quo-

que actionem producet per 11. propositionem libri huius: at per 3. lemma eodem mo- A
do agunt distincta luminaria B & F, vt alterius cuiuspiam æqualis luminaris partes pro-
portionatæ: igitur longiùs actionem diffundit luminare E, quàm alterum propolito-
rum B aut F: sed luminare A coniunctis viribus cum luminari B eodem modo spa-
tium B D illuminat, quemadmodum tertium luminare E: igitur & luminis ex A profu-
sio occurrente luminari B longiùs prouehitur, quàm solitaria actione; quod rursus de-
monstrandum erat.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Duobus luminaribus interuallo disiunctis, quod inter vtrumque B
diffusum est lumen, ab extremis ad medium vsque perpetuò
decrescit.

Sint duo luminaria A & B, interuallo ab inuicem disiuncta: inter quæ di-
co profusum lumē,
quod ab vtriusque
simul actione con-
flatur, ad medium
vsque spatium E continuò de-
crescere. Quod in primis mani- C
festa docet experientia. Videmus
quippe in maioribus tricliniis, cùm maiore interuallo dissiti lychni accenduntur, propin-
quiores mensarum partes impensiùs illustrari; illas verò omnium minimè, quæ propiùs
medium accedunt, vtpote quæ non æquè ac priores lumen participant. Verùm quia ad
hunc effectum conducit etiam certus quidam radiorum illapsus, quo ij qui longiùs pro-
uehuntur obliquioribus angulis in planas mensarum superficies incidunt, quàm propin-
quiores; ostendendum est non solùm radiorum incidentiam illius inæqualitatis effectri-
cem esse, verùm lumen quoque inæqualiter per medium diffusum in partem huius cau-
sæ venire: quod factu haud erit difficile ex iis quæ hactenus sunt demonstrata. D
Sint itaque eadem, quæ suprà exposuimus, luminaria A & B, ambo, gratia exempli, vt
16: horum igitur actiones æqualibus spatiis proportionalia subibunt decrementa per
8. propositionem huius; quare si in proximo spatio producant 8, dimidium nempe ipsius
16, in sequenti item producent ipsius 8 dimidium, videlicet 4, tum 2, denique 1. Pa-
tet igitur si vtriusque luminis summæ colligantur, in vtraque extremitate futurum lu-
men vt 17; deinde proximè post hoc vtrimque vt 10; ac tandem in medio, vt 8. Qua-
re lumen quod ex occursu luminum conflatur, ab extremis ad medium vsque continuò
decrescit; quod erat probandum.
Amadeus Maygret, Philosophus sanè peracutus, ex fratrum Prædicatorū familia, in
lib. 1. De generat. & corrup. quæst. 2. art. 3. cùm multa pronunciasset de luminis pro- E
fusione, partim proprias sententias confirmando, partim diluendo aliorum obiecta, tan-
dem consequens ex propriis dictis esse animaduertit, in occursu luminum debere totum
spatium intermedium æqualiter illustrari aduersus manifestam experientiam. Quam-
obrem vt sibi effugium compararet, hanc sumpsit auxiliarem thesin: Luminosum adue-
niens medio iam illuminato, non causare tam intensum lumen in eo, quàm produ-
ceret si medium non foret aliunde illustratum. Eam verò non aliter probat, quàm ex
illo ipso incommodo quod obiiciebatur, scilicet fore alioquin vt in occursu luminum
totum spatium interiectum æquali lumine perfunderetur. Ex hac porrò thesi ostendere
conatur, quamuis vnumquodque luminare natum sit solitaria actione per æqualia spatia
æquali decremento lumen profundere; non ita tamen rem se habere, dum sibi mutuò F
opponuntur: sed compositum lumen inter vtrumque extremum, versus medium sem-
per minus esse quàm versus extrema.
Quod vt enucleatius explicet, dicit primò, minore luminari aduentante medio im-
pensius illustrato, nihil propemodum luminis priori adiungi ex minoris actione: at con-
tra si maius luminare accedat minori, maximam fieri luminis accessionem.
Secundò ait luminosum minus vel æquale adueniens medio illustrato, efficaciùs age-
re in remotum quàm in propinquum. Vtriusq; verò pronuntiati hanc reddit rationem,
quòd tantò segnius agat vnumquodque luminare, quantò reperit medium altiùs è pote-
state

A ſtate ad actum reuocatum. Quod enim agit, conatur id quod ipſi ſimile non eſt, ſimile
reddere: igitur quò liberius eſt ſubiectum magiſque vacans, eò maiorem qualitatem ab
agente ſuſcipit. Hæc omnia iis manifeſte aduerſantur, quæ propoſ. 20. & ſequentibus
à nobis ſunt demonſtrata. Deinde quod toto ſermonis decurſu ſupponit, luminis profu-
ſionem ſuapte natura æqualibus ſpatiis æqualia pati decrementa, manifeſtæ repugnat
experientiæ, quod propoſitione 6. luculenter oſtendimus. Quare cùm falſum illud ſit,
cuius gratia Amadeus has actionum varietates excogitauit; decebat potiùs errorem cor-
rigi, quàm admiſſum peregrinis falſiſque hypotheſibus obſcurari.

B
PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

*Si æqualia ſint ipſa luminaria, erit tenuiſſimum lumen quod ex oc-
curſu luminũ conflatur, inter vtrumq; luminare exactè medium.*



REPOSITIS enim iiſdem quæ ſuprà, quoniam æquales ſunt A D & B C,
nempe ſemidiametri æqualium ſphærarum, quibus æqualia luminoſa A
& B actionem profundunt, erunt & A E & B E æquales, vtpote æqualium
ſemidiametrorum dimidia. Ambo ſiquidem A D & B C in E bipartitò
exacte diuiduntur, vt ex propoſitione 8. facilè colligi poteſt, quoniam
C proportionalia luminũ decrementa æqualibus fiunt ſpatiis: at 16, 4, 1, ſunt numeri con-
tinuò proportionales: igitur ſpatia A E & E D, per quæ lumen ex A numeris 16, 4, 1, con-
tinuè decreſcit, ſunt inter ſe æqualia. Quocircà & minimum lumen quod in E, com-
munem radiorum A D & B C interſectionem incidit, medio ſemper loco inter ipſa lu-
minaria exiſtit.

CONSECTARIVM.

*A caua ſuperficie ſphæræ luminoſæ, quod minimè
illuſtratur, eſt centrum.*

AVCTOR Perſpectiuæ communis, libro primo, vigeſimo primo numero, hanc ha-
D bet propoſitionem: *In luminoſi concauo lumen efficacius reperitur in centro.* quæ
huic noſtro conſectario è diametro aduerſatur. Quod enim ille ait, id nos apertè nega-
mus. Probat ille: *Quoniam ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt
fortiores, confluunt in centrum.* confirmatque ab effectu, *quòd hanc ob cauſam virtutes cor-
porum cæleſtium, in centro & iuxta ipſum efficaciùs oriantur.* Vnde hanc ait conſequi
vtilitatem, *quòd illic conformior ſit hominum habitatio, vbi ſcilicet eorum complexio ad-
propinquat ſupremi corporis ſimplicitati.* At vim huius demonſtrationis priùs videamus,
quam noſtrum conſectarium ratione probemus. Attende igitur:

Ait ille: *Ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt fortiores, confluunt
in centrum.* Primùm noſſe decet cui tandem ſint perpendiculares hi radij, an corpori lu-
E minoſo vnde procidunt, an centro? Nemo propriè centro perpendiculares dixerit, cùm
linea in ſolitarium punctum, neque rectis neque obliquis angulis incidere poſſit. Si cor-
pori luminoſo intelligas eſſe perpendiculares, fatebor id lubens. Sed ea aſſumptio nihil
conducit ad firmandum propoſitum: nam fortiores dicuntur illi radij qui in oppoſitum
ſubiectum ad perpendiculum incidunt; non verò ij qui luminoſo corpori ſunt perpen-
diculares. A quouis enim puncto cauitatis ſphæricæ luminoſæ pari efficacia radij vndi-
que proſiliunt, nec robuſtior eſt is qui rectà in centrum contendit, quàm ceteri qui qua-
quauerſus circumfunduntur, cùm à puncto, atque eapropter vno modo omnes deciſi
rectà via proficiſcantur. Quòd autem robuſtiores illi ſint, qui in oppoſitum corpus re-
F ctis angulis incidunt, id non ex propria fit radiorum natura, ſed quòd à loco incidentiæ
reciprocati congeminentur: quamobrem meridie nobis iuxta terram, & intenſiſſimum
lumen, & feruentiſſimus eſt æſtus, quippe ſolares radij à ſummo cæli faſtigio directè
prolapſi in ſeipſos redeunt, ſeque ipſos intendunt.

Deinde non quòd ab omni parte cauitatis ſphæricæ radij in idem centrum confluant,
idcircò lumen ibi excellentius eſſe conuincitur; cùm non in centrum tantum, verum
etiam in quoduis aliud punctum præter centrum quod intra ſphæræ cauum ſit, ab om-
ni parte ſuperficiei luminoſæ accurrant. Nec iuuat, quòd qui in centrum conueniunt,
æquales inter ſe ſint; qui verò ad cetera puncta, inæquales: nam inæqualium radiorum,
quod ſegniùs præſtant longiores, id breuiores compenſant non ex æqualitate, ſed longè

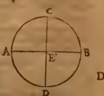
etiam efficacius, vt ex 8. propositione libri huius colligi potest. Ex quo efficitur, vt in A
ceteris punctis, quæ longius a centro distant, non modo æquale lumen sit, verum multò
etiam excellentius, vt mox ostendemus.

Hinc apparet falsam quoque esse eam assumptionem: *Virtutes corporum cælestium in centro, & iuxta ipsum efficacius dominari*: siquidem nusquam dominantur minus quàm in centro. Quod enim propinquius est effectrici causæ, id impensius efficientiam ipsius persentit; à cælestibus autem corporibus longissimè distat centrum.

Demum quod affertur de commodiore hominum habitatione iuxta mundi centrum, rectè dictum puto; at causam non approbo: sed ideò potius id fieri credendum est,
quòd qui in terra degunt medio loco constituta, beneficú cælorum influxum æqualiter B
participent. Si enim longè à medio vniuersi terra abesset, qua parte propiùs cælum spectaret, Solis ardore torreretur, reliquâ verò intensissimo frigore algeret. Quare ob cæli inclementiam totus penè terrarum orbis inhabitabilis foret. Sic namque in præsenti cõstitutione, quamuis terra ex æquo librata sit; ij tamen, qui propius ad Æquatorem accedunt, ingenti æstu soluuntur, ij verò qui longius à Signifero absunt, perpetuo frigore constringuntur; quantò magis vtrisque hæc eadem incommoda acciderent, si longius à centro mundi terra abesset? sanè hinc frigore, illinc calore tota exsugeretur. Quocircà maximè consentaneum fuit terram in medio vniuersi constitui, non quod illic cælestes virtutes impensius vigeant, sed quòd illic singulis partibus ex æquo magis dispensentur.

Neque huic errori patrocinatur, quòd solares radij, qui a concauo speculo sphærico C
reciprocantur, in centrum confluere videantur: nam in Catoptricis demonstrabimus (Deo cursum nostrum dirigente) radios solares à cauo speculo sphærico repercussos, inter centrum ac speculi superficiem congregari.

His præmonitis, ostendendum iam sit a cauitate sphæræ luminosæ decisum lumen nequaquam præcipuè in centro fulgere. Esto caua sphæræ facies A C B D, cuius centrum E, in eáque diametri quotcumque agantur A B & C D, per quas ab extremis punctis A, B, C & D luminosi radij incedere cogitentur: quoniam igitur per hanc 31. propositionem iis spatiis quæ inter A B
& C D interiacent, diffusum lumen ad centrum vsque continuò D
minuitur, idémque in ceteris accidit diametris, perspicuum est in E lumen esse tenuissimum: tota namque sphæræ capacitas eiusmodi diametris completur.



Deinde fingas cælum vniuersum minutissimis stellulis perfusum, quarum lumen ad nos vsque minimè attineat, (quales extare innumeras telescopij nuper inuenti beneficio didicimus) sole porrò lunaque, ac ceteris astris sublatis, quorum fulgorem ex hac infima habitatione manifestè cernuimus: proh quantæ apud nos tenebræ erunt. Dicent autem perspicaces illi Optici excellentius hic lumen fore quam in cælo ipso. Ridiculum. An deesse cælo lumen poterit? vbi tot præsentia sunt lucidissima corpora, quæ totum
terrenum orbem multis stadiorum millibus magnitudine superant? & quodnam hic E
lumen erit, quando propter distantiæ immensitatem siderum vis atque actiuitas ad nos vsque non pertingit? Si respondeant lumen quod ab omnibus stellulis simul agentibus manat, longiùs prouehi, atque ex radiorum omnium conspiratione circa mundi medium, vbi nostra est habitatio, intendi: concipiant illi cælos multò quàm isti sunt ampliores, ac minora quàm posuimus sidera, sic vt communis omnium actio prius deficiat quàm ad nos porrigatur; dicéntne adhuc medio hoc nostro loco excellentius lumen enitere quàm in cælo? quomodo hic excellentius lumen erit, vbi nullum est? aut quomodo in cælo minus, vbi maximum? Verebuntur, arbitror, concedere quauis sphæræ luminosæ amplitudine id euenire, vt in medio quàm circa ambitum nitidius sit lumen,
ne, si infinita sit sphæra, infinitam quoque luminis profusionem admittere cogantur. vbi F
ergo status magnitudinis erit? & quæ tandé moles hanc luminis proprietatem excludet? Id cùm difficile sit explicatu ac etiam impossibile, satius est in sphæræ luminosæ meditullio tenuissimum lumen constituere, quod & ratio ipsa probat. Nam quod à luminoso corpore longius distat, parciùs illustratur: at à caua sphæræ superficie centrum longissimè distat; hoc igitur minimè omnium illuminatur.

Præterea, si in centro sphæræ luminosæ præcipuum lumen fulget, propterea *quod illuc perpendiculares radij confluunt*, idem in centro circuli luminosi eueniet, cum in hoc eadem sit causa. At experientia docet, si plurimæ lucernæ in amplum circulum disponantur,

A tur, minimum lumen in centro esse, indeque versus ambitum semper maius. Igitur & in centro sphæræ luminosæ minimum lumen existere oportet; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si verò inæqualia sint ipsa luminosa, minimum lumen infirmiori luminari propinquius erit.

VELVT si luminare A sit vt 16, B verò vt 8, erit per 8. propositionem huius libri lumi-
B nis ex A effusi vniforme decrementũ, quod per æqualia spatia distenditur his numeris expressum 16, 8, 4, 2, 1; luminis verò ex B decrementum per æqualia item spatia procedet his numeris 8, 4, 2, 1; vtriusque autem luminis summæ si in vnum colligantur, quemadmodum in singulis spatiis sibi mutuò respondent, prouenient summarij
C numeri 16, 9, 6, 6, 9. At quoniam per 30. huius, lumen quod inter vtrumque luminare interiacet, ab extremis ad certum quemdam terminum perpetuò decrescit, suntq; luminare B, & lumen 8, quod proximè à luminari A excitatur, inter se æqualia; perspicuum est summum decrementum, seu minimum lumen, inter hæc locum exactè medium sibi vindicare, vtputa in E per præcedentem propositionem. Ex quo facilè patet propositi veritas. Nam longitudo A E longitudinem E B vno interuallo excedit; quocirca breuior est distantia minimi luminis E à luminari B, quàm à luminari A: est autem B ipso A minus ex hypothesi: igitur si inæqualia fuerint ipsa luminosa, minimum lumen, quod ex vtriusque occursu conflatur, infirmiori luminari propinquius erit; quod demonstrasse oportuit.

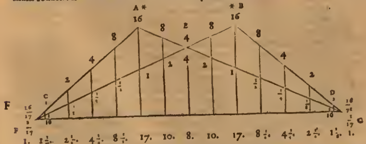
D

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

Propositum sit occurrentium luminum proportiones numeris explicare.

QVEMADMODVM suprà proposit. 26. concurrentium luminum vniforme decrementum propriis numeris expressum, legentium oculis spectandum dedimus, simili modo in præsenti propositum sit, proportiones occurrentium luminum accommodatis numeris exhibere: vt quæ hactenus fusè explicata sunt, hic velut in compendium breuemque sum-
E mam redacta, simul omnia vnico intuitu conspiciantur.

F



Duo itaque exponantur luminaria A & B inter se æqualia, vtrumque vt 16, sitque A C semidiametrus actiuitatis luminaris A; B D verò semidiametrus luminaris B: deinde vtriusque luminaris actio ex vtraque parte producatur numeris continuè proportionalibus, qui per medietates incedant, iuxta propositionem 8. quousque ad partes F & G

duorum simul luminum summaria in minimum naturale definiantur per 15. proposit. libri huius: tum summa ex luminum compositione singulis spatiis subscribantur, quæ quidem partim occursum indicabunt, qui inter A & B intercidit; partim concursum, qui fit ab A versus F, & à B versus G, vt in definitionibus ad propositionem 16. est explicatum. Sic itaque se habebit luminum profusio, siue per concursum, siue per occursum, in qua ea omnia quæ hactenus sparsim sunt demonstrata, simul congesta intueri licebit. A

Primò namque apparet singulorum luminarium actiones ex mutuo concursu vel occursu nec segniores fieri, nec vegetiores; sed eumdem prorsus effectum in singulis interuallis à singulis luminaribus produci, quem suapte natura ac vi præstare sunt apta, & quem proferrent seorsum exposita, & solitaria actione; vt propositione 20. & 27. fusiùs est pertractatum. B

Deinde animaduertere licet vtriusque luminaris A & B actionem ex vtraque parte longiùs proueh ex alterius consortio, quàm si vnumquodque per se ageret, vt propositione 22. & 29. atque ex ea quidem parte, qua vnum alteri occurrit lumini, multò longiùs, quàm ex ea qua cum altero congreditur. Exempli causa, luminare A (idem verò iudicium esto de B) proportionalibus numeris lumen effundens, terminum propriæ actiuitatis habet C, vbi minimum naturale progignit vt 1. At cùm eodem loci luminare B, propter concursum proferat $\frac{1}{16}$, eum scilicet numerum, qui continuata proportione per octo spatia ordine subsequitur, fit vt in C lumen ex A nondum deficiat: siquidem summa totius luminis in C superat minimum naturale parte vna decima sexta. Igitur parte aliqua spatij C F, quæ vnum æqualium spatiorum non exæquet, longiùs prouehetur, eò scilicet vsque vbi lumen quod vt 1 esse dicimus producat $\frac{16}{17}$, lumen verò quod vt $\frac{1}{16}$ proferat $\frac{1}{17}$. At enim hi numeri $\frac{16}{17}$ & $\frac{1}{17}$ in vnum compositi minimum naturale exæquant, & eam inter se rationem habent, quam 16 ad 1, quales ipsos esse oportet, cùm ij qui in A, ac ceteris item interuallis inter A & C interiectis existunt, eamdem proportionem habeant. C

Nunc quòd idem luminare A multò longiùs actionem suam protendat versus B, quà alteri lumini occurrit, quàm versus C, ex eo manifestè probatur, quòd versus B concursu simul & occursu alterius luminis ipsius actio promoueatur; illic verò solo concursu. D Verum ostendi id ipsum potest in descripto schemate: nam cùm quatuor interuallis distet B ab A, vbi A propria facultate producit vnum, scilicet minimum naturale, ibi B primùm agere incipit; cumque in D eius actio peruenerit, nondum finem agendi faciet, sed tantumdem progredietur vlteriùs versus G, quantum actio luminaris A ex C progressa fuit in F; sic vt æquale futurum sit spatium D G ipsi C F: at distantia A D maior est quàm A C: igitur A G quàm A F maior erit. Quare longiùs protendetur actio luminaris A versus B, quà ipsi occurrit lumen ex B, quàm versus C; quod ostendisse oportuit.

Præterea videre est ab A ad C, & à B ad D, quibus spatijs lumina vnà congrediuntur, per singula spatia compositum lumen per medietates decrescere. Quoniam enim in constructione schematis ex B in D alterum lumen per medietates progreditur his numeris 16. 8. 4. 2. 1. alterum verò etiam per medietates his numeris 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. fit per 18. quinti Euclidis, vt & eorumdem summæ, hoc est compositi ex ijs numeris, qui in singulis spatijs reperiuntur, eadem proportione continuò decrescant. E

Rursus vides vtriusque luminaris actionem ad finem sphæræ actiuitatis alterius pertinere, vt propositione 25. diximus. Eousque enim ambo vnà procedunt, quoad lumen ex vtriusque actione conflatum minimum naturale exæquet. Hic autem finem natura imponit, vt propositione 15. est demonstratum.

Demum, quod caput est, patet lumen ab vtroque luminari inter A & B diffusum inde ab ipsis luminaribus ad medium vsque E perpetuo decremento minui, quod propositione 30. ostendimus; esseque minimum lumen inter vtrumq; luminare exactè medium, vt propositione 31. In A namque & B summaria luminum sunt vt 17, atque in proximis deinde spatijs vt 10, in medio verò E vt 8. Sic igitur in proposita numerorum serie ea omnia cernuntur, quæ de luminum concursu & occursu disputari possunt, quæ sagaci Lectori proprio studio atque industria perquirenda relinquimus. F

Porrò si inæqualia sint ipsa luminosa, nihil ab hac discrepabit numerorum constitutio; modus autem eos in ordinem redigendi, & quæ circa ipsos versantur explicandi, tum ex hac descriptione, tum ex ijs quæ propositione 26. proposuimus, desumi poterunt. Itaque de his satis: nunc ad luminis illapsum gradum faciamus.

DE

A

DE LVMINIS ILLAPSV.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Lumen ad opacum corpus appulsum, non fit per se intensius.

EA fuit quorumdam Philosophorum opinio, vt dicerent lumen obiectu B corporis opaci prohibitum illustrius fieri, seu, vt loquuntur ipsi, impeditum ab extentione lumen conferre se ad intentionem, quasi compensando in proprio subiecto, quod in alienum transfundere non potuit: eiusque rei causam in antiperistasin retulerunt, cuius etiam vi subterranea loca æstate frigidiora, hieme verò calidiora euadunt.

At priùs huius sententiæ originem inspiciamus quàm eam confutemus. Quando lumen per diaphanum corpus translabitur, nec vlla inde recta profluentia ad adspectum nostrum porrigitur, fit, vt in diaphano nullum lumen conspicuum sit: prohibitum verò corpore opaco terminatur, indeque ad nos reflectitur, quo ipsum opacum corpus videatur tamquam nitore quodam, quà luminosum spectat perfusum. Hinc igitur arbitrati C illi sunt lumen corpore opaco prohibitum, velut aduersus obsistentem vim conualescere, fieríque intensius.

Verùm cùm nihil lumini aduersetur quod ei interitum machinari aliquando possit, non intendetur lumen ipsius occursu, velut contrarij circumstantia, quam Antiperistasin dicunt, fatendum tamen est, radijs ab opaco corpore repercussis, vicinum medium excellentiori gradu inclarescere. Quod namque proximo deinceps medio impertiri debuerat, obsistente opaco, in se reciprocando sibi ipsi impendit; sicque ex accidenti, non verò per se prohibitum ab vlteriore progressu lumen intenditur.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

D *Quatuor de causis obuia quæque corpora impensius illustrantur, vel propter lucidi magnitudinem, vel ob propinquitatem, vel propter fulgoris excellentiam, vel propter directum radiorum incursum.*

PRÆNOTANDVM hoc loco est, cùm ab hisce modis vberiorem illuminationem prouenire dicimus, cetera paria esse oportere. Fieri namque potest, vt maius luminare propter luminis imbecillitatem segniùs agat, vti etiam si remotiùs existat. Eodem modo interdum fit, vt quod procul si- E tum est, longiùs actionem producat, si aut grande sit, aut exquisito nitore fulgeat. Item contingit subinde id quod obscuriùs lucet, si aut prope sit, aut magnũ, rem obiectam illustriorem reddere. Denique quod remotum est, subinde plus luminis recipit quàm quod propinquum, etiam ab obscuriori luminari, si directò in id radij procidãt: quocircà iure vti cetera paria sint deposcimus. Iam verò singulas huius propositionis partes ordine explicemus.

Quòd ad insigniorem illustrationem plurimùm conducat lucentis corporis magnitudo, secunda hypothesis huius libri apertè conuincit. Vbi namque vberior est luminis profusio, illic amplior est obiecti corporis illustratio: at à maiore luminari maior radiorum affluentia subministratur: igitur luminare maius impensiùs rem propositam illu- F minat. Assumptio probatur, quia maius luminare plures partes habet, a quibus cùm singuli radij procidant per primam propos. huius libri, consequens est, vt maior prouentus luminis à maiore luminari obueniat, ac proinde & maior illuminationis effectus; quod primò ostendendum erat.

Deinde quòd & propinquitas non parum ad hanc rem faciat, ex quinta propositione huius libri demonstratur. Cùm enim longiùs effusum lumen sensim languescat, quò propinquius illud erit suæ origini, eò erit excellentius, ac propterea rem quoque propiùs adductam vberiùs perfundet, impensiúsque illustrabit.

Tum & ab exquisitiore fulgore nobiliorem effectum emanare ex ipsa causæ essentia,

iisque quæ sæpè hactenus sunt repetita, facilè potest demonstrari. Etenim effectus omnis A causæ naturam ingeniumque æmulatur, tantumque accipit, quantum illa conferre suapte vi potest: at lumen intensius ipsum quoque est efficacius: igitur quod luminis apprime est particeps, exquisitiùs ea quæ obijciuntur illuminat; quod tertiò erat demonstrandum.

Denique, quòd directa radiorum procidentia efficaciùs res obiectas illustret, quàm obliqua, ex secunda hypothesi huius libri manifeste paret. Nam si propiùs ad normã accedit radiorum illapsus, clariùs id quod obiecto corpore suscipitur lumen enitet, quod sanè nemo inficiabitur, qui intelligat radiorum extremitates, quibus obiectum corpus attingitur, tum minimo à se spatio dissidere, cum ad normam exactè incidunt, tum verò B maximo, cùm angulos faciunt quàm maximè obliquos. id quod experimento etiam facilè addisces, si lucernæ obijcias fragmentum chartæ, nunc directè, nunc obliquè: perspicies enim chartam longè clariùs directo radiorum illapsu illustrari, quàm obliquo.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

A puncto sphæræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur.

ESTO lucida sphæra A, eiusque punctum B radios de se profundens B C C & B D, qui sphæram quidem in B contingant, minimè autem secent: hos dico radios rectã lineam efficere. Ducta enim ex sphæræ luminosæ centro A ad B recta quadam linea A B, constat per 18. tertij Euclidis hanc vtrique B C & B D perpendicularem esse. Quare æquales sunt anguli A B C & A B D, vtpote recti. Ac proinde recta erit C B D linea per 14. primi Euclidis: inter hanc igitur & sphęrę nitentis ambitum altera recta linea non cadet per 16. tertij Euclidis. Quapropter B C & B D extremi sunt radij, qui à puncto B lucentis sphæræ porriguntur. Quòd si ergo centro B, interuallo autem B C vel B D sphæra actiuitatis descripta intelligatur, erit C D eius dimetiens, planumque per C D actum sphæram bipartitò diuidet per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Itaque quod demonstrasse oportuit, à puncto sphæræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur. D

Porrò nomine puncti luminosi non intelligimus hoc loco indiuiduum omnino signum, quod sola mens assequitur, verùm sensibile quiddam perexiguum, quod Philosophi quidam indiuisibile physicum appellant, alij minimum naturale. Illud siquidem vt nullam habet extensionem, ita nec qualitatem aliquam corpoream suscipere, nec ad minimum interuallum actionem effundere potest. Quod quia in sequenti sermone sæpè E intelligendum occurret, semel præmonuisse sufficiat.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Quæ à luminoso æqualiter distant, ea pari illustrantur vigore, propinquiora vberiùs, remotiora parciùs.

NAM quia per quintam propositionem huius libri lumen à corpore luminoso longè lateq; diffusum continuo decremento minuitur, fit vt in æquali F distantia æquale lumen existat, in propinquiori maius, & in remotiore minus, consequens omnino est, vt ea quæ lucido corpori sunt viciniora, insigniori lumine perfundantur; obscuriore verò, quæ sunt remotiora; æquali autem, quæ pari interuallo a prima origine, seu sphæræ centro distant. Nam æquè intensa lumina æquali vigore, pariq; gradu obiecta illustrant: at lumẽ intensius maiore pollens virtute clariora reddit obiecta, obscuriora verò id quod tenuius est atque infirmius. Ceterùm, quod non semel monuimus, paria esse oportet reliqua omnia quæ circũstant.

Quod de puncto luminoso est dictum, similiter proprio quodam pacto de sphæroide luminoso est intelligendum. Hoc enim si in medio sphæræ luminosæ amplioris constituatur,

A tuatur, eius cauam ſuperficiem æqualiter vndique illuminabit. Eſto namque ſphæroides
luminoſum E F, cuius centrum G; quodque circumſtat
opacum corpus eſto C A B D orbi lucido parallelum, atq;
ex eodem centro G decircinatum: dico a ſingulis punctis
corporis luminoſi æquales partes opaci æquali lumine
perfundi. Sint enim in ſuperficie luminaris accepta quæ-
cumque puncta E & F, per quæ rectè agantur tangentes
A D & B C, per 17. tertij Euclidis: atque ad loca conta-
ctuum E & F, ex centro G rectè educantur G E & G F, quæ
B per 18. tertij Euclidis ipſis A D & B C perpendiculares
erunt. Quamobrem A D & B C, æqualiter à centro diſta-
bunt, per 4. definitionem tertij Euclidis; ſiquidem G E
& G F, æquales ſunt inter ſeſe per circuli definitionem. Igitur & ipſæ A D & B C, inter ſe
æquales erunt per 14. tertij Euclidis, quæ proinde æquales peripherias de maiore circu-
lo C A B D auferent per 28. tertij Euclidis. Ex quo tandem id quod propoſitum fuit
apertè concluditur. Nam per tertiam tertij Euclidis æquales ſunt inter ſe radij E B & E C,
ac eodem modo F A & F D, inter ſe æquales. Cùm verò tota A D, toti B C oſtenſa iam ſit
æqualis, erunt & E B & E C ipſis F A & F D, ſingulæ ſingulis æquales. Igitur qui ab vno-
quoque puncto ſphæroidis luminoſi in cauam ſuperficiem opaci corporis procidunt ra-
C dij, ſunt inter ſe æquales: quare & lumina vndequaque diffuſa ipſam C A B D ſuperfi-
ciem ex æquo perfundunt; quod erat probandum.

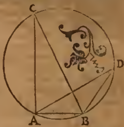
PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Poßibile eſt opacum corpus ex inæquali diſtantia ſigni luminoſi radiis ex æquo perfundi.

CONSTAT ex 35. propoſitione huius libri, impenſius lumen in obiecto
opaco poſſe & ex propinquitate luminaris, & ex directa procidentia ra-
diorum prouenire. Itaque nil vetat quin id quod luminis radios directò
D ſuſcipit, tametſi longiùs abſit, æquè tamen illuſtretur, ac id quod propiùs
eſt, ſi in id radij obliquioribus angulis procidant. Nam quod minus præ-
ſtat luminans diſtantia, id ſupplet directus radiorum illapſus, & quod confert propinqui-
tas luminaris, id minuit corporis illuſtrati obliquitas. Ergo in vtraque conſtitutione,
quoniam pares inter ſe cauſæ decertant, par ſit vtriuſque pugnæ euentus neceſſe eſt.

Portò locum, in quo hæc æqualitas ſuſcepti luminis contingit, circulo deſignat
Franciſcus Maurolycus in Photiſmis recèns in lu-
cem editis, theoremate quinto, in hunc modum:

Eſto id quod illuſtratur A B, C verò locus vnde
ſignum luminoſum radios promittit: circa C A B cir-
E culus deſcribatur per 5. propoſitionem quarti Eucli-
dis, in cuius peripheria ſumatur alius locus D, ipſi A B
quàm C propinquior: ait Maurolycus ex D & C obie-
ctum A B radiis ex æquo perfundi, quòd ſcilicet
per 21. tertij Euclidis æquales ſint C & D anguli, vt-
pote ſegmento eodem comprehenſi; ideoque in eis
par denſitas radiorum, ad eamdem A B quæ vtrinque
ſubtenditur baſin.



PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

F *Radioſum ſignum in centro, vel peripheria ſphæræ conſtitutum, totam cauam ſuperficiem æquali nitore perfundit.*



HOC idem proximè citatus Maurolycus theoremate 7. ex eo demonſtrat,
quòd per vltimam ſexti Euclidis in circulo anguli inter ſe eam rationem
habeant, quam peripheriæ quibus inſiſtunt, ſiue ad centrum, ſiue ad cir-
cumferentiam anguli ſint conſtituti. Ergo, inquit, æquè denſi radij à cen-
tro vel ſigno quopiam circularis perimetri, ad omnem partem cauæ peri-
pheriæ incidunt. Quod verò in circulo, id quoque in ſphæra locum habet. nam omni-
bus

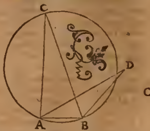
bus quotquot per signum radiosum ducuntur, circulis id euenit, vt ex æquo lumen participent. Igitur quandoquidem sphæra ex circuli ductu circum immotum axem conflectur, & toti sphæræ commune hoc erit, vt à radiante signo, in caua parte centróve constituto, vniuersa interior superficies æquali nitore perfundatur; quod erat propositum. A

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Fieri & id potest, vt radiosum punctum è propinquiori loco rem obiectam minùs illuminet, quàm è remotiori. B



SIGNVM luminosum C, vt suprà, subiectum opacum corpus A B irradiet. Circa tria verò hęc puncta A, B, & C, circulus describatur per 5. propositionem quarti Euclidis: extra circuli verò ambitum locus alius signetur D, opaco A B propinquior quàm C: ait Maurolycus theoremate 4. è loco D viciniore minùs, quàm ex C remotiori obiectum A B illustrari, quòd angulus A O B angulo A C B sit minor, vt ex 21. prop. tertij libri Euclidis facilè colligi potest: siquidem si ad alterum punctorum quibus A O & B O circulum intersecant super communi basi A B triangulum constituatur, erit huius ad verticem angulus angulo A O B maior per 21. primi Euclidis; at æqualis est ille ipsi A C B angulo: igitur A O B angulus angulo A C B est minur; atque idcircò ex O quàm ex C minùs conferti radij procidant, minorque luminis affluentia in obiectum opacum corpus suscipiatur. C



PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Opacum planum à puncto lucido illic apprimè illustratur, vbi radius ad normam incidit; hinc verò quò longiùs abducuntur eò semper obscuriùs. D



ESTO punctum luminosum A, ex quo in planum opacum B C radij quotcumque procidant A B, A C, A E, A F & A D, sitque A D ipsi B C perpendicularis. Erit igitur angulus A D E rectus per 10. definitionem primi Euclidis: cumque per 32. primi Euclidis, cuiuscumque triãguli tres anguli duobus rectis sint pares, erit in triangulo A E D angulus A O E duobus reliquis A E D & E A O æqualis, ac proinde vtrolibet illorum maior. Quare per 19. primi Euclidis, radius A E radio A O maior erit. Rursus cùm angulus A E B æqualis sit duobus angulis A O E & E A D, internis scilicet, & oppositis trianguli A O E, per 16. primi Euclidis, sitque A O E rectus, erit A E B recto maior, ideoque & maximus trianguli A E B. Quocirca qui ei subtenditur radius A B, maximum latus trianguli A E B claudet, eritque proinde radio A E maior per eamdem 19. primi Euclidis. Atque ita deinceps, quò remotiores erunt à perpendiculari A D radij, eò semper longiores esse conuincentur. Itaque per 37. superiorem propositionem planum opacum B C à puncto lucido A ad partem O maximè illustratur, vbi perpendicularis radius A O omnium breuissimus incidit: deinde verò ad cęteras partes tantò vberiùs, quantò fuerint perpendiculari viciniores, ad quas scilicet radij breuiores attingunt: tum denique omnium minimè ad remotissimas, quę longissimos radios excipiunt; quod erat enucleandum. Accedit huic rationi quæ ex prolixitate radiorum desumpta est, obliquus etiam remotiorum radiorum illapsus, quo obiectum minùs illustrari contingit, vt propositione 35. docuimus. E F

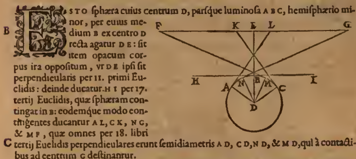
A
B E D F C

PRO-

A PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Sit lucida sphæræ portio hemisphærio minor, è cuius medio perpendicularis excitetur: dico circa hanc præcipuum lumen existere, inde verò semper minus.

Esto sphæra cuius centrum D, parsque luminosa A B C, hemisphærio minor, per cuius medium B ex centro D recta agatur D E: sit item opacum corpus ita oppositum, vt D E ipsi sit perpendicularis per 11. primi Euclidis: deinde ducatur H I per 17. tertij Euclidis, quæ sphæram contingat in B: eodemque modo contingentes ducantur A L, C K, N G, & M F, quæ omnes per 18. libri



B

C tertij Euclidis perpendiculares erunt semidiametris A D, C D, N D, & M D, qui à contactibus ad centrum G destinantur.

Dico igitur partem K L omnium impensissimè illuminari, quòd omnium punctorum A, N, B, M, C radios excipiat: minùs verò illustrari partes F K & L G, à perpendiculari D E remotiores, quòd quatuor tantùm punctorum, N, B, M & C, radij eò pertingant: siquidem ex A nequit radius vltra L versùs G protendi, per 16. tertij Euclidis, quòd A L semidiametro A D sit perpendicularis per 18. tertij Euclidis: sic neque ex C vltra K radius educi potest versùs F. Igitur partes perpendiculari D E viciniores magis, cæteræ verò quò remotiores, eò minùs illustrantur; quod erat demonstrandum.

Ac quoniam in præsenti constructione non ob hanc solam causam contingit par-
D tes E K & E L magis collustrari, quàm partes K F & L G, per 2. hypothesin, quòd hæ pauciores luminis radios excipiant; verùm etiam quia à luminoso corpore longiùs abducuntur, vt propositione 37. est explicatum: nam parcior illuminatio tum à paucitate radiorum, tum à causæ imbecillitate prouenit, vt propositione 35. docuimus: idcircò fit vt partes lineæ F G ab E ad extremitates vsque maiorem in modum minuantur ob plurium causarum concursum.

Eapropter lubet huius theorematis veritatem etiam in opaco corpore, quod à luminoso æquidistet, ostendere. Sit enim corpus luminosum A B C portio sphæræ cuius centrum D: opacum verò corpus æquidistans, hoc est ex eodem
E centro descriptum sit F E G, in cuius sinum lumen recipitur: diuiso primùm arcu A B C bifariàm in B, è centro recta per B educatur D E: deinde per 17. tertij Euclidis ducatur H I contingens corpus luminosum in B: tum ex A & C, rectæ excitentur A L & C K, semidiametris A D & C D perpendiculares per 11. primi Euclidis, quæ vtrimque productæ corpus opacum duobus in locis attingant; hæc nempe in K & G, illa verò in F & L.

His ita constructis, manifestum esse aio partem K L omnium maximè illuminari, quòd trium punctorum A, B, & C radios excipiat; minùs verò illustrari K H & L I, quòd
F duorum duntaxat punctorum radij eò pertingant; K H quidem à punctis A & B, L I verò à punctis B & C: siquidem à puncto C nullum lumen in partem K H incidit, sed in punctum K solum per 16. tertij Euclid. Ac similiter à puncto A nullum lumen in partem L I deriuatur, cùm vltra L lumen ex A versus I non progrediatur per eamdem 16. tertij Euclidis. Omnium denique minimè illuminantur H F & I G, quòd vnius tantùm puncti radio perfundantur: nempe pars H F radio puncti A: I G verò radio puncti C. Itaque partes radio perpendiculari viciniores magis, cæteræ verò tantò minùs illustrantur, quantò fuerint remotiores; quod erat demonstrandum.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA. A

A sphæra luminosa ad externum signum remotius plures radij attingunt, quàm ad propinquius.

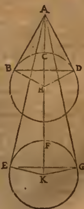
SIT punctum A longiùs à sphæra lucida D C E dissitum quàm punctum B: dico punctum A à maiore parte sphæræ lumen recipere quam punctum B. A sphæra nanque ad signum A radij procidant D A & E A, qui sphæram contingant in D & E: & à centro F ad puncta contactuum D & E rectæ educantur F D & F E, quæ per 18. tertij Euclidis ad contingentes D A &
E A perpendiculares erunt: eodemque modo ad B radij prosiliant contingentes sphæram in G & H, atque ad hos quoque rectæ ex centro applicentur F G & F H; quæ etiam ad tangentes radios G B & H B perpendiculares erunt per eamdem 18. tertij Euclidis. B

His ita constitutis, dico sphæræ lucidæ portionem D C E, quæ punctū A illustrat, maiorem esse portione G C H, à qua punctum B illuminatur, quod in hunc modum probatur: Angulus A D F rectus est; ostensum est enim F D ipsi A D perpendicularem esse per 18. tertij Euclidis, eamdemque ob causam rectus est & B G F
angulus: est verò latus G F lateri D F æquale, per circuli definitionem: sunt enim eiusdem circuli semidiametri. C Igitur si linea F G lineæ F D, & angulus F G C angulo F D A superponi intelligatur, exactè sibi mutuò congruent: quare linea quoque G B in lineam D A incidet. Ponatur ergo mente D I ad punctum D ipsi G B æqualis per 2. primi Euclidis, erit quoque F I æqualis ipsi F B per 4. primi Euclidis: quoniam D I æqualis est ipsi G B, & F D ipsi F G æqualis, angulúsque F D I angulo F G B æquis lateribus comprehenso æqualis. Quare reliquum latus F I, reliquo lateri F B, ac totum triangulum F D I toti triangulo F G B æquale erit per eamdem 4. primi Euclidis. At maior est angulus D F A angulo D F I, nempe totus sua parte. Igitur & angulo G F B, idem angulus D
D F A maior erit per communem notionem. Cum itaque angulus D F A angulo G F B sit maior, erit & arcus D C, cui ille insistit, arcu G C maior per 33. sexti Euclidis, & per scholium Clauij ad 27. tertij Euclidis, quod erat demonstrandum.

Hinc porrò non sequitur punctum A magis illuminari quàm punctum B. quod enim puncto A confert multitudo radiorum à maiore parte luminosi promissa, hoc puncto B præstat luminis excellentia ex propinquitate orta, vt ex 35. propos. huius manifestè patet.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA. E

Externum signum luminosum maiorem partem sphæræ remotioris irradiat, quàm propinquioris.



ESTO namque externum signum luminosum A, cui sphæra B C D propinquior sit quàm sphæra E F G: ab A verò radij procidát luminosi A B, A D, sphæram B C D tangentes in B & D, radij item A E & A G sphæram E F G contingant in E & G: erunt igitur B C D & E F G portiones sphærarum, quas signum illustre A suo fulgore irradiat per 80. propositionem libri quarti.

Dico verò partem E F G remotioris sphæræ maiorem esse parte B C D propinquioris. F Namque sphæræ ita disponantur, vt ab A per vtriusque sphæræ centrum recta extendi possit A H K: à centris autem ad loca contactuum rectæ educantur, quæ tangentibus perpendiculares erunt per 18. tertij Euclidis: quare recti erunt anguli A B H & A E K, trianguláque ipsa rectangula, in quibus æquale quidem est latus H B lateri K E per circuli definitionem: at eorum qui rectis angulis subtenduntur, maius est A K quàm A H ex suppositione: maiorem igitur per 8. quinti Eucl. rationem habebit A K ad K E, quàm A H ad H B: quamobrem per 14. lemma libri quarti maior est angulus E K A quàm

A B H A angulus: ſed angulo B H A æqualis eſt angulus D H A per 4. primi Euclidis, quòd
ſcilicet circa æquales angulos rectos A B H & A D H æqualia conſiſtant latera, H B ipſi
H D per circuli definitionem, A B verò ipſi A D per 5. lemma huius libri: eodem verò
modo æqualis eſt angulus G K A angulo E K A: itaque triaoguli E G K angulus E K G
maior eſt trianguli B D H angulo B H D: ſiquidem inæqualium duplicia ſunt inæqualia
per commuoem notionem. Igitur duo reliqui anguli trianguli E G K, duobus reliquis
trianguli B O H angulis ſunt minores. cùm enim voius trianguli tres anguli tribus alte-
rius ſint pares per 32. primi Euclidis, ſi ab æqualibus inæquales detrahantur, anguli re-
linquentur inæquales. igitur duo anguli K E G & K G E, duobus H B D & H D B ſunt mi-
B nores. Eſt verò K G E ipſi K E G, & H D B ipſi H B O æqualis per quiotam primi Euclidis:
erunt itaque & horum dimidij inæquales, hoc eſt angulus K E G angulo H B O minor.
Hi ergo ſi ab æqualibus rectis detrahantur, relinquetur angulus A E G angulo A B D ma-
ior, per communem notionem. Ex quo tandem colligitur per 32. tertij Euclidis, angu-
luoi in ſegmento E F G minorem eſſe illo qui ſegmento B C D inſcribitur: ac proinde
ſegmentum E F G ſegmento B C O eſt maius per 31. tertij Euclidis; quod erat demon-
ſtrandum.

Huic etiam veritati parrocinatur vltima propoſitio ſexti libri Euclidis, qua oſten-
duotur æqualium circulorum peripheriæ eam inter ſe rationem habere, quam anguli ad
centrum conſtituti. quoniam ergo oſteoſus iam eſt aogulus E K G angulo B H O maior,
C erit & peripheria E F G ipsâ B C D maior.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Si ſphæra luminoſa ſphæræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminoſa colluſtrabitur.

HÆC & ſequentes duæ propoſitiones ex Ariſtarcho Samio depromptæ
ſunt, libro De magnitudinibus & interuallis ſolis & lunæ: ſunt verò & ad
D lunæ illuſtratiooem, & ad defectiones vtriuſque
aſtri, & ad vmbram terræ, aliaque eius generis
phæoomena explicanda, apprimè vtiles. Hæc
enim quæ imperitum vulgus ſummopere admirari ſolet, quo
pacto fieri contingat, ex his velut propriis ex cauſis primiſque
principiis nullo negotio demonſtrari poterit.

Propoſitio autem ita poteſt demonſtrari: Eſto luminoſum
corpus ſphæricum A, corpus verò opacum E item ſphæricum,
ac luminoſo æquale; per quorũ centra À & E dimetientes agan-
tur B C & O F ei quę centra connectit A E perpendiculares per 11.
primi Euclidis; quæ æquales erunt, quòd ſphæræ ſupponantur
E æquales; ac proinde erunt & quæ à centro A B, A C, E D, E F, item
A G & E H inter ſe æquales. Igitur & dimidiæ ſphæræ B G C &
D H F inter ſe æquales erunt per 7. Euclidis axioma. At ſi ab ex-
tremitatibus B & C radij porrigantur, qui ſphæram opacam E
contactu amplectantur, aio hos in D & F opacum corpus attin-
gere. nam cum B C & D F orthogonales conſtitutæ ſint ipſi A E,
erunt anguli, quos A E in B C & D F incidens facit, omnes recti
per 13. primi Euclidis. Quare parallelæ erunt ipſæ B C & D F per
28. primi Euclidis, ac proinde & quæ has connectunt B D & C F
F parallelæ ioter ſe erunt per 33. primi Euclidis: cumque anguli B D E & C F E recti oſten-
di poſſint, opitulaote 18. tertij Euclidis, erunt & anguli D B A & F C A recti per 29. primi
Euclidis. ex quo tandem efficitur rectas B D & C F vtramque ſphæram ita contingere, vt
eas minime ſecent. Cum ergo in punctis B, C, D & F tactiones fiant, radij B O & C F duo
hemiſphæria ſibi obuerſa complectuntur, nempe B G C & D H F: itaque ſi ſphæra lumi-
noſa ſphęræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminoſa colluſtrabitur;
quod demonſtraſſe oportuit.

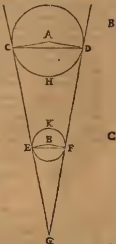
A

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, à minore parte luminosæ maior pars opacæ illustrabitur.



SIT sphæra luminosa A, maior, opaca verò B, minor: dico à minore segmento sphæræ A ad opacam sphæram B lumen pertinere, maiorem autem medietate partem sphæræ B illustrari.



B

Prima huius theorematis pars sic demonstratur: Ductis à luminosa A radiis C E & D F, qui vtramque sphæram contingant in punctis C, D, E & F, iungantur puncta contactuum rectis C D & E F. Cum igitur maius sit corpus A corpore B, erit angulus E C D minor recto. si enim rectus esset, & F D C rectus foret; siquidem per 5. lemma huius libri angulus F D C angulo E C D est æqualis. quare C E & D F parallelæ essent per 28. primi Euclidis; ac proinde esset E F ipsi C D æqualis per 33. primi Euclidis. Est autem posita E F minor ipsâ C D: ergo & angulus E C D recto est minor: nam maior recto esse non potest per 11. axioma Euclidis; quoniam C E & D F productæ tandem in G concurrunt. Est igitur E C D angulus minor recto: quocircà per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento C H D recto maior. Vnde fit per 31. tertij Euclidis, segmentum C H D, à quo lumen in corpus opacum prouenit, reliquo minus esse; quod primò erat persuadendum. C

Altera item pars huius theorematis, nempe maius segmentum corporis opaci illuminari, sic probatur: Angulus C E F recto maior est: si enim rectus esset, sequeretur vt supra, C D æqualem esse ipsi E F: posita est autem maior: ergo & angulus C E F recto est maior: neque enim minor recto esse potest, cùm E G & F G concurrant in G per vndecimum Euclidis axioma. Quare per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento E K F recto minor. ex quo tandem efficitur segmentum ipsum E K F reliquo segmento maius esse per 31. tertij Euclidis; quod erat ostendendum. D

CONSECTARIVM I.

Sol maiorem portionem corporis lunaris illuminat.

HOC ex præsenti theoremate perspicuè sequitur. Etenim sol lunari orbe multis partibus est maior: itaque radij ab ambitu solis profusi maiorem lunæ portionem comprehendunt. Quæ sane causa est cur non statim ab oppositione solis luna manifeste decrescere incipiat: siquidem pars lunæ quæ à nobis aspicitur, medietate minor est per 82. propos. libri quarti. Cum ergo illa quæ illuminatur, hemisphærio sit maior; aliquanto adhuc tempore, postquam ab oppositione sol ac luna discessere, pars lunæ visa totius illustratæ partis ambitu continetur; atque eapropter nondum videtur decrescere. imò vix altero post oppositionem die præcisus imminutúsve esse circularis ipsius ambitus manifestè deprehenditur, quod menstrua docet obseruatio. E

CONSECTARIVM II.

Terræ maiorem medietate plagam sol perlustrat.

F

ID quoque ex eodem theoremate manifestè consequitur: quippe sol terrestri orbe longè maior existit. Fuit autem id mortalium habitationi peropportunum, vt scilicet in illa aëris temperie, qua singula procreantur, viuunt ac conseruantur, non ex æquo perfectaque iustitia calor & frigus decertarent; sed plus viuifici caloris quam nocentis frigoris admitteretur, quod profectò contrà eueniret, si sol minorem medietate partem terræ suo fulgore illustraret, vt ex dictis manifestum est.

CON-

A

CONSECTARIVM III.

Sol ante exortum, & post occubitum etiam tum spectabilis est.

Ex secundo consectario illud inferre licet planè paradoxum, solem posse à nobis spectari priusquam exoriatur, & posteaquam occubuit. Quod ita est explicandum, vt tum ortu sol intelligatur, cùm supra verum horizontem assurgit; occumbere verò, cùm infra deprimitur. Est porrò verus horizon circulus sphæræ maximus, ipsam bipartitò diuidens in hemisphærium superum, & in hemisphærium inferum, qui pro regio-
B nis varietate alius semper atque alius est. Nos igitur in fastigio nostri hemisphærij consistentes, quadrante vndique à finitore absumus, ab iis verò qui nobis tota diametro aduersantur, integro distamus semicirculo. Si itaque à pedibus nostris ad nostros antipodas semicirculus descriptus in terræ superficie intelligatur, per eam lineam quæ à sole ad centrum mundi extenditur, isque mundi centro affixus, animo circumducatur, hemisphærium describet, vltra cuius ambitum solis radij vndique pertingent per 2. consectarium. Sint autem, gratia exempli, duo gradus ad quos vltra fines concepti hemisphærij sol radios protendit. Palàm igitur solem gradu vno sub horizonte mersum adhuc à nobis conspici posse: quippe eius imago, adspectabilisque forma, hoc est lumen, recta ad nos linea protenditur, cum gradu vno vltra stationem nostram proferatur. Sic itaque
C ante exortum, postque occubitum sol adhuc spectari a nobis potest; quod erat explicandum.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, à maiore parte luminosæ ad minorem opacæ lumen proueniet.



D ÆC propositio eodem modo demonstrari potest, quo præcedens. Eadem namque manet figuræ species, eademque partium dispositio; sola verò permutantur nomina, vt nunc luminosum dicatur, quod antè opacum erat, & è conuerso: quocircà eadem quoque demonstratio solis terminis commutatis subsistit. Habet autem locum hoc theorema in sphæroidibus corporibus, quæ ab accensis lychnis illustrantur: item in luna, terræ comparatione, hac siquidem luna est minor ex Astronomorum sententia: quæ etiam causa est cur terræ vmbra à sole promissa, subinde totum lunare corpus non innoluat, quamuis hæc duo sidera è diametro sibi mutuò opponantur, vt inferius suo loco dicemus.

CONSECTARIVM.

Luna oriens non videtur, & ante occubitum disparet.

E

MIRVM id prima fronte videbitur, & præter sapientum etiam opinionem constitutum: nam qui fieri potest, vt luna, posteaquam finitorem subiit, nondum appareat, & priusquam subtus mergatur, aspectui nostro eripiatur, præsertim si terræ impedimenta sublata intelligantur: sed si rectè explicetur, mox veritas elucescet. Oriri atque occumbere tum astra dicuntur, cùm verum horizontem attingunt, cumque assurgendo sensim supra horizontem emerserunt, tum perfectè exorta esse intelligendum, quemadmodum absolutè occubuisse, cùm tota infra horizontem procubuere. Est autem verus horizon, vt paulò antè dicebamus, circulus sphæræ maximus, qui ipsam bipartitò diuidit, superumque hemisphærium ab infero disterminat.

F Cùm igitur luna terreno orbe sit minor, consequens est per iam demõstratum theorema, terræ portionem medietate minorem à luna illustrari. Cùm ergo media lunæ pars supra horizontem scandendo peruenit, aut subtus occumbendo demersa est, tum terrestris plagæ, quæ illustratur, ambitus procul à nobis disiunctus est: nos siquidem terræ fastigio insistẽtes, quarta orbis parte ab horizonte absumus. Quare si ad nos vsque orientis vel occumbentis lunæ splendor attineret, media terræ portio illuminaretur; quia igitur minorem medietate plagam suo fulgore luna irradiat, cuius extremitas non exiguo spatio à nobis disiungitur, palam est lunam orientem necdum videri, & ante occubitum aspectibus nostris eripi.

A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Sphæroides luminosum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat quàm è remoto.

ESTO lucida sphæra A remotior à sphæra opaca M D N quàm sphæra B: dico à B maiorem portionem opacæ irradiari quàm ab A. Sint namque sphęræ ita constitutæ, vt rectâ A E per omnium centra transeat, B
radiique procidant tangentes F K, G I, H M, & L N, qui omnes producti ad partes sphęræ opacæ in lineam A E congrediantur per 12. lemma, F K quidem & G I remotiùs puta in E; H M verò & L N propius, nimirū in O, per lemma 13. sic vt maior sit A E quàm B O: quoniam igitur in triangulis A F E & B H O rectus est vterque angulorum A F E & B H O, latusque A F lateri B H æquale per circuli definitionem, maiorem proportionem habebit A E ad A F, quam B O ad B H per 8. quinti Euclid. Itaque per 14. lemma libri quarti maior erit angulus F A E quàm angulus H B O. C

Rursus cùm A E, quæ per sphærarum centra extenditur, secet vtramque F G & H L bifariàm per 6. lemma huius libri, & ad angulos rectos ipsas secabit per 3. tertij Euclidis. In triangulis igitur A F Q & B H R anguli A Q F & B R H recti sunt: quare duo reliqui vnius trianguli simul sumpti, duobus reliquis alterius simul sumptis sunt æquales; quippe per 32. primi Euclidis cuiuscumque trianguli tres omnino anguli duobus rectis sunt pares. Ab illis proinde si inæquales detrahantur anguli, maior quidem F A Q & H B R minor, relinquetur A F Q, altero B H R minor. D
Atque hi rursus si ab æqualibus rectis A F E & B H O subducantur, relinquetur angulus Q F E angulo R H O maior per communē notionem. Atqui in segmento F P G inscribitur angulus, æqualis est angulo Q F E per 32. tertij Euclidis: qui verò segmento continetur H C L, æqualis est angulo R H O per eamdē 32. tertij Euclidis. Igitur segmentum H C L segmento F P G maius est: quod scilicet minorem angulum capit, segmentum maius est; quod verò maiorem, minus, vt ex propositione 31. tertij Euclidis facilè colligi potest. Verùm segmento H C L simile est segmentum M D N, segmento verò F P G segmentum K D I simile per 10. lemma huius libri: itaque M D N segmentum segmento K D I est maius: quare sphæroides luminosum maius, quò propiùs ad opacum E
accedit, eò ampliorem eius partem irradiat; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Luna numquam illustratur minùs quàm cùm est plena.

HOC quoque insigne est paradoxum. Quis enim non arbitraretur lunam cum maxime solis fulgore perfundi, cùm plenitudinem fuerit adepta? Ea est vulgi æstimatio: verùm non ita se res habet; quippe eius semper maior medietate portio illustratur, vt ex proposit. 46. liquidò constat: siquidem sol ex Astronomorum auctoritate lunarem globum multis partibus magnitudine excedit, cùm ipso etiam terrarum orbe lu- F
na sit minor. At ea portio, quæ lumine solis illustratur, non semper æqualis est, sed iisdem ex causis nunc maior, nunc minor, quibus luna soli propinquior efficitur vel remotior. Est porrò ea causa duplex: vna scilicet motus lunæ menstruus, quo nunc soli coniungitur, nunc aliqua cæli plaga ab eo discedit, nunc terra interposita tota ei dimetiente opponitur; altera est motus ille, quo nunc ad augem euecta longissimè à medio vniuersi abducitur, nunc ab auge redux terræ proxima fit.

Perspicuum igitur est, lunam cùm ad fastigium augis conscendit, tum & soli proximam, & à sole remotissimam fieri. Atque in coniunctione quidem proxima est, in opposi-

sitione

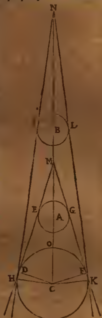
A situone verò remotissima: quippe in coniunctione, si in auge emineat, nihil solem inter & lunam intercedit, præter duorum cælorum Mercurij & Veneris densitates: hac ergo constitutione soli proxima est. In oppositione verò, cùm nimirum plenam nobis faciem obuertit, si in eodem sit auge, longissimè à sole dissidet: tum enim non modò cæli ipsi Mercurij & Veneris, sed etiam tota lunaris cæli diametrus ad conuexam peripheriam vtrimque extensa inter vtrumque astrum intercipitur. Palàm igitur per præsens theorema lunam nunquam illustrari minùs, quàm cùm est plena; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

B *Contrà sphæroides luminosum minus, si propinquius est opaco, minorem portionem illustrat, quàm si remotius existat.*



SIT sphæra luminosa nunc in A opacę C maiori propinquior, nunc in B ab ea remotior: dico ab A quàm à B minorem partem sphæræ opacæ illuminari. Ducantur enim contingentes radij D E & F G, qui producti concurrant in M: similiterque modo ducantur H I & K L, qui protracti in N conueniant: rectaque per omnium sphærarum centra agatur C N. A centro au-
C rem C ad contactus sphæræ opacæ semidiametri euocentur C D, C F, C H, & C K. Quoniam igitur in triangulis C O M & C H N, C D ipsi D M, & C H ipsi H N sunt perpendiculares per 18. tertij Euclidis; erunt anguli C O M & C H N recti. Sunt verò C D & C H inter se æquales per circuli definitionem; C N autem quàm C M maior per 13. lemma: igitur per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habet C N ad C H, quàm C M ad C D: quare per 14. lemma libri quarti maior est angulus H C N quàm D C M angulus. Eodemque modo ostendetur angulus K C N angulo F C M maior.
D Compositus itaque H C K composito O C F est maior per communem notionem: igitur & arcus H O K arcu D O F maior conuincitur. Nam per vltimam sexti Euclidis in æqualibus circulis eamdem rationem habent anguli cum peripheriis quibus insistunt, siue ad centra siue ad peripherias constituti sint. Quare si sphæricum luminare minus, propinquius opaco fuerit, & quod erat demonstrandum.



Hæc & quæ proximè antecedit propositio, apprimè vtilis est ad intelligendum siderum illorum phænomena,
E *quæ vel excentrici orbis beneficio, vel etiam propria epicycli circumlatione, & à terra, & ab inuicem nunc longiùs nunc propiùs distant; cuiusmodi præcipua sunt sol ac luna. Sequentes verò septē propositiones ad lunæ incrementa ac decrementa pertinent; crescit enim perpetuò aut senescit, & modò curuatur in cornua, modò æqua portione diuiditur, modò sinuatur in orbem, eademque subitò enitet orbe pleno, ac repentè fit nulla, morata verò in coitu solis biduo, rursus ad easdem vices exit.*

F PROPOSITIO L. THEOREMA.

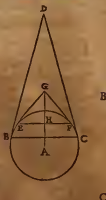
Si pars sphæræ collustrata, pársque visa bases habuerint parallelas, lumen aspectatum circulare & erit, & apparebit.



ESTO sphæræ A pars collustrata B C, eaque parallela secundùm basin atque ambitum parti visæ E F; aut permutata vice sit pars illuminata E F, pars autem visa B C: dico E F eam scilicet partem, quæ illustratur & videtur, circularem esse, hoc est circulari ambitu circumscribi, & vt circulum apparere.

Prior huius theorematis pars ex propositione 81. libri quarti manifestè conuincitur. A

Posterior verò ita demonstratur: Ex G ad sphæræ centrum A recta ducatur G A: hæc quoniam ipsam E F iungentem contactus radiorum G E & G F bifariam diuidit, per 6. lemma, & ad angulos rectos eam secabit per 3. tertij Euclidis: simili autem modo secat & reliquas quæ tactus radiorũ ex G ad sphæram procidentium connectunt: igitur G H & ad rectos angulos insistit basi eius segmenti, quod ex G conspicitur, & per eiusdem basis centrum transit. Quare per 62. libri 4. omnes dimetientes æquales visui repræsentantur, ipsaq; spectan segmenti basis, vt circulus conspicitur per circuli definitionem; quod secundo loco erat demonstrandum. B



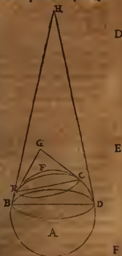
Eiusmodi porrò esset lunæ portio, quæ, nisi immanis terræ moles interpellaret, in directa solis oppositione à nobis conspiceretur: nunc verò quia terræ crassities inter vtrumque sidus interiecta solares radios prohibet arcetque, illa, cùm directè opponitur, lumine deficit; nullum proinde à sole acceptum luminis orbem spectandum exhibere potest. C

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si pars sphæræ quæ illuminatur, non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autem quod videtur, minus; pars luminis visa circulo continebitur, & vt circulus apparebit.



QVEMADMODVM superioris propositionis, quæ bases partis visæ partisque illustratæ parallelas supponit, geminus est casus, proptereà quòd oculus corpusque luminosum loco permutari queant; ita huius quoque constitutionis, quæ bases partis visæ ac partis illustratæ nec parallelas supponit, nec sese intersecare concedit, duplex est casus: aut enim oculus sphæræ propinquior est quam corpus luminosum, aut certè contrà corpus luminosum quàm oculus propinquius. Superiores duos casus vna propositione complexi sumus, quòd vna sit in vtroque spectatæ partis & illustratæ forma, eademque demonstratio: at hoc loco, quia ex oculi corporisque luminosi permutatione spectatæ partis forma magnam diuersitatem admittit, maioris claritatis gratia, distinctis propositionibus vtrumque casum studio proposuimus, quorum alter hac, sequenti alter explicabitur. D E



Igitur pars sphæræ A quam punctum H illustrat, esto B F D; pars autem quam oculus in G positus contuetur, esto E F C, cuius basis E C basi B D nec parallela sit, nec æqualis, sed minor, seque mutuo bases B C & E C non secent: dico E F C segmentum circulo contineri, ac circuli instar aspectui exhiberi: siquidem per 81. propos. libri quarti id sphæræ, quod spectatur, circulo definitur. At portio E F C, quæ ab oculo in G posito cernitur, tota luminosa est, cum nulla eius pars extra segmentum B F D excurrat: igitur pars luminis visa circuli peripheriâ circumscribitur. Quòd autem eadem vt circulus appareat, ex præcedentis propositionis demonstratione manifestè conuincitur. Itaque si pars sphæræ collustrata non fuerit parallela parti visæ, nec se muruò secent; sit autè quod videtur, minùs; pars luminis visa vt circulus apparebit; quod secũdò erat demonstrandum. F

Id in luna manifestè videre licet: illa enim primo ac etiam secundo ab oppositione die luminis plenitudinem retinet, nec minùs circulare apparet eius lumen, quàm si è diametro soli opponeretur; vti e conuerso, non statim à coniunctione discedens, splendorem suum nobis ostendit.

A

CONSECTARIVM.

Apparens lunæ fulgor non statim ab oppositione solis decrescit.

Ex hoc theoremate perspicuè sequitur, lunam, quamuis non mediocri spatio ab oppositione solis discesserit, nihilominùs plenam nobis videri, totoque circulo lumen de se ad nos profundere. Cùm enim maior medietate portio lunaris corporis à sole illustretur per consectarium primum propositionis 46. minor verò pars medietate à nobis conspiciatur per 82. libri quarti; sane aliqua erit ea latitudo, qua licet ab oppositione solis aspectusque nostri directa interpositione diuellatur, nihilominùs lucida appareat tota
B illa portio, quæ à nobis conspicitur, vt liquidò ex dictis constat.

Est porrò non minimum vtriusque partis discrimen, eius scilicet quæ illuminatur, & eius quæ videtur; quod facilè conijcere quis poterit, si intelligat non prius lunæ plenum ambitum manifestè incidi seu minui, quàm altero aut tertio fere die a directa oppositione discesserit, vt aperta docet experientia. Cumque luna tredecim circiter gradus proprio motu diebus singulis conficiat, consequens est, vt magnum esse debeat partis illustratæ ac visæ discrimen.

C

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Si rursus pars sphæræ illustrata, & ea quæ videtur, non fuerint parallelæ, nec se mutuò secent, sit vero pars visa maior; erit quidē ambitus spectati luminis circularis, videbitur autem ellipsis.

Esto in præcedente schemate sphæræ A pars illustrata E F C à puncto luminoso G; pars autem, quam oculus in H positus contuetur, B F D: palàm igitur segmentum E F C circulo definiri per ea quæ proposit. 81. lib. 4. sunt demonstrata. Quòd verò eadem pars E F C ellipsis appareat, sic pro-
D batur: Quoniam segmenti E F C basis E C minor est basi B D, nec eam interfecat, necesse est segmentum E F C totum videri. Rursus cum E C ipsi B D parallela non sit, fieri nequit vt E C directè aspectui obijciatur, quandoquidem B D sit directè visui opposita. Obliquè igitur E C oculo in H constituto exhibetur. Quare per 66. libri quarti segmenti illustrati simul ac visi E F C basis E C vt ellipsis apparet, nisi eæ obstent conditiones, quæ eadem propositione continentur; quod erat probandum.

In hac luminosi corporis oculique constitutione, id necessariò efficitur, vt pars sphæræ quæ lumine perfunditur, tota semper sub aspectum cadat: nam extremus quidem terminus quo oculum in dextram dimouere licet, est linea E G, in quam si linea B H incidat vnam efficiens, radius ab H ad sphæram demissus, ipsam continget in E cōmune
E signum partis visæ & illustratæ, quæ proinde extrema est: vltra hanc enim si oculus ab H dextrouersum abscedat, sic vt punctum G extra triangulum B H D relinquatur, fiet profectò vt radius ab H promissus sphæram inter E & F contingat; cùm verò maior supponatur basis partis visæ basi partis illustratæ, radius ab H procidens sphæram in puncto quopiam vltra C continget in parte opposita constituto. Igitur quæ hos contactus iunget recta linea, ipsam E C intersecabit, quod hypothesi aduersatur. Quocirca fieri omnino nequit, vt saluo proposito casu oculus à puncto H longius dextram versus dimoueatur, quàm vt radius opticus ab oculo delapsus in lineam E G incidat, sphæramque in E contingat.

F Simili prorsus ratione ostendemus in parte altera lineam C G extremum terminum esse, quo oculus ab H sinistram versus abduci potest: nam cùm eousque oculus in sinistram abierit, vt radius sphæram contingens, in lineam C G incumbat, nundum sese partis visæ, partisque illustratæ bases intersecarunt, quod propositio postulat; ab vlteriore verò loco si sphæra spectetur, sese bases intersecabunt, vt proxime est demonstratum. Igitur in præsenti constitutione oculi ac corporis luminosi, qua se mutuò pars lumine collustrata parsq; visa nequaquam intersecant, pars sphæræ illustrata tota semper aspicitur; quod erat ostendendum. Hinc autem consequens est per proxime demonstrata, ambitum spectati luminis E F C circularem esse; videri autem forma ellipsis, quod initio fuit propositum.

A

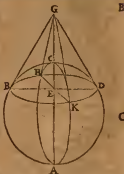
PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si hemisphærij illustrati, partísque visæ bases se mutuò secundùm normam secent, quod de lucido hemisphærio cernitur, sector quidem est sphæricæ superficiei: at semicirculus apparet.



SIT sphæræ A B C D media pars A B C illustrata, oculus autem in G constitutus, eò inquam loci vnde portionem sphæræ B C D cōspiciat, cuius basis B K D H basin A K C H ad normam secet: dico illustrati hemisphærij portionem B K C H quæ videtur, sectorem esse sphæricæ superficiei, cui duo circulorum segmenta vtrimque assistunt, nempe K B H semicirculus, & K C H semicirculo minus, qualis est lunæ dimidiata facies cùm quarta cæli parte à sole distat. Quòd K B H semicirculus sit, ex Sphæricis Theodosij patet: cùm enim A B C hemisphæriū esse supponatur, quod lumine perfunditur, erit eius basis A K C H circulus sphæræ maximus per 6. primi Sphæricorū Theodosij, quippe qui per centrū sphæræ transit. Quoniam igitur ex hypothesi A K C H circulus maximus secat B K D H ad rectos angulos, & bifariàm eum secabit per 13. primi Sphæricorum Theodosij. Est itaque K B H semicirculus; siquidem per 18. libri quarti portio B K D H, quæ videtur, circulus est.

B



C

Iam quòd K C H semicirculo sit minor, sic probatur: E sphæra vno oculo quod spectatur, hemisphærio minus est per 82. libri quarti; igitur B C D segmentum circuli maximi, semicirculo minus est: at segmento B C D æquale est segmentum K C H per 24. tertij Euclidis, quòd scilicet K H æqualis sit ipsi B D, nempe diametri eiusdem circuli B K D H: igitur & K C H segmentum est semicirculo minus. D

Demum quòd B K C H superficies sphæræ illustrata simul ac visa vt semicirculus appareat, ex eo demonstrari potest, quòd arcus K B H semicirculari forma conspiciatur per 62. libri quarti. Cùm enim E G sphæræ centrum pertranseat, ea per 6. lemma diuidet ipsas B D & K H, quæ oppositas tactiones radiorum ex G procidentium iungunt bifariàm. Quare E circuli B K D H centrum erit, è quo E G ad circuli planum ad rectos angulos excitata erit per 7. primi Sphæricorum Theodosij. Quocirca totus B K D H circulus vt circulus videbitur per eamdem 62. libri quarti: eius proinde medietas K B H semicirculi instar conspicietur. At verò K C H propterea quòd perpendiculariter aspectui G obijciatur, vt recta apparebit linea per 57. libri quarti. Quod autem rectâ lineâ & dimidiato circuli ambitu continetur, semicirculus est: itaque B K C H portio sphæræ illustrata iuxtà ac visa vt semicirculus conspicitur; quod erat probandum. E

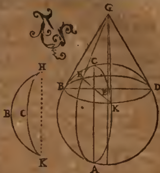
PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si rursus partium, luminosæ & aspectatæ, bases se mutuò normaliter secent; sit autem pars illustrata hemisphærio minor; quod de fulgido segmento conspicitur, sector quidem est superficiei sphæricæ, at μηνοειδὲς schema repræsentat mixtum ex arcu circulari & arcu ellipseos intus curuato. F



REPONATVR eadem quæ suprà sphæra A B C D, cuius pars illustrata sit hemisphærio minor A B C; pars autem ab oculo in G posito aspectata, esto B C D: harum verò partium bases se mutuò normaliter secent; sitque communis sectio H K: dico portionem sub K B H C comprehensam, quæ nimirum simul illustratur & videtur, sectorem quidem esse sphæricæ superficiei, vt ex superiore demōstratione constat; speciem autem figuræ exhibere

A bere è duabus curuis lineis mixtam, quarũ altera circularis perimetri portio est, altera ellipseos peripheria intus sinuata: qualem nobis speciem exhibet lunæ splendor tertio ac quarto, ad septimum vsque post coniunctionem die, cùm illa nobis corniculata apparet.



His explicatis, portionem K B K, vt circuli segmentum apparere, in hunc modum probatur: Quoniam G E à concursu radiorum, seu ab oculo per sphæræ centrum acta est,
B eadem secat ipsam B D, quæ tactiones B & D iungit, bifariàm in E, per 6. lemma. Igitur & ad rectos angulos eam secat per 3. tertij Euclidis. Quare per 62. libri quarti circulus B H D K propria forma, hoc est vt circulus apparet; ac proinde eius segmentum K B H circuli videtur segmentum, ac portio circularis perimetri: hac igitur parte aspectabile lumen circulare conspicitur.

At circuli A K C H portio K C H ellipsis segmentum videtur. Cùm enim totus ipse
C circulus A K C H propter aspectus obliquitatem ellipsis appareat per 66. libri quarti, eius quoque portio K C H, vt pars ellipsis conspiciatur necesse est. Quòd verò intus curuata versus B hæc portio ellipseos spectetur, inde ostenditur, quòd radij optici ex G per circumferentiam K C H ad planum K B H ducti, omnes intra segmentum K B H cadant, ibiq; phantasiam peripheriæ K C H sistant: tota ergo forma luminis aspectati mixta est ex circuli & ellipseos peripheria.

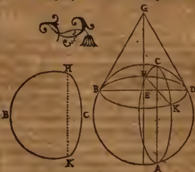
Porrò apparentis luminis schematismum ichnographicè hoc loco adscripsimus iisdem litteris designatum, quibus in sphæra ipsa rem explicare conati fuimus, vt clariùs appareat cuiusmodi sit ea apparentis luminis forma, quam fortè ex oculari inspectione promptiùs quàm ex demonstratione quispiam assequetur.

D

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Si denuò basis partis sphæricæ illustratæ basin portionis visæ ad normam secet; sit autem hæc illa maior; quod de splendido segmento cernitur, sector est spæricæ superficiei: at mixta figura apparet ex circulari ambitu, & ellipseos peripheria exteriùs curuata.

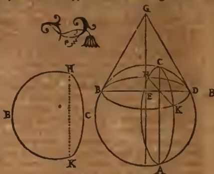
E ESTO vt suprà sphæra A B C D, eiusque pars illustrata A B C; pars autem conspecta B C D, quarum bases A K C H, & B K D H se mutuò ad normam secent, sitque communis sectio K H: dico portionẽ sphæricæ superficiei sub K B H C comprehensam, quæ nimirum simul & illustratur & videtur, sectionem quidem sphæricæ superficiei esse, vt ex dictis iam perspicuè patet;
F apparere autem formà vtrimque gibbosà, partim circulari, partim ellipsioide exteriùs prominẽte. Qualem refert speciem luna ἀμφίκυρτος, cùm, vt Hermolaus ait, *in solu triquetro semiambitur orbe*, vti videre est decimo & duodecimo post coniunctionem die.



Quòd K B H vt circuli fragmentum appareat, eodem modo, quo superiùs, probari potest. Cùm enim G E per centrum sphæræ acta sit, ea per 6. lemma secabit ipsas B D, K H,

ac

ac ceteras omnes, quæ radiorum ex G procidentium oppositas tactiones iungunt, bifariam. Quamobrem E circuli B K D H centrum est, & per 7. primi Sphæricorum Theodosij E G ad circuli planum recta est: igitur per 62. propositionem libri quarti totus B K D H ambitus vt circulus apparet: quare & eius pars K B H, quæ lumen spectatum definit, vt circuli portio cernitur; quod primò ostendisse oportuit. A



Circuli verò A K C H portio K C H segmentum videtur ellipsis; siquidem totus A K C H circulus propter situs obliquitatem ellipsis apparet per 66. propositionem libri quarti. Itaque eius portio K C H videtur segmentum ellipsis, ad eum modum, quo hîc eius formam propriumque apparens schema pro rudiorum captu ichnographicè adscripsimus iisdem litteris insignitum, quibus in sphæra ipsa singulæ partes notantur: sic enim genuina phantasia luminis aspectati oculis repræsentata clariùs perspicitur. B C

CONSECTARIVM I.

Apparens lunæ splendor in quadrato aspectu semicirculo maior est.

CVM quadratus lunæ aspectus ille sit, quo luna quarta cæli plaga à sole distat, iamque ex consectario 1. propos. 46. huius libri constet, maiorem hemisphærio partem orbis lunaris à sole illuminari, consequens est, vt in ea constitutione radius à sole ad lunam exporrectus, recto angulo inde ad nos flectatur. Nam quarta circuli portio lineis rectum angulum continentibus intercipitur: est igitur quadratus lunæ aspectus proposito schemati similis; siquidem F E luminis solaris radius est, C E verò radius opticus, & segmentum A B C semicirculo maius lunæ portionem illustratam repræsentat, B C D autem eam quæ videtur; quarum communis sector sub B K C H comprehensus, qui inquam simul & illuminatur, & cernitur, maiorem semicirculo portionem aspectui exhibet, vt iam ostensum est. Etenim circuli portio K B H vti semicirculo reipsa est maior, ita maior semicirculo apparet: cui præterea accedit H C K ex obliquo aspectu portionem ellipseos repræsentans, quæ exterius protuberat, & spectatum lumen sua protectura adauget, vt ex demonstratis perspicuè conuincitur. D

CONSECTARIVM II. E

Fulgida lunæ portio, quæ sub aspectum cadit, in quadrato situ, ob ingentem distantiam semicircularis apparet.

EST quidem reuerà lunæ facies quæ spectatur in quadrato situ, semicirculo maior, vt proximè ostendimus. At propter immoderatam distantiam fit, vt quamuis sol lunâ multis partibus sit maior, lunæ tamen portio, quæ illustratur, minimo interuallo eoque insensibili penitus ab hemisphærio distet, quod nullo negotio demonstrari potest. Quoniam enim per quadragesimam octauam propositionem libri huius sphæroides luminosum maius, quò longiùs à corpore opaco abfuerit, eò minorem eius portionem irradiat; profectò si longissimè absit ac spatio propemodum infinito, partem illustrat hemisphærio proximam; siquidem hemisphærio minor pars illustrata esse non potest. Igitur apparens lunæ fulgor in quadrato situ, velut semicirculus à nobis in terra positis conspicitur, ad eum modum qui propositione huius libri 53. superiùs est explicatus. Hæc eadem veritas proprio oculorum testimonio confirmatur: cum siquidem lunam intuemur medio loco inter coniunctionem & oppositionem constitutam, eam exactè semicircularem videmus. F

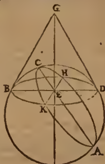
PRO-

A

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

In sphæra si bases partis illustratæ, partisque visæ, se mutuò obliquè secent, portio luminis, quæ sub aspectum cadit, mixta è circulo & ellipsi apparebit.

SIT pars visa B C D eadem quæ suprà, eiúsque basis B K D H; pars autem illustrata sit vel A B C, vel A D C, cuius vtriusque communis basis A K C H
B basin B K D H oblique secet in communi linea K H: si itaque luminosa sphæræ pars sit A B C, erit portio luminis visa ea, quæ sub K B H C continetur, videbiturque mixtum schema ex circulo atque ellipsi intus curuata, vt propositione 54. libri huius docuimus, quale est nascentis & senescentis lunæ, cùm solem auersis cornibus e proximo intuetur. Si verò luminosa sphęrę pars sit A D C, erit portio luminis aspectata K D H C, videbitur autem figura mixta ex circulo, & ellipsi exteriùs prominente, qualem prop. 55. huius lib. ex-
C posuimus. Quò verò magis obliquatur aspectus, post diē octauum, eò luna orbem nobis exhibet propensiorem.



Hæc quia ex dictis perspicua esse arbitror, possuntque ex iisdem principiis iam sæpiùs repetitis nullo negotio demonstrari, quod reliquum est huius propositionis sagaciæ Lectoris committimus, ne prolixitas in rebus per se notis fastidium pariat.

DISPVTATIO.

D

Quo pacto luna à sole lumen accipiat, susceptumque ad nos transmittat.

QVONIAM de vario lunæ aspectu dicere cœpi, gratum Lectori, nec minùs pretium operæ me facturum putaui, si hoc loco velut parergon eam quæstionem explicare conitar, quę plerosque Philosophos latuit, ceteros aut suspensos, aut falsa persuasione imbutos tenuit. Constans est omnium Astronomorum sententia, planetas à sole lumen mutuari, quibus etiam Philosophi consentiunt, præter Auicennam & Macrobium, qui lunam dumtaxat soli acceptū lumen referre debere asseruerunt, reliquos verò de suo ac proprio nitore collucere. Inficiari certè hi ea minimè potuerūt, ex quibus potissimùm lunam à sole illustrari
E conuincitur, vt sunt menstrua incrementa ac decrementa, eiusdemque defectiones, quæ terræ interpositione subinde eueniunt. at quónam pacto luna solares radios excipiat, eosdemque ad nos remittat, potissimùm erat inuestigandum.

Nonnulli solis radios à lunari corpore tamquam à conuexa speculi superficie ad nos transmitti crediderunt. Qui hanc sententiam complexi sunt, in primis statuerunt lunare corpus opacum existere. quod sanè ita fieri oportuit, nam specula omnia è corpore definito seu terminato esse debent: ergo si luna speculi ratione habet, necesse est eam exquisitè opacam esse: ita siquidem in his inferioribus specula omnia vel suapte natura, ingenitaque opacitate terminata sunt, vt illa quæ ex variorum metallorum commistione in matrices primùm funduntur, posteà conbus tergentibusq; puluisculis poliun-
F tur; vel arte terminari opus habent, vt ea quæ ex materia fiunt translucida, nempe vitro aut crystallo, hæc enim plumbo aut stanni bractea hydrargyro perlita terminantur. Quæ namque transpatent, susceptos radios transmittunt: quare nisi lunaris orbis intensè opacus sit, nullos poterit ad nos solis radios destinare; siquidem omnes in aduersam solis partem penetrabunt, longiusque à nobis diuellentur. Lunaris corporis opacitatem ex eo probant, quòd luna soli e regione obiecta nobis ipsius radios surripiat, quā proinde eclipsin vocant, quòd rum nobis sol lumine deficere, vinbusque delinquere videatur: quod sanè haud accideret, nisi corpus lunæ perfectè opacum esset. Igitur hoc primo ad huius sententiæ robur & fundamentum erat constituendum.

Alterum,

Alterum, quod apud omnes ratum probatumque est, illud fuit, extimam lunaris cor- A
poris superficiem exquisitissime tersam ac læuem esse. nam & ceteras omnes cælestium
orbium superficies tum cauas tum conuexas tales esse oportet, ne motus reddantur dif-
ficiles propter eminentiarum collisiones; deinde ne in depressionibus vacuum admit-
tatur, aut in eminentijs corporum penetratio. His ergo duabus proprietatibus instructus
lunaris orbis, susceptos solis radios a se velut à speculo ad nos transfundit, quando ea est
læuis atque opaci natura, vt incidentes luminis radios continere non possit: quare cùm
permeare nequeant obsistente opacitate, resiliant necesse est.

Hæc sententia ex communi vsu originem accepisse videtur. nam cùm viderent ho-
mines rerum obiectarum simulachra à vulgaribus speculis, quæ plurimùm plana sunt, B
ad intuentium oculos transmitti, idem confestim lunari corpori accidere existimarunt.
At scire illos decebat conuexa specula longè diuersum effectum edere ab illo qui à spe-
culis planis producitur: nam plana specula res obiectas eadē magnitudine per imaginem
reddunt, nisi quòd quantum hæc aspectantis recessu secundùm apparentiam minuitur,
tantum res ipsæ longiore recessu minores videntur. Specula verò conuexa res exhibent
multò quàm reipsa sint minores, ac tantò etiam idola attenuantur magis, quantò res
ipsæ longiùs à speculo absistunt. Cùm ergo tanto interuallo sol à luna dissideat, puto si
quis iuxta lunam existeret, indeque solis imaginem intueretur, fore vt ne minimæ qui-
dem stellulæ magnitudinem solis phantasia exæquaret. Nunc verò cùm & nos tanta
iterùm intercapedine à luna absimus, Deus bone, quàm exiguus sol in lunę conuexitate C
apparebit! Perspicuum autem, à media terme parte lunaris orbis radios ad nos perti-
nere: non igitur lunæ splendor est solis imago velut à speculi conuexitate repercussa.

Deinde qui in terris positi solem in conuexo speculo è propinquo intuentur, stellæ
instar solem vident: nam & Caniculā quā ęstiuis mensibus in conuexo speculo sub aquis
demerso quidam ostendunt, non Canicula est; sed solis imago conuexitate speculi ad
stellæ paruitatem contracta, & è fundo ad superficiem aquæ infractione delata, ibique
apparens. Huius rei argumentum è pluribus illud vnum est, quòd planis speculis hæc
phantasia exhiberi non possit: alterum quòd solis figura tantò appareat minor, quantò
minoris sphæræ portio speculum fuerit: tertium quòd ea anni tempestate stellæ phan-
tasia borealis appareat, cum tamen Canicula vltra Æquatorem Austrum versus excurrat. D
Cùm ergo in conuexis speculis solis imago tantilla cernatur, dubitandum non est, quin
si ea experientia tanto accideret interuallo, quanto luna a sole distat dum ei è diametro
opponitur, solis imago adeò exigua foret, vt visum effugeret, prærtertim si nos in terris
positi eam contemplaremur. Non igitur solis simulachrum est id quod à luna ad nos
lumen transmittitur. Hoc sane argumentum adeò est efficax, vt reuinci à nemine queat,
imò ne impugnari quidem, nisi ab eo qui conuexorum speculorum naturam penitus
ignorauerit: nam constat specula conuexa numquam ab hemisphærio rerum formas
exhibere (nisi fortè adeò sit immane corpus obiectum, vt qui ab eius extremis in cen-
trum specularis sphęræ pertinent radij, hemisphęrium comprehendant;) quomodo igi-
tur asserere quispiam non dubitabit, solares radios a parte lunaris orbis hemisphærio E
maiore tamquam à speculo ad nos transfundi?

Nunc tandem ad lunæ maculas, quid dicénne, Plinio auctore lib. 2. Nat. hist. c. 9.
lunæ maculas sordes quasdam esse vnà cum terrę vapore sublatas, atq; lunæ, quòd terrę
proxima sit, inhærentes. Ita locuti fuere olim Stoici, vt & illi qui cælum animal esse cre-
diderunt, terrenoque humore pasci. Verùm postquam luna occumbens, vultum a pastu
conspurcatum, Oceano abluit, cur non maculis deterslis, pura nitidaq; rursus exoritur?

Alij cum cæcutientibus quibusdam lippisve dicent, macularum in luna aspectum in-
ter fallacias visus numerari debere, quasi hic visus hallucinetur inani quadam specie cir-
cumuentus. At quam dabunt huius fallaciæ causam? & vnde ea quam cernimus macu- F
larum constantia, vt ab omnibus intuentibus, omnique tempore eædem, ac situ eodem
conspiciantur? denique si hic error esset, emendaretur profectò aliquando, sublata oc-
casione.

Nonnulli lunæ maculas, vallium, nemorum, atque opaciorum in terris locorum
imagines esse dixerunt, inde velut à speculo ad nos redeuntes. Verùm cùm singulis ho-
ris ac momentis terræ lunæque respectus mutetur, oportebit lunæ maculas continuò
situm variare, ac neutiquam constantes esse. Deinde quis nescit formas rerum obliquè
in specula incidentium, in aduersam partem abire? Eorum igitur quæ in terris sunt si-
mulachra non ad nos redeunt, sed in cælum prouolant.

Aptiùs

A Aptiùs fortè dicet aliùs lunæ maculas non earum rerum imagines esse, quæ in terris sunt, sed macularum, quas superiore anno Christophorus Scheiner, è Societate nostra, atque in Ingolstadiensi Academia Matheseos professor, nomine Apellis post tabulam primus in sole deprehendit, has scilicet vnà cum solis phantasia in luna tamquam in speculo à nobis conspici. Sed neque hoc rectè affirmare quispiam poterit: nam speculi ratio iam satis superque est refutata. Deinde constat solis maculas quotidie situm mutare, lunæ autem partes omnes constantes esse: non ergo hæ illarum imagines esse possunt.

Tandem dicent partes lunæ quæ ob claritatem videntur montes reuerà esse; eas ve-
B rò quæ obscuritatem præ se ferunt, valles. At non omne quod ex tanto interuallo quantum ad cælos vsque extenditur, magis conspicuum est, mons confestim credi debet, aut vallis id quod obscurius videtur. Nam eadem ratione totam illam cæli plagam, quæ lactea appellatur, arduum esse iter ad superos dicere oporteret, montibus, vallibusque, ac præruptis saxis asperum; totum item lunæ occiput resecandum esset; cælum denique vniuersum de medio tollendum, præter eas partes quæ luce spectabiles sunt.

Respondebit fortè aliquis, nullam admitti in cælo asperitatem, sed valles appellari eas partes quæ iuxta aspectabiles peruiæ videntur. Ridiculum. Valles enim loca sunt inter exrantes montes, non aspectui tantùm, verùm etiam lationi peruia. Facessant igitur hæc commenta, quibus nulla ratio adstipulatur quæ fidem faciat; nec si plurima eis ap-
C pensa sit hedera, probabiliora fient.

Aliorum opinio est (quæ etiam nobis magis arridet) alterum lunæ hemisphærium exquisitè diaphanum esse: alterum verò, quod scilicet humani vultus speciem nobis ostendit, medio-diaphanum tantùm, hoc est, quadam opacitate respersum, quæ aliquid luminis transmittat: potiorem verò partem non solùm in extima superficie, verùm etiam in profunditate retineat; quod etiam in lacteo illo cæli circulo eodem modo accidere arbitrantur.

Volunt præterea lunæ orbem propriæ cauitati insertum esse, atque arctissimè coërcitum, sic vt caua epicycli conuexaque lunæ superficies, licet discretæ, perpetuo tamen contactu cohæreant. Rursus & hoc adducunt, lunæ orbem in ea cauitate nullo motu con-
D citari, sed firmum stabilemq; persistere, eo situ, vt pars medio-diaphana perpetuò versus terræ centrum dependeat, non quasi opacitatis admixtione ea pars facta sit grauior (absit enim vt elementorum sordes cælo inferamus) sed quia Deo rerum omnium creatori ita à prima origine placuit, & vt lunæ incrementa ac decrementa faciliorem haberent explicationem. Solis namque lumen dum circa lunæ orbem fertur, alias continuò atque alias partes illustrat, ac nunc quidem id totum quod opacius est, nunc id solùm quod perfectè translucet, nunc vtriusque simul partem aliquam. quare nunc plena, nunc obscura, nunc corniculata, nunc gibbosa vtrimque, nunc mediâ figurâ atque hemicycli formâ conspicitur.

Est, inquam, ea pars lunaris orbis quæ opacior est, nubi haud absimilis. hæc siquidem
E qua parte lucidos solis radios admittit, cādida apparet, ac tantò etiam alba magis, quantò densior est: soli verò prætenta nigra cernitur & obscura, solisque aspectum prohibet: hoc tamen discriminis intercedit, quòd nubes quia demissæ sunt, nisi ingentis sint magnitudinis, breuem tantummodò terræ tractum opacent; luna autem propter altitudinem, magnam terræ portionem radiis solis destituit: ex quo consequitur in solis defectionibus magnas subinde tenebras in terris existere, quod nubium obtētu numquam euenire solet, nisi immanis sint magnitudinis. Porrò quando vtrumque astrum, solem videlicet lunamque, interdiu simul videmus (quod longioribus diebus non rarò euenit, etiam in ipsorum oppositione) tum propter solaris nitoris præsentiam, non luminosa luna, sed candida ac nubeculæ instar apparet; estque hic eius aspectus adeò nubi similis,
F vt nisi figura obstaret, nubeculæ portiunculam à maiore secretam esse nemo dubitaret. eadem namque ratio est, qua luna & qua nubes à sole lumen mutuatur.

Rursus simile quiddam in Sacris litteris memoriæ proditum habemus in columna nubis & ignis, quæ diuina assistente virtute filios Israël per deserta incognitaque loca quadraginta annorum spatio circumduxit, vsque dum ad terram antepromissam peruenirent. de hac re lege cap. 13. Exodi. Erat igitur columna illa ex rariore quadam substantia seu vapore seu exhalatione nubis in ororem concreta, ita vt verè ac propriè Sacræ litteræ eam columnam nubis appellēt, hoc est, nubem columnæ specie efformatam. Habebat verò ea nubes lumen quoddam diuinitus insitum, solaris luminis excellentiā lon-

gè inferius; par tamen lunari splendori, non illi quem luna reipsa habet, sed quem nobis A
impetrit maxima itineris longinquitate hebetatum, ne nimius fulgor quiescentium Israëlitarum oculos noctu perstringeret, ac quietem interturbaret, quos vix vmquam noctu iter habuisse legimus.

An verò ea lux à vero igne, quo accensa columna arderet, profecta fuerit, disputant Theologi. Qui aiunt, illo argumento nituntur, quòd passim columna ignis in Sacris litteris appelletur. Qui verò negant, notarunt eam subinde nominari speciem ignis, vt lib. Numer. cap. 9. *Sic fiebat iugiter: per diem operiebat illud nubes, & per noctem quasi species ignis.* Nobis placet ignem quidem illum fuisse, at non alium quam erat rubi ardentis, non tamen consumpti; hoc est, non lumen absque igne, sed potius ignem prohibita B
vrendi facultate, qui propter obscuritatem quamdam & ruborem, quem fortè a natura coniunctum habebat, communis ignis imaginem præ se ferebat.

Ergo vna eademque columna ob naturæ raritatem interdiu solis radijs percussa nubem repræsentabat, noctu verò ignis subobscuri similitudinem, propter insertum diuinitus splendorem absque vrendi potestate. Non fuisse autem diuersas columnas, vnam nubis, alteram ignis, quæ sibi mutuò in vicem successerint, ex cap. 14. Exodi colligi potest, vbi sic legitur: *Et erat nubes tenebrosa & illuminans noctem.* Et mox: *Et respiciens Dominus super castra Aegyptiorum, per columnam nubis & ignis interfecit exercitum eorum.*

Quantæ autem molis fuisse hanc columnam credendum sit, ex eo colligit Benedictus Pererius in cap. 13. Exod. disp. 3. quòd Israëlitarum castra prope ricies centena hominum millia numerauerint, quibus certè non minus quàm 10. vel 12. millia passuum figendis tabernaculis opus erant. Stabat porrò dum quiescebat columna tabernaculo insistens, basi illud operiens, capitulo verò in sublime erecto: at dum profectionis tempus aderat, in altum sublata per aërem conspicuè ferebatur castra præcedens, non alia vi, quàm Angeli ministerio, vt Exod. c. 14. diuina Scriptura testatur: *Tollens se Angelus Domini qui præcedebat castra Israel, abijt post eos, & cum eo pariter columna nubis.* C

Ex his id rectè colligi potest, nostram de lunæ illustratione sententiam nihil à ratione alienum continere, quandoquidem perfectam eius similitudinem in columna nubis & ignis Sacris litteris contestatam habeamus. Et verò Deus Opt. Max. etiam in miraculorum ostensione naturales modos plurimùm solet vsurpare: nec aptius, meo quidem iudicio, eam nubis ac fulgoris coniunctionem in eadem materia conciliare poterat, (sic D
enim salua Numinis potentia, humano nostro modo loqui liceat) quàm assumpta substantia quę medio modo pelluceret, eidemque insertro lumine, quod quidem solis radijs vinceretur, at nocturnas tenebras superaret.

Ad extremum explicandum superest quid de lunæ maculis sentiendum sit. Eius rei gratiâ notandum est, eam opacitatis aspectionem, quam superiùs descripsimus, non omni ex parte æquabilem atque vniformem esse. Nam qua parte luna plus luminis suscipit, ea opacior est; qua verò minus, ea magis transluet: siquidem perspicuę partes lumen ebibunt, opacæ reddunt. Itaque lunę maculæ (sic enim eas appellant) partes sunt ab opacitatis infectione liberiores. quòd enim transflucet, nullos à se radios repellit, sed incidentes suscipit, sorbetque ac transmittit; quo fit, vt eæ partes lunæ quæ minus opacæ sunt, E
non visæ prætereantur, atque ita obscuritatis seu macularum speciem præ se ferant.

Sic intelligendos esse existimo Philosophos illos nostri sæculi, qui eas partes lunæ densiores esse dixerunt, quas nos opaciores; illas verò rariores, quas ab opacitatis infectione puriores esse diximus. Mirari verò nemo debet nos opacitatis nomen in cælis admittere, quandoquidem eam lumini propriam ac connaturalem esse propos. 31. lib. primi ostensum sit; minùs autem nobis probantur raritatis ac densitatis appellationes: nam quæ corruptioni obnoxia sunt, has primùm in materia velut conditiones exigunt, vt ad nouæ formæ susceptionem disponatur; quare inter præcipuas corruptibilitatis notas solent numerari. F

Superest enodanda quorumdam difficultas, quo pacto fieri possit, vt in maioribus solis defectibus tantæ apud nos tenebræ existant, cùm alterum lunæ hemisphærium omnino diaphanum, alterum non prorsus opacum concedatur: mirum enim non aliquam luminis intentionem per medio-opacam lunæ medietatem transparere. Respondeo duplici de causa id euenire: altera quidem, qua etiam nubes soli obiectæ nigrescunt propter luminis prohibitionem; quod rum maximè vsu venit, cùm nubes densæ sunt ac profundæ. Ad eum ergo modum antica lunæ, quæ nubium magnitudinem innumeris partibus superat, in coitu non cernitur; quòd ob ingentem profunditatem multò difficiliorem

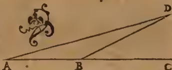
A ciliorem lumini traiectum præbeat, haustumque omnem lucis auersa illò regerat vnde accepit. Altera est figura sphærica, quæ profectò facit, vt qui lunæ diaphanam præteruehuntur radij, mox in punctum vnum conueniant, indeque in omnem circum partem diffusi procul ab aspectu nostro abscedant, id quod in crystallinis sphærulis manifestè apparet, quæ proinde ita conspectæ, obscuritatis potiùs quàm fulgoris speciem ostendunt. Quamuis fateri, ingenuè oporteat, tenuem aliquam luminis portiunculam per lunæ obscuriorem partem transparere; quæ ad nos delata eo potissimum tempore, quo sol penitus delinquit, obscuram illam exhibet lucem, quæ à plerisque Philosophis lunæ propria esse existimatur.
B

DE VMBRIS.

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Radius vmbrosus, cum radio luminoso à quo procedit, in directum extenditur.

C ESTO radius luminosus A B, cuius profluentia corpore opaco B intercipiatur: dico vmbram corporis B cum radio luminoso A B in directum extendi, hoc est rectam lineam efficere, nempe A C. Si enim vmbrosa linea cum luminosa A B non efficiat vnam rectam lineam, sit vmbra corporis B à luminoso A protecta B D, angulum cum luminoso radio A B efficiens A B D, cui recta subtendatur A D, quæ cum luminosa A B & vmbrosa B D triangulum efficiat. Quoniam igitur angulus B A D infinitè diuidi potest more ceterarum magnitudinum, poterunt &

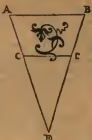


D infinitæ rectæ lineæ à puncto A ad oppositum latus B D produci: at per 2. prop. huius libri ostensum est rectis lineis lumen efferri: ergo per singulas hasce rectas lineas poterunt quædam luminis productiones à luminoso corpore A ad lineam B D deriuari. imò nullum punctum in linea B D signari mente vel reipsa poterit, ad quod radius aliquis luminis non pertineat: itaque linea B D non est vmbrosa, sed luminis particeps contra hypothesin, quod fieri nequit. Eodemque modo ceteræ omnes rectæ lineæ, præter B C, quæ sola cum A B in directum extenditur, lumen ab A accipere ostendi possunt. Igitur radius vmbrosus, cum luminoso à quo procedit, in directum extenditur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

E *Vmbra finita partim opaco corpore, partim lumine circumfuso velut extrinseco termino definitur.*

LVMINOSVM exponatur corpus A B, opacum verò C D, cuius vmbra in punctum E terminetur: dico vmbram C D E partim corpore opaco C D, partim lumine vndique circumfuso velut extrinseco termino definiri. Cùm enim opacum corpus C D radios omnes, qui ab A B in ipsum incidunt, intercipiat, nullumque



F eorum longiùs penetrare patiatur, erit ipsum velut commune luminis atque vmbræ interstitium, ac proinde & communis erit vtriusque terminus. Deinde cùm radij luminosi A C & B D, ad extrema puncta corporis opaci porrigantur, erunt quoque C E & D E extremi radij vmbrosi; siquidem per præcedentem propositionem radius vmbrosus cum luminoso à quo procedit, in rectam lineam extenditur. Igitur quodcumque punctum extra vmbram C D E assumptum fuerit, id omne luminis particeps erit, cùm ad illud rectus luminis processus deriuari possit. Quare vmbra

bra C D E hinc lumine circumfuso, inde corpore opaco C D ceu termino extrinseco definitur; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

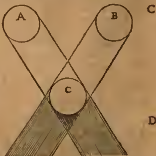
Idem corpus opacum tot de se umbras fundit, quot opponitur luminaribus.



QVOTIDIANA experientia illustriorem facit huius theorematis veritatem, quàm vt ratione probari debeat. Quis enim non videt in maioribus B tricliniis, vbi pensiles lychni accenduntur, à variis luminibus vndique promissis, plurimas vmbras huc illucque passim oberrare, quasdam obscuriores ex plurium luminum interceptione, quasdam clariores pluribus luminibus expositas, quasdam velut infectas, atque ex diuersis compositas. Hæc licet omnium oculis pateant, libet tamen hanc etiam adiungere demonstrationem.

Cùm propositione 18. huius libri ostensum sit diuersa lumina per idem medium se mutuò distincta penetrare; nunc autem propositione 57. probatum sit compositos ex lumine & vmbra radios rectas lineas efficere; perspicue sequitur vmbras luminum multitudine numerari. Sint enim duo luminosa A & B, corpusque C adiopton non in directum cum ipsis luminosis expositum: palàm igitur non esse vnam rectam lineam, quæ ab vtroque luminoso ad opacum corpus ducitur: itaque radij luminosi à diuersis luminaribus A & B, ad idem corpus adiopton C profusi numero distinguuntur, sicut & ipsa luminaria. Cumque omnes radij ab A & B promissi in corpore opaco C vnà congrediantur, si producti illi fuerint, se mutuò necessario intersecabunt per 11. axioma à Clauio Euclidi additum. At per præcedentem 57. propositionem radij vmbrosi cum luminosis à quibus proueniunt, rectas lineas constituunt: igitur vmbrosæ lineæ eadem multitudine numerantur, qua ipsæ luminosæ, quibus cohærent. Si enim vmbrosæ, posteaquam iam inde ab opaco corpore in oppositas partes discessere, non distinctas, sed vnam dumtaxat lineam efficiant, habebit hæc vna plurima segmenta communia, omnes scilicet illos luminosos radios, quibus hic vnicus vmbrosus continuari asseritur. At per 10. axioma Euclidis ex Clauij additione, plures rectæ lineæ nequeunt habere idem segmentum commune: itaque distincti sunt vmbrosi radij, qui à distinctis luminosis radiis proficiscuntur: quocircà idem corpus opacum tot de se profundit vmbras, quot opponitur luminaribus; quod erat demonstrandum.

C



D

E

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Corpus opacum in aduersam luminis partem umbram proijcit.



CORPVS vmbrosum luminoso expositum in duas distinguitur facies: altera luminosum prospectat, ab eoque vicissim nitentibus perfunditur radiis, altera benefico illo splendore destituta, mœstaque sui consortis luget absentiam: hanc aio fulgenti corpori oppositam esse, siquidem per 57. propositionem huius libri vmbrosus radius cum luminoso à quo procedit, vnam rectam lineam componit, cuius partes opacum corpus ceu commune vinculum copulat, & hinc luminosam, illinc vmbrosam ab inuicem dispescit. At maximè ea opponuntur, quæ per eamdem rectam lineam à medio quodam signo vtrimque discedunt: igitur luminosum corpus, & quæ ab intercepto eius radio vmbra progignitur, opaci corporis respectu maximè opponuntur. hæc etenim in eadem linea constituta, medium corpus opacum relinquunt. Sic opaci quoque corporis ea facies quæ obumbratur, ei quæ lucido corpori directè obijcitur, e diametro aduersatur: siquidem vnius eiusdemque corporis eæ partes maximè distant, quæ oppositas plagas respiciunt: itaque F

siue

A siue extrema cum medio,siue medium cum extremis comparentur,semper corpus opacum in aduersam luminis partem vmbram proijcit. Nam & vmbra luminoso corpori, respectu medij opaci, opponitur, & opaci corporis facies quæ obtenebrescit, opponitur ei quæ lumine collustratur,si ambæ cum extremis,ad quæ respiciunt,conferantur. Patet igitur id quod propositum fuit.

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

B *Corpus opacum quò plures radios luminosi intercipit, eò amplioreme vmbram producit.*



OBSERVA hoc loco non agi de vmbræ longitudine,cùm fieri queat,vt minimum corpus opacum vmbram proijciat longitudine infinitam; sed de latitudine, crassitieque, quam eò ampliorem esse dico, quò opacum corpus plures luminis radios intercipit. Cùm enim vmbra lumini quodammodò aduersetur, velut habitui priuatio, necesse est eadem quæ lumini,ipsi etiam vmbræ,sed contrariè obuenire. Itaque quemadmodum lumen eò est maius, quò plures radios continet, & obiectum corpus tantò latiùs illustratur, quantò plures radios suscipit; ita vmbra tantò est maior, quantò plures continet vmbrosos radios.
C At tot continet vnaquæque vmbra radios vmbrosos, quot luminosos opacum prohibet,cùm nil aliud sit vmbra,quàm luminis prohibitio. Vt igitur vnius radij luminosi interceptio vnus est radius vmbrosus,ita plurium luminosorum absentia, plures vmbrosos inuehit per 3. hypothesin;& veluti plures luminis radij maius lumen, sic plures vmbrosi ampliorem vmbram conficiunt. Corpus igitur opacum quò plures radios luminosi puncti intercipit,eò ampliorem vmbram de se fundit;quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM.

Maius opacum corpus,maiorem vmbram progignit.

D HOC perspicuè sequitur ex iam explicato theoremate. Siquidem quò maius est obiectum corpus,eò plures suscipit luminis radios: at hos omnes sistit arcetque idem opacum,ac tot vmbrosus radios gignit, quot luminosis transitum prohibet: igitur quò maius est opacum corpus,eò maiorem vmbram de se fundit;quod erat probandum.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Vmbra iuxtà ac lumen proprio quodam pacto intendi ac remitti potest.

E 

SVPERIORE propositione obiter diximus nonnulla eorum, quæ lumini propria sunt,ipsi quoque vmbræ,sed contrariè obuenire.Est autem id longè verissimum. Cùm enim vmbra sit luminis absentia,erit maior vmbra maioris luminis, & minor minoris, & maxima omnis luminis absentia. Huic rei illa in primis fauet obseruatio, quòd videamus densissimas tenebras exiguo luminari non statim depelli, sed maximo ad id opus esse. Est igitur non in lumine tantùm, verùm etiam in vmbris ipsis latitudo quædam secundùm magis & minùs æstimata.

F Hinc obscuriores tenebras densas appellare solemus,nec omnino impropriè. Nam lumen ac ceteræ qualitates omnes, quæ in eadem subiecti parte incrementum aliquod adipiscuntur,qualitatis accessiune augentur;cùm autem in eadem subiecti parte accessio fit qualitatis,tota quodammodò qualitas densatur, non secùs ac plura corpora cum in angustum locum arctiùs compinguntur, densari ac propemodum coire videntur. Eodem igitur modo vmbra minor, quoniam portiunculam aliquam luminis retinet, vt ex duodecima huius libri definitione liquet, cùm hoc etiam lumine destituitur, tota vmbra densior quodammodò iam facta videtur, sed contrariè quàm lumen: nam lumen luminis accessione densatur, vmbra verò luminis priuatione,quæ velut vmbræ accessio est, cùm verè vmbra sit luminis priuatio.

Ex hac augmenti & decrementi varietate diuersi existunt obscuritatis gradus: nam

vmbra & tenebræ sola intensionis ac remissionis inæqualitate distinguuntur. siquidem A
vmbra minime omnium obscura est, omnium verò maxime tenebræ: quæ si solaris luminis comparatione spectentur, vmbra minoris luminis est absentia, maiore asseruato per 12. definitionem huius libri; tenebræ autem eam significant obscuritatem, quæ externa hominum opificia interrumpit, aspectusque vsuram tollit. Tenebras inter ac solis vmbram media illa est crepera lux, quæ solis exortum proxime antecedit, atque occasum subsequitur: hanc Philosophi propter ambiguitatem, qua dubitare meritò quis posset, sitne vmbra an tenebræ, dubiam esse voluerunt, propriaque appellatione Crepusculum appellarunt.

Rursus singulæ istæ obscuritatis differentiæ varios gradus secundùm magis & minùs B
sortiuntur. Vmbra enim secunda obscurior est quàm prima, & tertia quàm secunda, ac sic deinceps, vt paulò infrà ostendemus. Crepusculi item dubius ille fulgor, quantò sol propiùs accedit ortiuo finitori, tantò clarius elucescit; at postquam sol occubuit, quò altiùs sub finitore demergitur, eò magis magisque aër obtenebrescit. Demum ipsę quoque mediæ noctis tenebræ tum quidem densissimæ sunt, cùm nubilo cælo sol, lunaque coniunguntur: mediocres autem, cùm aliquis astrorum splendor sereno cælo ad nos profunditur.

Ex his itaque perspicuum esse arbitror, vmbram iuxtà ac lumen quadamtenus intendi ac remitti, non, vt veræ qualitates assolent, qualitatis accessione, cùm ipsa non qualitas sit, sed qualitatis priuatio: sed contrariè; hoc est, auctioris luminis prolubitione; quod C
erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Vmbra multiplicata obscurior est.

Hæc quoque proprietas quamdam cum lumine affinitatem habet. Vti enim lumen alterius luminis accessione augescit, ita & vmbra accedente alia vmbra, obscurior euadit. Nam si duo luminaria exponantur, hisque opacum corpus obiiciatur, non in eadem rectâ linea cum illis constitutum; D
palàm est totidem vmbras opacum ipsum corpus profundere, quot exstant luminaria per 59. proposit. huius libri. Verùm vbi eæ sese intersecabunt, perspicuum est vel ipsis oculis testibus obscuriorem vmbram iuxtà corpus opacum exsistere: non verò aliam ob caussam, quàm quia hic locus vtriusque luminaris fulgore destituitur; reliquus autem alterius tantùm. Quod profectò nil aliud est, quam locum illum corpori opaco proximum duplicata vmbra obscurari: siquidem duplex luminis priuatio quid aliud esse potest quàm gemina vmbra? cùm definitio vmbræ priuatio sit luminis. Multiplicata igitur vmbra proprio quodam pacto obscurior est, ac tenebris propinquior; quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA. E

Vmbra secunda obscurior est quàm prima, & tertia quàm secunda, atque ita deinceps obscurior semper illa, quæ proximo gradu subsequitur.

Patet hæc propositio ex decima tertia huius libri definitione, ex qua constat vmbram primam nil aliud esse quàm lumen illud imminutum, quod definitione septima secundum esse diximus, eodemque modo secundam vmbram cum lumine tertio conuenire. Hoc autem cùm ita sit, probatum F
relinquitur vmbram secundam prima obscuriorem esse, & tertiam secunda; siquidem lumen tertium, quæ secunda est vmbra, secundo ignobilius est, & quartum tertio, eodemque ordine sequens semper vno dignitatis gradu inferius est. nam tertium lumen excludit secundum; & quod quarto sequitur loco, tertium simul & secundum. Igitur sequens semper lumen maioris luminis priuationē comitem habet. Quamobrem & vmbræ ordine sese mutuò consequentes, vnum semper obscuritatis gradum nanciscuntur, cuius accessione tamdiu augentur, quoad tandem in densissimas tenebras permutentur.

PRO-

A

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Vmbra corpori opaco propinquior, obscurior est; & longè etiam quàm reipsa sit, obscurior apparet.

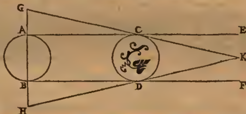


E plena atque perfecta vmbra hæc propositio est accipienda; non autem de media atque imperfecta, quam definitione decimaquinta huius libri plenâ vmbrâ minùs obscuram, & in se minimè vniformem esse ostendi-B mus: quod in ceteris quoque, quæ hactenus de vmbris dicta sunt, præmonuisse oportuit.

Non rectè Vitello libro 2. suæ Opticæ propositione 31. in huius theorematis demonstratione ratiocinatur: nam assumptio quidem eius vera est, eam scilicet ob causam obscuriorem esse vmbram corpori opaco viciniorem, quòd hæc maius lumen excludat: at probatio assumpti ex falsis elicitur. Argumenti hæc est summa: Lumen à fulgenti corpore longiùs prouectum sensim velut contabescit: igitur prope opacum corpus quàm hinc deinceps robustius est. Quare vmbra inter extremos luminis radios coërcita, quò propinquior est opaco corpori, eò excellentius lumen à se excludit, ac proinde ipsa obscurior est, quandoquidem obscurior illa sit, quæ maius lumen excludit.

C In hac probatione illud quidem verissimè assumitur, lumen à primo suo exortu longiùs prolapsum continuò languescere, vt propositione 5. libri huius est demonstratum, ac maius proinde lumen circum corpus opacum, quàm hinc deinceps existere. Verum nequaquam ex eo conficitur, vmbram quæ iuxta opacum corpus versatur maius lumen excludere, cùm posterior quoque vmbra hoc ipso priuetur: opacum siquidem corpus omne lumen intercipit, quod rectis lineis in ipsum incurrit. Quare totum id spatij, quod ambientibus radiis continetur, toto lumine directè in opacum corpus procidente destituitur. Ac proinde si hæc sola causa spectetur, toto spatio quod directis interdicitur radiis, vmbra æqualiter diffusa est, contra Vitellonis sententiam.

Fit autem ex accidenti, vt in loco corpori opaco proximo maior vmbra existat, quia D scilicet circum luminosum corpus diffusus aër luminis quodammodò est particeps, à quo proinde in remotiores ab opaco corpore partes non minima portiuncula deriuatur, qua cùm viciniores destituantur, hæ magis obtenebrescunt. Exemplo res fiet illustrior. Esto corpus luminosum A B corpori opaco C D æquale, sitque vmbra perfecta id totum quod radiis C E & D F continetur: circum verò luminosum corpus E sit diffusus aër G H: hic quoniam tum propter ingenitam aliquâ densitatem, tum propter vapores quibus distenditur, portiunculam aliquam luminis retinet, eiusque particeps fit spatium C E K vti & D F K, perspicuè colligitur remotiores ab opaco corpore partes C E K & D F K minùs quàm C K D obumbrari: nam C E K & D F K, seu spatium quod intimam vmbram C K D circumcingit, solo lumine directè in corpus opacum incidente destituitur; non verò illo quod circumfusus aër promittit: at C K D vtroque priuatur.



Nunc explicanda superest altera propositionis pars, quòd videlicet circa opacum cor-F pus vmbra obscurior etiam quàm re ipsa sit, appareat. Cùm vmbra lumen sit imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione, per 12. huius libri definitionem: quò excellentius erit circumstans lumen, eò efficaciùs perstringet intuentium acies, vberiùsque id quod minus est obfuscabit. obscurius ergo hoc, quàm reipsa sit, apparebit.

Hæc apparentiæ inæqualitas non ita euidenter in solis vmbra cernitur, vt in illa, quæ ab impedito lucernæ radio prouenit: nam solis fulgor propter excellentiam, ingentemque solis intercapedinem, totam ferè hanc nostrâ aëris regionem qua fruimur, ex æquo perfundit: vnde fit, vt iuxta opacum corpus non exquisitius lumen appareat, quàm in partibus procul dissitis. at lucernæ flammula breuem aëris ambitum conspicue illumi-

nat, ac mox non longo hinc recessu insigniter immutatur. Itaque vbi maior est splen- A
dor, ibi vmbra manifestè obscurior apparet, ob eam quam diximus causam.

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Puncti vmbra semper est linea infinita.

PERSPICVA est huius veritatis demonstratio. cùm enim vmbræ magnitudo ex magnitudine intercepti luminis æstimetur, tanta erit vmbra cuiusque corporis opaci, quantum est lumen, quod interiectu corporis vmbrosi sistitur, ac transitu prohibetur. At punctum maiorem luminis partem prohibere non potest, quàm indiuisibilem; siquidem id tantùm luminis impeditur, quod in ipsum corpus opacum cadit: in punctum verò opacum indiuisibile lumen procidit indiuisibile: igitur indiuisibile est id luminis, quod ab indiuiduo puncto opaco arcetur: quocircà vmbra puncti semper est linea, illa scilicet, quæ cum interrupto luminis radio in directum extenditur. B

Est porrò infinita longitudine hæc linearis vmbra: quippe eousque procedit, quousque luminis affluentia prohibetur. At hæc prohiberi non potest: nam præter vnicum radium nullus omnino alius potest à puncto luminoso ad vmbram puncti opaci attinere. Quòd puncti luminosi radius, vmbraque puncti opaci, in rectam lineam extendantur per 57. propositionem huius libri. quo fit vt qui eò peruenturi erant radij, occursu puncti opaci prohibeantur; qui verò non per opacum punctum porriguntur, quò longius abeunt, eò ampliori interuallo ab vmbroso radio diuellantur. Igitur quantumuis producta fuerit linearis vmbra, numquam deficiet, cùm ad ipsam nullus lumini accessus pateat, obsistente à principio opaco puncto, ne vel tenuis aliquis luminis radius ad oppositam vmbram pertineat. C

Notandum hoc loco est, nos per punctum luminosum atque opacum, itemque per linearem vmbram non intelligere eiusmodi indiuidua, qualia subtilitate mathematica sola mens assequitur: sed crassiora ac physica, queis scilicet minora externus sensus non caperet, licet ea mentis aciem minimè fugiant: quod & in sequenti sermone sæpiùs erit aduertendum. D

Deinde hoc etiam notandum est, puncti vmbrosi nullam esse posse vmbram perfectam, si corpus ipsum luminosum amplitudine aliqua præditum sit. Nam vmbra perfecta ea est, ad quam nullus radius corporis luminosi attingit. Sed si corpus luminosum amplitudinem quamdam habeat, omnes eius radij ad linearem vmbram puncti opaci libere pertinent, vno dumtaxat excepto, qui cum vmbrosa linea in directum procumbit. Igitur longissimè distat puncti vmbra ab vmbra perfecta: illa siquidem adeò tenuis est, vt solo indiuisibili à non vmbra diffidear. At si ipsum quoque luminosum corpus sit punctum, erit linearis illa, quam diximus, puncti opaci vmbra omnium perfectissima.

Non vno modo linea vmbrosa corpori lucido obijcitur; ex varia autem eius dispositione, nunc linearis, nunc superficiei in modum vmbra proijcitur: quod quamuis vniuersè pronuntiatum ita se habeat, placet tamen duabus sequentibus propositionibus singulos modos sigillatim enucleare, tum vt res clarior euadat, tum quia non vna est vtriusque explicatio. E

PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

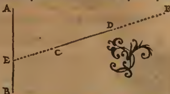
Si linea opaca lucenti corpori ita obiecta fuerit, vt producta ipsum secet, erit vmbra eius linea interminata. F



PVNCTO corpori A B recta obijciatur linea C D, eo inquam situ, vt versus luminosum producta, illud secet in E; nihil porrò interest rectos ne an obliquos angulos cum A B ad signum E faciat: dico vmbram D F rectam lineam esse, eamque interminatam. Quoniam enim ex hypothesi E D recta est linea, & per 57. propositionem huius libri E C & D F in directum sunt constitutæ, erit tota E C D F in directum exposita: quare & pars eius D F ex æquo suas interiacet partes. Verùm quòd hæc ipsa D F latitudinis sit expers, ex eo probatur, quod

vmbra

A vmbra à puncto luminoso & opaco indiuisibili profecta latior esse non possit quàm punctum, vt propositione superiore est demonstratum. At cùm C D linea sit secundùm latitudinem insectilis, erit & E luminosi corporis punctum indiuiduum: igitur vmbra D F quæ ab indiuiduo luminis puncto E insectilique linea C D proficiscitur, latitudinis est expers: quocircà ipsa recta est linea per 2. definitionem primi Euclidis.



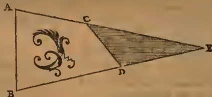
B Quòd autem interminata ea sit, eodem modo probari potest, quo superiore propositione vmbra puncti ostensa est infinita. Quoniam enim D F cum puncto E in directum est sita, quantumuis producatur, nullum vmquam luminis radium à puncto E suscipere potest, ideoque interminata couuincitur; siquidem omnis vmbra eousque procedit, quousque nullis à luminoso corpore eiibratis radiis prohibetur.

Idem quoque hoc loco obseruandum est, quod propositione 66. notandum esse diximus; videlicet à linea vmbrosa nullam posse obuenire perfectam vmbram, si corpus luminosum magnitudine aliqua præditum sit, & linea vmbrosa eam habeat constitutionem, vt producta luminosum secet. Cuius proprietatis eadem est causa, quæ & vmbræ
C puncti: siquidem ab vtraque parte corporis luminosi A B, scilicet ab A E & E B, ad vmbram D F radij luminosi protenduntur. Quòd si luminosum corpus sit solum punctum, idque cum linea vmbrosa in directum expositum, erit vmbra D F plena atque perfecta, cùm proueniat à totius luminis interceptione. Cuiusmodi etiam vmbra proueniet, si luminosum fuerit linea, vmbrosæ seu opacæ lineæ parallela, aut quæ ita saltem illam respiciat, vt vtramque intuenti inuicem se non videantur interfecare: tum enim ex totius luminis exclusione, perfecta itidem vmbra producetur. (cuius qualisnam futura sit figura, sequenti propositione declarabimus.) Si verò se mutuò interfecuerint, tum certè perfectæ vmbræ productionem luminis in ipsa interfectione circumfusio prohibebit.

D
PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si recta linea vmbrosa producta corpus luminosum non secet, erit vmbra eius plana superficies.

ESTO corpus lucidum A B, eique linea opaca C D ita obiecta, vt, si producatur, corpus luminosum non secet, sed vel attingat tantùm, vel omnino non tangat: dico huius lineæ vmbram planã esse superficiem C E D: nam illud
E omne spatium vmbrosum est, ad quod radij luminis non pertingunt. At productis radiis A C & B D ab extremitatibus corporis luminosi, per extrema lineæ opacæ; hi vmbram illa n definiunt, ad quam nulli, præter hos, radij attinere possunt, cùm ipsi extremi sint. Igitur C E D vmbra est lineæ C D à prohibito fulgore corporis A B proiecta. Cùm verò recta sit linea C D ex hypothesi, itemq; C E & D E ex constructione rectæ, erit vmbra C E D plana superficies. nam per 2. vndecimi Euclidis, quod tribus rectis lineis continetur, plana est
F superficies.



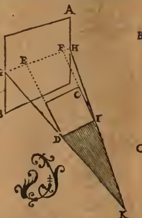
Quemadmodum linea, ita & plana superficies duobus modis luminoso corpori obijci potest. Igitur qualem hæc vmbram proijciat, ex sequentibus duabus propositionibus fiet manifestum: quarum altera quo situ superficiei vmbra sit superficies, altera quo situ eiusdem superficiei vmbra sit corpus, ostendet.

PRO-

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA. A

Si opaca superficies producta corpus luminosum secet, erit umbra eius plana superficies.


IT AB corpus luminosum, eique obiecta superficies CD, sic vt producta concurrat cum corpore luminoso, illudq; secet in communi sectione EF: dico vmbram eius planam esse superficiem. Producatur enim vtrimque ipsa EF communis sectio corporis luminosi, & superficiei opacæ, fintque productæ ipsius EF extrema G & H, à quibus per D & I extremitates superficiei opacæ radij producantur GK & HK: quoniam ergo per 58. proposit. libri huius vmbra cuiusque rei partim radiis luminosis vndique stipantibus, partim reipsa opaca circumscribitur, patet vmbram obiectæ superficiei CD eam esse, quæ lineis DK, IK, & DI continetur: at rectæ hæ lineæ DK, IK, & DI triangulum claudunt IKD: igitur per 2. vndecimi Euclidis vmbra superficiei CD plana est superficies; quod erat demonstrandum. B

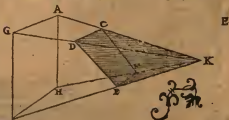


Est porrò hæc quoque vmbra dimidiata seu imperfecta: siquidem solius luminis, quod ex GH proficiscitur, prohibitione exoritur. Nam quod ex AG & HB profunditur, ab vmbra IKD interpositione superficiei CD minimè arcetur: non potest itaque à plana superficie, perfecta vmbra plana prouenire, nisi luminosum ipsum recta sit linea in eodem existens plano, in quo & opaca superficies quæ vmbram facit. Nam si corpus fuerit, vel superficies secundum latitudinem ab opaca superficie intersecta; ab omni eius parte, non qua ab opaca producta non intersecatur, radij promissi vmbræ perfectionem imminuent. C D

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Si opaca superficies producta non secet luminosum corpus, erit umbra eius quoddam solidæ figuræ genus.


STO luminosum AB, expositaque opaca superficies CDEF, quæ producta ipsum luminosum non secet: dico vmbram CDEFK genus esse figuræ solidæ. Cùm enim linea CD corpori ita luminoso AB obijciatur, vt producta, ipsum non secet ex hypothesi, erit vmbra eius CKD plana superficies per 69. propositionē huius. Eodemque modo ostendentur vmbræ linearum DE, EF, & FC planæ superficies esse: igitur vmbra superficiei CDEF, quæ his superficiebus vmbratilibus definitur, solidam figuram obtinet. etenim solidum est, quod longitudinem latitudinemque & crassitudinem habet per primam definitionem vndecimi Euclidis: at vmbra CDEFK, longitudinem habet CD, latitudinem verò CE, crassitudinem autem quæ à basi CE ad verticem K interiacet: igitur quæ à superficie CE profunditur vmbra, si illa corpus luminosum nulla sua parte intersecet, figuram quamdam nanciscitur de genere solidarum, cuius modus extremaque circumscriptio ex corporis luminosi & opacæ superficiei comparatione dependet; quod erat demonstrandum. E F



PRO-

A

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Vti puncti vmbra semper est linea, ita corporis vmbra semper est corpus.



ROXIMIS superioribus propositionibus ostendimus lineæ vmbram quandoque lineam, quandoque superficiem esse: itemque vmbram superficiei interdum esse superficiem, interdum corpus. Cuius profectò ea est ratio, quòd & linea & superficies quodammodò sectiles sint, quodam-
B modò insectiles. Quoniam enim puncta omnia lineæ in directum extendi possunt, fit vt quodam situ vmbra eius recta sit linea, quemadmodum & puncti, cùm nimirum longo pòst se ordine collocata simul omnia idem luminosum punctum spectant: tum enim vnius puncti rationem obtinent: quare omnium vna est linearis vmbra sicut & puncti. Rursus quoniam longitudo rectæ lineæ sectilis est, fit, vt cùm ipsa longitudo qua sectilis est, luminoso obuertitur, vmbra eius fit superficies: at verò quia latitudinis est expers, fieri nequit vt eius vmbra aliquando fit corpus, cùm necesse sit corpoream vmbram à gemina dimensione, quæ in linea neutiquam reperitur, prouenire.

Vti de linea, ita de superficie ratiocinari oportet. Hæc namque quoniam nequit omnia puncta in rectam lineam constituta habere, etiam fieri non potest vt linearem
C vmbram proiciat. Est verò eius vmbra subinde plana superficies, sicut & lineæ vmbra, quòd omnes quotquot in ipsa sunt lineæ, ex æquo distendi possint, eaque ratione luminoso corpori obiectari. At quoniam præterea secundum latitudinem spectare ipsum luminosum potest, fit vt si ea ratione luminoso corpori obiiciatur, tum eius vmbra fit corpus. Siquidem longitudini latitudinique quæ in proposita superficie ceu basi vmbræ reperitur, etiam profunditas accedit ex vmbrosi radij profusione.

Iam vti punctum vndequaque insectile est, ita e contrario corpus omni ex parte diuiduum est. Ex quo illud consequitur, vtrunque vnicam dumtaxat vmbram producere: punctum quidem linearem, vti superius est demonstratum; corpus verò solidam siue tergemina dimensione exte[n]sam; quod secundo loco fuit propositum.

D

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa sphæra opaca æqualis fuerit, erit vmbra illius cylindrus interminatus.



IT luminosum sphæroides A B æquale opaco D; à luminoso autem ad opacum radij tangentes procidant, e quorum numero duo sunto A C & B D, qui infinitè producantur versus
E E & F, quemadmodum & ceteri, qui à luminoso corpore ad opacum tangentes porriguntur: dico vmbram radiis contingentibus,



inter quos C E & D F, comprehensam, cylindrum esse interminatum. Quoniam enim æquales ponuntur sphæræ luminosa scilicet & opaca, erunt radij A C & B D, & quotquot eosdem circulos maximos attingunt, paralleli. A centris namque ad loca cootactuum rectæ ducantur H A, H B, K C & K D: quoniam igitur æquales ponuntur sphæræ, erunt & semidiametri H A & K C æquales. Sunt verò üdem & paralleli per 7. lemma huius li-
F bri: igitur quæ has coonectunt A C & H K, sunt parallelæ per 33. primi Euclidis. Eodem verò modo quotquot alij vtramque sphæram contingunt vt B D, parallelæ ipsi H K ostendi possunt. Itaque A C & B D, ac ceteri omnes qui sphæras attingunt, inter se sunt paralleli per 30. primi Euclidis. Producti igitur versus E & F, licet infinite, numquam tamen concurrent, per 35. definitionem primi Euclidis: quare infinita erit corporis C D vmbra. hæc enim eousque procedit, quoad radiis concursantibus terminetur: hoc autem cùm nusquam eueniat, infinitam esse vmbram oportet; erit porrò ea vmbra cylindrus: quoniam si bases ipsi ad rectos angulos subtendantur, hæ circuli erunt, maximis qui in sphæra C D sunt circulis æquales.

PRO-

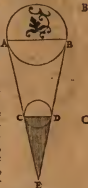
A

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, erit vmbra illius conus basin habens circulum ex radiorum contactu descriptum, verticem autem in radiorum concursu.

ESTO sphæra luminosa A B maior opacâ C D; radij autem luminis vtramque sphæram circumcircà contingant, inter quos numerentur A C & B D: hos aio productos ad partes minoris sphæræ C D, tandem aliquando congressuros per 11. lemma huius libri. Palàm igitur vmbram C D E conum esse, cuius basis circulus sit, circa diametrum C D exaratus, in quo nimirum omnes luminosi radij à sphæra A B delapsi, opacam sphæram C D attingunt. Vertex autem sit punctum E, in quod iidem radij producti vnà omnes congrediuntur.

B



Hic porrò conus, si corporum intercapedo mutetur, nec eamdem semper habet basin, nec semper altitudinem eamdem: nam ex 48. propositione constat sphæricum luminosum maius è propinquo maiorem partem opaci corporis illustrare, quàm è remoto: igitur coni vmbrosi basin ex distantiæ incremento vel decremẽto augeri minuive oportet. Quòd verò etiam altitudo mutetur, ex lemmate 13. perspicuam habet demonstrationem: quia namque per iam citatum lemma, qui vtramque sphæram contingunt radij, tum longiùs concurrunt, cùm sphæræ longiùs ab inuicem distrahuntur, iamque constet ex propositione 58. vmbram radijs tangentibus contineri, fit vt aucto corporum interuallo prolixiores vmbræ euadant. Mutatur ergo coni vmbrosi & basis & altitudo, mutatà corporum distantiâ; quod erat ostendendum.

C

Hæc obseruatio in Astronomicis rebus non leue momentum habet: si enim fingas A B solare corpus esse, C D verò lunare, nullo negotio ea omnia demonstrari poterunt quæcunque circa vtriusque astri distantias, defectiones, ac magnitudines phænomena nobis in terra constitutis apparent, vt ex consectarijs, quæ ad sequentem propositionem adiungemus, perspicuum fiet.

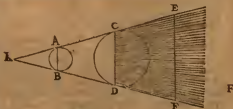
D

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, vmbra continuò aucta tum longitudine, tum latitudine in infinitum abibit.

E

LVMINOSA sphæra A B minor existat quàm opaca C D; radij autem procidãt, qui vtramq; sphærã toto contingant ambitu, in quibus censeantur A C & B D, qui versus E & F infinite cum ceteris producantur: dico vmbram corporis C D radijs C E, D F, ac ceteris circumambientibus contentam in infinitũ abire, ac in progressu perpetuo latitudinis incremento ampliari, forma turbinis coluri, resecto scilicet mucrone, quam celebris ille Callimachus, ab Atheniensibus Catatechnos appellatus propter artis statuariæ elegantiam, capitulo Corinthio primus attribuit, vt scribit Vitruuius l. 4 c. 1. Hanc à calathi similitudine καλαθοειδῆ rectè possumus appellare. Nunc propositum ostendamus.



F

Cùm sphæra A B minor sit sphærà C D ex hypothesi, qui has contingunt radij A C & B D producti ad partes sphæræ minoris, tandem aliquando concurrent per 11. lemma huius

A huius libri. Sit ergo commune congressionis signum K, & C K D triangulum, cuius basi C D si parallela ducatur E F, à cócursu K remotior quàm C D, erunt triangula C K D & E K F æquiangula per 4. lemma huius libri. quare proportionalia erunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4. sexti Euclidis: igitur, vt K E ad E F, ita K C ad C D; & permutando, vt K E ad K C, ita E F ad C D, sed K E maior est quàm K C, cum remotior E F quàm C D à concursu K esse supponatur: itaque & E F quàm C D maior erit. Sic ergo quò longiùs itur, eò semper dilatari magis magisque vmbra conuincitur: siquidem vt iam ex 4. sexti Euclidis ostensum est, ita se habent inter se dilatationum incrementa, quemadmodum longitudinum productiones.

B Licere autem eo pacto infinitè progredi, inde potest demonstrari, quòd radij luminosi versus E & F, quantumuis producti, numquam tamen congrediantur: scilicet anguli E C D & F D C, duobus rectis sunt maiores; oportet autem vt ad eas partes coëant, vbi sunt anguli A C D & B D C duobus rectis minores per lemma 11. huius libri. Cum itaque radij A C & B D, ad partes E & F numquam possint concurrere, sequitur necessariò vmbram corporis C D infinitè protendi: non enim priùs vmbra deesse potest, quàm aduentante lumine profligetur per 3. huius libri hypothesin.

Habet hæc etiam vmbræ forma suos incrementi & decrementi modulos, ex corporis luminosi atque opaci propinquitate distantiaque oriundos. Nam cum duo hæc corpora sibi mutuò viciniora fiunt, minuitur quidem C D basis, vt ex propositione 49. constat; at in recessu vmbra diducitur, atque ampliorem in modum dilatatur: contrariè
C namque se habent vmbrosi luminosique radij. vti ergo per 13 lemma huius libri, radij luminosi A C & B D, cùm propinquiora fiunt ipsa corpora, arctius versus luminosum A B constringuntur; ita è contrario vmbrosos radios C E & D E, oppositam in partem productos expandi, latitudinisque incrementum capere est necesse.

CONSECTARIVM I.

Sol altiori cælo est constitutus quàm luna.

NAM si oculus in K transportetur, fiantque optici, qui antè luminis radij erant, K C
D & K D: quoniam igitur in solis ac lunæ perfecta coniunctione, quando scilicet vtrumque sidus in rectam lineam cum aspectu nostro dispositum est, solis aspectus surripitur interiectu lunaris globi, necessariò concludimus solem lunâ altiorem esse. nequit enim quod propinquius est, eo quod longius distat ab aspectu nostro arceri. optici namque radij sola corporis opaci interpositione prohibentur: igitur in solis defectionibus luna inter aspectum nostrum ac solem interuenit; quo fit vt sol altiori cælo sit constitutus quàm luna. Nec mirum videri debet maioris astri prospectum à minori interpellari, cùm demonstratum iam sit radios K E & K F, quò longiùs prouehuntur, eò semper amplius diuaricari; minus autem corpus A B omne illud obumbrat, quod intra radios A E & B F infinitè protensos coërcetur.

E

CONSECTARIVM II.

Solis defectiones non semper æquales existunt.

ESTO namque, vt suprà, A B lunaris globus, oculus autem in K radiorum concursu constitutus: quoniam igitur qui ante luminis radij erant, nunc optici sunt, idem modò aspectui eueniet circa solis defectiones, quod priùs luminoso corpori, vmbræ proiectæ comparatione. Cùm enim sol propter excentricum motum nunc propior nobis sit, nunc à nobis remotior; consequens est, vt aliquando maiori, aliquando minori radiorum interuallo comprehendatur: siquidem dum propior est, minori radiorum
F spatio ambitur: quare tum breuiori temporis mora ab aspectu nostro ereptus post lunare obstaculum delitescit; dum verò remotior est, ampliori intercapedine radiorum circumseptus, diutiùs post lunam demoratur.

Sed & lunæ accessus recessusque non parum huic rei conducit. Namque tunc maximam esse oportet solis defectionem, cùm luna proxima nobis est, sol autem hinc remotissimus. luna enim quò propior est, eò maiori angulo conspicitur per primum lemma libri quarti: quare & amplior est tum radiorum diuaricatio. Rursus sol quò remotior à nobis est, eò longiùs à se diffitos habet circumquaque radios illos, qui per ambitum lunaris globi producuntur: palam itaque in hac astrorum constitutione maximam esse

debere solis defectionem; omnium verò minimam, cùm luna quidem longissimè à nobis abest, sol autem proximus est. Vtriusque præclara exempla habes recensita à Clauio in cap. 4. Sphæræ Ioannis de Sacrobosco, quæ & se vidisse affirmat: Alterum Conimbricæ, anno partæ salutis 1559. circa meridiem, quo sol multo tempore post lunæ opacitatem deliruit, tantæque fuerunt tenebræ, vt vbi quis pedem figeret non videret, & stellæ clarissimæ in cælo apparerent, auesque ex aëre in terram deciderent præ horrore tam tetræ obscuritatis. Alterum Romæ, anno 1567. etiam non procul à meridiano tempore, quo luna totum solis orbem complecti non potuit, quamuis rectissima linea prætenderetur: rarum profectò exemplum, ita vt lucidus quidam ambitus, coronæ in modum, lunare corpus vndique cingeret. B

CONSECTARIVM III.

Luna à solari corpore longo magnitudinis interuallo superatur.

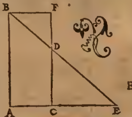
DEPREHENSVM siquidem est aliquando in ea constitutione, qua sol quidem nobis est proximus, luna autem hinc remotissima, aliquando solis ambitum ipsos visus radios circumcircà excessisse, sic vt luminosus quidam ambitus circum lunare corpus manifeste cõspiceretur. Ex quo sane efficitur solem lunà maiorem esse. Quoniam enim radij optici, qui lunare corpus amplectuntur, altiùs prouecti magis semper ac magis à se inuicem diuelluntur, maius profectò esse oportet ipso lunari orbiculo quodcumque corpus supra lunam intra iam dictus visus radios coërcetur; ac multò etiam maius C id, quod eosdem radios sua mole vndequaque excedit. Sol porrò cùm terræ proximus aliquando esset, luna autem altissima, vtpote in summo sui cæli fastigio constituta, visus est extra radios opticos prosilire, ab eoque conspicuum quoddam lumen circum lunare corpus emicare. Quod suis temporibus anno partę salutis 1567. Romæ accidisse Clauius memorat in commentatione libri de Sphæra Ioannis de Sacrobosco, ad caput quartum; vt superiore consectario annotauimus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Si maior fuerit luminosi quàm opaci corporis altitudo, erunt extremitatum radij altitudinibus proportionales. D



SIT luminosi corporis altitudo A B, opaci verò altitudo C D, hæcque illa minor: quoniam rerum altitudines perpendiculo æstimantur, esto A C E velut terræ superficies, aut planum quodcumque ad horizontem perlibratum, cui ad perpendiculum insistunt A B & C D: si iam à luminoso B per summitatem opaci corporis D radius agatur B D, hunc in primis productum cum A E congredi necesse est per 14. lemma huius libri; sit autem congressionis punctum E: dico igitur, quod initio propositum fuit, radium luminosum D E, eam rationem ad vmbrosum D E habere, quam habet altitudo A B ad C D altitudinem. E



Cùm enim triangulum sit A B E, eiusque basi A B parallela constituatur C D, erunt triangula A B E & C D E æquiangula per 4. lemma huius libri; ac proinde per 4. sexti Euclidis homologa erunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur: igitur quemadmodum B E ad A B, ita D E ad C D: & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt radius B E ad D E radium, sic altitudo A B ad C D altitudinem; quod demonstrasse oportuit.

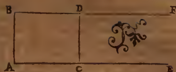
PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Si altitudo corporis opaci altitudini corporis luminosi æqualis fuerit, erit vmbra, quæ proijcitur, interminata. F



SIAT luminosi corporis altitudini A B æqualis altitudo corporis opaci C D; ex B autem ad D radius porrigatur B D: quo prohibito, dico à puncto D vmbram protendi versus F infinitam. Cùm enim, vt superiore propositione diximus, altitudines rerum perpendiculo examinentur, sunto A B & C D ipsi A E perpendiculares: erunt igitur anguli iuxta A & C recti; ac proinde per 28. primi Euclidis parallelæ erunt A B & C D; ponuntur autem & æquales:

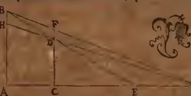
A æquales. itaque ipsæ quoque A C & B D parallelæ erunt per 33. primi Euclidis. Quantumuis igitur productæ fuerint A C & B D, numquam sibi mutuò incident per 35. definitionem primi Euclidis. Quare infinita erit vmbra D F; quod demonstrasse oportuit.



PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

B *Quò altitudo corporis luminosi ad opaci corporis altitudinem minorem proportionem habuerit, eò maior vmbra producetur.*

RVRSVS, vt suprà, sit corporis luminosi altitudo A B, opaci verò altitudo C D, ambæ ipsi A E perpendiculares, ac proinde parallelæ: radius autem per B & D actus in lineam A E procidat ad signum E per 14. C lemma huius libri; sitque vmbræ proiectæ longitudo C E: dico si minor fiat proportio altitudinis corporis luminosi ad altitudinem opaci, quàm sit A B ad C D, vmbram produci maiorem.



Duobus porrò modis euenire potest, vt minor sit proportio luminosi ad opacum, quàm sit A B ad C D; vel scilicet aucto corpore opaco minore vsque in F; vel luminoso A B, quod maius est, in H diminuto. Augeatur primò corpus opacum C D in F, ita tamen vt adhuc minor sit C F quàm A B, producanturque radij B F & B D, donec concurrant cum A G; concurrent enim per 14. superius lemma in puncto aliquo, altera in E, altera D in G: dico vmbram C G vmbrâ C E longiorem esse. Quoniam enim parallelæ sunt A B & C F, erunt per 4. lemma huius libri æquiangula ipsa triangula A B G & C F G: eodemq; modo erunt & A B E, C D E triangula æquiangula. Quare per 4. sexti Euclidis sic se habet A B ad C F, quemadmodum A G ad C G; & vt A B ad C D, ita A E ad C E: sed minor est ratio A B ad C F, quam eiusdem A B ad C D, per 8. quinti Euclid. quod videlicet ex hypothesi maior sit C F quam C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G, quam A E ad C E. Cum ergo duabus C E & C G idem augmentum adiunctum sit A C, sitque minor proportio C G cum additamento A C, hoc est totius A G ad C G, quàm sit C E cum augmento A C, id est totius A E ad C E, erit per 15. lemma huius libri C G maior ipsâ C E; quod erat demonstrandum.

E Deinde manente C D altitudine corporis opaci, minuatur ipsius luminosi altitudo vsque in H, sic tamen vt A H maior sit quàm C D, radiusque ab H per D extendatur H D, qui per 14. lemma huius libri productus concurret cum linea A G in puncto quopiam, puta G: dico igitur vmbram C G longiorem esse vmbrâ C E. Nam per iam factam demonstrationem vt A B ad C D, ita est A E ad C E, rursus vt A H ad C D, ita A G ad C G. At quia minor est ex suppositione A H quam A B, erit per 8. quinti Euclidis minor proportio A H ad C D quàm A B ad eamdem C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G quàm A E ad C E. Cùm autem duabus C E & C G idem adiungatur augmentum A C, erit rursus per 15. lemma huius libri vmbra C G maior vmbrâ C E; quod erat demõstrandum.

F

CONSECTARIVM I.

Circa exortum atque occasum solis, maiores sunt vmbræ quàm in meridie.

SEQVITVR profectò id ex posteriore huius propositionis explicatione. Quò namque sol depressior est, ac propior finitori, eo minorem proportionem habet eius altitudo ad eamdem altitudinem corporis opaci, vt ex 8. quinti Euclidis facile colligi potest. Quare per ea, quæ iam proximè demonstrata sunt, minimam quidem meridie

vmbram esse oportet, quòd, vt Philosophus ait problematum sectione 15. q. 4. *sol meri-* A
die maximè è perpendiculo se nobis exhibeat; quamobrem tum quoque minimæ fiunt
accessiones: at prope ortum atque occasum mirum in modum augescunt, exiguo licet
spatio sol ad horizontem prolabatur. Vnde Poëta declinationem diei per vmbræ incre-
mentum ingeniosè descripsit: *Maiorésque cadunt altis de montibus vmbræ.*

CONSECTARIVM II.

Meridianæ solis vmbræ brumali tempore, quàm æstiuo nobis sunt prolixiores. B

NAM eo motu, quo sol per obliquam signiferi viam incedit, æstiuo tempore vertici nostro propinquior fit, remotior verò brumali: siquidem quæ Boream spectant signa, eadem sunt & æstiua; quæ autem ad Austrum vergunt, hiemalia. Igitur sol brumali tempore, cùm diurno motu summum attigit cæli fastigium, remotior quidem à nostro est apice, at horizonti propinquior depressiorque omnino, quàm tempore æstiuo. Quare per ea quæ paulò ante sunt demonstrata, prolixiores tum vmbras esse oportet.

CONSECTARIVM III.

Vmbræ lunares solaribus sunt longiores, cùm vtrumque astrum in eadem fuerit altitudine supra horizontem constitutum. C

SIT enim centrum terræ A, B autem verus locus lunæ, at solis verus locus C, ambo in eadem altitudine graduum, verbi gratia 40. supra horizontem H E constituti, sic vt recta A B, quæ à centro mundi educitur, per C quoque transeat: demum sit A D corpus vmbrosum, cuius summitas D sit vtriusque astri, solis scilicet lunæque altitudine demissior: ac per D radij porrigantur B D & C D, qui producantur donec cum horizontali plano conueniant in E & F: concurrent autem per 14. lemma huius libri. D

Dico igitur lunæ vmbram A E vmbrâ solis A F longiorem esse. Ex B namque & C demittantur in horizontalem lineam perpendiculares B G & C H per 12. primi Euclidis, quæ proinde altitudini corporis vmbrosi A D, (quod etiam ad perpendiculum erectum est) parallelæ erunt. Cùm verò D extra triangulum A C H existat, producta D B secabit vtrumque trianguli latus A C & C H, istud quidem in K, illud verò in B: minor igitur erit H K quàm H C. quare & H K minorem proportionem habebit ad A D, quàm H C ad eamdem A D, per 8. quinti Euclidis. Sed per ea quæ iam sunt demonstrata, vt se habet H K ad H D, ita se habet H E ad A E: & vt H C ad A D, ita H F ad A F. Igitur H E minorem rationem habet ad A E quàm H F ad A F: sublato itaque communi additamento H A, maior relinquetur A E quàm A F, per 15. lemma huius lib. quod erat demonstrandũ. E

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Si corpora aliquot opaca æqualia fuerint secundùm altitudinem; quod lucido corpori eminentiori propinquius est, breuiorem vmbram facit. F

SINT in superficie horizontis A B erecta secundùm perpendiculum duo corpora opaca C D & E F, æqualia secundum altitudinem, sitque D corpori luminoso G eminentiori propinquius: dico vmbram C H vmbrâ E B minorem esse. Producantur enim radij G D & G F, do[nec] cum superficie horizontis A B congrediantur: (concurrent autem per 1[4.] lemma huius libri) sint verò puncta congressuum H & B: connectantur etiam puncta D & F:

iam

A Iam quoniam ex hypothesi C D & E F æquales inter se sunt & parallelæ, erunt & quæ illas connectunt C E & D F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Rursus cùm ex cõstructione C & B in vna sint recta linea, erit quoque D F lineæ H B parallela, at minor illâ; siquidem per 4. lemma huius libri æquiangula sunt ipsa G D F & G H B triangula, erit itaq; per 4. sexti Euclidis vt G D ad G H, ita D F ad H B: sed G D
B minor est ipsâ G H, vt pars totâ: igitur D F ipsâ quoque H B minor erit. Est verò iam ostensa C E ipsi D F æqualis; erit igitur & C E ipsâ H B minor per 7. quinti Euclidis: quare si vtrique inæqualium addatur communis portio E H, minor erit C H quàm E B per communem notionem, quod erat demonstrandum.

G K D F A C E H B

CONSECTARIVM I.

In æqualibus altitudinibus corporum opacorum, distantiæ eam inter se proportionem habent, quam proiectæ in planum vmbrarum longitudines.

C

PRODVCATVR enim F D in K: quoniam igitur ob triangulorum A G H & C D H similitudinem, vt A G ad C D, ita est A H ad C H; & vt A G ad E F, ita A B ad E B, eademq; est proportio A G ad C D, quæ eiusdem A G ad E F per 7. quinti Euclidis, quòd nimirum æqualis sit C D ipsi E F ex hypothesi; erit quoque eadem proportio A H ad C H, quæ A B ad E B: & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt A H ad A B, ita C H ad E B: sed vt A H ad A B, ita est K D ad K F per 4. sexti Euclidis; itaque C H ad E B est, quemadmodum K D ad K F: at K D ipsi A C & K F ipsi A E sunt æquales per 33. primi Euclidis: igitur eamdem proportionem habet vmbra C H ad E B vmbram, quam A C distantia habet ad distantiam A E;
D quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM II.

Tota vmbra C D H, *totâ* E F B *est minor.*

CVM enim vtrumque triangulum C D H & E F B in eadem sint altitudine, in eisdemque parallelis A B & K F ex suppositione, erunt ipsa inter se triangula, quemadmodum bases C H & E B per 1. sexti Euclidis: at iam ostensa est basis C H basi E B minor: igitur ipsa quoque vmbra C D H, minor est vmbrâ E F B; quod erat demonstrandum. Atque eodem modo quò propinquiora fiunt vmbrosa corpora, eò totum spatium, quod vmbrâ complectur, minus efficitur; augetur verò opaci corporis recessu.

E

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Si idem luminis radius è sublimi delapsus, per plurium inæqualium altitudinum vertices transeat, erunt vmbræ altitudinibus proportionales.

VNA quidem inæqualium altitudinum sit A B, altera verò C D; à corpore autem luminoso subli-
F mi G per vtriusque altitudinis verticem B & D radius procidat G B D: hic profectò cum A C, si ambo producantur, concurret per 14. lemma huius libri. Esto ergo congressionis signum F, quo vtriusque altitudinis vmbra terminabitur: dico ita se habere vmbrâ A F ad C F vmbram, quemadmodum se habet altitudo A B ad C D altitudinem. Quoniam enim parallelæ sunt

G B D A C F

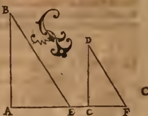
A B & C D,erunt triangula A B F & C D F ęquiangula,per 4 lemma huius libri. Quare per A
4. sexti Euclidis aperte concluditur propositum,ita nimirum se habere vmbram A F ad
C F vmbram,vt se habet altitudo A B ad C D altitudinem;quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si luminosi radij, qui per summitates inæqualium altitudinum porriguntur,paralleli fuerint,erunt sic etiam vmbræ altitudinibus proportionales. B



VÆ inæquales altitudines vmbrosæ exponantur A B & C D, per quarum summitates in subiectum horizontis planum A F radij procidant paralleli B E & D F: dico ita se habere vmbram A E ad C F vmbram, quemadmodum altitudo A B se habet ad C D altitudinem; & vicissim per 16. quinti Euclidis,vt vmbra A E ad altitudinem A B,sic vmbram C F ad C D altitudinem. Quoniam enim A B & C D perpendiculares horizontis plano A F supponuntur,erunt anguli B A E & D C F recti per 10. definitionem primi Euclidis. Rursus quoniam parallelæ sunt ex hypothesi B E & D F,erunt anguli A E B &



C

C F D æquales per 29. primi Euclidis. Quare & reliquus angulus B,reliquo D æqualis erit;siquidem per 32. primi Euclidis, tres vnius trianguli anguli, tribus angulis alterius pares esse oportet. Sunt igitur æquiangula ipsa triangula A B E & C D F: ac proinde per 4. sexti Euclidis, vt vmbra A E ad C F vmbram,sic altitudo A B ad C D altitudinem: & alterne, vt vmbra A E ad altitudinem A B, ita vmbra C F ad C D altitudinem; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Ex vmbra nota altitudinis incognitam altitudinem inuestigare. D

PERFACILE est ex iam demonstrato theoremate hoc quoque problema explicare.Cùm enim propter ingentem solis distantiam vmbrosi radij, quos intercepto lumine opaca corpora proijciunt, nil à veris parallelis diffideant quoad sensus æstimationem;erunt, vti iam demonstratum est, solares vmbræ ab inæqualibus altitudinibus proiectæ,ipsis altitudinibus proportionales.

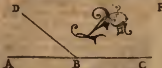
Itaque si ignota quæpiam altitudo, verbi gratia A B,per vmbram solis exploranda sit: defixo in terram bacillo C D notæ altitudinis, puta 3. pedum, metienda in primis erit eius vmbra C F,sitque ea pedum 2. deinde accipienda erit per rectam terræ lineam vmbra A E ignotæ altitudinis,quæ,gratia exempli,reperta sit pedum 20. dico igitur si vmbra duorum pedum ab altitudine pedum trium proficiscitur, vmbram pedum 20. ab altitudine 30. pedum prouenire, vt ex proportionum regula apertè colligitur. Ignota igitur altitudo 30. pedum esse reperitur,quæ erat inuestiganda. E

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Moto seu luminoso,seu opaco,& vmbra pariter mouetur.



ROPOSITIONE 57. huius libri ostensum est vmbrosum radium cum luminoso, à quo procedit, in rectam lineam semper extendi. Esto itaque luminosum corpus A, opacum verò B,radiusq; luminis A B, vmbræ autem radius B C, sitque A C recta, vti dictum est,linea:promoueatur luminosum corpus A in D, radiumque luminis ad opacum corpus profundat D B:si itaque vmbræ radius B C immotus perstet,consequens erit vt D B C non sit recta linea,aduersus id quod propositione 57. huius libri est demonstratum; vel certè duæ rectæ luminosæ lineæ A B & D B habebunt idem segmentum B C commune, quod decimo F



A decimo axiomati Euclidis ex additione Clauij repugnat. Fieri ergo nequit, vt moto corpore luminoso non pariter vmbra moueatur.

Si autem opacum ipsum corpus transmutetur, longè patentiùs ostendemus vmbram vnà moueri: nam opacum corpus, vt propositione 58. libri huius docuimus, alter est vmbræ terminus. Moto autem rectæ lineæ termino totam lineam moueri est necesse, ne idem contingat inconueniens, quod suprà, duas scilicet rectas lineas idem habere segmentum commune: etenim partes omnes mutuò sibi cohęrent. Igitur translato corpore opaco, & vmbram transferri inuincibili quadam naturæ sequela oportet, non aliter quam adducto primo catenæ annulo, sponte sequuntur reliqui, in quos per consensum B vis primò impellentis deriuatur.

His demonstrationibus, quæ ex necessariis deductæ sunt, ratio quoque ex ipsa vmbræ natura deprompta adstipulatur. Cùm enim vmbra sit luminosi radij absentia, obiectu corporis opaci inuecta; sanè distinctorum & numero & loco radiorum prohibitio, distinctas & numero & loco vmbras inducet. vti namq. luminarium multitudine vmbræ numerantur (quod propositione 59. libri huius demonstrauimus) ita idem luminare si successiuè pluribus reponatur locis, in loca distincta suam vmbram proijciet; tum enim plurium subit vicem. Ex quo cōsequens est, vt moto luminari, & ipsa vmbra moueatur.

Eodem verò modo, quoniam opacum ipsum corpus loco transmutatum alium continuò atque alium ab immoto luminari radium excipit, eiusque interceptione vmbra C procreatur, fit profectò, sio vt motu aliò semper atque aliò propriam vmbram circumferat; quæ proinde videbitur,

—— nobis in sole moueri,
Et vestigia nostra sequi, gestúmque imitari.
Nimirum, quia terra locis ex ordine certis
Lumine priuatur solis, quacunque meantes
Officimus. ——

Lucret. lib. 4. de natura.

Porrò cur solis vmbræ extremum tremere videatur, quęrit Aristoteles in suis problematis sect. 15. q. 12. Manifestè verò eum tremorem perspicimus, cùm longiùs vmbra profunditur; cuius causa sol esse non potest: nam sol in partes moueri contrarias nequit, D tremorem autem ita fieri manifestum est. Quare idcircò id euenire Aristoteles affirmat, *quia corpuscula contenta in aëre agitantur, quæ vulgò ramenta nominantur, conspicua in solis radiis, qui transmeant per fenestras. Hæc enim moueri solent etiam sine vllo spiritu. Ergo cùm vicissim modò de vmbra in lucem, modò de luce in vmbram moueantur assiduè, terminus quoque lucis ac vmbræ communis continuò moueri videtur: partim enim veluti vmbram, partim lucem sua ipsa mutatione efficiunt: itaque moueri vmbra videtur, cùm non hæc, sed illa hunc in modum soleant agitari.* Quod de corpusculis dixit Philosophus, longè maximè intelligendum est de vaporibus, qui per aërem continuò vagantur mutuo occursu leuiter protrusi. Nam simili de causa sol ipse primo exortu tremere aspicientibus videtur, quòd educti è terra vapores totum id spatium, quod solem inter aspectumque E nostrum interiacet, conferti impleant: cumque perpetuò agitentur, qui illis inest motus, soli tribuitur propter aspectus hallucinationem. Rursus eadem de causa, cùm iam solares radij terram acriùs feriunt, si quis proximos agros aspiciat, trepidare illos, glebasque inter se committere arbitrabitur: sic accensis prunis, quamuis nulla flamma adsit aut aspectabilis fumus, ipsi tamen ignei vapores, qui occulte exhalant, quamdam aëris agitationem ostendunt. His omnibus satis perspicue explicatam esse arbitror genuinam causam cur vmbrarum extrema tremere videantur, ac tum potissimùm cum illæ longiùs protenduntur.

Eamdem ob causam stellas quasdam ex ijs quæ firmamento inhęrescunt minùs constantes videri Philosophi quidam existimarunt, tremere nimirum illas non reipsa, sed F videri, cùm vapores per aërem sparsi agitantur. Quemadmodum enim, inquiunt, si inter obiectum & oculos nostros fumus intercesserit, videmus obiectum tremere; sic inter stellas & visum nostrum perpetuus est motus corporum mediorum; hic ergo minimè dubiam scintillationis causam manifestat. Verum ista sententia multis refelli potest, atque in primis ex eo, quòd eadem vaporum quantitas inter errantes inerrantesque stellas intersecta sit: cur ergo non ęquè omnes scintillant, cùm vna sit communis omnibus inquietudinis causa? Deinde stellæ illæ quibus hæc proprietas inest, sudo etiam ac sereno cælo, & iuxta cæli fastigium intermicant (quamquam prope horizontem acriùs, ob duplicis causæ concursum:) non ergo vapores intersecti illius motus sunt causa.

Alij solares radios flexo mucrone repelli ad nos, eamque scintillationis causam esse dixerunt. Quod si ita est, cur non etiam planetæ omnes eadem inquietudine agitantur, quando & ab his omnibus solares radij ad nos reflectuntur? A

Vitello lib. 10. suæ Opticæ propos. 55. formarum motui causam adscribit; formas autem moueri ait, cùm illarum radij sublunarem regionem variè infracti penetrant. Statuit enim fundamenti loco id totum quod inter nos ac lunæ cauam superficiem interiacet, ignem atque aërem perpetuo motu cieri, partim vaporum ascensu impulsuque, partim ventorum procellis agitatum. Cùm ergo hoc corpus in continuo sit motu, qui à stellis procidunt radij variè fracti scintillationis atque inquietudinis causam præbet. Quod exemplo aquarum confirmat, quæ dum leuiter crispantur, inconstantes reddunt imagines. Quo pacto verò non eadem affectio æquè in planetas atque in stellas fixas pertranseat, aut cur non pari agitatione omnes fixæ stellæ micent, non satis explicat. Quare id ratum sanctumque esse debere existimo, non posse eam stellarum apparentiam in sublunaribus rebus causam habere, vtpote quæ planetas iuxtà ac stellas ceteras comprehendat. Præterea quod Vitello ait de ventorum procellis, id potius ipsius sententiam euertit, quàm roboret: nam venti procellis agitati amplissimis lationibus mouentur; quare oporteret stellas non breui reciprocatione agitari, sed procul e loco deferri. Si verò non aliter stellas quàm solem à vaporibus tremulas fieri affirmet, nil agit; nam stellæ etiam prope cæli verticem micant, at sol non nisi cùm primùm oritur: & si eadem causa stellæ fixæ micant, qua & sol, quid quæso grande inclamant Philosophi, stellas firmamenti scintillare, planetas non item, cùm eadem causa qua sol ceteri etiam planetæ scintillent? B C

Aristoteles micantium stellarũ causam longinquitati attribuit: ita enim scribit lib. 2. de cælo, cap. 8. text. 48. *Visus enim longè se extendens versatur ob infirmitatem; quæ quidem fortasse causa est, vt & stella fixa micare, vagantes autem non micare videantur. Vagæ namque stellæ sunt propè: quare visus sui compos ad illas accedit; ad fixas autem longè se extendens, ob longitudinem tremit; tremor autem ipsius facit, vt hac motto stellæ ipsius esse videatur: nihil enim interest visus, an id quod cernitur, moueatur.* Hæc ille. Quid porrò causæ sit, cur stellæ remotiores inquietæ, planetæ verò, quia propinquiores sunt, constantes persitent, & cur Saturnus firmamento proximus inter planetas minimè scintillet, non explicauit Philosophus. Quare D

Cardanus alijque quàm plurimi potentiæ imbecillitate euenire dixerunt, vt stellæ quidem fixæ tremere ac scintillare videantur, planetæ verò non item. Cùm enim stellæ longè à nobis absint, simulque earum fulgore aspectus noster suapte natura imbecillis, etiam hebetetur magis; porrecta acie ægre ad ipsas attingit: quare lassatus nutat ac tremit. Hæc Platonicam philosophiam sapiunt, quæ visum extrà efferri docet: & quamuis ea concedatur, nihil tamen efficitur; nam causa nondum apparet cur maiores quædam stellæ nonnullis minoribus inquietiores sint, & è minoribus, cur quædam alias superent maiores, cùm ad omnium aspectum cæcutiat oculorum acies longinquitate itineris hebetata. Deinde lib. 1. propos. 56. ostendimus visum suapte natura infinitè extendi; nulla ergo intercapedine definietur, dummodò cetera adsint ad visionem necessaria. E

Alij formarum naturam incusarunt, quia scilicet species à stellis fixis promissæ ob longissimi spatij intercapedinem deficiunt, ac præ tenuitate vix iam actionem aliquam in visum inferre possunt, ideò dum potentia intuitiua visionis actum elicere conatur, nisu fatiscit ac tremit, cuius affectio in rem visam transit. At quid interest an procul sint stellæ, dummodò sat magnæ sint vt sui imagine ad obtutum destinata videantur? eadem enim harum ratio est, quæ & planetarum: qui licet multis partibus minores sint stellis, videntur tamen, quia propinquiores. Rursus pleræque stellæ ex ijs, quæ primæ notæ vocantur, nonnullis planetis, vt Mercurio, Saturno, & Ioue apparent maiores atque illustriores: quæ ergo ratio suadet, vt ad illarum aspectum vacillet oculorum acies? F

Sunt qui ob motus diurni pernicitatem id fieri crediderunt, nempe idcircò radios à stellis fractos ac tremulos procidere. Verùm si hæc causa foret, stellę omnes, ac ipsi etiam errabundi planetæ nullo discrimine scintillarent, cùm pari circumactu ab ortu in occasum vnà cum fixis astris rapiantur. Deinde hac causa nullæ iuxta polos stellæ micarent, ob motus tarditatem: at plurimæ ibi inquietissimæ cernuntur; non ergo hæc vera est scintillationis causa.

Ad extremum Iulius Scaliger exercit. 63. omnibus hisce coniunctim stellas micare arbitratus est, adiuuantibus scilicet causis. At miror profectò, hunc virum latere potuisse

causarum

A cauſarum omnium conſpirationem errantibus æquè ac inerrantibus ſtellis patrocinari. Deinde omnibus cauſis vna agentibus, quo pacto fiet, vt fixarum ſtellarum nonnullæ crebrioribus ictibus micent, at velocioribus; aliæ maioribus, ſed rarioribus? Cur etiam è minoribus ſtellis quædam, ac quædam item e maiorum numero præ ceteris viuaciores ſint? ſanè ex omnium cauſarum concurſu, iunctaque actione, prouenire iſta poſſe nemo facile oſtendet.

His ſententijs ſæpius à nobis expenſis, cùm neque ex parte organi, neque ex parte obiecti, neque ex parte medij, aut ceterarum rerum quæ ad viſionem cõferunt, quidquam occurreret, cui admirabilem hunc effectum adſcribere poſſemus; cœpimus, vti decebat,
B diuinam admirari ſapientiam, ac præcipue ſpiritum illum Domini, qui ornauit cælos; *Iob cap 26* cumque identidem hæc cogitatio in mentem rediret, in eam ſententiam adducti fuimus, vt crederemus ſcintillationem ſtellarum à nulla externa cauſa prouenire, ſed inſitam eis fuiſſe à prima origine hanc conditionem, vt intermicare non deſinant, aliæ plus, aliæ minùs, prout ſingulis diuina ſapientia præſcripſit.

Porro quo pacto reipſa id fiat, non eſt noſtrum definire: id enim ſolus nouit qui cæleſtes naturas condidit, Deus. Si verò quiſpiam ſcire id ſaltem velit, qua ratione id fieri poſſit; dicam, licet multis id quidem modis Deo poſſibile ſit, inter ceteros tamen hunc ab humanis rationibus non omnino alienum eſſe: Finge animo ſtellarum globos (quos de ſuo lucere equidẽ exiſtimo) non vndique pari nitore perfuſos eſſe, voluiq; in proprijs
C cauitatibus raptu celerrimo: cùm igitur lucidiores partes obſcurioribus, atque hæ viciſſim illis identidem ſuccedant, hac luminis inconſtantia videri ſtellas quadam motus reciprocatione agitari. Quod ſi ita ſit, omnis illa inquietudinis diſparitas, quæ in micantibus ſtellis animaduertitur, ex lucis inſitæ inæqualitate originem ducet. quæ namque ſtellæ extremis partibus conſtant lucidiſſimis ſcilicet atque obſcuriſſimis, hę acrius micari videntur, quòd ampliora oſtendant extremorum interualla: quę verò ex medijs partibus conſtitutæ ſunt, eamdem ob cauſam obſcurius micant: rurſus quæ in ſuis cauitatibus ocyus circumaguntur, hæ crebriores faciunt viciſſitudinem recurſus; illæ autem tardiores, quæ longiores nactæ ſunt motuum periodos. Hæc ſi tuo palato ſapiunt, amice Lector, probato; ſin minus, ſtude, vt meliora inuenias: at caue ſis; vt non ſolum illa
D tuo, verùm etiam noſtro palato ſapiant.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Lumen, vmbráque circum immotum opacum corpus oppoſitis mouentur lationibus.

HÆC proprietas ex natura ingenioque ſecantium ſeſe linearum pendet. Duæ inquam lineæ dum ſe mutuò ſecant, poſitionum, quas vocant, differentias mutant; vt ſi pars vna ſecantis dextera ſit ei quæ ſecatur, eiuſdem
E ſecantis pars altera ſectæ futura ſit ſiniſtra: vnde efficitur, vt cum ſol ab Oriente per Meridiem fertur in Occidentem, tempore eodem terræ vmbra ab Occaſu per mediæ noctis terminum Orientem verſus incedat: omnes ſiquidem rectæ lineæ ex luminoſis vmbroſiſque radiis compoſitæ ſeſe ad opacum corpus, ceu ad commune circulationis centrum interſecant. Quantum igitur verſus vnam cæli plagam ſpatij conficit luminoſus radius, tantum vmbra promouet in oppoſitam.

CONSECTARIVM.

Luminoſus vmbroſúſque radius pari motus velocitate cientur.

F PATET ſanè hoc ex iam explicata propoſitione. Eſt verò ita accipiendum, vt æquali ab opaco diſtantia motiones æſtimentur. Si enim circum opacum corpus velut centrum circulus deſcribatur, perſpicuum eſt æquis temporibus luminoſum vmbroſumque radium pares circuli peripherias tranſcurrere: ſiquidem anguli qui aduerſis peripherijs inſiſtunt, ad centrum circulationis conſtituti, perpetuò ſunt æquales per 15. propoſitionem primi libri Euclidis: æqualibus autem angulis æquales peripheriæ eiuſdem circuli ſubtenduntur per 26. tertij Euclidis: igitur luminoſus vmbroſuſque radius æquis temporibus pares circuli peripherias tranſcurrunt; ideoque pari velocitate mouentur; quod erat explicandum.

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA. A

Si sol per ambitum circuli in sphæra maximi incedat, vmbra centri eumdem percurret circulum.

Esto sphæræ A B C, cuius centrum D, maximus circulus A F C G; per cuius ambitum sol incedere animo concipiatur, iamque in signum A peruenisse: quoniam luminis radius A D ad centrum sphęræ pertinens in ipsius est circuli plano, erit B & vmbræ radius D C, qui ex centro prodit, in eodem plano in quo & circulus: siquidem D C & A D radij vnam efficiunt rectam lineam per 57. propositionem huius libri. Fieri autem nequit, vt rectæ lineæ A C pars A D, hoc est luminosus radius, in plano quidem sit circuli, pars verò D C, id est radius vmbrosus sit à circuli plano sublimis, velut in D E, quod Euclides demonstrat libro vndecimo propositione prima. Itaque & vmbrosus ipse radius D C in eodem est circuli plano in quo & A D. C

Deinde fingatur sol in F promotus, radium F D ad centrum protendere. Quoniam igitur per 1. vndecimi Euclidis vmbræ radius D G luminoso F D in directū coniunctus nequit à plano, in quo F D, sublimis esse, verbi gratia io D E, erit is in eodem cum F D plano. Eodemq; modo ad quemcumque locum sol peruenerit, semper ostendetur vmbrosus radius in eodem plano versari, in quo & luminosus: igitur cùm sol totum orbem decurrerit, & vmbræ radius eumdem emensus erit; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Si sol per sphæræ circulum non maximum incedat, duæ conicæ superficies ad centrum sphæræ ceu ad communem verticem conueniunt; vna luminosa ex radio circumacto, altera opaca ex ea vmbra quam centrum profundit. D

Sit sphæra A B D C, cuius centrum E, in eaque circulus non maximus ex diametro A B descriptus, per quem si sol circumduci intelligatur, radius eius, qui ad centrum E pertinet, circumactus, metę superficiem designabit coni in modum, vt ex ipsius coni definitione conuincitur: propterea quòd basin habeat circulum in quem sol conuertitur, verticem autem immotum sphæræ centrum. Cùm verò luminis radius A E in rectum continuumque productus, obiectu opaci cētri E in vmbrosum commutetur E D: dico hunc quoque circumactum conoidem superficiem describere, cuius quidem vertex perspicuè idem est qui & luminosi coni, nempe sphæræ centrum E. At basis circa diametrum C D circulus est: ductis enim A B & C D, quoniam A E & B E æquales sunt ipsis E D & E C per sphæræ definitionem, estque angulus C E D angulo A E B æqualis per 15. primi Euclidis, erunt & A B, C D æquales: cumque eodem modo æquales ostendi possint omnes vtriusque basis dimetientes, patet basin circum C D circulum esse, & quidem basi circum A B æqualem: quare figura sub vestigio cunuersi radij vmbrosi, & base C D contenta, conus est verticem habens cum superficie conica ex motu luminosi radij descripta communem, ipsum scilicet sphæræ centrum, quod erat demonstrandum. E F

Hæc de vmbris dicta sufficiant. Nam quo pacto eæ in varia corpora incidant, quasque figuras earum sectiones ostendant, in Proiecturis docebimus, de quibus, Deo conatus nostros benigne prosequente, sequēti libro ex professo agemus: vbi inter ceteras

vmbra-

A *umbrarum quoque proiectiones explicabimus, ea quæ ponemus fundamenta, quibus poterit studiosus Lector sciot erica omnis generis absoluere, eorumque rationes reddere, ac etiam plurima alia promptè adinuenire, quæ meritò cunctis admirationem pariant. Sed priusquam ad illa progrediamur, quæ reliqua sunt luminis absoluamus.*

DE LVMINIS TRAIECTV.

B PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Radius luminis à puncto lucido per orbiculare foramen traiectus, coni figuram induit.

APOLLONIVS Pergæus initio Conicorum elementorum, conum appellat eam figuram, quæ basin habet circulum, ac præter basin superficie cingitur à circuli ambitu ad vnum quodpiam idemque punctum (qui vertex est coni) protensa. hanc figuram Latini Metam vocant, seu furmam turbinis mucronati. Est verò eius generis figura luminis à puncto per circulare
C foramen transfusi: quippe foramen, quod loco basis est, circulare supponitur; lumen verò ipsum superficie ambitur à puncto ad foraminis peripheriam extensa: igitur conoides est ipsum lumen. Et quidem si ea quæ à vertice ad centrum foraminis ducitur linea, quam axem vocant, foraminis plano recta fuerit, rectus erit ipse conus, sin verò, scalenus, vt idem docet Apollonius. Rursus si axis ei, quæ ex centro basis ducitur, æqualis fuerit, erit conus orthogonius; sin minor, amblygonius; at si maior, oxygonius erit, vt Euclides ostendit libro 11. definitione 18.

Hæc licet patentiora sint, quàm vt demonstrationem exposcant, ea tamen præmisisse oportuit, quoniam ad ea quæ deinceps habemus dicere, conducibilia sunt, vt ex ipso sermonis decursu fiet manifestum.

D PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Lumen à puncto per multilaterum foramen transfusum Pyramis est.

PYRAMIDEM definit Euclides libro 11. definitione 12. figuram solidam, quæ planis continetur ab vno plano ad vnum punctum collectis. Ex quo in primis illud perspicuè patet, inter conum & pyramidem hoc discriminis intereſſe, quòd pyramis excepta basi pluribus constet planis: conus ve-
E rò dumtaxat superficie basin totumque solidum corpus circumambiente. Quare lumen quod per multilaterum foramen traijcitur, neutiquam conus esse potest. etenim quæ à puncto luminoso ad singula foraminis latera rectæ luminis profluentiæ emicant, planas efficiunt sedes, easque triquetras: quæ cum totidem sint numero, quot sunt basis latera, omnesque ad punctum lucidum colligantur, erit lumen quod per foramen polypleuron transfunditur, in modum pyramidis conformatum; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Lumen à puncto lucido per foramen transmissum vnius est inten-
F *sionis, si in eadem distantia à prima origine assumatur.*

SECVNDA huius libri hypothesi ostensum fuit, ex plurium radiorum congressu lumen intendi, idque impensiùs illustrari, in quod plures simul radij conueniunt. At cùm lumen ab indiuiduo puncto per amplum licet foramen trasmittitur, inque oppositum directè planum excipitur, puncta vniuersa eius quod illustratur, singulos excipiunt radios, neque vllum est, in quod plures, aut in quod pauciores radij confluant: tota igitur pars obiecti plani à lucido puncto æquabili nitore perfunditur: quare & lumen ipsum vnius est intensionis,

nis, si in æquali distantia à prima origine assumatur; quod expressisse oportuit. nam suprà propositione 35. inter causas quibus intendi lumen docuimus, propinquitatem adnumerauimus. siquidem hoc insitum est lumini, vt longiùs ab origine prouectum continuò decremento languescat. Tantò ergo est exquisitius, quantò lucenti corpori propinquius existit. A

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Lumen quod à corpore lucido per foramen in oppositum planum profunditur, in medio quàm in ambitu impensius nitet. B

CORPVS lucidum AB per foramen CD lumen profundat, obiectumque lumini planum sit EF, ductis ab extremitatibus corporis luminosi A & B per extrema foraminis C & D radiis AF, AK, BE, & BK: dico portionem luminis CKD exquisitam perfectamque esse per 8. definitionem huius libri, quòd scilicet omnium partium luminosi corporis radios excipiat: quare GH portio obuersi plani apprimè illustratur: hinc verò deinceps versus E & F, quò longiùs proceditur, eò semper planum EF illuminatur obscuriùs, siquidem puncta à G & H remotiora, extremisque E & F viciniora, à paucioribus semper partibus luminosi corporis lumen admittunt, quousque tandem ad extrema E & F totum imperfecti luminis decrementum terminetur, vbi nimirum à solis punctis A & B lumen superstes existit. C

Quod palàm fiet, si in eodem schemate inter puncta G & E signetur punctum aliud quodcumque, puta M, ab eoque per foraminis extremitatem D ad luminosum corpus recta agatur linea ML. erit namque LM extremus luminis radius eorum omnium, qui à portione luminosi corporis BL ad signum M pertinent: quare nullus à portione LA ad signum M radius luminosus assulget; quocirca non æquè lumen participat M atque G, minusque E quàm M, quippe E solius puncti B radium suscipit. Eademque in ceteris punctis quæ inter G & E signari possunt, est demonstratio. quæ namq; à G versus E remotiora existunt, parciore semper luminis affluentia perfunduntur; quod explicare propositum erat. D

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Qui ab extremitatibus corporis lucidi, per oppositas extremitates foraminis radij procidunt, inter foramen corpusq; lucidum se mutuò secant. E

SIT luminosum AB expositum foramini CD, per cuius opposita extrema C & D ab extremitatibus luminosi corporis A & B decussati procidant radij AC & BD: dico horum communem intersectionem E inter foramen corpusque lucidum incidere. Nam radij AC & BD, cum vtraque dimetiente foraminis, scilicet CD, lucentisque corporis AB, duo triangula constituunt, mutuò sese aduersis mucronibus respectantia AEB & CED: quorum bases AB & CD cùm maximè distent, necesse est ipsos vertices inter vtramque medios existere. Est porrò radiorum AC & BD intersectio E communis vtriusque trianguli vertex: illa igitur inter foramen corpusque luminosum cadit; quod erat demonstrandum. F

Si corporis luminosi atque foraminis dimetientes AB & CD æquales fuerint, erit E signum inter vtrumque exactè medium: si inæquales, erit E minori semper propinquius, vt

A vt ex 4. sexti Euclidis facilè potest demonstrari. Quare imminuto sensim luminoso, ipsa quoque communis radiorum intersectio E sensim adducitur, ac minore semper interuallo à corpore luminoso distat, quousque tandem indiuiduum fiat ipsum luminosum, hoc est adeò exiguum, vt si diuidatur in partes, hæ solitariæ sub sensum non cadant; quod sensibile indiuiduũ antè non semel nominauimus: hoc inquam si fiat, nullum quoque erit diuiduum interuallum à corpore luminoso ad radiorum intersectionem E. Quamobrẽ roborari etiam hinc potest, quod non semel hactenus diximus, à puncto videlicet luminoso secantes se radios prosilire non posse, vt nec parallelos, quippe à sola magnitudine ij proueniunt, quæ partes habet, vnde eiusmodi radij originem ducunt.

B
PROPOSITIO XC. THEOREMA.

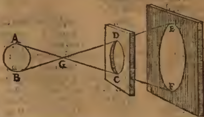
Si pari interuallo à foramine distent, hinc corpus lucidum, illinc directè obuersum planum, erit lumen plano exceptum corpore luminoso maius.

LVMINOSO corpori A B directè obuersum sit planum E F, ambo pari interuallo disiuncta ab interposito foramine C D; radij autem ab A
C & B per C & D in obuersum planum decussati penetrent A F & B E: dico lumen E F plano exceptum luminoso corpore A B maius esse. Quoniam enim directè opponi planum luminoso corpori supponitur, erunt A B & E F parallelæ, vt facilè colligi ex iis potest, quæ libro tertio ante propositionem 31. definiuimus: quare angulus A ipsi F angu-
D lo, & B angulus angulo E æqualis esse conuincitur per 29. primi Euclidis. Est verò A G B angulus angulo E G F æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur sunt ipsa A G B & E G F triangula: ideoque per 4. sexti Euclidis homologa sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur. Vti igitur A G ad A B, sic F G ad F E: sed F G ipsâ A G est maior, quoniam ex hypothesi A C æqualis est ipsi C F; at F G maior est quàm F C per proximè antecedentem proposit. igitur & ipsa A C maior est F G. Est verò A G minor eadem A C, vt pars totâ: itaque F G quàm A G multò est maior: quapropter ipsa quoque F E maior est quàm A B per iam citatam 4. sexti Euclidis; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

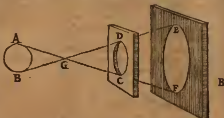
E
Luminis per foramen in oppositum directè planum transfusi perimetrus ambitu foraminis semper est maior.

ESTO corpus luminosum A B, cui directè obijciantur foramen D C, & planum E F. A luminosi autem corporis extremitatibus A & B per opposita extrema foraminis C & D radij, vt suprà decussati incedant A F & B E: dico lumen E F plano
F exceptũ perimetrum habere ampliorem, quàm sit foraminis ambitus. Quoniam enim radij A C & B D inter foramen corpusque lucidum sese intersecãt per 89. proposit. huius libri, sit intersectionis locus G: itaque iidem radij G C & G D ad planum vsque producti,



vbi plano ac foramine intercipiuntur, duo efficiunt triangula C G D & E G F, quorum ba-

ſes, foramen ſcilicet & planum, cùm parallelæ ſint ex hypotheſi, propter directum oppo- A
ſitionis ſitum, erit per 29. primi Euclidis angulus G D C angulo G E F, & G C D angulus ipſi G F E angulo æqualis; eſt verò G angulus vtrique triangulo communis: igitur æquiangula ſunt ipſa triangula, vt lemmate 4. huius libri eſt demonſtratum. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt G E ad G D, ſic ſe habet lumen E F ad foramen C D: ſed tota G E maior eſt ſua parte G D per communem notionem: igitur dimetiens luminis E F foraminis dimetiente C D eſt maior. Perimetri autem circulorum eam inter ſe rationem habent, quam dimetientes: Itaque luminis perimetrus ambitu foraminis maior eſt; quod erat demonſtrandum. B



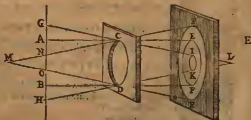
Ex quo perſpicuè apparet hallucinari illos, qui cùm videant ſolis ſplendorem per anguſtum foramen in oppoſitum parietem transfuſum, maiorem in modum ampliari, eius cauſam illam eſſe arbitrantur, quòd ſol foramine ipſo ſit maior. Vnde etiam colligunt ita ſe habere ſolis magnitudinem ad magnitudinem luminis in pariete ſpectati, quemadmodum ſe habet ſolis diſtantia à foramine, ad diſtantiam luminis. Inficiandum non eſt amplioris luminaris radios per idem foramen patentiùs circumquaque diffundi: at cùm ea ſola cauſa non ſit, cur transfuſum lumen augeſcat, latiuſque ſeſe expandat, non rectè ex hac apparentia magnitudo ſolaris corporis demonſtrari poterit. Accedit quòd quamuis ſol foramine minor exiſtat, imò verò ſit puncti inſtar, nihilominùs transmiſſum lumen ad obiectum parietem futurum ſit maius ipſo foramine. Rectène igitur hoc etiam dato ſolem foramine maiorem aduerſus hypotheſin pronuntiabis? C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

Perfectum lumen in obiectum planum per idem foramen tranſlapſum, ab æquali corpore luminoſo, æquale eſt; à maiore, minus; & à minore, maius. D



QVÆ ſuperiùs dicta ſunt, non de ſolo perfecto lumine, ſed de toto illo quod per foramen tranſlabitur, intelligenda ſunt. Perfectum verò illud lumen, de quo nunc tantùm agimus, non vno modo ſe habet ad foraminis amplitudinē: pro varietate enim corporis luminoſi quandoque foramini æquatur, quandoque minus eſt, quandoque maius, quandoque etiam in obiecto plano nullum eſt. E



Eſto in primis ſphæroides luminoſum, cuius diametrus A B, eique par magnitudine foramen C D: dico lumen E F plano directè oppoſito exceptum æquale eſſe foramini C D. Quoniam enim per ea quæ propoſitione 72. de vmbris ſunt demonſtrata, conſtat radios A C E & B D F parallelos eſſe: ſunt verò & A B, C D, E F parallelæ ex hypotheſi, nimirum propter ſitus directionem, erit C D E F parallelogrammum per ipſius definitionem: quare per 34. primi Euclidis aduerſa eius latera E F ipſi C D, hoc eſt lumen plano receptum, foramini eſt æquale; quod primò erat demonſtrandum. F

Sit deinde luminoſum, cuius diametrus G H, maius foramine C D: dico lumen I K in planum traductum foramine minus eſſe. Quoniam enim per 11. lemma huius libri radios G C & H D ad partem foraminis producti tandem congredi neceſſum eſt, ſit congreſſio-

A greſſionis ſignum L, idemque vertex luminis conoidis, cuius triangulum per axem C L D ſecans planum in I & K: cùm itaque parallelæ ſint C D & I K ex hypotheſi, erunt triangula C L D & I L K æquiangula per 4. lemma huius libri. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt L I ad L C, ita I K ad C D: ſed L I minor eſt quàm L C, nempe pars totâ: igitur & I K ipsâ C D, hoc eſt lumen quod in planum tranſcribitur, ipſo foramine eſt minus; quod ſecundò demonſtrandum erat.

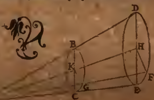
Præterea ſit luminoſum corpus N O foramine C D minus: dico lumen P R foramine C D maius eſſe. Siquidem per idem 11. lemma huius libri, radij P N & R D ad partes N O protracti tandem conuenient, eſto igitur conuenis punctum M, idemque vertex luminis B conoidis N U R P, cuius conoidis triangulum per axem ſit P M R, in quo cùm parallelæ ſint ex hypotheſi C D & P R, erunt triangula C M D & P M R æquiangula per 4. lemma huius libri: atque eapropter per 4. ſexti Euclidis, quemadmodum M P ad M C, ita P R ad C D: ſed tota M P maior eſt ſuâ parte M C: itaque & P R ipsâ C D, hoc eſt lumen exceptum plano, ipſo foramine eſt maius, quod tertio loco demonſtrari poſtulabatur.

Poſtremò ſi planum longiùs à foramine dimoueatur, ſic vt punctum L inter foramen planumque incidat, nulla perfecti luminis portio ad planum attinget: ſiquidem per 8. huius libri definitionem punctum L extremus eſt perfecti luminis terminus. Itaque quodcumque hunc terminum præteruehitur planum, nullo perfecto lumine irradiatur, ſed imperfectum ſolum lumen participat; quia ad id aliqui ſaltem luminis radij attingunt, C tametſi non ab omni parte luminoſi corporis profuſi; quod vltimò erat explicandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Si planum foramini parallelum fuerit, erit lumen puncti luminoſi, quod plano excipitur, eiuſdem cum foramine figuræ.

QVANDO iam partim ex natura radiorũ, partim ex propoſitione 85. & 86. huius lib. perſpicuè conſtat, lumen puncti per foramen prolapſum vel cunũ eſſe vel pyramidem, D propoſitum explicaturi, primum in cono, deinde in pyramide demonſtrationem inſtituemus.



Propoſitione 85. huius libri oſtendimus, ſi foramen circulare ſit, puncti lumen in figuram coni effingi. Eſto igitur punctum luminoſum A expoſitum foramini circulari B G C, illiuſque radij profundantur per foraminis ambitum ad planum E vſque D F E: dico lumen quoque plano exceptum, vti & foramen, circulare eſſe. Quoniam enim per 85. prop. huius libri conoides eſt lumen A D E, eſto eius axis A H per K centrum foraminis actus: ſunto etiam triangula per axem A H E & A H F: igitur cùm planum quo lumen recipitur ſit foramini parallelum ex ſuppoſitione, erunt quæ ex centris educuntur rectæ lineæ K C & H E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. ſunt namque K C & H E communes interſectiones, quibus triangulum per axem A H E, lumen plano exceptum ſimul ac foramen interſecat. Eodemque modo parallelæ erunt K G & H F, ac ceteræ item omnes, quæ ex centris ad eamdem tectam lineam à vertice ad circumferentiam baſis ductam terminantur: igitur æquiangula erunt triangula A K C & A H E; itemque A K G & A H F, per 4. lemma huius libri: quare per 4. ſexti Euclidis vt A K ad F A H, ſic K C ad H E: ſed vt A K ad A H, ita & K G ad H F, per eamdem 4. ſexti Euclidis: itaque vt K C ad K G, ita H E ad H F, per 11. quinti Euclidis. Eſt verò K C ipſi K G æqualis ex hypotheſi, quòd ſcilicet foramen circulare eſſe ſupponatur, cuius centrum K: igitur & H E ipſi H F æqualis erit per 9. quinti Euclidis. non enim illæ ſolummodò æquales inter ſe eſſe probantur rectæ lineæ, quæ ad eamdem; verùm etiam quæ ad æquales eamdem habent rationem. Cumque eodem modo æquales inter ſe oſtendi poſſint ceteræ omnes, quotquot ex centro H ad peripheriam luminis in plano fulgentis educuntur lineæ, neceſſariò conuincitur lumen ipſum circulare eſſe per circuli definitionem, eiuſdemque cum foramine figuræ.

Esto deinde multilaterum foramen B I G C, ceteraque eadem quæ suprà: dico & lu- A
men D L F E totidem similiumque esse laterum, atque æqualium angulorum. Quod
si ostensum fuerit, perspicuum erit lu-
minis figuram foraminis figuræ similem
esse per primam definitionem libri sexti
Euclidis.

Cùm verò duas conditiones ad figu-
rarum similitudinem Euclides eâ defini-
tione exposcat, nempe laterum analo-
giam, & angulorum æqualitatem: primò B
quidem ostendemus singula latera lu-
minis plano excepti singulis lateribus
foraminis proportionalia esse: deinde
& æquales esse angulos singulos singu-
lis qui homologis lateribus continentur: ex quibus tandem propositum per se explica-
tum probatumque habebitur.

Quoniam planum, in quod lumen procidit, ipsumque foramen sunt parallela ex
suppositione, erunt in triangulo A F E communes sectiones F L & G C parallelæ per 16.
vndecimi Euclidis: ideoque æquiangula ipsa triangula A G C & A F E per 4. lemma
huius libri: ac per 4. sexti Euclidis vt A G ad A F, ita G C ad F E. Sed vt A G ad A F, ita & C
G I ad F L per eamdem 4. sexti Euclidis, quod scilicet G I & F L æquè ac G C & F E
sint parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur per vndecimam quinti Euclidis vt G C
ad G I, sic F E ad F L. Eodemque modo demonstratio locum habet in ceteris omnibus
vtriusque figuræ lateribus: sunt igitur latera luminis in plano nitentis lateribus forami-
nis proportionalia.

Rursus quòd & anguli æquales sint, hoc modo demonstratur: Ductis C I & E L, quo-
niam triangulum A L E secat simul & foramen & planum, quæ ex hypothesi sunt paral-
lela, erunt quoque communes sectiones C I & E L parallelæ per 16. vndecimi Euclidis:
ac propterea triangula A C I & A E L æquiangula per 4. lemma huius lib. Quare per
quartam propositionem libri sexti Euclidis, vt A C ad A E, sic C I ad E L: igitur duo D
triangula C G I & E F L latera habent proportionalia; siquidem proximè ante ostensum
est duo latera C G & G I duobus E F & F L proportionalia esse. Quocircà per 5. sexti Eu-
clidis æquiangula sunt ipsa triangula. Angulus itaque C G I angulo E F L æqualis est. Sed
eodem modo ceteri, reliquis pares amplitudine ostendi queunt: igitur lumen plano ex-
ceptum, quod à puncto per multilaterum foramen traducitur, eamdem cum foramine
figuram sortitur; quod demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XCIIII. THEOREMA.

Si planum obliquum fuerit, erit figura luminis à puncto emissi obliqua sectio coni vel pyramidis. E



OC in primis supponendum videtur, foramen aut circulare esse, aut mul-
tilaterum: at propositione 85. ostensum est lumen à puncto luminoso
per circulare foramen coactum figuram habere conicam; per multilate-
rum verò foramen profusum, pyramidem æmulari, vt propositione 86.
demonstrauimus. Liquido igitur patet lumen à puncto dato luminoso
per foramen in obiectum à tergo planum effusum sectionem quamdam coni vel certè
pyramidis repræsentare, eamque obliquam, si planum obliquè luminosum conum vel
pyramidem secet.

Quot autem modis secari possit conus, docet Apollonius Pergæus initio libri pri- F
mi Conicorum elementorum, & nos libro quarto propositione sexagesima sexta com-
pendio exposuimus. De pyramidis autem sectione nihil attinet dicere, cum ea per se à
quouis vel mediocriter in Geometricis rebus exercitato satis superque explicari possit.
Itaque perspicuum quidem est id, quod proponebatur: at quando spectatum in obliquo
plano lumen Parabola sit, quando Hyperbola, aut quando Ellipsis, ex conicis sectioni-
bus ad discendum erit.

A PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Si foramen corpusq́; luminosum diuersæ fuerint figuræ, lumen plano exceptum foraminis simul ac corporis figuram imitabitur.

ESTO inquam sphæroides luminosum, quod per foramen quadrangulare lumen profundat: quoniam igitur lumen, quod à singulis punctis corporis luminosi deciditur, per quadrangulare foramen coactum, in obiecto
B plano quadrangularem figuram ostentat per præcedentem 93. propositionem, manifestè patet figuram totius luminis in planum profusi compositam esse ex innumeris basibus quadrilaterarum pyramidum, sibi mutuò incumbentibus: quarum mediæ quidem totæ sibi permiscentur, ideoque exquisitissimum lumen progignunt; extremæ verò circumcircà secundùm partes dumtaxat se inuicem complectuntur; quamobrem lumen in extremo ambitu remissius efficiunt.

Cumque extremæ hæ luminosæ bases ex iis punctis porrigantur, quæ in ambitu luminosi corporis existunt, hoc est in circuli peripheria, perspicuè sequitur luminis in plano nitentis figuram nec quadrangularem esse, neque exactè circularem; propiùs tamen ad circularem accedere: siquidem infinitæ quadrangulares figuræ eo modo dispositæ,
C vt omnium centra in eamdem circuli peripheriam incidant, circulum propiùs imitantur quàm quadrangulum; quòd nimirum ipsæ quoque angulorum prominentiæ in orbem digestæ sint, atque eapropter in perfectum circuli ambitum continuari videantur.

CONSECTARIVM.

Sol per quadrilatera profluens, non rectis lineis figuram describit; sed circulum propiùs æmulatur.

D HVIVS rei luculentissimum experimentum in cratibus videre licet, per quarum angulos radij solis in obiectum parietem prolapsi, circulum verius quam quadrangulum describunt. Cuius geminam causam Philosophus in problematis, sectione 15. quæst. 5. persuadere conatur his verbis: 1. *An quòd aspectuum procidentia turbine agitur: turbinis autem basis in orbem se colligit: quamobrem quocumque rady solis incurrerint, nimirum circulares apparent.* 2. *An quòd solis quoque figuram rectis lineis contineri necesse est: siquidem rectis rady proueniunt.*

Verùm non est hoc loco Philosophus, meo quidem iudicio, genuinam apparentiæ causam assecutus. nam quod primò assumit, *aspectuum*, seu luminis, *procidentiam turbine fieri*; verum quidem subinde est, at non omnino: etenim radij qui a puncto corporis luminosi quaquaversus porriguntur, non ad circulare tantùm, sed ad cuiusuis figuræ cor-
E pus sese adiungunt. Non itaque *quocumque rady solis incurrerint, in orbem sese colligunt*: sed nunc quidem eo modo, aliàs alio. Cùm verò à toto luminoso corpore in vnum quodpiam punctum lumen procidit, nec sic quoque turbinis figuram perpetuò lumen adsciscit, sed eam, quam luminosum corpus variam suggerit. Non fit igitur vniuersè in modum coni luminis procidentia, quod Aristoteles assumit.

Deinde in altera responsione partem quidem assignat veræ causæ, nimirum orbicularem solis figuram, quam rectà promissi luminis radij vndique cingunt. at quo pacto hinc effectus ille consequatur nequaquam ostendit. Non enim satis est ad propositi explicationem solis figuram circularem esse, lumenq́; rectis lineis efferri, nisi etiam ostendatur, quo pacto per cratium angulos lumen prolapsum hebetetur, atque ab angulo-
F rum processibus sese retrahat, sicque corporis potius luminosi quàm foraminis schema affectet, cratium figura repugnante.

Ioannes Archiepiscopus Cantuariensis in sua perspectiua communi huius effectus causam ex propria sententia ita describit: *Sciendum est igitur figuram sphæricam luci esse cognatam, & omnibus mundi corporibus principalioribus consonam: vtpote naturæ maximè seruatiuam, quæ omnes suas partes suo intimo perfectissimè contingit. vnde & scintilla in rotunditatem incidit. Ad hanc igitur lux naturaliter mouetur, & eam protelata distantia paulatim acquirit.* Quibus verbis lumini eam proprietatem attribuit, quam ceteris quidem corporibus; at maximè conspicuè aquæ hydrargyroque inesse videmus, vt sese in orbem

colligant, ea nempe figura, qua ipsorum partes minimè distrahuntur, seque efficaciùs A
aduersus hostiles qualitates tueantur.

Sanè si quidpiam extaret lumini aduersum, quod eius actionem pessumdaret, ipsique luminoso interitum machinaretur, dicere oporteret lumen non modò per foramen quadrilaterum transmissum rotundari, sed etiam parcissimè sese effundere, semperque naturæ ductu originem repetere, imò vix septa corporis luminosi transilire. Verum cùm lumini nihil penitus aduersetur, sed omnia lucis vsuram expetant, ceu vitæ omnis auctricem & conseruatricem, ratio suadet, vt eius profusionem nullo modo coarctemus, quin potiùs, quod oculis omnino cernimus, fateri oporter, lumen omnium maximè sui esse diffusiuum, suamque actionem longissimè latissimeque, atque in omnem B
circum partem diffundere, ne quid sit quod eius beneficio appulsu destituatur.

Est igitur huius rei ea causa, quam paulò ante diximus: nempe quòd illuminationum pyramides, quæ à singulis punctis solaris corporis per quadrilatera ctarium foramina procidunt, in orbem disponantur: at enim earum axes iuxta foramina decussati, hinc vertices, illinc centra basium attingunt: quapropter circulum ex vtraque parte complent, quorum alter solarem orbem, alter eum locum plani occupat, ad quem soli axes pyramidū attingunt. Hunc porrò circulum extantes circumcircà basium portiones ambiunt: ex quo nimirū fit, vt totum lumē, quod plano excipitur, circulū æmulari videatur.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA. C

Si foramen corpusq́; luminosum figuram quidem eamdē habuerint, at non eumdem situm, erit luminis plano excepti figura mixta.

QVOD superiore propositione figurarum dissimilitudo, hoc in præsenti efficit similium figurarum respectus situsque dissimilis; vt si triangulare luminosum foramini item triangulari ita opponatur, vt anguli vnius alterius lateribus respondeant, dico fore, vt lumen plano exceptum hexagonam formam quodammodò imitetur. Erit enim luminis figura ex innumeris basibus trilaterarum pyramidum composita, quæ quidem omnes triangulares erunt, atque in triangularem ordinem digestæ, sed ita vt non idem sit ordinis atque basium re- D
sponsus: hæc enim contrariè quodammodò se habent; nam basium latera angulis triquetræ dispositionis respondent. Erit itaque figura luminis velut hexagona, qualis conflatur ex plurimis triangulis in trilateralem ordinem contrariè dispositis. Si quadrilateræ sint figuræ corporis luminosi atque foraminis, lumen in plano nitens octogonam figuram affectabit. Atque eodem modo se res habebit in ceteris, præterquam in circulo, qui ad alterum circulum eumdem semper habet respectum, nisi obliquetur: at hoc etiam casu transmissum lumen planoque susceptum à vera coni sectione nonnihil desciscet, propiusque ad circuli rotunditatem accedet, sicque mixta semper erit apparentis in plano luminis figura; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA. E

Si foramen corpusq́; luminosum figurâ dissideant, quò propius erit foramen luminari, planumq́; remotius, eò perfectiùs transmissum lumen figuram lucidi corporis æmulabitur.

ORGANICE primùm eius rei periculum fiet, si tabula lignea comparetur palmi vnius aut plurium magnitudine, in cuius medio bractea ænea committatur, tenui foramine perforata: huic enim si vna ex parte lucerna, ex altera candida charta opponatur rectò ordine, sic vt flammulæ lumen per foramen in chartam transpateat: dico si foramen chartæ pro- F
pinquius fuerit, lumen figurâ magis foraminis apparere; si verò contrà foramen lucernæ fuerit propinquius, formam flammæ distinctiùs chartæ impressam spectari. Quod idem in cratibus videre est lucente sole. Illis enim cùm planum propius admouetur, anguli exacuuntur, nitidiusque figura transennæ conspicitur: aucto verò interuallo, anguli hebetantur, formamque circuli affectant.

Nunc si quis rationem postulet, cur id fiat, illam eamdem dabimus, quæ modò est explicata: nempe quia luminis configuratio nequaquam simplex est atque vnius modi,

A sed ex duabus mixta, foraminis scilicet corporisque luminosi, fit, vt cùm planum foramini propiùs admouetur, euidentius perspiciatur id quod foramen de sua confert figura in illam radiorum miscellam; idque cum aucto interuallo depereat, cratium forma oblitescit, hocque iam sensim incipit apparere, quod à corporis luminosi figura proficiscitur.

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Formæ per foramen transparentes, inuersæ cernuntur.

B SI fenestris omnibus obseratis obscurum reddatur conclaue, tenui tantùm relicto foramine per quod externo lumini aditus pateat, formæ externarum rerum, quas solus splendor foris illustrat, in obscurum locum vnà cum lumine subeunt, obiectáque chartâ, in ea velut propriis lineamentis expressæ conspiciuntur, subobscuriùs tamen quàm res ipsæ sint, propter luminis translapsi imbecillitatem; cuius rei libro primo propositione 42. mentionem fecimus: nunc autem cur inuerso situ imago appareat, altiùs est repetendum, proprióque fundamento stabiliendum.

Cùm propositione 89. huius libri ostensum sit, eos luminis radios, qui ab extremitatibus corporis luminosi per oppositas extremitates foraminis procidunt, inter foramen corpúsque luminosum sese intersecare, perspicuum est hos ipsos, posteaquam fora-
C men prætervecti fuerint, in contrarias partes abire: quo fit, vt formæ earum rerum, quæ luminis ope per foramen deferuntur, permutata incedant via, atque in postpositum planum incurrentes, externis rebus contrariè respondeant, sic vt superior pars infrà, & inferior suprà; dextraque sinistrorsum, ac sinistra dextrorsum tendat. Ea est enim secantium sese linearum natura conditioque, vt ab intersectionis loco situm permutent, longiúsque productæ in contrarias partes abscedant: quare & in eas quoque res quadrat hæc proprietas, quæ rectis lineis feruntur, vt sunt lumen atque aspectabiles formæ.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

D *Formæ, quæ post trans-foramen apparent, interdum rebus ipsis æquales, aliàs vel maiores, vel minores existunt.*



STO A B res quæpiam aspectabilis, cuius forma luminis beneficio per foramen C D transpareat radiis decussatis A H & B K, quorum commune intersectionis punctum sit E: igitur si planum aliquod rei aspectabili parallelum post foramen cõstituatur, ac primò quidem in F G, vbi sunt
E radiorum segmenta E F & E G segmentis E A & E B æqualia; dico formam rei A B plano F G terminatam ipsi A B æqualem fore. Quoniam enim parallelæ sunt A B & F G ex hypothesi, erit angulus A angulo E F G æqualis, & B angulus æqualis ipsi E G F angulo per 29. primi Euclidis. Est verò & reliquus reliquo ad signum E æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur sunt ipsa triangula A E B & F E G: quare per 4. sexti Euclidis erit vt A E ad E F, sic A B ad F G: sed E F ipsi E A est æqualis ex suppositione. Itaque & F G ipsi A B conuincitur æqualis, quod erat propositum.

F Deinde si planum longiùs dimoueatur, vt in H K, vbi nimirum est E H maior quàm E A: dico & formam H K re ipsa A B maiorem fore. Cùm enim, vt suprà, ostendi possint æquiangula triangula H E K & A E B, erit per eandem 4. sexti Euclidis, quemadmodum E H ad E A, sic H K ad A B: sed E H supponitur ipsâ E A maior: igitur & H K ipsâ A B maior erit.

Demum si propiùs ad planum adducatur, vt in L M, vbi est E L quàm E A minor; simili prorsus modo demonstrabimus & L M formam re ipsa A B minorem esse; quod erat præstandum.

FRANCISCI AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM
LIBER SEXTVS
DE
PROIECTIONIBVS:



ARGVMENTVM.



AMETSI fateri oportet, ea quæ ſuperioribus quinque libris ſunt pertractata, magnam habere & voluptatem & vtilitatem; hæc tamem pars, quæ de Proiecturis eſt, longè habet maximam. Etenim poſt Geometriæ elementa, quæ in Mathematicis rebus principatum tenent, neſcio an quidpiam extare poſſit aliud, quod vel per ſe iucundius ſit, vel æquè ceteris diſciplinis deſeruiat. Nam Aſtronomus, Coſmographus, Architectus, belli Dux, Nauarchus, Pictor, Cælator, & ſi qui alij his ſubijciũtur artifices, huius ſcientiæ præſidio deſtituti ratiocinari quidem vtcumque poſſunt, multaq; verbis inani faſtu iactare, vt plurimùm imperiti ſolent: at velut truncati manibus, præſtare

omnino

A *omnino nihil. Quod quidem longum fortasse putabitur in singulis propria ratione demonstrare: non exiguum verò pretium huic nostræ operæ constitutum fore arbitror, si ostendero præcipuas illas Matheseos facultates, nobilissimasque Reipublicæ artes, è Proiecturis traxisse originem.*

Atque in primis, vt ab Astronomiæ scientia ordiamur, quæ ceteris dignitate præstat, recensitis eius primordiis atque incrementis, facilè quiuis perspiciet non minimam eius partem in Proiectionum rationibus positam esse. Maiores nostri (sic enim fas est B *credere) animi primùm oblectandi gratia cælum suspexerunt, vt nimirum siderum varietate ac nitore oculos mentemque pascerent. Deinde quæ in astrorum lationibus ipsi obseruarunt phænomena, posteris velut theses longo vsu probatas commendarunt. Hi posteà eorum, quæ à maioribus acceperant, veraque ipsi compererant, causas inuestigantes, cùm eas propter obiectorum longinquitatem assequi pro arbitratu non possent, hypotheses ipsis thesibus substituerunt, hoc est, ea in cælis mente cõfinxerunt, quæ quidem in se nihil à ratione alienum haberent, iis autem positis apparentes effectus conse-* C *qui necessum esset. Sic inquam Astronomi non tam quid in cælo reipsa fit, quærunt, quàm quibus positis saluari possint phænomena. Cumque in earum hypotheseon explicatione laborarent, nec quod ipsi animo præcipiebãt, id aliis æquè inculcare possent, solidos quosdam globos efformarunt ad amussim sphæricos, in quibus vniuersam cæli faciem, variosque circulos velut à motu astrorum relicta vestigia consignarunt. Quod inuentum Atlanti primùm acceptum fertur; qui cum illud posteà Græcos docuisset, magnam inde consecutus est gloriam, quòd cælum velut humeris sublatum in Græciam deportasset. Tum verò sublimiori quodam artificio solos ipsos circulos mutuis inter-* D *sectionum locis commiserunt in modum sphæræ, quæ resecta globi soliditate aspectibus peruia esset; inque eius medio terram axe transfixo collocarunt, vnde apertiùs cæli motiones atque aspectus cognoscerentur. Quæ res eousque progressum habuit, vt pluribus orbibus in vnum impactis totam cæli harmoniam organicè spectabilem exhiberent. Hoc verò in opere Syracusius ille summo ingenio vir Archimedes ceteros facilè antecelluit, de cuius vitreo opere hos elegantissimos versus cecinit Musa Claudiani.*

Iuppiter in paruo cum cerneret æthera vitro, Claudian. Epigr. 18.
Risit, & ad superos talia dicta dedit:
E Huccine mortalis progressa potentia curæ?
Iam meus in fragili luditur orbe labor.
Iura poli, rerumque fidem, legesque Deorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
F Et simulata nouo Cynthia mense redit.
Iamque suum voluens audax industria mundum
Gaudet, & humana sidera mente regit

Verùm necdum ex satiata tam præclaris inuentis hominum industria, cùm animaduerterẽt crassos hos corporeosq; circulos minùs idoneos esse, quibus exactè demonstrarentur astrorum ortus, occasus, distantiæ, situs, aspectus, congressiones, oppositiones, accessus, recessus, ceteræque motiones; quæ certa lege, definito tempore, ac propriis locis suas ab-

soluunt

*soluunt periodos, abstrusa quadam inuestigatione, longeque à sensibus dissita Astrola- A
bia, Horolabiaque, & Gnomones, & quadrantes, sola regula normaque, ac circino pla-
nis tabulis inscribere didicerunt; quæ profectò nil aliud erant, quàm cælestes circuli ac
signa in planum proiecta. Quantam autem eæ proiectiones vtilitatem rei Astrariæ at-
tulerint palàm omnino est, nec quisquam adeò parum illius est gnarus, qui testari inge-
nuè non debeat, eas & ad accurratissimas schematum delineationes, & ad omnem de-
monstrandi rationem fuisse non modò vtiles, verùm etiam apprimè necessarias. Ha-
rum namque ope cælestes obseruationes, quæ antè rudi quodam modo tradebantur, ad B
exactum calculum minutissimarum partium sunt reuocatæ. Et quamuis cælestes circuli
in solido globo descripti, perfectiùs quàm in plano cæli imaginem præ se ferant, propter
figuræ rotunditatem torno elaboratam; tamen ob exquisitissimam formam, quam ha-
bere globus ipse debet, difficillima redditur eius constructio, vt vix quisquam perfe-
ctùm se globum aliquando consecutum sperare audeat, ac proinde nec circulum in eo
vnquam valgo aut varo circino accuratè decircinasse. In plano autem quis non videt
lōgè præstantius quidquid libuerit designari, cùm circinus regulaque, certissima sint ad C
planas descriptiones instrumenta? Præterea non omnes circuli, qui in sphæra ad astro-
rum quæstiones explicandas necessarij sunt, in solido globo describi possunt, quales nimi-
rum sunt paralleli horizontis, quos altitudinum circulos vocant, & verticales, itemq;
illi qui cælestes domos discriminant, & quicumque demum mutata cæli plaga, pariter
situm constitutionemque mutant. Quare hoc etiam nomine vtilissimas existimare opor-
tet Proiectionum leges, quòd his ea omnia ac longè etiam plura in planis tabulis facilè,
accuratè, & compendiosè inscribi possint. Quamobrem si non licet, aut minùs lubet in-
tegrum Astrolabium seu Planisphærium circumferre, satis erit regula ac circinus, quo- D
rum ope ex Proiectionum institutionibus, quicumque sphæræ circuli extemplò describi
possunt. Proposita itaque quæstione, cuius solutio ex sphæra pendeat, si nec sphæra, nec
Astrolabium præstò sit, cuius beneficio quæstio elucidetur, in assumpta charta illi tan-
tummodò circuli designari è vestigio poterunt, quorum vsus ad propositam quæstio-
nem postulatur, cæteris prætermissis. Neque enim id necesse est, vt is qui rationem tenet
describendorum in plano omnium circulorum, sphæram vel Astrolabium semper penes
se habeat, cùm ex ea arte quam possidet, queat nunc hos, nunc illos circulos pro libitu re- E
præsentare. sic verò paucorum circulorum descriptione consequemur id, cuius gratia
Planisphærium circumgestare non sine graui molestia oporteret. Ac multò etiam perfe-
ctiùs solo circino ac regula, quàm per Astrolabium ea omnia peragemus: siquidem pluri-
ma Astrolabia imperfectissimam habent deformationem, qualia illa sunt, quæ ex impres-
sis chartis tabellæ agglutinatis concinnantur. Humectatæ siquidem chartæ distendun-
tur, sicque lineamenta non parum à vero situ discedunt. Quæ verò in æreis scalpuntur
laminis, tametsi videantur punctim elaborata, hoc tamen habent incommodi, quòd pa-
ralleli circuli, qui per singulos gradus, atque etiam minuta ducendi erant, omitti debeant F
propter loci angustiam. Sunt autem illi omnes pernecessarij, vt exquisitè omnia ostendi
possint, quæ in Astrolabij vsu continentur. Si quid enim propositum sit, cuius demon-
stratio eorum circulorum assumptionem deposcat qui in Astrolabio prætermittuntur,
necesse est eius vsum hac in parte incertum esse ac diminutum. Nam ad prudentem
oculorum æstimationem confugiendum erit, magisque coniectura assequi id quod quæ-
ritur oportebit, quàm certa necessariaque demonstratione: & si illorum dumtaxat*

circu-

A *circulorum vsus percipi potest, qui in eo pauci expressi cernuntur, manifestum est Astrolabij vsum angustissimis terminis circumscribi. Quare propositum nobis hoc libro erit amplissimas omnium Proiectionum leges sancire, quarum periti omnes sphæræ circulos in planum transcribere vniuersè poterunt: vnde eadem, quæ & sphæræ Astrolabiique vtilitas longè vberior emanabit. Atque hæc sanè maxima est Proiectionum dignitas, quòd, qui earum rationem teneat, cælum secum deferre videatur. Patet itaque iam quantum ad rem astrariam momenti habeat Proiectionum scientia; quod* B *primo loco ostendisse oportuit.*

Nunc ad Cosmographiam veniamus. Hæc duobus constat: Historia & Delineatione. Historia docet quo pacto infimus iste vniuersitatis orbis in maria primùm ac patentes terras distribuendus sit. Deinde in cõtinente, quæ regna, quæ prouinciæ, quæ vrbes, quæ promõtoria, quæ littora, qui sinus, qui isthmi, qui montes, quæ plana, quæ flumina: extra verò quæ insulæ, quæ freta, quæ vada, qui scopuli, qui vortices, & quæ sunt reliqua eius generis, quibus item hæc omnia sita sint locis, & sub qua cæli plaga. Quæ omnia C *ad Proiecturarum institutum minimè pertinent. Est verò Proiecturæ velut propria soboles Delineatio, quæ primùm quidem in solidis globis instituta fuit: at cùm ij circumferri sine magno incommodo non possent, ad planas chartas, quas Mappas vulgus à similitudine appellat, translata fuit, docuitque ea omnia quæ in solido globo designantur, sic in planum repræsentando describere, vt velut in propria imagine partium omnia vera loca ac situs accuratissimè dignoscantur. Quod multis quidem modis factitatum esse ex illis Mappis constat, quæ à varijs variè conscriptæ passim venales prostant. Quarum omnium rationes descriptionumque modos, nos etiam hoc libro tradere* D *instituimus. In præsenti autem satis omnino factum esse arbitramur, si constet Proiectiones in rebus cosmographicis plurimùm desiderari.*

Simili quadam ratione ostendemus & ad Architectonicam Proiectiones fuisse pernecessarias, si ædificiorum origines ac progressus altiùs repetamus. Viuebant olim primi mortales beluarum ritu palabundi, per auia montium atque siluarum dispersi, sub patulis arborum frondibus ferina contenti alimonia: cùm cæli inclementiam crebrò experti, id magno certatim studio agere sunt aggressi, vt se suaque aduersus externas iniurias tuerentur; solis ardores, pluuias, niues, grandines, tectis, ventorum procellas parietibus E *arcerent: quos, qui ceteris ingenio præstabant, ex arborum ramis terra defixis intextisque, ac luto illitis conficiebant; quæ prima fuere artis structoriæ incunabula. Hos verò qui proximè sunt secuti, minimè contenti iis initiis, quæ ad humanæ vitæ conseruationem necessaria erant, ad ea quoque animum appulerunt, quæ ad expeditas commoditates non parum conducere experientia in dies edocebat. Hinc primùm tuguriola, humilesque attegiæ, ac rusticana mapalia; deinde ædiculæ, tum domus ampliores; exinde vici, demum oppida frequentesque vrbes, ad priuatum & communem vsum constructæ fue-* F *runt: aduersus autem hostiles insultus machinæ, tormenta, castra, propugnacula. Atque in hunc modum parentes nostri partim consiliis prudentium virorum permoti, partim disertorum orationibus deliniti, à fera agrestique vita ad humanum ac ciuilem cultum sunt traducti. In omnibus verò quoad per bonos mores licuit, ea semper parsimonia adhibita fuit, quam Natura hominibus à prima origine insevcrat, ac ratio seruandã præscripserat. Porrò cùm iam rerum omnium affluentia atque otio abundarent, à commoditatibus ad voluptates, à frugali vita ad lautitiem, à bonis honestisque moribus ad omne flagitio-*

*flagitiorum genus sunt prolapsi; & necessitati fecisse satis leue quidem existimarunt, A
commoditati autem prospexisse ingratum, nisi ea quoque molirentur, quæ vel ad corpo-
ris mollitiem splendidamque habitationem facerent, vt sunt, porticus, palatia, thermæ,
aquæductus; vel ad singularem animi voluptatem, vt amphitheatra, circi; vel ad no-
minis amplitudinem, decusque stemmatis, vt pyramides, columnæ, obelisci, trophæa, ar-
cus triumphales, mausolea; vel ad deorum cultum ac venerationem, vt aræ, delubra,
templa. In quibus præcipuè admirari licebat immanes operū moles, miraculosas substru-
ctiones, insanas altitudines, stupendos fornices. Quæ magna illi ædificabant, vt posteris B
magni esse viderentur. Verùm cùm hæc ad effectum perduci non possent, nisi conceptus
animi, quas Ideas vocant, externis quibusdam imaginibus iis artificibus repræsenta-
rentur, qui ad perficienda opera necessarij essent: hinc primùm ex solida materia conce-
ptum opus construere cœperunt, minori quidem forma, at partibus omnibus absolutum
ceu ideam quādam breuioribus modulis ad viuum expressam: pòst minori quidem im-
pendio, pari verò vtilitate chartis vniuersum opus inscribere didicerunt, adiuti
Proiectionum scientia. Cumque hac ratione non possent simul omnes structuræ facies C
simplici aspectui exhibere, primùm substructionum lineamenta velut insistentis operis
vestigium ichnographicè designarunt, vt omnium partium responsus, situs ac interualla
vnico intuitu apertè cognosci possent: deinde assurgentis fabricæ singulas per se facies
quasi directè obuersas ex Orthographices præceptionibus depinxerunt. Est porrò Or-
thographice frontis obuersæ imago, vt infrà docebimus. Demum Scenographices præsi-
dio, quæ frontis simul & abscedentium laterum adumbratio est, vniuersum opus ex
partibus compositum, quantum eius vnicus intuitus complecti poterat, spectabile fece-
runt, vt quales futuræ essent ædificiorum distributiones, qualis omnium membrorum D
consensus atque commensus, rectiùs posset æstimari. Hæc sanè præparamenta eò specta-
bant, vt Architecti futura prospicerent errata, & paruo dispendio antè cauerent,
quàm instituerent ædificia, ne factis operibus, grauia incommoda posteris relinqueren-
tur. At quid obsecro hæc sunt aliud, quàm solidorum ædificiorum proiectiones, seu for-
mæ in planum transcriptæ? Vides ergo, quantum eæ ad Architectonicam sint necessariæ.
Vnde Vitruuius l. 1. c. 1. Optices non ignarum vult esse Architectum. Ego verò puto
earum vsum in re structoria tanti esse momenti, vt qui eas ignoret, non possit iure se
profiteri Architectum.* E

*Nec minùs ad res faciunt bellicas, quarum vsus Ducem postulat in designationibus
& peritum & exercitatum. Cùm namque bellicæ scientiæ proprium sit, quouis in loco
diiudicare, quibus præsidiis sese tueri milites quàm optimè possint, hostique grauissima
damna inferre, Duci incumbet munitionum, propugnaculorum, machinarum, cetera-
rumque extructionum, quæ aduersus hostiles impetus parandæ erunt, commodas ideas
animo concipere, earumque formas minoribus modulis expressas artificibus præstare,
qui posteà de fundo, de materia, de firmitate, deque iis omnibus quæ ad executionem F
pertinent, ex propriis Architecturæ principiis statuent. Præterea oportet belli Ducem
topographicis & chorographicis descriptionibus non mediocriter instructum esse. ex
his enim tota ratio ducendi exercitus pendet. At hæc omnia ad proiecturas propriè spe-
ctant: igitur liquidò constat eas & ad bellicam administrationem omnino esse ne-
cessarias.*

Sed & iis qui longos maris tractus enauigāt, peropportunus est Proiectionum vsus.

Nisi

A Nisi enim expeditam illarum notitiam Nauarchi habeant, fieri nequit, vt ad præstitutos terminos nauigia dirigãt: siquidem ex cælestium phænomenon obseruationibus, locorum longitudines latitudinesque perdiscuntur; at illæ præcipuè habentur Astrolabij & Quadrantis adminiculo, descriptisq. identidem in plano cælestium lationum circulis, vt eorum collatione habitudines inferiorum locorum per incognita maria dignoscantur. Quamobrem ad Nauarchos pars aliqua Astronomiæ & Cosmographiæ pertinet, vtpote quorum interest cælestes apparentias non paucas perspectas habere, ac maritimo-
B rum locorum designationes facere, quæ cum partibus continentis aptè cohæreant.

De Pictoria nil attinet dicere, cùm per se constet propriam eius definitionem non esse aliam, quàm solidorum in planas tabulas proiectionem. Porrò cùm quatuor sint Picturæ partes, Delineatio, Lumen, Vmbra & Color, non intelligo eam, quæ colores temperat, appositeque rebus accommodat; sed tres reliquas, ac præcipuè, γραφικήν, hoc est Designationem, quæ Anaglyptices, & Sculptoriæ, & Cælatoriæ, & Statuariæ, & Plasticæ est mater. Quare has etiam artes perspicuũ est ex Proiectionum rationibus pende-
C re. Nam qui signa facere instituunt, primùm planas eorũ delineationes calamo, creta, aut carbone ducunt: deinde è cera aut figulina proplasmata effingunt, quibus propositum veriùs adumbrant: tum ad horum similitudinem signa ipsa quàm possunt accuratissimè perficiunt. Sic Pasiteles facere erat solitus, teste Plinio lib. 35. cap. 12. qui cùm esset in his artibus summus, nihil fecit antequam finxit. Igitur ectypa ex protypis fiunt, hæc verò ex designationibus, quæ vox propria vsurpatione Proiectiones significat.

Ex his satis superque constare arbitror, quantum momenti ceteris Mathematicæ disciplinis adferat scientia Proiectionum. quod ita per singulas ostendisse oportuit, vt
D quisque intelligat, sibique persuasum habeat, eâ ignoratâ nullam omnino Matheseos partem ex fundamentis posse adquiri; vti contrà, eum qui illam percalleat, nullo in posterum indigere præceptore, cùm principia habeat, quorum præsidio mathemata omnia, quantumuis ardua, attingere possit, sibique etiam plurima velut propriæ inuentionis fœtus adscribere.

Vt verò in re tam præclara atque vtili non oscitanter pauca duntaxat, eaq; leuiter perstringamus, ante omnia lemmatia quædam, vt superioribus libris; deinde prænotationes quasdam præmittemus, quæ omnibus Proiectionibus vniuersè deseruiant:
E tum ad singula genera descendendo, proprias cuiusque regulas explicabimus. Ex quarum præceptione, tametsi nullo negotio poterit Lector quidquid libuerit in quoduis planum suopte ingenio transcribere; tamen non pigebit varijs exemplis illarum regularum vsum ostendere, vt illis quoque consulamus, quibus ingenium vel tardius, vel obscurius, vel minùs laboris patiens nouerca natura largita est. Denique varia quoque consectaria sparsim adiungemus ad vsum accommodata, vt ex illis Lector similia colligere
F addiscat. Ac speciatim docebimus omnia quæ in Pictoriæ arte rectis aut circularibus lineis continentur; in planas tabulas expeditè transferre; quouis item Proiecturæ genere omnes sphæræ circulos repræsentando designare; rursus quasnis Astrolabiorum formas conficere, non tantùm quæ ad vsum; verùm etiam quæ animi tantùm gratia describi possunt; denique Horologiorum solarium varias praxes proponemus, hactenus inusitatas; non vt vulgares supprimamus, quas suspicimus & ambabus vlnis amplectimur: sed vt ampliorem campum aperiamus, quo Proiectionum studiosi liberius vagari possint; quod & singulari ipsorum voluptate futurum confidimus.

 A

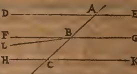
LEMMATA.

LEMMA I.

Si recta quædam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemq́; plano.



Esto vt recta A B C in quotcumque parallelas rectas incidat lineas D E, F G, & H K: dico has omnes in vno eodemque plano existere. Vnum enim in B primis est planum, in quo D E, H K, & A C distenduntur per 7. vndecimi Euclidis: in hoc ergo plano si negetur esse ipsa quoque F G, concedatur punctum eius F sublime esse. A puncto verò B in ipso plano recta ducatur B L ipsi A D parallela; quod fieri posse docet Euclides libro 1. propositione 31: erunt igitur ambæ B F & B L eidem A D parallelæ, hæc quidem ex constructione, illa verò ex hypothesi: quare & inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis; quod absurdum est, ac parallelarum conditioni repugnans, cùm in idem punctum B vnà congrediantur. itaque fieri nequit vt F B à plano, in quo sunt D E & H K, C discedat. Quocirca si recta quæpiam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemque plano; quod erat demonstrandum.

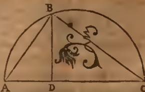


LEMMA II.

Si à circuli peripheria ad diametrum perpendicularis ducatur, hæc inter diametri segmenta mediam proportionem habebit.



A circvli inquàm peripheria A B C, ad ipsius diametrum A C recta ducatur B D, ad normam rectosque iuxta D angulos: D dico B D proportione mediam esse inter A D & D C; vtq; A D ad D B, sic esse eamdem B D ad D C. Iungantur enim A B & B C: quoniam igitur per 31. tertij Euclidis angulus A B C in semicirculo rectus est, erunt per 8. sexti Euclidis, quæ ad perpendicularem triangula A B D & B D C, inter se similia: quare per primam definitionem sexti Euclidis, quemadmodū in triangulo A B D, A D ad D B; sic se habebit in triangulo B D C, B D ad D C: igitur B D perpendicularis, eadem quoque est inter diametri segmenta A D & D C proportione media; quod erat de- E monstrandum.

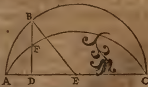


LEMMA III.

Si recta quædam linea sit media proportionalis inter eius, cui secundùm normam adiungitur, segmenta, adiuncta extremitas in circulum cadet, cuius diametrus illa est, ad quam applicatur.



Hæc propositio parum aut nihil distat à quarta propositione libri primi Sereni Antinsensis Mathematici, estque conuersio præcedentis lemmatis. Demon- F strari autem potest hoc modo: In rectam A C recta incidat B D secundùm normam, sitque B D inter A D & D C proportione media, ita vt quemadmodum A D ad B D, ita se habeat eadem B D ad D C: dico signum B circuli peripheriam attingere, cuius diametrus sit A C; ideoque circa ipsam A C per punctum B semicirculum describi. Ipsa namque A C bifariam secetur in E: quoniam igitur per 5. secundi Euclidis rectangulum



A lum A D & DC cum quadrato D E, æquale est ei quod ab A E quadrato; estque per 17. sexti Euclidis rectangulum A D C quadrato B D æquale, erunt quadrata B D & D E simul sumpta quadrato A E æqualia: sed eadem quadrata B D & D E sunt æqualia quadrato B E per 47. primi Euclidis; est enim angulus B D E ex suppositione rectus: quare per communem notionem quadrata A E & B E inter se sunt æqualia, ac proinde ipsæ quoque rectæ lineæ A E & B E sunt inter se æquales. est verò A E æqualis ipsi E C ex constructione. igitur & B E ipsi E C est æqualis per eamdem communem notionem: quocircà per circuli definitionem tria puncta A, B & C in circulum cadunt, cuius centrum E, ac diametrus A C; quod demonstrandum erat.

B Potest verò & ab incommodo idem confirmari. Nisi enim circulus sit is qui per A B C incedit, necesse est verum circulum, aut supra aut infra B perpendicularem B D intersecare: secet igitur eam in F. Quoniam itaque A F C circulus esse asseritur, cuius A C diametrus, erit F D media proportionalis inter A D & D C per præcedens lemma: at ponitur B D inter A D & D C proportione media: igitur vtraque B D & F D ad A D vel D C eamdem habet rationem: quare per 9. quinti Euclidis æquales sunt inter se B D & F D, nempe totum suæ parti, quod absurdum est: nequit igitur circulus circa A C velut diametrum descriptus alio in loco quàm in B, perpendicularem B D attingere; quod probasse oportuit.

LEMMA IV.

C *Cùm recta linea è sublimi in planum obliquè incidit, propositum sit extremas illas lineas in plano inuenire, ad quarum alteram incidens linea ad rectos est angulos, ad alteram maximè obliqua.*

In planum A B C D obliquè incidat recta linea E G ex sublimi delapsa; oporteat autem primum inuenire in plano eam lineam cui E G ad rectos sit angulos. Ænea aut lignea norma plano adiungatur eo modo, vt eius caput seu recti anguli vertex puncto G, erectum verò latus lineæ E G congruat, reliquum autem G A planum contingat, & per locum huius contactus linea signe-

D tur A G, quæ producatur in C: dico igitur A C eam esse lineam cui E G ad rectos incidit angulos, quòd scilicet ambæ A G & E G normæ congruant, quæ recti anguli mensura est ac regula.



Deinde altera quoque cui E G maximè obliqua est inuenietur, si per 11. primi Euclidis in ipso plano à puncto G ducatur G B ad rectos ipsi A C angulos, producaturque in D. Hæc enim cum A G angulos faciet maximè obliquos, hoc est B G E minimum, & E G D maximum: quoniam enim A G vtrique E G & B G est perpendicularis ex constructione, erit

E eadem A G ducto etiam per E G B plano recta, per 4. vndecimi Euclidis. Quia vero A G ipsi B G, id est communi intersectioni planorum E G B & A B C D recto adiuncta est angulo, erit planum E G B ad planum A B C D rectum per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: itaque si à quolibet puncto lineæ E G ad planum A B C D perpendicularis ducatur, ea in lineam B G cadet per 38. vndecimi Euclidis: quocircà per 16. lemma libri quarti angulus E G B minimus est omnium illorum, qui lineâ E G, & quacumque aliâ in plano A B C D per G ducta continentur; reliquus verò E G D omnium maximus, quòd per 13. primi Euclidis ambo simul sumpti duobus sint rectis æquales.

F

LEMMA V.

Si sint quotcumque magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ bina in maiore aut minore proportione sumantur; & ex æqualitate in maiore aut minore proportione erunt.

Habeat, inquam, A ad B maiorem rationem, quàm D ad E, & B ad C item maiorem rationem, quam E ad F: dico & ex æqualitate A ad C, quàm D ad F maiorem ratioñe habere. Fiat enim G ipsi A æqualis, & H eam habens rationem ad G quam

B ad D, K item ad H eamdem quam F ad E. Quoniam igitur maior est ratio A ad B quàm D ad E, erit quoque ratio A ad B quàm G ad H maior; cumq; æquales ponantur A & G, habebit A ad H eamdem proportionem quam G habet ad H per 7. quinti Euclidis: igitur & A ad B maiorem habebit rationem quam eadem A ad H. Quare per 10. quinti Euclidis minor est B quàm H. A

Eodem verò modo cùm maiorem rationem habeat B ad C quàm H ad K, minor ostendetur C quàm K: fiat enim L ipsi B æqualis, & M eam habeat rationem ad L quam K ad H: quoniam igitur maior est ratio B ad C quàm H ad K, erit quoque ratio B ad C ratione L ad M maior: quare, vt suprà, minor est C quàm M: at M minor est quàm K: siquidem L quàm H est minor, cùm sit L sumpta ipsi B æqualis, B autem ostensa sit minor quàm H. Ergo & M quàm K minor est, cùm sit M ad L, vt K ad H. Quamobrem C multò minor erit quam K. Ac proptereà proportio A ad C maior quàm G ad K: est enim C æqualis ipsi A: igitur vtralibet maiorem habet rationem ad C quàm ad K per 8. quinti Euclidis. Est autem ex constructione vt D ad E, ita G ad H, & vt E ad F, sic H ad K. Ergo per 22. quinti Euclidis ex æqualitate vt D ad F, ita G ad K: sed iam ostensa est ratio A ad C, quam G ad K maior: erit itaque ex æqualitate eadem A ad C ratio etiam ratione D ad F maior; quod erat demonstrandum. B

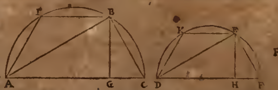
A B C D E F G H K L M

Eademque est demonstrandi methodus in proportione minore. Si enim minorem rationem habeat D ad E quàm A ad B, & E ad F quam B ad C, dico & D ad F quàm A ad C minorem rationem habere. Sumatur enim G ipsi A æqualis, fiatque H ea proportione ad G quam habet E ad D, & K ad H, vt F ad E. Erit igitur & G ad H minor proportio quam A ad B: ac proinde per 10. quinti Euclidis H quàm B maior est. Rursus fiat L ipsi B æqualis, & M eam proportionem habens ad L quam K ad H: quoniam itaq; minorem rationem habet H ad K quàm B ad C, habebit quoque L ad M minorem proportionem quàm B ad C: sed L ipsi B posita est æqualis: igitur M ipsa C est maior per eamdem 10. quinti Euclidis: est verò H maior quam B: ac proinde etiam maior quàm L, quare & K maior quàm M: siquidem K ad H ita se habet, vt M ad L: igitur cùm M ipsâ C sit maior, erit & K eadem C multò maior. Quocircà per 8. quinti Euclidis G ad K minorem rationem habebit quàm A ad C: at vt G ad K, ita D ad F per 22. quinti Euclidis: igitur & ex æqualitate D ad F minorem habebit rationem quàm A ad C; quod erat demonstrandum. C D

LEMMA VI.

Si duo semicirculi similiter secentur; à locis autem sectionum ad diametros perpẽdiculares ducantur: dico & diametrorum segmenta proportionalia esse: & contrà, si hæc proportionalia sint, ipsorum quoque semicirculorum segmenta esse proportionalia. E

SINT duo inæquales semicirculi, maior quidem A B C sectus in B, minor verò D E F similiter sectus in E, sic vt quemadmodum peripheria A B ad peripheriam B C, ita se habeat peripheria D E ad E F peripheriam: dico si ducantur B G & E H diametris A C & D F perpendiculares, esse quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F. Ducantur enim rectæ A B & B C, itemque D E & E F; circulorum verò segmentis A B & D E anguli inscribantur A I B & D K E, qui per definitionem 10. tertij Euclidis æquales inter se erunt: F



quoniam igitur per 22. tertij Euclidis A I B & A C B anguli, itemq; anguli D K E & D F E duobus sunt rectis pares, deductis æqualibus I & K, reliqui A C B & D F E sunt inter se æquales. Eodem verò modo æquales ostendi possunt B A C & E D F: igitur triangula A B C & D E H, quibus præter angulos A & D anguli quoque ad G & H æquales sunt, vtpote recti ex hypothesi, æquiangula sunt per 32. Euclidis. Sic quoque æquiangula sunt ipsa B G C

A & E H F triangula. Quare per 4. sexti, vt A G ad G B, ita se habet D H ad H E: rursus vt G B ad G C, ita H E ad H F; ac proinde per 22. quinti Euclidis, ex æqualitate est quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F; quod erat demonstrandum.

E conuerso autem, si proportionalia sint diametrorum segmenta, hoc est vt A G ad GC, ita sit D H ad H F: dico & ipsorum circulorum segmenta proportionem habere, id est vt arcus A B ad arcum B C, ita esse D E arcum ad reliquum E F. Quoniam enim B G & E H ipsis diametris ad rectos sunt angulos, erunt eæ per 2. lemma huius libri mediæ proportionales inter suorum diametrorum segmenta: quare erunt tam A G, G B & G C, quàm D H, H E & H F continue proportionales. Cùm igitur ex hypothesi, vt A G ad G C, ita se habeat D H ad H F, necesse est & medias proportionales G B & H E, ad extremas similiter
B sumptas eamdem rationem habere: si enim id negetur, fatendum A G ad G B maiorem aut minorem rationem habere, quàm sit D H ad H E. At impossibile esse vtrumque, sic ostendetur:

Esto primùm proportio A G ad G B proportione D H ad H E maior: erit igitur & proportio G B ad G C illâ, quam habet H E ad H F, maior per 13. quinti Euclidis: siquidem vt se habet G B prima magnitudo ad G C secundam, ita se habet A G tertia ad quartam G B, quòd per 2. lemma huius libri A G, G B & G C sint continuè proportionales: at A G ad G B maiorem rationem habere asseritur, quàm D H quinta ad sextam H E: igitur per iam citatam 13. quinti Euclidis G B ad G C, quàm D H ad H E maiorem rationem habebit. Rursus vt D H ad H E, ita per 2. superius lemma H E ad H F: itaque G B ad G C
C maiorem rationem habebit, quàm H E ad H F: quare per præcedens lemma 5. & ex æqualitate A G ad G C, quàm D H ad H F rationem maiorem habebit. Concessum verò est ab initio vt A G ad G C, ita se habere D H ad H F: nequit itaque A G ad G B maiorem habere rationem, quàm D H ad H E.

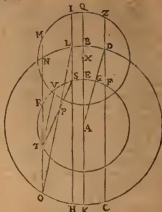
Sed nec minorem habere posse A G ad G B, quàm D H ad H E, eodem modo potest ostendi. Cùm enim G B ad G C eamdem rationem habeat, quam A G ad G B per 2. superius lemma, habebit quoque G B ad G C minorem rationem quàm D H ad H E per 13. quinti Euclidis. Et rursus cùm vt D H ad H E, ita sit H E ad H F, habebit quoque G B ad G C, quàm H E ad H F rationem minorem per eamdem 13. quinti Euclidis: quocircà per 5. præcedens lemma, & ex æqualitate minorem rationem habere conuincetur A G
D ad G C, quàm habeat D H ad H F: at supponitur ratio A G ad G C rationi D H ad H F æqualis: nequit ergo illa esse minor: quocircà æqualis erit continuata vtrimque analogia, & in triangulis A G B & D H E, vt A G ad G B, ita D H ad H E, itemque vt G B ad G C in triangulo G B C, ita in triangulo H E F, H E ad H F. Sunt verò vtrobique anguli ad G & H recti, qui scilicet proportionalibus lateribus continentur: igitur æquiangula sunt triangula A G B & D H E, itemque G B C & H E F per 6. sexti Euclidis. Ex quo facilè, vt suprà, ostendi potest segmenta quoque A B & B C segmentis D E & E F proportionalia esse, hoc est vt A B arcus ad arcum B C, ita esse arcum D E ad E F arcum: si enim segmentis A B & D E anguli inscribantur A I B & D K E; quoniam per 22. tertij Euclidis anguli I & C duobus rectis sunt æquales, itemque K & F æquales duobus rectis, erunt hi duo illis duobus
E æquales. Ab vtrisque igitur si æquales detrahantur C & F, reliqui I & K æquales inter se erunt; ac proinde per definitionem similium segmentorum erunt ipsa segmenta similia. Eodemque modo & segmenta B C & E F ostendentur similia: itaque demonstratum relinquitur id quod initio propositum fuit.

LEMMA VII.

Si duo circuli inæquales ex eodem centro descripti duabus rectis lineis parallelis secentur: dico arcum minoris circuli parallelis compre-
F *hensum ad totum sui circuli ambitum maiorem rationem habere, quàm habeat arcus maioris circuli ad totam sui circuli peripheriam.*

ESTO in primis, vt duo circuli inæquales circum idem centrum A descripti, à duabus parallelis rectis lineis secentur K B & C D, quorum altera K B per centrũ transeat: dico arcum E F minoris circuli ad totam ipsius peripheriam maiorem habere rationem, quàm B D habeat ad totum maioris circuli ambitum. Ducatur enim ex centro A recta A D quæ arcum E F secet in G: erunt igitur arcus E G & B D similes per

ea quæ à Clauio demonstrátur in scholio propositionis 22. tertij lib. Euclidis. Quare vt arcus E G ad minorem circulum, ita erit B D ad circulum maiorem: at E F arcus maior est ipso E G, vt totus sua parte: igitur E F ad minoré circulum, maiorem habet rationem quàm E G ad eumdem per 8. quinti Euclidis: quocircà & E F ad minorem circulum maiorem rationem habet, quàm B D ad circulum maiorem; quod demonstrasse oportuit. A



Deinde neutra parallelarum per centrum agatur, quales in eodem schemate sunt H L & O N, quarum hæc quidem minorem circulum secet in R & T, maiorem verò in N; illa minorem secet in S, at maiorem in L: igitur oppositæ extremitates linearum T O & S L, iungantur rectis lineis T S & L O in P decussaris. Quoniam itaque P T O triangulú est, erit per 16. primi Euclidis angulus S T R angulo L O N maior; ac proinde & arcus S R arcu L N proportione maior, si ad totum sui quisque circuli ambitum comparetur. Nam ducta T V ipsi O L parallela, erit angulus V T R angulo L O N æqualis per 29. primi Euclidis. Ideoq; arcus V R arcui L N similis per scholion Clauij ad 22. prop. tertij Euclidis: est autem S R ipso V R maior: igitur S R quàm V R ad totum minorem circulum maiorem haber rationem per 8. quinti Euclidis: quocircà & S R ad minorem circulum maiorem haber rationem, quàm L N ad circulum maiorem; quod erat demonstrádum. B C

LEMMA VIII.

Si duo circuli inæquales non ex eodem centro descripti, duabus rectis lineis secentur, cùm inter se, tum ei quæ centra circulorum connectit parallelis: dico minoris circuli interceptam portionem portione maioris circuli ad totum ambitum, maiorem rationẽ habere. D

QVÆ in circulis ex eodem centro descriptis ostensa sunt, veritatem quoque habent in illis, quorum centra in eadem recta linea existunt, quæ quidem ceteris sit parallela; vt si ex centro X in linea K B assumpto circulus describatur circulo T R F æqualis, producanturq́. parallelæ K B in Q, C D eu in Z, H L in I, & O N in M: dico peripheriam Q Z peripheriæ E F & I M ipsi S R æqualem esse. Quod quia multis rationibus demonstrari potest, id studioso Lectori probandum relinquimus: nos interim inde colligimus arcum Q Z ad totam circulum M I Q Z maiorem rationem habere, quàm habeat B D ad totam maioris circuli peripheriam. Nam quoniam æqualis est peripheria Q Z peripheriæ E F, suntq́ue circuli M I Q Z & T R F positi æquales, habebit peripheria Q Z ad circulum M I Q Z eamdem rationem, quam habet peripheria E F ad circulum T R F per 7. quinti Euclidis: at iam ostensum est superiore lemmate maiorem rationem esse ipsius E F ad circulum minorem, quàm sit B D ad circulum maiorem: igitur & Q Z ad totum circuli M I Q Z ambitum maiorem rationem habebit, quàm B D habeat ad totum ambitum circuli maioris. E

LEMMA IX. F

Parallelæ rectæ lineæ, quæ æquales circuli peripherias intercipiunt, quò à centro sunt remotiores, eò minori interuallo ab inuicem disiunguntur.

IN circulo ex A descripto sint rectæ parallelæ lineæ B C, D E, & F G, inæquali à cẽtro distantia abductæ, sed quæ æquales circuli peripherias intercipiunt B D & D F: dico si per illas ad rectos angulos recta agatur F H, quæ ipsarum interualla ex æquo metiatur,

A tur, minorem fore K L ipsâ L O. Quoniam enim B C quàm D E, & hæc quàm F G à centro remotior est, erit B C minor quam D E, & hæc minor quàm F G per 15. tertij Euclidis: igitur arcus D H E arcu F H G minor erit per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus D F E arcu F P G maior: quare ductis B D & B E, item D F & D G, erit per scholion eiusdem Clauij ad 27. tertij Euclid. an-
B gulus D B E angulo F O G maior; ac rursus si ab horum angulorum verticibus B & D rectæ agantur B S & D R, ipsi H P parallelæ, continget in triangulis B E S & O G R angulos B S E & D R G æquales esse, nempe rectos per 29. primi Euclidis: sed & anguli E & G æquales inter se sunt per 27. tertij Euclidis, vtpote qui æqualibus peripheriis B D & D F insistunt: igitur & reliquus E B S reliquo G D R æqualis erit per 32. primi Euclidis: quocir-
C cà si æquales hi ab inæqualibus D B E & F D G subducantur, relinquetur D B S angulus angulo F D R maior per communem norionem. Quapropter per conuersionem decimi quarti lemmatis libri quarti, maiorem habebit portionem B D ad B S, quàm D F ad D R. Itaque per decimam propositionem libri quinti Euclidis minor est B S quàm D R: at B S æqualis est ipsi K L, & D R ipsi L O æqualis per trigesimam quartam primi Euclidis: quòd scilicet parallelogramma sint spatia B L & D O: igitur minor est K L quàm L O; quod erat demonstrandum.

LEMMA X.

D *Parallelæ rectæ lineæ æquali interuallo dispositæ, quò sunt à centro remotiores, eò maiores arcus de circuli peripheria intercipiunt.*

IN circulo, cuius centrum A, sint parallelæ rectæ lineæ B C, D E & F G æquali interuallo dispositæ sic vt K L & L O sint inter se æquales: dico arcus his parallelis interceptos inæquales inter se esse, maioremque B D ipso D F, quòd B C longiùs distet à centro A quàm D E, & hæc longiùs quàm F G. Quoniam enim minor est D E quàm F G, per 15. tertij
E Euclidis, erit arcus D H E arcu F H G minor, per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus D P E arcu F P G maior. Iunctis igitur B E & B D, item D G & D F, erit per scholion Clauij ad 27. tertij Euclidis angulus D B E angulo F D G maior: rursusque actis B S & D R ipsi H P parallelis, seu ad rectos angulos ipsis D E & F G, erunt eædem B S & D R inter se æquales: quoniam ve-
F rò D G circuli centro A propinquior est quàm B E, erit eadem D G quàm B E maior per 15. tertij Euclidis; ideoque per 8. quinti Euclidis habebit D G ad D R maiorem rationem quàm B E ad B S: quo fit vt per 14. lemma libri quarti maior sit angulus G D R quàm E B S angulus: qui si ab inæqualibus G O F & E B D subducantur, relinquetur F D R angulus minor angulo D B S; quo tandem fit per conuersionem lemmatis 14. iam citati, vt B D ad B S maiorem rationem habeat quam D F ad D R. Quare per 10. quinti Euclidis maior conuincitur B O quàm O F, ideoq; & arcus B D arcu D F maior: si enim æquales essent arcus B O & D F, hos æquales rectę subtéderent lineæ per 29. tertij Euclid. Cùm ergo maior probata sit B D quam D F linea, erit & arcus B D arcu D F maior; quod erat demóstrandum.

LEMMA XI.

Data recta linea secta vtcumq; adiungere oporteat eiusmodi augmentum, vt tota ad adiunctam ita se habeat, quemadmodum primitiua linea maius segmentum ad minus. A

RECTA linea A B secta sit in C vt libet, adiungere autem oporteat eidem A B portionẽ B D ea lege vt sit A D ad D B quemadmodum A C ad C B. Fiet porrò id in hunc modum: Ponatur C E æqualis ipsi C B, fiatque per 12. sexti Euclidis vt A E ad E C, ita A B ad B D, factumque erit propositum: nam per 18. quinti Euclidis erit & componendo vt A E vnà cum E C, hoc est A C ad C E, seu ei æqualem C B, ita A B vnà cum B D, hoc est tota A D ad D B; quod erat præstandum. B

A E C B D

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ similiter secentur, erit vt quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita rectangulum quod fit è primæ partibus, ad id quod è secundæ segmentis fit rectangulum, & contrà. C

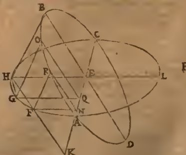
RECTÆ namque A B & C D eadem proportione secentur in punctis E & F: dico in primis vt quadratum A B ad C D quadratum, ita esse rectangulum A E B ad C F D rectangulum. Quoniam enim vt A E ad E B, ita est ex hypothesi C F ad F D, erit & vicissim per 16. quinti Euclidis vt A E ad C F, ita E B ad F D. Quare per 20. sexti Euclidis rectangulum A E B ad C F D rectangulum duplicatam habebit rationem lateris A E ad C F, hoc est A B ad C D. Nam cùm sit vt A E ad E B, ita C F ad F D, erit etiam componendo A B ad A E velut C D ad C F per 18. quinti Euclidis; & permutando, vt A E ad C F, sic A B ad C D: sed per eamdem 20. sexti Euclidis quadratum quoque A B ad C D quadratum duplicatam habet rationem ipsius A B ad C D, hoc est A E ad C F: igitur per 11. quinti Euclidis vt quadratum A B ad C D quadratum, sic A E B rectangulum ad id quod sub C F D comprehenditur rectangulum, & retrò commeando, vt rectangulum A E B ad C F D rectangulum, ita quadratum A B ad C D quadratum; quod erat demonstrandum. D

A E B

C F D

LEMMA XIII.

Si duo æquales circuli se mutuò per centra secent, eorumq; peripheriæ in similes partes diuidantur, quæ vnius partes partibus alterius connectunt rectæ lineæ sunt inter se parallelæ. E



ÆQVALES circuli A B C D & A H C L sese per centrum E secent, erit proinde communis vtriusque sectio diametrus A C, cui ad normam adiungantur per centrum B D & H L; à puncto verò A similes peripheriæ notentur A R & A F, item A O & A G (quas quidem æquales esse oportet ob circulorum æqualitatem) dico rectas lineas O G & R F, quæ eas peripherias connectunt, parallelas inter se esse: ductis enim ab R & F ad A C perpendicularibus, has ostendendum est in vnum idemque punctum N incidere. Quoniam enim B E & R N sunt ipsi A C perpendiculares, erunt per 13. primi Euclidis earum anguli ad A C recti, ideoq; æquales, ac proinde per 29. primi Euclidis ipsæ B E & R N parallelæ. Eodem verò modo parallelæ ostendentur H E & F N, quòd scilicet ambæ ipsi A C sint F

A A C sint perpendiculares. Rursus quoniam B E & H F ipsam A C ad rectos angulos & bifariam secant, erunt arcus A B & A H æquales, vtpote æqualium circulorum quadrantes. Sunt autem & peripheriæ A R & A F æquales: igitur per communem notionem & B R, H F, æquales inter se erunt: quocircà E N, vtrique subtensa vna eademque linea erit, inter vtrasque parallelas B L & R N, item H E & F N intercepta, per 29. tertij Euclidis: itaque planum per R N F ductum plano quod per B E H extenditur, parallelum erit per 15. vndecimi Euclidis; quæ rursus si mente intelligantur secari plano quopiam per B, H, & K ducto, erunt communes illorum sectiones R F & B H inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. At simili prorsus modo ostendi potest O G eidem B H parallela:
B igitur per 9. vndecimi Euclidis, & inter se ipsæ O G & R F sunt parallelæ, quod demonstrandum erat.

LEMMA XIV.

In ellipsi ea recta linea, iuxta quam possunt, quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, tertia est proportionalis, cui primo loco proportionalis est illa diametrus, ad quam recta ordinatim applicantur; secundo verò loco reliqua.

C NOMEN ellipsis tametsi in multis rebus locum habeat, tamen primò omnium in coni sectionibus fuit vsurpatum, eiusque hæc fuit origo: Dato cono A B C, cuius basis circulus circa diametrum B C, sectioq. D E, si ducatur A K parallela ipsi E D, quæ cum B C producta concurrat
D in K, fiatque vt quadratum A K ad B K C rectangulum, ita recta O E ad E H ipsi D E perpendicularem: ex his demonstrat Apollonius libro 1. conicorum, propositione 13. omnes quę ad D E ordinatim applicantur, posse spatium quod ipsi E H adiacet, latitudinem habens eam lineam, quæ inter applicitam & E continetur, deficiensque figura simili ei quæ sub D E &
E E H continetur: eamque figuram, cui id accidit, omnis Antiquitas ellipsin nuncupauit, vel quòd à circulari amplitudine capacitateque deficiat, (est enim ellipsis circulus diminutus) vel ob id, quòd quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, possint spatium recto lateri adiacens, deficiensque figura simili ei quæ sub diametro seu transuerso latere & recto latere continetur; velut hyperbole quæ ellipsi quodammodò contraria est, sic est appellata, quòd quæ ad transuersum ipsius latus ordinatim adplicantur possint spatium recto lateri adiacens, atque excedens figura simili ei quæ sub recto & transuerso latere continetur. Illam porrò ellipsis proprietatem Serenus posteà in obliqua sectione cylindri æque ac in sectione coni inesse ostendit libro primo De sectione cylindri, quę proinde cylindri sectio etiam ellipsis est appellata.
F Nobis verò propositum iam sit demonstrare lineam E H tertiam esse proportionalem, ad quam nempe minima sectionis diametrus L N eam proportionem habet, quam maxima diametrus D E ad L N minimam. Per centrum sectionis O ducatur planum P L R N basi B C parallelum, quod per 4. primi Apollonij circulus erit, communemque habebit cum sectione O L E N rectam lineam L N: itemque O G producatur, in G: quoniam igitur per 23. sexti Euclidis proportio quadrati A K ad rectangulum B K C ex laterum proportionibus componitur, erit vt quadratum A K ad rectangulum B K C, ita proportio quam habet A K ad B K, ad proportionem quam eadem A K habet ad K C: at E G parallela est ipsi A K ex constructione, & P R parallela ipsi B G per 16. vndecimi Euclidis (quòd

(quòd videlicet planum P L R N & coni basis secentur plano A B C in communibus sectionibus P R & B C:) igitur E D, D G, & P R de maioribus triangulis similia abscindunt, & æquiangula triangula per 4. lemma libri quinti. Quocircà vt A K ad B K, ita est E G ad B G, & E O ad O P: vt verò A K ad K C, ita D G ad G C, seu D O ad O R per 12. lib. 4. Vt autè proportio duarum E O & O P, ad proportionem duarum O D O R, ita est per 23. sexti Euclidis rectangulum E O D ad P O R (seu L O N, quod illi per 35. tertij Euclid. æquale est) rectangulum. Cùm porrò ambæ E D & L N in eamdem rationem secentur ad punctum O, nimirum bifariàm, erit per 12. lemma, vt rectangulum E O D ad L O N rectangulum, ita quoque quadratum D E ad L N quadratum: sed rectangulum D O E ad rectangulum L O N est vt D E ad E H: itaque & quadratum D E ad L N quadratum se habet, vt [D E] ad E H: quare per vigesimam propositionem libri sexti Euclidis, vt diametrus D E ad [diam]etrum L N, ita eadem L N ad E H; quod propositum fuit demonstrare.

Hactenus ostendimus, vt maxima diametrus ad minimam, sic esse hanc ad eam lineam, iuxta quam possunt, quæ ad maximam diametrum ordinatim applicantur. Nunc ostendendum quoque sit, vt minima diametrus ad maximam, ita esse maximam ad eam lineam, iuxta quam possunt, quæ minimæ diametro ordinatim adiungũtur, quod in conis scalenis manifeste deprehenditur.

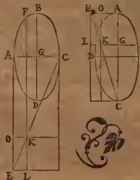
Esto enim conus scalenus A B C, cuius basis B C circulus; sectio autem D L E N nec basi parallela, neque eidem subcontrariè posita, neque per verticem, cuius etiam diametrus D E lateri trianguli, quod per axem, parallela non sit, neque cum producto latere superne conueniat. Ducatur A K parallela ipsi D E, quæ cum B C producta concurrat in K, fiatque vt quadratum A K ad B K C rectangulum, ita D E ad E H, erit E H rectum sectionis D L E N latus, seu ea iuxta quam possunt quotquot ad D E ordinatim applicantur: quamobrem & D L E N ellipsis erit, cuius minima diametrus D E, maxima verò L N, quę omnia libro quarto propositione 66. luculenter sunt demonstrata.

Nunc autem si propositum sit edocere, vt priùs E H tertiam esse proportionalem, ad quam nimirum ita se habet maxima diametrus L N, vt ad hanc minima D E, eadem ratiocinandi forma id fiet, qua proximè vsi sumus, atque idcircò satis prudenti Lectori esse existimamus, propriam dumtaxat figuram hoc loco adiunxisse iisdem litteris claritatis gratia explicatam.

LEM-

A
LEMMA XV.

Si in ellipsi sit vt vna diametrus A C *ad alteram diametrum* B D, *ita hæc ad quamdam* A E *ipsi* A C *perpendicularem; iunctâ* C E, *ductâque* F K, *quæ ipsam* A C *ordinatim secet in* G, *dico quadratum* F G *rectangulo* A G K *æquale esse.*



HÆC propositio, vti & superior, geminum admittit casum. Aut enim constitui-
B tur A E tertia proportionalis maximæ & minimæ diametri, seu primæ & secundæ, sic vt quemadmodum maxima diametrus ad minimam, ita hæc ad A E; aut certè sit A E tertia proportionalis minimæ & maximæ, ita vt quemadmodum minima diametrus ad maximam, sic maxima ad A E. Vtrouis autem modo veritas proponatur, eodem modo demonstrabitur: nam cum per antecedens lemma sit A E ea, iuxta quam possunt ad dia-
C metrum (quæ proportione prima est) ordinatim applicatæ, poterit F G spatium, quod lineæ A E adiacet latitudinem habens A G, deficiensque figura simili ei, quæ sub A C & A E continetur. At eiusmodi est spatium A G K O quod lineæ A E adiacet, latitudinem habens A G, deficiensque figura O E L K, simili ei quæ sub A C & A E comprehenditur per 24. sexti Euclidis; siquidem circa diametrum parallelogrammi C A E consistit: igitur quadratum F G rectangulo A G K O est æquale; quod erat demonstrandum.

D
LEMMA XVI.

Iisdem repositis quæ suprà, dico rectangulum A G C *ad rectangulum* A G K, *seu ad quadratum* F G *eamdem rationem habere, quam diametrus* A C *ad* A E.

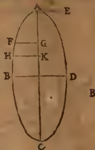
QVONIAM enim rectangula A G K, & id quod sub A G C comprehenditur, eamdem habent altitudinem A G, erunt ipsa inter se vt bases G C & G K per 1. sexti Euclidis: at G C ad G K ita se habet, vt A C ad A E: cùm enim sit G K ex constructione parallela ipsi A E, erunt triangula C G K & C A E æquiangula, per 4. lemma libri
E quinti: itaque per 4. sexti Euclidis vt C A ad A E, ita C G ad G K: quare & rectangulum A O C ad A G K rectangulum ita se habet, vt A C ad A E. Est verò rectangulo A G K æquale quadratum F G per proximum superius lemma: igitur est etiam rectangulum A G C ad F G quadratum, vt A C ad A E; quod erat demonstrandum.

LEMMA XVII.

Si maxima diametrus ellipsis in quotcumque partes secetur, à punctis autem sectionum rectæ ordinatim educantur, erunt harum
F *quadrata, vt à diametri segmentis rectangula, ea ratione, quæ vocatur minoris ad maius.*

HOC lemma, quia vniuersè proponitur, casum propriè non habet. Esto igitur ellipsis A B C D, eiusque diametrus A C dissecta vtcumque in locis G & K, vnde ad circumferentiam ellipsis rectæ ordinatim excitentur G F & K H: dico vt quadratum G F ad rectangulum A G C, ita esse K H quadratum ad A K C rectangulum. Ducatur enim B D altera diametrus ipsi A C coniugata, fiatque per 11. sexti Euclidis vt A C ad B D,

ita B D ad A E, quæ ipsi A C rectis angulis adiungatur. Quoniam igitur per præcedens A
lemma est rectangulum A G C ad quadratum G F, vt diametrus
A C ad rectum figuræ latus A E: itemque vt A C ad A E, ita quoque
A K C rectangulû ad id, quod ex K H fit quadratum; erunt quoque
per 11. quinti Euclidis, rectangulorum quæ ex diametri segmentis fiunt, ad quadrata rationes inter se eædem. Itaque vt rectangulum A G C ad quadratum G F, ita se habet A K C rectangulum ad
K H quadratum; & inuertendo, vt quadratum G F ad A G C rectangulum, ita quadratum K H ad rectangulum A K C: & alternando,
vt quadratum G F ad K H quadratum, ita rectangulum A G C ad B
A K C rectangulum.



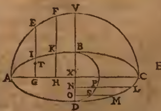
Est porrò quadratorum proportio ad rectangula minoris ad maius. Nam quadrata ad rectangula, vt iam ostensum est, ita se habent quemadmodum A E ad A C: at A E minor est quàm A C, cùm enim B D minor sit quàm A C, & A E quàm B D minor, necesse est A E multò quàm A C minorem esse. Igitur & quadrata earum, quæ ordinatim ad maximam diametrum ellipsis adiunguntur rectangulis, quæ ex diametri segmentis constant, minora sunt.

Quadrata verò earum quæ ad minimam diametrum ordinatim applicantur, ad rectangula sub eiusdem diametri segmentis comprehensa, eamdem quidem proportio- C
nem habent, sed maioris ad minus. Nam ita inter se sunt, vt tertia proportionalis ad minimam diametrum, inter quas maxima diametrus proportione media est. Est autem ea tertia proportionalis minima diametro maior; siquidem maior est diametro maxima, quæ minimam excedit.

LEMMA XVIII.

Si circum extremam diametrum ellipsis circulus describatur, rectæ omnes lineæ quæ à circuli peripheria ad diametrum rectis angulis protenduntur, à peripheria ellipsis secundùm eamdem ratio- D
nem dissecantur.

ESTO ellipsis A B C D, circa cuius extremam diametrum eamque maximam A C circulus describatur A E F C; à punctis autem E & F, in ipsius peripheria assumptis ad diametrum A C perpendiculares ducantur E G & F H, quæ ab ellipsi secentur in I & K: dico vt E I ad I G, sic esse F K ad K H. Nam per 2. lemma cùm E G inter A G & G C, itemque F H inter A H & H C mediæ sint proportionales, erit per 17. sexti Euclidis quadratum E G æquale rectangulo A G C, atque eodem modo F H quadratum rectangulo A H C æquale. Vicissim igitur, vt quadratum E G ad F H quadratum, sic rectangulum



A G C ad A H C rectangulum. Sed vt rectangulum A G C ad rectangulum A H C, ita quoque est quadratum I G ad K H quadratum per præcedens lemma: itaque per 11. quinti Euclidis, vt quadratum E G ad quadratum I G, sic quadratum F H ad K H quadratum. Quocircà per 22. sexti Euclidis, vt E G ad I G, ita F H ad K H; & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt E I ad I G, sic F K ad K H; quod erat probandum.

Simili modo si circum minimam diametrum B D circulus describatur B P S D, & ab F
ellipsi ad diametrum perpendiculares ducantur L N & M O: dico has à circuli peripheria in eamdem rationem secari, sic vt quemadmodum L P ad P N, ita sit M S ad S O. Quoniam enim per 2. lemma vt B N ad N P, ita se habet N P ad N D; rursusque vt B O ad O S, ita O S ad O D, erit per 17. sexti Euclidis, quadratum P N rectangulo B N D, & quadratum S O rectangulo B O D æquale, & vicissim quadratum P N ad quadrum S O, sicut rectangulum B N D ad B O D rectangulû: at per præcedens lemma est quoque vt rectangulum B N D ad B O D rectangulum, ita quadratum L N ad M O quadratum: quare per 11. quinti Euclidis, vt quadratum P N ad quadratum S O, ita quadratum L N ad M O quadratum: ideoque & quemad-

A quemadmodum recta P N ad S O, ita recta L N ad rectam M O, per 22. sexti Euclidis; diuidendoque per 17. quinti Euclidis, vt L P ad M S, ita P N ad S O, & vicissim vt L P ad P N, sic M S ad S O; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Si vt E I *ad* I G, *ita sit* F K *ad* K H, *sitq;* K *in ellipsi: dico &* I *in ellipsin incidere.*

B Si enim id negetur, fatendum erit ellipsin vel infra vel supra punctum I transire. Detur ergo primum, vt infra transeat, puta per T: erit igitur per præcedēs lemma quemadmodū F K ad K H, ita E T ad T G. Sed est quoque ex hypothesi E I ad I G, vt F K ad K H: itaque per 11. quinti Euclidis E T ad T G eamdem rationem habet, quam E I ad I G, quod cùm sit absurdū, nequit ellipsis infra punctum I transire: sed nec suprà, quod eodē modo ostendi potest. Quamobrem ellipsis in ipsum punctum I incidit; quod erat probandum.

CONSECTARIVM II.

Vt E G *ad* I G, *vel* F H *ad* K H, *ita maxima diametrus* A C *ad minimam* B D.

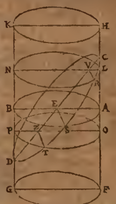
C NAM quia per 35. tertij Euclidis rectangulum A G C quadrato E G æquale est, erit per 7. quinti Euclidis, vt rectangulum A G C ad quadratum I G, quemadmodum quadratum E G ad idem I G quadratum: sed vt rectangulum A G C ad quadratum I G, sic se habet rectangulum A X C, hoc est quadratum A X ad B X quadratum per 17. præcedens lemma; quadratum autem A X ad quadratum B X, est vt quadratum A C ad quadratum B O: igitur vt quadratum A C ad quadratum B D, ita quadratum E G ad I G quadratum: ac proinde per 22. sexti Euclidis, vt E G ad I G, ita est maxima diametrus A C ad minimam B D.

Aliter ac breuiùs idem demonstrari potest hoc modo: Quoniam per præsens lemma vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita quoque est V X ad B X. Vt autem V X semidiametrus maioris circuli ad B X semidiametrum circuli minoris, sic tota A C diametrus ad totam diametrum B D: igitur vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita se habet A C maxima diametrus ellipsis ad minimam B O; quod demonstrasse oportuit.
D

LEMMA XIX.

Si extremæ diametri ellipsis in eamdem rationem secentur; quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales sunt iis, quæ à reciprocis punctis alterius diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur.

E



ESTO inquam A B minimæ diametro ellipsis æqualis, à cuius extremis duæ perpendiculares erigantur A H & B G, quæ producantur in F & K, sic vt F K cylindrum repræsentet bases habentem circulos circa H K & F G descriptos; in quo accommodetur linea C D datæ maximæ diametro ellipsis æqualis, seceta; C D ipsam A B in E: ipsi verò A B parallelę ducantur quotcūque lineæ L N, & O P, quæ C D secent in punctis V & Z, & per L N, A B, O P plana extensa intelligantur basibus cylindri æquidistantia L R N, A S B & O T P, quæ per 5. lib. primi Sereni Antinsensis circuli erunt, iique inter se æquales, & ad planum F K recti. Eodemque modo planum actum per C D ad idem planum F K rectum, quod per ea quæ à Sereno demonstrantur lib. 1. de cylindri sectione ellipsis erit circum C O descripta, secansque circulos in C, R, S, T & D. Quoniam igitur tam ellipsis, quàm circuli recti sunt ad planum F K, erunt quoque per 19. vndecimi Euclidis communes illorum sectiones V R, E S & Z T, ad idem planum F K rectæ. At cùm parallelæ sint F H &
F

G K, erunt C D & L N in V secta similiter per 11. lemma libri 4: igitur V R, quæ à maxima diametro ellipsis C D perpendiculariter excitatur, æqualis est ei (imò eadem) quæ a reciproco puncto V diametri L N ad R circuli peripheriam rectis item angulis protenditur. Quod cùm in ceteris circulis eodem modo eueniat (nam diametri A B & O P, in E & Z eadem ratione secti sunt, qua ellipsis diametrus per idem 11. lemma libri 4.) perspicuum est, si extremę diametri ellipsis in eamdem rationem secentur, eas quæ à maxima diametro ad ellipsin perpendiculariter excitantur, æquales esse iis quæ a reciprocis punctis minimæ diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur; quod demonstrandum fuit. A

Eodem verò modo, si obliquus sit cylindrus, eiusque basis C R S T D circulus, ostendemus eamdem esse, aut saltem æqualem eam, quæ à minima diametro ellipsis L N excitatur, ei quæ à proportionali puncto diametri C D ad circuli peripheriam rectis item angulis extenditur, vt hoc loco est V R; quare vniuersè concluditur propositum: portò si C R S T D circulus sit, ellipsin fore L R N, cuius minima diametrus L N ex proposit. 21. huius libri constabit. B C

LEMMA XX.

Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent, & ab aliquo puncto circumferentiæ ad minorem diametrum recta adiungatur dimidio maioris æqualis; hæc à maiore diametro ita secabitur, vt segmentum puncto in circumferentia assumpto proximum dimidio minoris diametri sit æquale. D

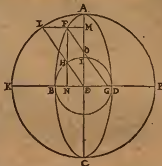
In ellipsi A B C D extremæ diametri A C & B D se mutuò in E bifariàm & secundùm normam secent: à puncto autem F in peripheria ellipsis assumpto ad minorem diametrum B C productam, si opus est, recta adiungatur F G, quæ ipsi A E, dimidio scilicet maioris diametri, sit ęqualis: dico F G à maiore diametro A C ita secari in O, vt F O segmentum, quod puncto F proximè adiacet, dimidio minoris diametri B E sit æquale. Describatur enim circa A C circulus A K C, ad cuius circumferentiam ex E recta ducatur E L ipsi F G parallela, quæ ęquales inter se erunt, cum ambæ æquales sint ipsi A E; iunctáque L F ad M vsque producatur: erit igitur L F parallela ipsi E G, eidemque æqualis per 33. primi Euclidis. Ducatur item F N ipsi A E parallela; quæ cùm parallelogrammum perficiat F M E N, erunt eius opposita latera F M & N E æqualia per 34. primi Euclidis. At cùm in triangulis N G F sit O E ipsi N F parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt N E ad E G, ita F O ad O G: rursusque in triangulo M L E, quoniam F H parallela est ipsi M N, erit per eamdem 2. sexti Euclidis vt M E ad F L, sic E H ad H L: quare per 22. quinti Euclidis & ex æqualitate erit vt N E ad F M, ita F O ad H E. Sed N E æqualis iam ostensa est ipsi F M: itaque & O F ipsi H E est æqualis. Est verò H E dimidio minoris diametri B E æqualis: nam E L æqualis est ipsi E K, vtque L F ad F M; ita L H ad H E; sed vt L F ad F M, ita quoque est per 18. lemma K B ad B E: igitur per 11. quinti Euclidis, vt K B ad B E, ita est L H ad H E; & componendo per 18. quinti Euclidis vt K B vnà cum B E, hoc est tota K E ad B E, ita tota L E ad H E. Est autem K E ipsi L E æqualis per circuli definitionem: igitur & B E ipsi H E æqualis E F

A æqualis erit: quocircà & F O eidem B E, hoc est dimidio minoris diametri, æqualis erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA XXI.

Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent; à quopiam autem puncto minimæ recta educatur dimidio minoris æqualis, de qua maxima diametrus portionem abscindat dimidio minoris æqualem: dico eius extremum punctum
B *in ellipsin cadere.*

IN ellipsi A B C D extremæ diametri A C & B D se mutuò ad normam secent in E; à puncto autem quocumque, puta G, minimæ diametri B D, si opus est productæ, recta educatur ipsi A E æqualis, nempe G F, de qua A C rescindat portionem F O ipsi B E, hoc est dimidio minoris diametri æqualem: dico punctum F in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri A C & B O. Descripto namq; C circum A C circulo, ex centro E ducatur E L ipsi G F parallela, iunctaque L F in M protendatur: quoniam igitur L E ipsi A E est æqualis per circuli definitionem, eidem autem A E æqualis est G F ex hypothesi, erunt E L & G F inter se æquales per communem notionem. Quare per 33. primi Euclidis parallela erit L M ipsi B D: ac proinde L M ipsi A E ad rectos erit angulos per 29. primi Euclidis.



Rursus ab F parallela ipsi A E demittatur F N, quæ ipsam E L secet in H: erit igitur in pa-
D rallelogrammo E H F O, latus E H ipsi O F æquale: sed & B E ex hypothesi æqualis est eidem O F: itaque B E ipsi quoque E H est æqualis. Quare si ab æqualibus E L & E K æquales subducantur E B & E H, relinquentur B K & H L inter se æquales. Cùm verò in triangulo E L M est F H, basi M E parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt L F ad F M, ita L H ad H E, id est K B ad B E. Igitur per 1. consectarium lemmatis 18. punctum F in ellipsin cadit, cuius extremæ diametri A C & B D; quod erat demonstrandum.

LEMMA XXII.

Circa extremas diametros datas ellipsin describere.

FVERVNT ante nos viri doctissimi, qui de ellipsi scripsere, atque in his non pauci,
E qui in peruestiganda commoda eius descriptione plurimùm desudarunt, nec quidquam protulerunt, quod posteris satis esse debeat ad communem vsum. Fecit hoc potissimùm ea disparitas, qua ellipseos diametri & magnitudine & proportione plurimùm discrepant. Non enim vna semper est in illis proportio, sed nunc maior, nunc minor: & vt eadem aliquando sit, non vna semper est magnitudo. Quamobrem nulla, vt dixi, hucusque expedita ratio designandi ellipsin est reperta; multò verò minùs instrumentum aliquod excogitari potuit, quo, vt circulus, beneficio circini, ita ellipsis vna circumlatione accuratè describatur, quamuis id varijs modis plurimi sint conati.

Nobis in præsenti propositum non est præter ea, quæ à maioribus inuenta sunt, nouum aliquid proferre, quod desiderio illorum qui huic rei incumbunt faciat satis; sed
F tantùm aliorum lucubrationibus gradum aliquem facilitatis adiungere, quò & praxis expeditior fiat, & demonstratio clarior: aliàs enim, Deo adiuuante, hac de re proprium tractatum instituemus, cùm ea quæ de Coni sectionibus meditari cœpimus, perfectionem nacta erunt.

Modi omnes describendi ellipsin, qui hactenus reperti sunt, & excogitari posse videntur, ad duos vniuersè sumptos reuocantur. Alter puncta primùm quotcumque designat, per quæ posteà diligenti manu ellipsis ducitur. Alter vnico ductu ellipsin totam, vel partem eius aliquam efformat, non ea quidem exquisita ratione, qua circulus decircinatur, sed longè inferiore perfectione.

A

I.

Inter eos qui per puncta ellipsin ducere sunt aggressi, primo loco occurrit Eutocius, qui ad propositionem 21. libri primi Conicorum Apollonij ita scribit: *Exponatur recta linea* A B; *à puncto autem* A *ad rectos angulos ipsi* A B *ducatur* A C, *inductaque* B C *sumantur in linea* A B *puncta quædam* E & G, *à quibus ipsi* A C *æquidistantes ducantur* E H & G K: & *fiat* A G K *rectangulum æquale quadrato* F G, & *rectangulum* A E H *æquale ipsi* D E *quadrato. Transibit iam ellipsis per puncta* A, D & F. Huius problematis demonstrationem colligendam relinquit prudenti Lectori ex eadem 21. propositione primi Apollonij proximè citata. Potest verò & ex 15. lemmate huius libri demonstrari, vt liquidò constat, cùm hęc illius sit conuersio.



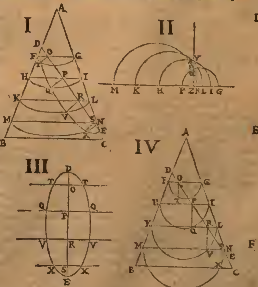
B

Ad huius porrò problematis absolutam constructionem duo desiderari videntur. Vnum illud est, quo pacto inuenienda sit A C quando altera diametrus ipsi A B coniugata præbetur. Quamuis enim libera sit A C ad A B comparatio, eùm sola diametrus A B datur; non tamen, si ambæ proponantur A B & L N, collibitum erit ipsam A C quacumque magnitudine assumere, sed in ratione quapiam definita. Quare ex eodem 15. lēmate patet, si fiat vt A B ad L N, ita hæc ad A C, haberi quod postulatur; nempe rectangulo A E H quadratum D E æquale, & A G K rectangulum, æquale ipsi F G quadrato. Alterum, qua ratione inuenire oporteat quadratum D E rectangulo A E H æquale. Fiet autem id inuestigata per 13. sexti Euclidis D E media proportionali inter A E & E H: nam per 17. sexti Euclidis, *si tres lineæ sint continuè proportionales, quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei quod à media describitur quadrato.* C

II.

Secundò, Federicus Commandinus in libello de Horologiorum descriptione, quem Analemmati Ptolemæi adiunxit, ex ipso cono rationem deducit inueniendi puncta per quæ ellipsis incedat, quam nos hîc trademus, quòd libellus ille Ptolemęi ex Commandini editione paucis ad manum sit. Esto igitur conus A B C, eiusq; sectio D E ellipsin exhibens; ducantur autem rectæ quotcumque lineę F G, H I, K L & M N omnes ipsi B C parallelę, ipsamque D E secantes in O, P, R, & S: quoniam itaque sectiones, quę per F G, H I, K L & M N ducūtur parallelæ sunt basi B C, erunt eædē circuli vti & basis B C, per 4. primi Conicorum Apollonij, & ipsarum plana ad triangulum A B C, quod per axem transit, recta; siquidem conū ipsum rectum supponimus: sit verò & eidem triangulo A B C rectum planum sectionis obliquæ D E: igitur per 19. vndecimi Euclidis O T, P Q, R V & S X, communes nempe sectiones ellipsis D E, & circulorum F G, H I, K L & M N, ipsi quoque triangulo per axem A B C rectæ

D



E

F

A rectæ erunt: quare per 3. definitionem vndecimi Euclidis O T vtrique ſcilicet D E & F G ad rectos eſt angulos. Eodemq́ modo P Q ipſis D E & H I, ac ſimiliter ceteræ R V ipſis D E & K L, itemque S V ipſis D E & M N; & hæc quidem in prima figura expoſita eſſe intelligantur.

Iam verò ſi quæ iſthic ſecundùm oculi aſpectum contracta exhibuimus, hæc eadem in ſecunda figura reipſa fiant, propiùs nonnihil ad puncta ellipſis, quæ inquirimus, accedemus. Sit in ſecunda figura linea M G vtrimque infinita, eiq́ue rectis angulis inſiſtat Y Z, fiatq́ue F Z æqualis ipſi F O primæ figuræ; Z G verò æqualis ipſi O G, ſic vt tota F G ſecundæ figuræ æqualis ſit ipſi F G primæ figuræ, & vt hæc in O, ita illa ſit ſecta in Z:
B in ſecunda itaque figura circum F G deſcribatur ſemicirculus F α G, qui ſemicirculo primæ figuræ F T G æqualis erit, & Z α ipſi O T æqualis. Simili modo fiat H Z æqualis ipſi H P, & Z I, ipſi P I æqualis, ducaturq́ue ſemicirculus H Y I, hic quoque ipſi H Q I æqualis erit, & Z Y ipſi P Q æqualis propter diametrorum æqualitatem. Rurſus fiat K Z æqualis K R, Z L verò æqualis R L: erit ergo & hic ſemicirculus K λ L ſemicirculo K V L, & Z λ ipſi R V æqualis. Demum fiat M Z æqualis M S, Z N verò ipſi S N æqualis; eritq́ue vt priùs ſemicirculus M ε N ſemicirculo M X N, & Z ε ipſi S X æqualis.

His confectis, in tertia figura ponatur D E æqualis ipſi D E primæ figuræ, ſitq́ue vtraque in O, P, R & S, eadem ſecta ratione, perq́ue O, P, R & S, in tertia figura perpendiculares ducantur ipſi D E: ab ea verò quæ per O tranſit, abſcindatur ex vtraque parte O T ipſi Z α ſe-
C cundæ figuræ æqualis: deinde ab ea, quæ per P incedit ſumatur vtrimque P Q æqualis ipſi Z Y ſecundæ figuræ: ſimiliter fiat R V hinc inde æqualis ipſi Z λ: ac demum S X æqualis ipſi Z ε. Perſpicuum igitur eſt in tertia figura ellipſin per puncta D, T, Q, V, X, E incedere, cùm rectæ O T, P Q, R V & S X, æquales ſint iis, quæ in prima figura à diametro ellipſis D E ad communes interſectiones ellipſis & circulorum baſi parallelorum applicantur. Igitur ſi in tertia figura per puncta D, T, Q, V, X, E linea quæpiam conſtanti manu ducatur, ea ellipſis erit.

Conſtat autem quò crebriora aſſumpta fuerint puncta in diametro D E, eò accuratiùs rem peractam fore, cùm facilius ſit per exigua interualla lineam manu exactè ducere, quàm per longiora.

D

III.

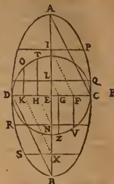
Quæ duabus primis figuris oſtendimus, ea fortè minori linearum diſpendio vna operatione præſtari poterunt hoc modo: Sit in quarta figura conus A B C, in eoq́ue ſectio D E ellipſin exhibens: diuidatur D E in partes quotcumque, ſiue æquales ſiue inæquales, puta O, P, R, S, perq́ue hæc lineæ ducantur baſi B C parallelæ, vt ſuprà F G, H I, K L, & M N, quibus ſemicirculi circũſcribantur, atq; ad eorum peripherias rectæ adiũgantur O T, P Q, R V, & S X ipſis parallelis orthogonales: dico T, Q, V, & X, in ellipſin incidere. Sunt enim eadem puncta quibus in prima figura circuli F T G, H Q I, K V L, M X N ellipſin D E interſecant: quare ſi quemadmodum à prima figura in ſecundam, & hinc in tertiam, ita nunc à quarta immediatè in tertiam puncta, T, Q, V, X, transferantur ducta figura per
E D, T, Q, V, X, E, ellipſis erit.

Eadem hac arte & ceteræ coni ſectiones, nempe Parabola atque Hyperbole, per puncta duci poſſunt, quod Federicus quidem Commandinus paucis, Clauius autem pluribus libro primo Gnomonices, propoſitione 8. oſtendit. Verùm hæ inuentiones plurimum operę requirunt, & vſum præſtare cùm debeant, ſolam propemodum habent contemplationem: quare faciliores haſce, quæ ſequuntur, accipe.

IV.

Quemadmodum ex coni ſectione, ita ex ſectione cylindri modus elici poteſt ſanè percommodus, quo puncta ellipſis, cuius datæ ſunt extremæ diametri, inueniantur. Sic
F autem ſe habet: Eſto propoſita A B maxima diametrus ellipſis, minima verò C D, quæ ita aptentur, vt ſe mutuò bifariàm & ad normam ſecent. Ducto itaque circum C D circulo, ſecetur C D in partes quotcumque F, G, H, K, vnde perpendiculares ad circuli peripheriam excitentur. Iunctis item A C & B D, his parallelæ ducantur F I, G L, H N, K X; atque hinc rurſus perpendiculares erigantur ipſi A B, à quibus abſcindantur I P, L Q, N R, X S ipſis F V, G Z, H T, K O ſingulæ ſingulis æquales: dico ellipſin circa extremas diametros A B, C D deſcriptam per puncta P, Q, R, & S tranſire. Quoniam enim F I, G L in triangulo A E C baſi A C ſunt parallelæ ex conſtructione, erunt per 2. ſexti Euclidis partes lineæ A E partibus lineæ C E proportionales. Si igitur quiſpiam neget ellipſin

per punctum, exempli gratia P incedere, fateatur necesse est eam vel extra vel intra A
punctum P cadere: igitur quæ ab I ad ellipsin perpendicularis ducetur, ipsi I P æqualis non erit: at æqualem esse oportere constat ex 19. lemmate, vbi in cylindro ostendimus eas, quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales esse iis quæ ab altera diametro rectis item angulis ad circuli peripheriam protenduntur: itaque consequens est vt ellipsis in P incidat.



Simili modo ducta D B, vt initio dicebamus, parallelæ eidem constituantur K X & H N, atque ex K & H perpendiculares ipsi D C excitentur K O & H T: his porrò si æquales fiant X S & N R, ipsi quoque A B perpendiculares; perspicuum est ex iam proxime demonstratis S & R puncta esse, per quæ ellipsis incedit. Eademque cùm sit in ceteris omnibus demonstrano, reperta iam erunt quotlibet puncta, per quæ ductu manus ellipsis vtcumque describi poterit. B

V.

Similis huic est modus ille, qui ex obliqui cylindri sectione originem ducit, neque C
etiam minùs expeditus. Is ita explicabitur: Sint datæ extremæ diametri futuræ ellipsis maxima quidem A B, minima verò C O, eæque ita aptentur, vt in E se mutuò bifariàm, & ad normam secent. Deinde circa vtramque circulus describatur, & C D ex vtraque parte producatur, vsque dum maiori circulo occurrat in F & G. Tum ex centro E per vtriusque circuli peripheriam rectæ quotcumque lineæ euocentur E L H, E K I; ab H autem & I ducantur H M & I N ipsi C D parallelæ: item ab L & K agantur L M & K N parallelæ ipsi A B: dico M & N in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri sunt A B & C D. Nam cùm in triangulo E I O, sit K N parallela E O, erit per 2. sexti Euclidis vt I K ad K E, ita I N ad N O: sed I E ipsi F E est æqualis per circuli definitionem; ab vtraque autem æquales resecantur E K & E L: igitur & reliquæ I K & F C sunt inter se æquales per communem notionem. Quare est quoque vt F C ad C E, sic I N ad N O: ac proinde cùm C in ellipsi sit per hypothesin, & N in ellipsin cadet per primum consectarium lemmatis 18. quod demonstrasse oportuit. D E

Christophorus Clauius in corollario propositionis 26. libri primi Gnomonices hanc praxin demonstrat in duorum circulorum æqualium inclinatione: sed ea demonstratio parum aut nihil discrepat ab ea, qua nos infrà propositione 21. ostendemus in cylindro obliquo, cuius basis circulus sit, rectam sectionem ellipsin esse. Quoniam verò neque Clauij demonstratio omnibus ad manum est, neque illa nostra etiamnum exhibita; vtraque autem nonnihil operosior, placuit ex præmisso 18. lemmate propositi demonstrationem elicere.

VI. F

Omnium demum expeditissima ratio inuestigandi puncta ellipseos ex 21. lemmate superius proposito elici potest, quam Guidus quoque Vbaldus suggerit libro secundo Theoricæ planisphæriorum vniuersalium: sed nos eam paulò magis ad praxin accommodabimus. Sit maxima ellipsis diametrus data A B, minima verò C D, quæ se mutuò in E bifariàm & ad normam secent: ab E B dimidio scilicet maioris diametri, resecetur E F dimidio minoris diametri E D æqualis; ac circini beneficio, cuius interuallum sit F B, construantur quotcumque lineæ, puta H G, K I inter se æquales, vno scilicet pede in E C producta si opus fuerit defixo, altero autem ad ipsam A E delato. Deinde mutato

A tato circini interuallo, vt iam dimidio minoris diametri DE fit æquale, adiungatur tegula primùm ipsi H G, positoq; pede altero in G, altero secundùm regulæ longitudinem extenso, signetur punctum L, quod quidem in ellipsin cadet per 21. lemma, sicque ordine ceteris, vt puta K I applicetur regula, defixoque pede vno circini in puncto I, altero notetur punctum N, quod item in ellipsin incidere necessum erit.

Eodem igitur modo quotcumque libuerit puncta negotio sanè perfacili reperientur, per quæ ellipsis firma manu du-
B ci possit: quòd si regula ad manum non sit, aut ea vti non placeat, producantur H G & K I versus L & N, ab eisque, vti iam dictum est, abscindantur G L & I N dimidio minoris diametri E D æquales. Sic enim eadem, quæ prius, puncta habebuntur, per quæ figura, quoad fieri poterit, accuratè descripta ellipsis erit, per 21. lemma huius libri.

VII.

Inter eos, qui organicè, vnoque ductu ellipsin describere cum laude docuerunt, pal-
C mam obtinet Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, summi ingenij vir, qui in ea, quam scripsit, Theorica planisphæriorum vniuersalium libro secundo duos præcipuè modos refert, quos hoc loco placuit recensere.

Alter est incerti quidem auctoris: sed inter architectos & cæmentarios vsitatissimus, qui dum ad cameras struendas asseres parant, lapideis fornicibus sustinendis accommodos, filo circa duos clauiculos circumacto mechanicè ellipsin describunt. Cuius praxis sic se habet:

Datis extremis diametris, maxima quidem A B, minima verò C D, ad rectos sese angulos bifariamque secantibus. Centro C, interuallo autem A E circuli peripheria describatur, quæ ipsam A B secet in F & G, hoc est, fiant C F & C G ipsis
D A E & E B æquales. Hoc facto in F & G duo figantur clauiculi, eisque filum aptetur, quod duplicatum, colligatisque extremis, longitudinem A G vel F B exæquet. Deinde filo clauiculis circumiecto graphicus stylus inseratur, isque tenso semper filo circumducatur, sic vt cuspide primùm tangat punctum A, deinde H, tum C, posteà B, ac tandè cetera quæ sese ordine consequuntur, vsq. dum in A, vnde moueri cœperat, restituatur. Hoc namque ductu ellipsin describi idem Guidus ex 52. propositione libri tertij Conicorum Apollonij acutè demonstrat. Cùm enim triangula F C G, F H G isoperimetra sint, hoc est æqualium simul sumptorum la-
E terum, quòd scilicet eodem filo contineantur; si commune latus F G subducatur, reliqua duo latera F H, H G simul sumpta duobus reliquis F C & C G simul sumptis æqualia erunt. At cùm F C æquale sit A E, & eo ipsi B E æquale ex hypothesi & constructione, erunt F C & C G simul sumpta toti diametro A B æqualia: quare & F H H G eidem A B æqualia erunt: atque eapropter per 52. tertij Conicorum Apollonij figura per A H C B D descripta ellipsis erit.

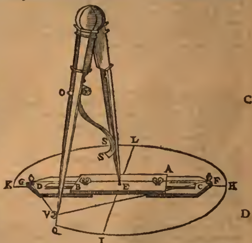
Quoniam verò subinde euenit, vt A B obliquis admodum angulis secetur à circuli peripheria, quæ ex centro C per F & G ducitur, quod præsertim fit cùm C E ipsi A B pro-
pemodum est æqualis, hanc ob causam alium modum Clauius præscribit, quo loca cla-
F uiculorum accuratè designari queunt. Descripto nimirum circum A E semicirculo, accommodetur in eo A I dimidio minoris diametri C E æqualis, & E I iungatur. Erit igitur E I æqualis ipsis E F & E G. Quoniam enim in triangulis C E F & A I E anguli E & I recti sunt, erit per 47. primi Euclidis quadratum C F quadratis C E & E F; itemque quadratum A E ipsis A I & I E quadratis æquale: sed quadratum C F æquale est quadrato A E, propterea quòd C F ipsi A E fit æqualis: igitur quadrata A I, I E quadratis C E & E F æqualia erunt. Est verò A I quadratum quadrato C E æquale ob laterum A I & C E æqualitatem: itaque & quadratum I E ipsi E F quadrato erit æquale: ac proinde & latera I E & E F æqualia; quod erat ostendendum.

Poterat igitur ex consectario lemmatis 14. libri quarti breuiùs demostrari, hoc modo: A
Cùm in triangulis rectangulis CEF & AIE sit latus CF lateri AE & AI ipsi CE ex constructione, erit per iam citatum consectarium & reliquum latus IE reliquo EF æquale.

Clauius libro primo Gnomonices, propositione 8. loco clauiculorum circinum describit, cuius insecta sunt crura, cochleisque astricta, vt inflecti cùm libuerit possint, & clauiculorum locis ad rectos angulos infigi; vult etiam vt eadem crura canaliculos habeant iuxta extremas cuspides per circuitum incisos, quibus filum contineatur ne aut sursum repat, aut infrà in ipsam cuspidis extremitatem prolabatur.

VIII.

Nos verò alium circinum aliquando construximus, cuius vna circulatione ellipsis B
egregiè describebatur, altero crure quiescente, atque in centrum ellipsis defixo; cuius schema hoc loco adiungere placuit, quòd ex eadem demõstratione pendeat. Fabricetur regula AB oblonga atque rectangula ex orichalco, aut alia materia C
solida, in cuius medio signetur punctum E, quod centro respondeat futuræ ellipsis: secundùm longitudinem verò canalem subtus habeat excauatum per quem cursores duo C & D, liberè moueantur, sitque is in imo latior paululùm, quàm in summo, vt cursores vbi opus erit cochleolis D
astringi possint. Habeant & iam dicti cursores in extremitatibus clauiculos F & G aliquantulum incisos, vt circumlectum filum circini ductu à proprio loco non dimoueatur. Circinus quoque comparetur à vulgari haud multùm distans, nisi his tantùm: primò vt caput remissius sit ac minùs, quàm in alijs solet, firmiter astrictum; deinde vt alteri crurum intus affixa sit tensilis lamina ex chalybe leuiter temperato, quæ circini compressione vltra statum coacta proprio nixu alterum crus in aduersam partem diuellat, cuiúsmodi hoc loco signatur literis OS, ad O quidem circino adhærescens, parte verò S alterum crus premens. Denique idem circinus ad mobilis cruris extremitatem E
habeat extantem lunulam notatam litera V, quæ filum excipiat contineatque, ne quàm par est liberiùs euagetur.



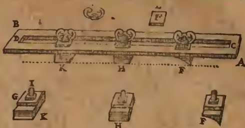
Hoc organo si circum extremas diametros HK quidem maximam, IL verò minimam ellipsis vno ductu decircinanda sit: inueniantur primùm loca clauiculorum F & G modo superiùs explicato: deinde cursores pari interuallo ab E dimoueantur, donec ipsorum clauiculi distantiam capiant lineæ FG: tum filum his circumponatur, quod duplicatum iunctísque extremitatibus æquale sit alteri linearum FK vel GH, vnoque circini pede in E defixo, altero autem nonnihil compresso filum intra lunulæ V sinum excipiatur. Hic porrò pes circumactus mucrone Q ellipsin describet, vt priùs: nam lamina OS F
mobile quidem crus circini assiduè premens a centro propellit, at filum retinens intra ellipseos fines coërcet, nec longiùs abire permittit.

IX.

Alter modus, quem Guidus Vbaldus proposuit, ex 21. lemmate huius libri originem ducit, solaque regula & tribus cursoribus rem peragit, cuius primùm constructionem, deinde vsum, qui ad ellipses æneis laminis insculpendas accommodatior est, exponemus. Esto igitur AB regula solida atque rectangula, quæ in longitudinem pertusa sit longo canali rectangulo, ac parallelis lateribus contento CD, per quam tres cursores

A F H & K liberè discurrant, qui & cochleolis, vbi opus erit, firmari possint. Habeant porrò duo è cursoribus subtus quadratas tesseras, velut bases; tertius autem præacutum mucronem ex chalybe durè temperato, qui cum tesserarũ lateribus in eamdem rectam lineam coincidat. Vt aurem hæc planiùs intelligantur, seorsum breuiter cursorum ac styli formam ostendere operæ pretium erit.

B



Sit vnius cursoris solitariè expositi ima tessera K, cui alia incumbat tessella G, paulò quidem angustior, sed quæ latitudini canalis exactè respondeat, sic tamen vt cursor liberè moueri possit; altitudo verò crassitiem laminæ proximè exæquet: ex huius medio teres cylindrus emineat I helicem à summo ad imum insculptam habens, cui mater M he-

C

lice quoque intus incisà perfectè congruat. sit quoque L tenuis lamella quadrato foramine pertusa, per quod I traijci possit. Huic cursori tribus partibus composito, alter H per omnia similis construendus est; tertius autem F id tantummodò peculiare habeat, quòd pars eius infima loco tesseræ in cuspidem desinat præacutam, qua ellipsis designatur. Igitur vt ad vsum hoc instrumentum aptetur, cursores omnes in canalem laminæ inserantur, deinde lamellæ, cuiusmodi vna est L, in singulas extantes cochleas inijciantur, hæ demum matribus perstringantur.

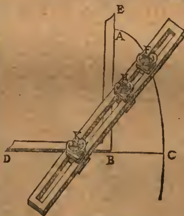
Propositis iam futuræ ellipseos extremis semidiametris A B & B C, ad rectos angulos compositis, norma ipsis applicetur E B D; cursores verò instrumenti ita

D

disponantur, vt interuallum duorum H & K semidiametro B C sit æquale, extremi autem F & K maximam semidiametrum capiant A B. Iam si regula ita moueatur, vt duorum cursorum F & H, quibus tesseræ subsunt, latera normam perpetuò premant, nec vnquam ab eius contactu discedant; perspicuũ est styli mucronati incessu quartã partem ellipsis A K C vno ductu

E

describi, quòd per 21. lemma eius styli cuspis perpetuo in ellipsi sit, quocũque tandem loco existat. Eodemque modo quadrantes reliqui delineabuntur, translata, si opus erit, norma styloque.



Sed hoc obserua, normæ crassitiem minorem paululum esse debere cursorum F & H tesseris, ne dum regula supra normam mouetur, ipsa regula normaque inuicem confricentur.

F

LEMMA XXIII.

Data maxima diametro, & alio quopiam puncto per quod ellipsis incedat, minimam diametrum reperire.

ESTO maxima diametrus data A C, punctumque F per quod ellipsis incedat; sit autem inuestiganda minima diametrus: circa maximam diametrum circulus describatur A K C P, ipsamque A C bifariàm & ad normam secet K P in E, ab F verò ad A C perpendicularis producatur F M, quæ producta in circuli peripheriam incidat ad signum

signum L I simili modo ab F ad K P perpendicularis demittatur F N, iunctaque E L secet A
ipsam F N in H, & centro quidem E, interuallo autem E H circulus describatur, qui secet ipsam K F in B & D: dico igitur B D minimam diametrum esse eius ellipsis, quæ per A F C transit. Cùm enim in triangulo E L M parallela sit F H ipsi M E, erit per 2. sexti Euclidis, vt L H ad H E, ita L F ad F M: sed cùm E L ipsi E K, & E H ipsi E B æquales sint per circuli definitionem, erit per commune axioma & L H ipsi K B æqualis: igitur per 7. quinti Euclidis vt K B ad B E, sic se habet L F ad F M. Quare cùm F in ellipsi sit ex hypothesi, & B in ellipsi erit per consectarium primum 18. lemmatis; atque eapropter B D minima diametrus est, quæ fuerat postulata: ipsa namque per centrum E, & ad rectos ipsi A C angulos ducitur. B

Aliter idem ac etiam breuiùs hoc modo perficietur: Ab F ad K B ducatur F G ipsi A E
æqualis, quæ secet A E in O: dico F O æqualem esse minimæ semidiametro postulatæ. C
Quare si à puncto E ex linea K P vtrimq. abscindantur portiones E B & E D ipsi F O æqua-
les, erit per 20. lemma tota B D minima diametrus, quam inuestigare oportuit.

LEMMA XXIV.

Data minima diametro, & alio quouis puncto per quod ellipsis incedat, maximam diametrum inuenire.

IN eadem figura minima data diametrus sit B D, punctumq; datum F, per quod ellipsis D
incedat: seceturque B D bifariàm in E, ex E verò perpendicularis excitetur E A, quæ
producatur in C: deinde centro E, interuallo autem E B vel E D circulus descri-
batur: tum per F ducantur F M & F N, ipsis B D & E A parallelæ, secetque F N circulum
in H, ac per H ex E recta ducatur E L, quæ M F productam secet in L: dico E L dimidium
esse maximæ diametri: quocircà si E centro, & interuallo E L circulus describatur
qui ipsam A C secet in A & C, dico A C maximam esse diametrum postularam. Quoniam
enim L M parallela est ipsi B D ex constructione, erunt per 11. lemma lib. 4. segmenta li-
nearum E L & F N proportionalia, hoc est, vt L H ad H E, sic F H ad H N: sed cùm E H ipsi
E I, & E L ipsi E A sit æqualis per circuli definitionem, erit L H ipsi A I æqualis, per com-
munem notionem: quare per 7. quinti Euclidis erit quoque vt A I ad I E, sic F H ad H N; E
atque idcircò per primum consectarium lemmatis 18. cum F ex hypothesi in ellipsi sit,
erit & A in ellipsi. Est verò A C ex ipsius E D medio puncto E ad rectos angulos excitata:
itaque A C maxima est diametrus postulata.

Aliter ac breuiùs inuenietur maxima diametrus quæsita hoc modo: A C ad medium
ipsius B D normaliter constructâ, fiat F O ipsi E B æqualis, producaturque F O quoad cum
B D producta, si opus fuerit, conueniat in G: dico F G dimidio maioris diametri æqualem
esse. Ducatur enim F N ad rectos ipsi B D angulos, quæ circulum B I D secet in H; duca-
tur etiam F M ad rectos angulos ipsi A E: erunt igitur F N & F M ipsis A E & B D parallelæ;
ex E autem per H recta agatur E H, quæ producta cum M F item producta conueniat
in L: quoniam igitur in triangulis E H N & F O M anguli N & M recti sunt, & latus E H la- F
teri F O ex hypothesi est æquale, itemque N E latus æquale lateri F M per 34. primi Eucli-
dis, erunt ipsa triangula E H N & F O M æquiangula, & æquilatera per consectarium
conuersi lemmatis 14. libri quarti: æqualis igitur est angulus E H N angulo F O M: sed
eidem angulo E H N æqualis est angulus H E O per 28. primi Euclidis, quòd videlicet
F N & A E constitutæ sint parallelæ: igitur & H E, F O parallelæ erunt per 29. primi Eu-
clidis: quare tota E L ipsi F G parallela erit. Sunt verò & L F, & E G ex constructione pa-
rallelæ: itaque æquales inter se erunt E L, & F G, per 34. primi Euclidis: à quibus si æqua-
les detrahantur F O & E H, relinquentur O G & L H æquales: at iam proximè ostensum
est E L dimidio maioris diametri æqualem esse: quòd sit vt L H ad H E, sic F H ad H N:
igitur

A igitur & F G dimidio maioris diametri æqualis erit. Quare si circa E L velut semidiametrum ex centro E circulus describatur qui secet A C (normalem scilicet minimæ diametro B D) in A & C, erit eadem A C maxima diametrus quæ fuerat postulata, vt ex vigesimo lemmate huius libri manifestè constat.

LEMMA XXV.

Datis quibuscumque diametrorum coniugationibus ellipsis circulo inscribendæ, extremas diametros seu axes inuestigare.

B ELLIPSIS datæ axem, seu maximam diametrum reperire docet Apollonius Pergæus libro 2. Conicorum, propositione 47. at quoniam eius constructio ellipsin iam descriptam supponit, subinde autem hoc in libro axes quærendi sunt inscribendæ circulo ellipsis, alia nobis ratio ineunda fuit. Sunto igitur A B & C D coniugatæ quidem, at non extremæ diametri ellipsis nondum descriptæ, quæ sese decussent in E ipsius ellipsis centro. Sit verò I K F O circulus, cui ellipsin inscribere oportet, quæ æqualem
C maximam diametrum habeat ipsius quidem circuli diametro æqualem, sed cuius positio situsque ignoratur: igitur per A recta ducatur alteri diametro C D parallela, quæ circulum secet in F & K, versus K autem ea infinite producatur: hæc per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin continget in A. Deinde per 11. lemma fiat vt F A ad A K, ita F G ad G K: à G autem per centrum E recta
D traijciatur G O circulum secans in I: dico I O maximam esse ellipsis diametrum postulatam. Si enim id negetur, necesse est dicere maximam diametrum ellipsis productam cum F G tangente vel infra vel supra punctum G conuenire. At impossibile vtrumque hoc pacto ostenditur.

Sit primò maxima diametrus N S, eadem videlicet, quæ & circuli; hæc au-
E tem producta concurrat cum F G ad signum Q: à puncto verò A rectis ipsi N S angulis ducatur A P: quoniam igitur per 32. primi Conicorum Apollonij F G ellipsin contingit, erit per 36. eiusdem primi Conicorum Apollonij vt N P ad P S, ita N Q ad Q S. Quare erit quoque per lemma 23. libri quarti, vt F A ad A K, sic F Q ad Q K: quod fieri nequit, cùm per constructionem effecta sit F G ad G K, quemadmodum F A ad A K. Non est igitur N S, aut quæcumque demum producta infra punctum G in lineam tangentem F G cadit, maxima ellipsis diametrus.

Eodem verò modo demonstratio instituetur in illis, quæ productæ supra G cum F G concurrunt, veluti in proposito schemate est R T, quæ producta in F G item productam incidit ad signum X. Si enim ducatur A V ad rectos ipsi R T angulos, quoniam A X ellip-
F sin tangit, erit per 36. primi Conicorum Apollonij vt R V ad V T, ita R X ad X T, & per lemma 23. libri quarti vt F A ad A K, ita F X ad X K, quod cùm fieri non possit, (siquidem facta est F G ad G K, vt F A ad A K) nec R T maxima diametrus ellipsis esse poterit: sed nec alia vlla, quæ producta supra vel infra G cum F G concurrit: igitur I O à G per centrum E ducta maxima est ellipsis diametrus postulata, cui si ad rectos angulos per centrum quoque E adiungatur H Z, vt lemmate vigesimo tertio superiùs ostendimus, hæc minima erit priori coniugata.

LEMMA

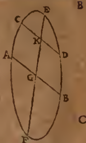
A

LEMMA XXVI.

Data ellipsi, vnáque eius diametro, alteram ei coniugatam assignare.

NON erit difficile in ellipsi vna diametro data, alteram ei coniugatam reperire, si data diametrus sit figuræ axis, seu extrema linearum quæ per centrum duci possunt. Nam si data diametrus secetur bifariàm, ac per sectionis punctum alia agatur ad rectos eidem angulos, quæ vtrimque in peripheriam figuræ incidat, factum erit propositum: hæc enim erit altera diametrus postulata; siquidem axes ellipsis, seu extremæ diametri, hoc est maxima & minima, se mutuò non tantùm bifariàm, (quod omnibus, licet non coniugatis diametris, conuenit) verùm etiam ad normam secant. Itaque vt vniuersè rem concludamus, esto propositæ ellipsis A E B F, vna diametrus quæcumque positione data A B, sitque inuenienda altera ei coniugata: ducatur in ellipsi alia quæpiam linea C D ipsi A B æquidistans, vtraque verò secetur bifariàm, hæc in K, illa in G; per puncta autem G & K recta agatur E F, vtrimque in ellipsin incurrens: hanc dico alteram esse diametrum priori A B coniugatam, vt constat ex 17. definitione primi Conicorum Apollonij; hæc enim velut propria nota coniugatæ diametri à non coniugatis discriminantur, quòd coniugatæ lineas omnes alteri parallelas bifariàm secent: quamobrem lineæ quæ vni coniugatarum diametrorum ducuntur parallelæ, ad alteram diametrum ordinatim applicari dicuntur, quòd illa diametro cui adiunguntur, ita secentur vt partes continuam proportionem seruent: nam earum quadrata inter se eam rationem habent, quam quæ ex secantis diametri partibus fiunt rectangula, vt idem Apollonius docet libro primo Conicorum, propositione vigesima prima.

B



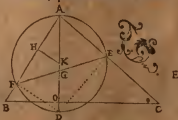
C

LEMMA XXVII.

Datum conum scalenum subcontrariè secare.

D

ESTO conus scalenus A B C, cuius basis B C circulus, oporteat autem conum subcontrariè secare, hoc est, portionem ab eo rescindere, cuius triangulum per axem, exempli gratia A E F, triangulo A B C simile sit, hoc est, æquales habens angulos, latera autem proportionalia: à vertice A demittatur A O basi B C perpendicularis, & sumpto in ea quouis puncto K, hoc velut centro, interuallo autem A K circulus describatur A E D F, qui per coni verticem incedat, secetque reliqua duo coni latera A B & A C in F & E: dico E F sectionem esse basi subcontrariam, hoc est, triangulum A E F triangulo A B C simile esse, seu æquiangulum, & lateribus proportionatũ. Ductis enim E D & F D, erunt anguli D E A & D F A recti per 31. tertij Euclidis, vtpote in semicirculis, & D E ad A C, vti O F ad A B perpendiculares per 10. definitionem primi Euclidis: sed & anguli A O B & A O C ex positione sunt recti: igitur rectangula sunt ipsa triangula A O B & A F D; quibus cùm angulus B A D communis sit, erit & reliquus angulus A B O reliquo angulo A O F æqualis. Quoniam enim per 32. primi Euclidis tres anguli cuiusque trianguli duobus rectis sunt pares, habetque vterque horum vnum rectum, erunt duo reliqui vnius, duobus reliquis alterius æquales; sublato igitur communi B A D, erit reliquus A B O reliquo A O F æqualis. Est verò eidem angulo A D F æqualis angulus A E F, tum quòd in eodem sint A E D F segmento, tum propter triangulorum F G D & A G E similitudinem. Cùm enim per 35. tertij Euclidis sit rectangulum sub A G, & G D ei quod sub E G & G F comprehenditur æquale, erit per 16. sexti Euclidis vt A G prima ad secundam G E, ita D G tertia ad G F quartam; sunt verò per 15. primi Euclidis anguli intersecantium se linearum A D & E F ad verticem G æquales: igitur



E

F

A igitur per 6. sexti Euclidis æqulangula sunt ipsa triangula A G E & D G F; & angulus qui-
dem A E F angulo A D F æqualis: quare & angulus A B C eidem angulo A E F æqualis erit.
At eodem modo æqualis probabitur A C B angulus angulo A F E, quòd angulus A C O
æqualis sit A D E angulo, hic autem ipsi A F E, vtpote in eodem segmento: igitur cùm
angulus B A C communis sit, erit triangulum A E F triangulo A B C æquiangulum, ac
propterea simile per 4. sexti Euclidis: vtque A B ad A C, & hæc ad B C, ita A E ad A F, &
hæc ad E F; quocircà E F subcontraria est sectio postulata.

Si à certo quopiam puncto in altero latere trianguli per axem dato, puta F, subcontra-
ria sectio inchoanda sit, secetur A F bifariàm in H, & à sectionis puncto H perpendicula-
B ris ipsi A F excitetur H K, quæ ipsam A D secet in K: dico K centrum esse, ex quo descri-
ptus per A circulus, simul per F & E transit, vbi scilicet F E conum A B C subcontraria
sectione à puncto F inchoata discindit. Ductis enim F D & E D, eadem fiet demonstra-
tio quæ suprà: igitur constat propositum.

LEMMA XXVIII.

*Si coni scaleni basis circulus sit, & subcontraria
sectio circulum exhibebit.*

C SIT, vt suprà, conus scalenus A B C, cuius vertex quidem A, basis autem circulu
circa diametrum B C animo descri-
ptus, seceturque conus plano ABC per
axem, & ad basin recto: quod fiet, si à ver-
tice A perpẽdicularis ad basin productam,
si opus erit, demittatur A H per 11. vndeci-
mi Euclidis, per AH verò & axem planum
extendatur; hoc enim per 18. vndecimi
Euclid. ad basin rectum erit: secetur quo-
que conus alio quodã plano F G E ad idem
D triangulum per axem A B C recto, sed basi
subcontrarie posito, sic vt ex triangulo per
axem abscindat triangulum A E F triangu-
lo A B C simile, in quibus angulus quidem A communis sit, angulus verò A E F angulo
A B C, & reliquus A F E reliquo A C B æqualis: dico sectionem F G E circulum esse. Nam
si aliud planum intelligatur O G D basi parallelum, quod ipsum F G E intersecet in com-
muni recta linea G K, perspicuum est planum O G D circulum esse per 4. primi Conico-
rum Apollonij. Et quoniam vtrumque planum O G D & F G E ad triangulum per axem
A B C rectum est, erit quoque per 19. vndecimi Euclidis communis illorum sectio G K,
ad idem planum A B C recta: quare per definitionem 3. vndecimi Euclidis eadem G K
E vtrique O D & F E perpendicularis erit: ac proinde per 17. sexti Euclidis quadratum
G K æquale est ei, quod sub O K D comprehenditur, rectangulo, quod G K inter O K &
K D medium proportionis locum obtineat per 2. lemma huius libri. Sed angulus F O K
æqualis est angulo A B C per 29 primi Euclidis; angulo autem A B C æqualis angulus D E K
ex hypothesi: igitur F O K angulus angulo D E K est æqualis. Est verò & F K O angulus æ-
qualis angulo D K E per 15. primi Euclidis: itaque & reliquus O F K reliquo E D K relin-
quitur æqualis: quocircà æquiangula sunt ipsa F K O & D K E triangula, in quibus pro-
inde latera E K ipsi O K, & D K ipsi F K proportionalia sunt: ideoque à prima & quarta
rectangulum E K F æquale est ei quod à medijs fit rectangulo O K D per 16. sexti Eucli-
dis: sed rectangulum O K D ostensum iam est æquale quadrato G K: igitur & rectangu-
F lum E K F eidem quadrato G K est æquale. Ex quo fit per 3. lemma vt G in circulum ca-
dat, cuius diametrus E F.

Cumque eodem modo omnes communes sectiones plani E G F, & eorum quæ basi
æquidistantia ducuntur, quocumque loco acciderint, ostendi queant in circulum ca-
dere; palam relinquitur subcontrariam coni scaleni sectionem E G F circulum esse, cu-
ius E F diametrus; quod erat demonstrandum. Habet hæc subcontrariæ sectionis con-
templatio non exiguum momentum ad explicandas stereographicas obliquorum cir-
culorum proiecturas, siue illi maximi sint, siue non maximi, de quibus infrà suo loco;
vbi ostendemus illos omnes circulari forma in planum transcribi.

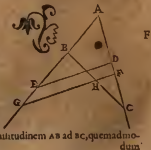
LEMMA XXIX. A

Si conus scalenus, cuius basis circulus alio secetur plano basi subcontrario: dico omnia triangula quæ aguntur per axem ab his planis subcontrariè dissecari.

RVRSVS conus scalenus exponatur A B C, cuius basis B N C L circulus, axis verò A O; seceturque conus alio quodã plano E H F K basi subcontrariè constituto, quod proinde per præcedens lemma circulum gignat, cuius diameter E F à triãgulo per axem A B C, quod vtrique circulo rectum est, portionem auferat A F E ipsi A B C similem: B dico si per eumdem axem A O agatur aliud triangulum quodcumque A N L, quod basin quidem secet in L N, subcontrarium autem circulum in H K, fore triangu- C lum A H K triangulo A N L simile. Ducatur enim per A, H, & K circulus qui A O secet in D, & H D, K D iungantur: quoniam igitur A O ad basin B N C L recta est, erit quoque quod per ipsam ducitur triangulum A N L ad basin rectum per 18. vndecimi Euclidis, ac proinde per 3. definitionẽ vndecimi Euclidis recti erunt anguli A O N & A O L; sed & recti sunt A H O & A K D, vtpote in semicirculis: itaque cùm triangula A O L & A H D rectos habeant angulos A O L & A H D, alterumque O A L communẽ, erunt reliqui A L O & A D H per 32. D primi Euclid. æquales: at angulo A D H æqualis est angulus A K H, vtpote in eodẽ segmento A K D H: igitur A K H angulus angulo A L O est æqualis. Eodem verò modo ostendetur A H K angulus æqualis ipsi A N L angulo: nam in rectangulis triangulis A O N & A K D, quibus communis est angulus qui ad verticem A, reliquus quoque A O K reliquo A N O est æqualis; A D K autem est æqualis ipsi A H K, vtpote in eodem A H D K segmento: igitur A H K ipsi A N L est æqualis. Quocircà æquiangula sunt A H K & A N L triangula; ac proinde per 4. sexti Euclidis proportionalia ipsorum latera, ipsaque similia; quod erat demonstrandum. Cumque in ceteris triangulis per axem ductis, eadem sit probandi ratio, perspicuum relinquitur id, quod vniuerse fuit propositum.

LEMMA XXX. E

Si subcontrariarum sectionum diametri à lateribus trianguli per axem æquales portiones abscindant, erunt ipsæ diametri inter se æquales: aliàs quæ maiorem aufert portionem, ea erit maior.



IN cono scaleno A C G subcontrariarum sectionum diametri B C & D E, à lateribus trianguli per axem æquales portiones auferant A B & A D, vel A C & A E: dico ipsas B C & D E æquales inter se F esse. Nam cùm propter triangulorum A B C & A D E similitudinem sit vt A B ad B C, ita A D ad D E; erit quoque & permutando per 16. quinti Euclidis vt A B ad A D, ita B C ad D E: sed A B & A D ex hypothesi sunt inter se æquales: igitur & B C, D E æquales inter se erunt.

Si verò sit F G sectio ipsi B C subcontraria, maiorq; A F quàm A B, vel A G quam A C maior: dico & F G ipsa B C maiorem esse. Est enim propter triangulorum similitudinem A B ad B C, quemadmodum

A dum A F ad F G: sed ex hypothesi maior est A F quàm A B, hoc est prima maior quàm tertia: igitur & F G secunda quàm quarta B C maior erit per 14. quinti Euclidis; quod erat probandum.

LEMMA XXXI.

Fieri omnino nequit, vt in cono scaleno subcontrariarum sectionum diametri se mutuò bifariàm secent; si autem vna secetur bifariàm, erit alterius maior portio ea, quæ minori angulo trianguli
B *per axem adiacet.*

IN eadem enim schematis constructione secet F G ipsam B C bifariàm in H: dico F G à B C neutiquam ex æquo diuidi. Quoniam enim in triangulis B H G & F A C anguli ad communem verticem H per 15. primi Euclidis sunt inter se æquales, itemque G & C æquales propter triangulorum A B C & A F G similitudinem, erunt & reliqui B & F inter se æquales: quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera. Si itaque quemadmodum B H æqualis est H C, ita esset F H, H G æqualis, sequeretur per 5. sexti Euclidis angulum F C H angulo G B H æqualem esse, quòd nimirum ambo homologis lateribus obijciantur: quocircà parallelæ essent G B & C F per vigesimam octauam pro-
C positionem libri primi Euclidis: quod absurdum est, cùm in puncto A ex hypothesi conueniant: nequit igitur angulus C F H angulo G B H æqualis esse, ac proinde nec F H ipsi H G esse æqualis; quod demonstrandum erat.

Aio verò G H, quæ minori angulo A G F trianguli per axem adiacet, ipsâ H F maiorem esse: nam cùm rectæ lineæ G B & C F in A conueniant, necesse est angulum B G F angulo G F C minorem esse: si enim æqualis esset aut maior, rectæ G B & C F, quantumuis protractæ, ad partes B & F numquam concurrerent; concurrunt autem: igitur minor est angulus B G F angulo G F C: at angulus G F C est æqualis angulo G B C propter triangulorum B C H & F C H similitudinem: itaq; & angulo G B H angulus B G H est minor: quamobrem per 19. primi Euclidis maior est G H quàm H B, & propter triangulorum similitu-
D dinem etiam H C, id est B H maior quàm H F: igitur G H multò est quàm H F maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXII.

In cono scaleno, subcontrariarum sectionum quæ alteram bifariàm secat, illa semper est maior.

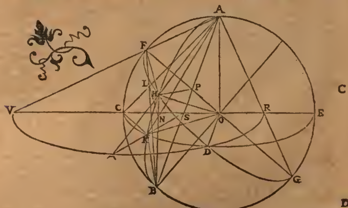
VT si in superiore schemate linea B C ab F G secetur bifariàm: dico F G quàm B C maiorem esse: non enim in primis æqualis esse potest; nam ob triangulorum A B C & A F G similitudinem essent quoque A B & A F, itemque A C & A G æquales; ab-
E latis autem æqualibus A B & A F ab æqualibus A C & A G, reliquæ etiam B G & F C æquales essent: ideoque & G H ipsi H C; & B H, hoc est H C, ipsi H F; ac tandem G H ipsi H F æquales ob triangulorum B H G & F H C similitudinem: sicque ambæ B C & F G secta essent bifariàm, quod fieri non posse proximè ostendimus; non igitur esse potest F G ipsi B C æqualis.

Deinde nec minorem esse posse F G ipsâ B C ita ostenditur: Si minor esset F G quàm B C, esset quoque A F quàm A B, & A G quàm A C minor ob triangulorum similitudinem: sublataque A B, quæ ex absurda hypothesi ostensa est maior, ab A G quæ minor ex eadem hypothesi probatur quàm A C, itemque detracta minore A F de maiore A C, relin-
F queretur B G multò quàm F C minor: ac proinde ipsa quoque G H quàm H C, id est quàm B H minor esset: quare per 18. primi Euclidis & angulus G B H angulo G minor: sed angulus C angulo G est æqualis, ob triangulorum A C B & A G F similitudinem; angulus autem G B H, vtpote externus trianguli A B C, maior est angulo C per 16. primi Euclidis: igitur & angulo G idem G B H angulus est maior: erit itaque angulus G B H angulo G maior & minor. quod cùm fieri nequeat, nec F G quàm B C minor erit; quod fuerat assumptum: sed neque æqualem esse posse ostensum iam est: itaque consequens est, vt sit maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXIII. A

In ſphæra ſi per aduerſos polos duorum circulorum æqualium, alius quicumque circulus ducatur, abſcindet is à primorum circulorum peripheriis portiones æquales.

AEQVALES in ſphæra circuli, vel maximi ſunt, vel non maximi: quorum omnium tametſi vna ſit demonſtratio, ne tamen impliciti caſus diſcurſum longiorem obſcurioremque efficiant, placet in circulis primùm maximis propoſitum concludere, ac poſteà ſigillarim oſtendere eamdem demonſtrationem in circulis etiam B
non maximis, ſed æqualibus, locum habere.



C

D

Eſto A polus ſupernus circuli maximi C D E, B verò polus infernus maximi circuli F D G; & per hoſce aduerſos polos, hoc eſt A ſuperum, & B inferum, circulus quicumque ducatur A H K B: dico hunc æquales aſſumere circulorum portiones, C K ipſi F H, & D H ipſi D K (dico autem ſuperum polum oculo propinquiorem, inferum verò ab oculo remotiorem:) quoniam enim A circuli C D E polus eſt, erunt A C & A K arcus inter ſe æquales per poli definitionem, quæ quinta eſt libri primi Sphæricorum Theodoſij. Cùm verò A C & B F eiuſdem circuli quadrantes ſint, ac proinde inter ſe æquales, erunt & rectæ lineæ A C & B F, quæ ipſis ſubiiciuntur, inter ſe æquales: quamobrem rectæ quoque A K
& B H æquales inter ſe erunt, vt & arcus quos ſuſtinent per 28. tertij Euclidis æquales. E
Ab arcubus igitur A C & B F ſi communis portio detrahatur C F, relinquentur arcus A F & B C æquales; ideoque & anguli A B F, B A C æquales per 27. tertij Euclidis, & ſubtenſa latera A E & L B æqualia per 6. primi Euclidis. Eodemque modo ſi ab æqualibus peripheriis A K & B H communis portio ſubducatur H K, relinquentur A H & B K æquales: quare & anguli A B H & B A K per 27. tertij Euclidis æquales, ſubtenſaque latera A N, N B æqualia erunt. Cum itaque in triangulis L A N & L B N æqualia ſint latera A L, A N, lateribus B L & B N, vtrumque vtrique, baſiſque L N communis, erit & angulus L A N angulo L B N æqualis per 8. primi Euclidis. Rurſus quoniam in triangulis C A K, F B H ſunt latera A C, A K, lateribus B F, B H æqualia, anguluſque C A K angulo F B H æqualis, erit &
baſis C K baſi F H æqualis per 4. primi Euclidis: quamobrem & arcus C K & F H æqua- F
les inter ſe erunt per 28. tertij Euclidis; cumque æquales ſint peripheriæ D C & D F, ſublatis æqualibus C K & F H, relinquentur D H & D K æquales; quod erat demonſtrandum.

Idem, ac fortè breuius, demonſtrari & in hunc modum poterit: Quoniam æquales ſunt C D E & F D G circuli, vtpote maximi, erunt & quæ ab ipſorum polis ad circumferentiam ducentur rectæ lineæ A K & B H inter ſe æquales: ablata verò ab æqualibus peripheriis A K & B H communi portione H K, relinquetur A H ipſi B K æqualis; ideoque per 27. tertij Euclidis & anguli A B H, B A K inter ſe æquales. Rurſus quoniam in triangulis A O S & B O P recti ſunt anguli A O S & B O P per 10. primi Sphæricorum Theodoſij,

A fij, atque idcirco æquales: itemque A B O angulus angulo B A O in triangulo isoscele A O B æqualis, lateraque A O & O B æqualia, vtpote eiusdem circuli A C B E semidiametri, erunt & reliqua latera trianguli A O S reliquis lateribus trianguli B O P æqualia per 26. primi Euclidis, hoc est A S æquale B P, & O S ipsi O P. Quare in triangulis A K S & B H P, cùm iam ostensa sint latera A K, A S, lateribus B H, B P æqualia, angulusque K A S angulo H B P æqualis, erit per 4. primi Euclidis & basis K S basi H P æqualis. At in triangulis O S K & O P H in quibus æqualia sunt hæc ipsa iam dicta latera K S & H P, æqualia etiam sunt & reliqua, vtrumque vtrique, O K scilicet ipsi O H, nempe æqualium circulorum semidiametri, & O S ipsi O P per iam factam demunstrationem. Igitur per 8. primi Euclidis æquales
B erunt & anguli singuli singulis, id est K O C ipsi H O F, atque ea propter arcus C K arcui F H æqualis erit per 26. tertij Euclidis; quod demonstrasse oportuit.

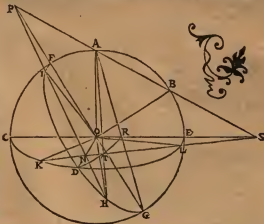
Quæ in maximis circulis ostendimus, eadem fermè ratione ostendi possunt & in non maximis, si modò æquales ipsi inter se sint. Quoniam enim æquales circuli non maximi à sphæræ centro æqualiter distant per 6. primi Sphæricorum Theodosij, æqualiter quoque distent ab aduersis polis necesse est: siquidem centrum circuli inter polos medium locum obtinet: quare æquales erunt omnes illæ rectæ lineæ, quæ à polis similiter sumptis ad circulorum peripherias extenduntur, vt superiùs A C & A K æquales ipsis B F & B H, posito quòd circuli C D E & F D G æquales quidem sint, at non maximi: cumque & angulus C A K angulo F B H in non maximis circulis iuxtà ac maximis ostendi possit æqua-
C lis, erunt & bases C K & F H inter se æquales per 4. primi Euclidis, ac proinde & arcus qui ipsis insistunt per 28. tertij Euclidis; quod erat ostendendum.

Ex quibus colligi potest, si A F & A H producantur, vsque dum plano, in quo circulus C D E, & circuli F D G proiectura describitur, occurrant ad V & T, productam quoque S K in T incidere. Cùm enim A H & S K in vno sint plano, nempe circuli A H K B, nec sint inter se parallelæ, necesse est ipsas longiùs prouectas coire aliquando. At S K in eodem est plano, in quo & V, T, totaque circuli obliqui F D G proiectura, supponimus enim V & T in ipsius esse circuli C D E plano, in quo est S K: igitur eo loci S K cum A H producta congreditur, vbi A H protracta planum circuli C D E intersecat, hoc est in T; quod ostendisse oportuit, vt planior sit ad obliquarum proiecturarum partitiones accessus,
D quas in Stereographia exhibebimus.

LEMMA XXXIV.

Si per æqualiũ circulorum polos, qui ad eamdem partẽ sunt, planum agatur vtrumq. circulum secans, assumet id à circulorum peripheriis portiones æquales à communi circulorũ sectione inchoatas.

SVNTO duo circuli maximi, C D E cuius polus A, & F D G
E cuius polus B, ambo ad planum A C G E recti; & A B, quæ propinquos sibi polos iungit, ex vtraque parte producatur, donec cum pro-
F ducta C B conueniat ad signum S, cum G F verò item producta ad signũ P: si igitur per vtriusq; circuli polos A & B, qui ad eamdẽ partẽ sunt, aliud quoddam



planum ducatur, præter P O S, puta P N S, quod circulum quidem C D E secet in L & K,

 circu-

circulum autem F D G in I & H; dico peripherias D K & D H, quæ à communi circulo- A
rum sectione D initium sumunt, æquales inter se esse, itemque D L & D I æquales; vnde
consequens est vt & C K ipsi G H, & E L ipsi F I sint æquales.

Quoniam enim A O æqualis est B O per circuli definitioné, erit & angulus A B O angulo B A O æqualis per 5. primi Euclidis: quare & duo anguli A P O & A O P, qui per 32. primi Euclidis æquales sunt externo B A O, duobus B S O & B O S æquales erunt, quòd hi item per 32. primi Euclidis sint externo A B O seu B A O æquales. At A O P & B O S sunt inter se æquales per 27.

B

C

tertij Eucl. quòd scilicet æqualibus peripheriis A P & B E insistant, quæ nimirum à
quadrantibus A E & B F, detractâ communi portione A B, relinquuntur: itaque & A P O,
B S O anguli æquales inter se erunt: ideoque & latera P O & O S per 6. primi Euclidis
æqualia. Rursus cum vterque circulus C D E & F D G ad planum A C G E rectus sit ex
hypothesi, erit communis vtriusque sectio D O ad idem planum A C G E recta per 19.
vndecimi Euclidis: igitur recti sunt anguli P O N & S O N per 3. definitionem vndecimi D
Euclidis. Cùm igitur in triangulis P O N & S O N æquales sint ad O anguli, vtpote recti,
& circum ipsos sit latus P O æquale lateri O S, O N verò commune vtrique; erit & angulus P N O angulo S N O per 4. primi Euclidis æqualis, vterque autem recto minor, quòd
P O N & S O N recti sint: quocircà & qui deinceps O N H & O N K anguli æquales inter
se erunt; ambo verò rectis maiores, quòd hi vnà cum P N O & S N O bini sumpti duobus rectis sint pares per 13. primi Euclidis: itaque in triangulis O N K & O N H anguli
quidem O K N & O H N singuli rectis minores erunt. Est verò O N commune vtrique triangulo, O K autem ipsi O H æquale, nempe æqualium circulorum semidiametri: igitur
per 7. sexti Euclidis, & angulus K O N angulo H O N æqualis erit, & per 26. tertij Euclidis peripheriæ D K & D H inter se æquales: quæ si ab æqualibus quadrantibus D C & D G E
auferantur, reliquæ etiam C K & G H æquales inter se erunt; quod demonstrandum erat.

Deinde ductis O I & O L; quoniam in triangulis O I N & O L N æqualia sunt latera O I,
& O L, vtpote æqualium circulorum semidiametri, sitque latus O N vtrique commune,
angulusque O N I angulo O N L iam ostensus æqualis, & vterque angulorum O I N &
O L N recto sit minor per 18. primi Euclidis, quòd vterque minimo lateri O N insistat;
erunt & anguli N O I & N O L, per 7. sexti Euclidis æquales; ac proinde & peripheriæ D I
& D L æquales: anguli verò illi N O I & N O L, si ab æqualibus rectis N O E & N O F subducantur, relinquent E O L & F O I angulos æquales, ideoque & peripherias E L & F I per
26. tertij Euclidis æquales; quod etiam demonstrasse oportuit.

Ex quo id Lector colligas, ductis A G & A H, quę planum (in quo circulus C D E, & obli- F
qui circuli F D G proiectura describitur) in locis R & T intersecent, ipsam S K per T signum
ipsius H vicarium transire. Quoniam enim A H in ipsius est trianguli A H P plano per 2.
vndecimi Euclidis, triangulum autem A H P in eodem est plano in quo & S K ex hypothesi, necesse est A H & S K in vno plano esse: igitur cùm parallelæ non sint, sese intersecent oportet; non vtique alio in puncto quàm T, vbi A H planum attingit C D E, in quo
etiam est S K: quare peripheria R T peripheriæ G H, ac proinde ipsi etiam C K aspectu respondet. Quod obseruatione dignum duxi, vtpote ad obliquarum proiecturarum stereographicas partitiones apprime vtile.

LEMMA

A

LEMMA XXXV.

Esto recta AS *diametro circuli obliqui* FG *parallela: aio ductum per* AS *planum* ASHI *abscindere de circuli* FDG *peripheria portiones* FI *&* GH *æquales.*

FINGE namque animo per AS actum esse aliud quodpiam planum circulo FDG parallelum: cùm ergo planum ASHI in vtrumque incidat, erunt per 16. vndecimi
B Euclidis communes illorum sectiones AS & HI parallelæ: sed eidem AS parallela

C

D est FG ex hypothesi: itaque HI & FG inter se parallelæ erunt per 9. vndecimi Euclidis: quocircà ductâ FH, erit angulus FHI angulo GFH æqualis per 29. primi Euclidis; ideoq́. & peripheriæ FI, GH, quibus illi insistunt, æquales inter se erunt per 26. tertij Euclidis; quod probandum erat.

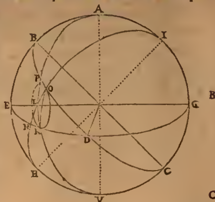
Nunc si AH & AI plano subiecto occurrant in T & P, manifestum est per commune Proiecturarum axioma P ipsius I, & T ipsius H proiecturam esse; itemque VP ipsam peripheriam FI, & RT ipsam GH repræsentare. Vt igitur FI & GH reipsâ æquales inter se sunt, ita & VP, RT æquales sunt repræsentatione. At verò si per X communem intersectionem DO & HI recta ducatur KL ipsi CE parallela, erunt CK & EL æquales tum in-
E ter sese per iam factam demonstrationem, tum ipsis FI & GH per 13. lemma huius libri. Quare STP per X communem intersectionem DO & KL ducta arcus VP & RT arcubus CK & EL apparentiâ æquales intercipit. Atque hæc quoque obseruatio ad obliquarum proiecturarum stereographicas distributiones in posterum vtilis erit.

LEMMA XXXVI.

Si duos sphæræ circulos, eósque maximos, alius quidam circulus non maximus contingat, erunt arcus à communi ipsorum sectione
F *ad contactus pertinentes inter se æquales.*

CIRCELLVS inquam OK, cuius polus L, duos sphæræ circulos, eosque maximos BDC & EDG contingat, hunc in K, illum in O: dico arcus DO & DK æquales inter se esse. Ducatur enim per L polum circelli OK, & per contactum O circulus maximus OL, qui circulum EDG secet in N: simili modo per L & contactum K, circulus ducatur maximus KL, qui circulum BDC secet in P: quoniam igitur circulus OLN transit per polum circelli OK, & contactum O, transibit is etiam per polos circuli BDC, nempe I & H, per 5. secundi Sphæricorum Theodosij. Eademque ratione KLP per A & V polos circuli EDG incedet: quocircà per 15. primi Sphæricorum Theodo-

Theodosij anguli N O D & P K D recti erunt & æquales. Rursus cùm L sit circuli O K polus, erunt arcus L O & L K inter se æquales, vt ex quinta definitione primi Sphæricorũ Theodosij colligi potest. Ducto itaque per O & K circulo maximo O K, erit O L K triangulum isosceles, ac proinde eius, qui ad basin sunt anguli L O K & L K O inter se æquales, per octauam Triangulorum sphæricorũ Clauij: qui proinde si ab æqualibus rectis angulis N O D & P K D subducãtur, reliqui O K D & K O D anguli æquales inter se erunt: quare & quæ ipsis subtenduntur latera D O & D K æqualia, per 9. Triangulorum sphæricorum Clauij. Igitur si duos sphæræ circulos, eosque maximos, alius quidam circulus, &c. quod probandum fuit. A B C



LEMMA XXXVII.

Earum, quæ à puncto quodam ad rectam quamdam lineam ducuntur, breuissima omnium est perpendicularis: ceterarum autem remotiores à perpendiculari propinquioribus semper sunt maiores.

EXPONATVR recta quædam linea infinita B F, ad quam à puncto quodã A extra eam dato rectæ quotcumque lineæ protendantur, e quarum numero A B ipsi B F sit perpendicularis; ceteræ autem ductæ vtcumque: dico primò, breuissimam omnium esse A B perpendicularem. Quoniam enim A B C rectus est angulus ex hypothesi, erunt singuli reliquorum in triangulo A B C recto minores, quòd per 32. primi Euclidis ambo simul sumpti vni recto sint æquales. Maximus igitur est A B C angulus trianguli A B C, cui proinde maximum latus subtenditur A C per 19. primi Euclidis. Cumque eodem modo A D maximum ostendi possit latus trianguli A B D, & A E trianguli A B E maximum, ac sic de ceteris, fit, vt A B minima sit illarum omnium, quæ à puncto A ad lineam B F extendi possunt. D E

Deinde per 16. primi Euclidis externus angulus A C D interno & opposito A B C est maior; erit ergo is quoque maximus eorum qui in triangulo A C D sunt angulorum. Quare per eamdem 19. primi Euclidis, quod ei subtenditur latus A D omnium erit maximum, ideoque ipso A C maius; id verò cùm ostensum iam sit maius ipso A B, erit A D multò quàm A B maius. Hoc igitur pacto, quoniam remotiores lineæ maioribus semper angulis subtenduntur, consequens est vt illę propinquioribus semper sint maiores; quod secundo loco propositum fuit. F

CONSECTARIVM I.

E tribus quomodocumque assumptis, ea, quæ à perpendiculari remotissima est, ad eam quæ perpendiculari proxima, maiorem rationem habet, quàm media ad eamdem perpendiculari proximam.

PERSPICVA est huius proprietatis consecutio ex 8. propositione libri quinti Euclidis. E tribus enim assumptis lineis, exempli gratia A C, A E, & A F, quoniam maior est A F quàm A E per huius propositionis demonstrationem, habebit A F ad

A C ra-

A A C rationem maiorem, quàm A E ad eamdem A C per 8. quinti Euclidis; quod probasse oportuit.

CONSECTARIVM II.

Si tres assumptæ A C, A D, *&* A F *æquales angulos contineant* C A D *&* D A F; *dico* A F *ad* A D *maiorem rationem habere, quàm* A D *ad* A C.

B QVONIAM enim angulus A D F angulo A C D maior est per 16. primi Euclidis, nempe externus interno & opposito, resecetur illius anguli portio H D F, sic vt relinquatur angulus A D H angulo A C D æqualis. Quia igitur ex hypothesi æqualis est C A D angulus ipsi D A H angulo, erit & reliquus A H D reliquo A D C æqualis, ac triangulum A D H triangulo A C D æquiangulum: vtriusque proinde proportionalia erunt latera per 4. sexti Euclidis, hoc est quemadmodum A H ad A D, sic A D ad A C. Sed A F, vtpote maior quàm A H, maiorem rationem habet ad A D, quàm A H ad eamdem A D per 8. quinti Euclidis: itaque A F ad A D maiorem quoque rationem habebit, quam eadem A D ad A C; quod demonstrasse oportuit.

CONSECTARIVM III.

C *E quatuor sumptis* A B, A C, A D, A E, *si extrema æquales angulos comprehendant; dico* A E *ad* A D *maiorem rationem habere, quàm* A C *ad* A B.

FIAT enim angulus A D I angulo A B C æqualis, resecta nimirum portione I D E, quoniam & angulus B A C angulo D A E ex hypothesi est æqualis, erit & reliquus A I D reliquo A C B æqualis: quare per 4. sexti Euclidis, vt A I ad A D, sic se habebit A C ad A B: at tota A E parte sua A I est maior; maiorem itaque rationem habebit A E ad A D, quàm A I ad eamdem A D per 8. quinti Euclidis: igitur A E ad A D maiorem quoque
D rationem habebit quàm A C ad A B; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Si ex iisdem quatuor A B, A C, A D, *&* A E, *bina alterna angulos contineant* B A D *&* C A E *æquales; dico* A E *ad* A C *maiorem rationem habere, quàm* A D *ad* A B.

AB angulo enim A C E, qui maior est angulo A B D, abscindatur angulus A C K angulo A B D æqualis: quoniam igitur æqualis supponitur B A D angulus angulo
E C A E, erit & reliquus A K C trianguli A C K reliquo A D B trianguli A B D æqualis, ideoq. per 4. sexti Euclidis vt A K ad A C, ita A D ad A B: sed A E tota maior sua parte A K: igitur A E ad A C maiorem rationem habebit quàm A K ad A C; ac proinde etiam quàm A D ad A B; quod erat demonstrandum.

Notandum porrò, si angulus C A F quàm B A D maior fuerit, habituram A F ad A C multò maiorem rationem quàm A D ad A B. Si enim ab angulo C A F abscindatur angulus C A E angulo B A D æqualis per rectam A E, ostensum iam est maiorem rationem habere A E ad A C quàm A D ad A B, quòd nimirum A E maior sit quàm A K: at maior est A F quàm A E, ergo & quàm A K multò est maior: quare A F ad A C multò maiorem rationem habebit, quàm A D ad A B.

F At si minor sit angulus C A E quàm B A D angulus, non confestim sequitur lineæ A E ad lineam A C minorem rationem esse, quàm A D ad A B: siquidem vt diuidua est portiuncula illa qua iam angulus C A E angulo B A D minor supponitur, ita quoque discrimen quo proportio lineæ A E ad lineam A C proportionem A D ad A B ante superabat, dum æquales anguli C A E & B A D constituebantur, diuiduum est: Ergo si angulus C A E angulo B A D exigua portione fiat minor, non sequitur minorem rationem A E ad A C, quam A D ad A B esse debere, vt liquidò constat.

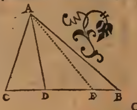
LEMMA

 A

LEMMA XXXVIII.

Si demissa à vertice trianguli recta quadam linea basin secet, sitq́ maior proportio segmenti basis ad basis segmentum, quàm lateris ad latus: dico & angulum, qui maiori basis segmento insistit, reliquo angulo maiorem esse.

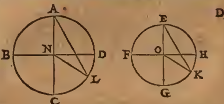
A vertice A trianguli A B C recta demittatur A D, quæ basin B C secet in D; sitque B maior proportio segmenti B D ad D C segmentum, quàm lateris A B ad latus A C: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse. Quoniam enim maior proportio est B D ad D C, quàm A B ad A C, resecta portione B E, fiat E D ad D C quemadmodum A E ad A C: erit igitur angulus E A D angulo D A C æqualis per 3. sexti Euclidis: sed angulus B A D maior est angulo E A D, vt totus sua parte: itaque idem B A D angulus ipso etiam D A C angulo maior erit; quod erat probandum. C



LEMMA XXXIX.

Inæqualium circulorum peripheriæ, quæ æqualibus angulis subtenduntur, sunt inter se similes, siue ad centra, siue ad circumferentias anguli sint constituti.

In circulis inquam inæqualibus A B C D & E F G H æquales in primis anguli ad centra constituantur C N L & G O K: dico arcus C L & G K, qui his subtenduntur, similes inter se esse, hoc est eamdem ad totum circuli ambitum rationem habere, ita vt quemadmodum se habet C L ad totum ambitum A B C D, ita se habeat G K ad totum E F G H ambitū. Fiant enim anguli C N D & G O H recti: cùm ergo per vltimam sexti Euclidis in eodem quocumque circulo peripheriæ eam inter se rationem habeant, quam anguli quibus subiiciuntur, erit arcus C L ad C D arcum, vt angulus C N L ad E C N D angulum: ac rursus vt G O K angulus ad angulum G O H, ita arcus G K ad arcum G H. Sed angulus C N D angulo G O H æqualis est ex constructione, angulus verò C N L angulo G O K æqualis ex hypothesi: itaque vt angulus C N L ad angulum C N D, ita quoq. se habet G O K angulus ad G O H angulum; ac proinde vt C L arcus ad arcum C D, ita & arcus G K ad arcum G H: sunt autem arcus C D & G H similes, vtpote suorum circulorum quadrantes: igitur & C L, G K similes sunt, hoc est eamdem rationem habentes, non modò ad quadrantes C D & G H, vt iam ostensum est, verùm etiam per 15. quinti Euclidis ad totos circulorum ambitus, qui quadrantium æquè multiplices sunt, nempe quadrupli.



Præterea cùm tota cuiusuis circuli peripheria quatuor rectos angulos ad centrum constitutos ambiat, erit vt angulus C N L ad quatuor rectos, ita arcus C L ad totum circuli ambitum; ac eodem modo vt G O K angulus ad quatuor rectos, sic arcus G K ad totum sui circuli ambitum: sed anguli C N L & G O K, quandoquidem æquales sint positi, eamdem habent ad quatuor rectos angulos rationem: igitur & arcus C L & G K eamdem rationem habent ad totas suorum circulorum peripherias, ac proinde similes sunt. F

Nunc si ad circumferentias anguli constituantur ad signa A & E, cùm hi eorum qui ad centra existunt sint partes in eadem ratione, nempe dimidij per 20. tertij Euclidis, erit quoque vt angulus A ad rectum, ita arcus C L ad C D, & vt E angulus ad rectum angulum, ita G K arcus ad arcum G H: cùm ergo A & E anguli æquales inter se sint ex hypothesi,

itemq́

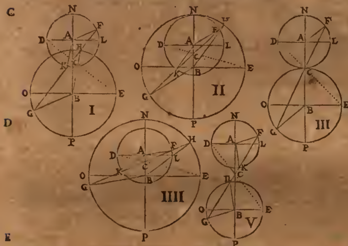
A itemque recti C N D & G O H inter se æquales, erunt vt priùs arcus C L & G K, qui æqualibus angulis A & E substernuntur, tum quadrantibus, tum totis circulis proportionales, ac proinde similes; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA XL.

Si qua duorum circulorum centra coniungit recta linea, in eam rationem secetur, quam inter se habent circulorum diametri: dico
B *rectas omnes lineas, quæ per sectionis punctum ducuntur, similes portiones de circulorum peripheriis resecare.*

HOC theorema multos ac varios habet casus, qui omnes ad quinarum numerum reuocari possunt. Aut enim propositi circuli se mutuò secant, vt in prima figura, aut sese contingunt tantùm, vt in secunda ac tertia; aut sese nec contingunt neque secant, vt in quarta & quinta: quorum omnium cùm vna eademque sit demonstratio, singulis figuris eosdem characteres addidimus, propriis lineis respondentes, vt ea ratione casus omnes vna eademque opera demonstrati habeantur.

C



D

E

Sint inquam circulorum centra A & B, & quæ illa connectit recta linea A B, quam primò secare oporteat in C, secundùm eam rationem, quam habent inter se circulorum diametri: ducantur diametri D L & O E paralleli: dico lineā D E, eam quæ circulorum centra connectit in C, ita secari, vt sit quemadmodum D L ad O E, ita A C ad C B: nam per 12. lemma libri 4. cùm parallelæ sint A D & B E ex constructione, erit vt A D ad B E, ita A C ad C B: sed A D ad B E eam habet rationem quam D L ad O E, per 15. quinti Euclidis, quod A D & B E ipsarum D L & O E sint dimidiæ: igitur A B in C ea ratione secta est per rectam D E, quam inter se habent circulorum diametri.

F Hoc præmonstrato, dico quamcumque lineam per C ductam, puta F G, similes portiones de circulorum peripheriis auferre, nempe F L K ipsi H O G, & F D K ipsi H E G similem, ac denique duabus ductis N P & F G, esse arcus inter vtramque interceptos F N & G P similes. Quia enim posita est A C ad C B, quemadmodum A D ad B E, hoc est A F ad B G, erunt in triangulis A C F & B C G, duo latera A C & A F duobus lateribus B C & B G proportionalia: sed angulus A C F angulo B C G per 15. primi Euclidis est æqualis, & vterq. angulorum A F C & B G C minor est recto, æquiangula erunt ipsa triangula per 7. sexti Euclidis, æqualesque habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera, nimirum C A F ipsi C B G. Eodem verò modo in triangulis C A K & C B H, quoniam proportionalia

nalia sunt latera C A & A K ipsis C B & B H, estque angulus A C K angulo B C H æqualis per 15. primi Euclidis, erunt ipsa triangula æquiangula, & æquales illi anguli, quos latera proportionalia ambiunt C A K & C B H; qui proinde si æqualibus C A F & C B G adiungantur, erunt compositi F A K & G B H æquales per communem notionem, atque eapropter per præcedens lemma arcus F L K & G O H sunt inter se similes: quare & reliqui F D K & G E H similes sunt inter se. Nam cùm sit vt arcus F D K vnà cum arcu F L K, hoc est totus circulus, ad arcum G E H vnà cum G O H arcu, hoc est ad totum circulũ; erit quoque per rationis diuisionem vt F L K ad G O H, ita F D K ad G E H. Præterea cum per 32. primi Euclidis angulus F A N duobus internis & oppositis A F C & A C F sit æqualis, itemque angulus G B P æqualis duobus B G C & B C G ob eamdem rationem, sitque iam ostensus angulus A C F angulo B C G, & A F C ipsi B G C æqualis, erit & F A N angulus angulo G B P æqualis: quamobrem per præcedens lemma erit & arcus F N arcui G P similis: quæ omnia demonstrasse oportuit.

LEMMA XLI.

Habeat A B ad A D eam rationem, quam B C ad D E; sint verò B C & D E parallelæ: dico C E productam in A incidere.

Si enim id negetur, cadet producta linea C E vel citra punctum A, vt in F; vel vltra vt in G. Si primum dicatur, erit per 4. sexti Euclidis vt B C ad D E, sic B F ad D F; est verò ex hypothesi, vt B C ad D E, ita B A ad D A: igitur per 11. quinti Euclidis B F ad D F eamdem rationem habet, quam B A ad D A: & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt B D ad D F, ita eadem B D ad D A: quare per 9. quinti Euclidis æqualis erit D F ipsi D A, hoc est pars toti: quod cùm fieri nequeat, non cadet C E producta in F, aut in aliud quodcumque punctum citra A acceptum. Eodem verò modo ostendemus non posse C E productam vltra A procurrere, vt in G: sequeretur enim D A ipsi D G æqualem esse, nempe partem toti, quod fieri nequit. Itaque producta C E in A cadet, quod erat demonstrandum.

LEMMA XLII.

Data recta lineæ portionem adiungere ea lege, vt tota ad aliam quampiam datam ita se habeat, quemadmodum hæc ad adiunctam.

Sit data recta linea A B, cui adiungere oporteat portionem B E, sic vt tota A E ad aliam quampiam, puta A C, ita se habeat quemadmodum hæc ad adiunctam: duæ datæ rectæ lineæ A B & A C ad normam committantur, secetque A B in D bifariàm, centro D, interuallo autem D C semicirculus describatur E C F, qui productam vtrimque A B secet in E & F: dico B E portionem esse postulatam, quæ nimirum vnà cum B A eam habet rationem ad alteram datã A C, quam A C ad B E: nam cùm per circuli definitionem æqualis sit D E ipsi D F, sitq; ex constructione A B in D secta bifariam, si ab æqualibus D E & D F æquales subducantur D B & D A, relinquentur æquales B E & A F per communem notionem. At per 2. lemma vt E A (hoc est B B vnà cum B A) ad A C, ita se habet eadem A C ad A F, seu ad B E: igitur factũ est quod erat postulatum.

PRÆ-

A

PRÆNOTATIONES.

I.

Quid sit Proiectio.


RÆMISSIS iis quæ ad Proiectionum scientiam firmis rationibus demonstrandam necessaria esse visa sunt, tempestiuum iam est propiùs ad rem ipsam accedere. Vt verò suscepti muneris negotium aliquantò feliciùs
B in gratiam studiosorum cedat, opportunum fore duximus nonnulla præmittere, tum notitiæ afferendæ, tum ambiguitatis tollendæ gratia: ante omnia verò quid Proiectio sit, quæq. ipsius essentia ac definitio. Quamobrem sciendum est duo præcipuè in visionis ratione notatu digna existere. Vnum est simulachrorum appulsus ad organum, vnde varij aspectus obueniunt, partim veri, partim phantastici, quos Apparentes Latini nominant: de vtrisque verò superioribus libris, tertio præsertim & quarto, plurima sunt demonstrata. Alterum est phantasiæ productæ concursus cum obiecto quopiam plano. is enim locus, in quem rei phantasia profusa incidit, figurã quamdam exhibet, quam Proiectionem dicimus, quòd sit veluti resipsa vi efficaciaq; aspectus ad planum vsque proiecta. Hanc Guidus Vbaldus, vir in Mathematicis rebus apprimè
C doctus, Sectionem appellat, eam puto ob causam, quòd sit communis intersectio plani & visuum per rem spectatam procidentium. Quo etiam loquendi modo eas figuras, quas fragmenta dissecti coni aut cylindri ostentant, Sectiones appellare Mathematici consueuerunt. Quo item pacto intelligendus est Federicus Commandinus in Commentario ad Ptolemæi Analemma, vbi ait Analemma esse communem sectionem Meridiani, & ceterorum qui in sphæra sunt circulorum. Quod quidem omnino verum non est; ita enim oporteret omnes sphæræ circulos in plano Meridiani rectis lineis designare: nam communes sectiones Meridiani & ceterorum circulorum, rectæ sunt lineæ per 3. vndecimi Euclidis: nunc verò quidam in circulos, alij in rectas lineas, alij in ellipses transformantur, vt suo loco ostendemus: igitur non absolutè intelligendum est Ana-
D lemma esse communem sectionem Meridiani, & ceterorum, qui in sphæra sunt, circulorum: sed quoad aspectum nostrum, quia nimirum singuli circuli parallelis radiis delati in planum Meridiani incurrunt: quamobrem posset quoque non ineptè Incidentia nuncupari: est enim tamquam rei similitudo plano inusta eo loci, vbi in illud radij per rem protracti incidunt. Et quamuis omnibus hisce modis rectè exprimi possit id de quo in præsenti agere instituimus: placet tamen præ ceteris Proiectionis appellatio, non eo quidem sensu, quo in Menianis ædificiis Proiecturæ appellantur superiores contignationes vltra columnas profusæ; nec eo item modo, quo Vitruuius basium crepidines, & coronarum ac cymatiorum prominentias, eaque omnia quæ velut proiecta quædam, ac parietum supercilia, subgrundulæve arcendis stillicidiis inuenta sunt, Proiecturas nomi-
E nat, siue quòd extra perpendiculum stillas reiiciant, siue quòd extra solidum procurrant; sed longe alia significatione, qua res solida per rectam radiorum profusionem ad obiectum quodcumque planum deportatur: vnde Proiectionem ita placet definiri: ***Proiectio est rei solidæ in planum transcriptio.*** ad cuius explicationem, quia præter dicta nihil videtur requiri posse amplius ad ea quæ deinceps dicturi sumus, attentum Lectoris animum deposcimus.

I I.

Tria ad Proiectionem necessaria.

F Ex his patet tria in omni Proiectione necessariò conuenire, rem scilicet proijciendam, oculum ex quo radij optici ad omnes rei propositæ partes emicant, & planum in quod res ipsa per radiorum productionem transcribitur. Neque profectò, si quidpiam horum desideretur, esse proiectio vllo modo potest. Hæc enim naturam quodammodò lationis æmulatur. Vti igitur motus esse non potest, si vel nullum corpus sit, quod loci mutationem subeat, vel non sit vnde, aut quò deferatur: ita nisi id primùm adsit, quod proijciatur; deinde etiam oculus, vnde proiectio initium sumat; tum demum ipsum quoque planum, in quod proiectio terminetur; nulla proiectio esse potest.

III.

Quid inter rei apparentiam, & proiectionem intersit.

HINC colligi potest latissimum discrimen inter rei apparentiam, eiusque proiectionem: ac longè aliam quæstionem esse, qua quæritur cuius figuræ res obiecta oculis appareat, ab illa qua quis interrogat, quo ea pacto in propositum planum proijciatur. Nam manente oculo ac rei situ, quantumuis planum in omnem partem mutetur, eodem tamen semper modo res apparet: at secundùm plani situ alia atque alia erit rei proiectio: apparentia scilicet ex duorum dumtaxat habitudine pendet, rei nempe obiectæ, atque intuentis oculi; proiectio verò insuper planum deposcit, in quod profusi radij variè incidunt. Exempli causa, si circulus obliquè oculo obijciatur, neque sit ea quæ ab oculo in centrum procidit circuli, ei quæ ex centro ad circumferentiam ducitur, æqualis, apparebit quidem ipse circulus, vt ellipsis per 66. libri 4. at in planum proiectus non necessariò in formam ellipseos commutabitur; sed si planum circulo parallelum sit, in circulum cadet ipsius circuli proiectum schema: aliàs autem in ellipsin. Rursus si circulus aspectui directè obuersetur, apparebit vt circulus per 62. libri quarti: at si planum obliquum accedat, neutiquam in circulum proijcietur; sed vel in parabolam, vel in hyperbolem, vel in ellipsin, pro varia sectione radiosi coni, cuius vertex oculus, basis autem res visa, vt infrà demonstrabimus. Quare non omnino à vero aberrarunt, qui Proiectiones inter aspectus fallacias adnumerandas iudicarunt, eam ob causam, quòd res proiectæ longè diuersam formam nanciscantur in plano, quàm in se habeant. Cùm igitur res proiectæ, earumque proiecturæ, vno semper atque eodem modo appareant; sint autem transcripta ab autographis plurimùm distincta, an non fallaciæ iure dicendæ erunt? imò verò: & quandoque maximæ: cùm scilicet in plana admodum obliqua res visæ transcribuntur: vt ad finem huius libri ostendemus, cùm de illis proiectionum schematibus sermo erit, quæ directò intuita nullius rei probabilem speciem exhibent, at per exile foramen obliquissimo aspectu visa perfectam rei cuiuspiam similitudinem repræsentant. D

IV.

Res & planum subinde ordinem permutant.

E tribus illis, quæ paulò antè ad proiectionem necessaria esse docuimus, duo duntaxat, res videlicet & planum, ordinem subinde permutant: namque interdum res, aliàs planum medium locum obtinet; at oculus semper extremum. Cuius rei hæc esse ratio videtur, quòd oculus sit omnium radiorum principium, vnde illi velut à communi origine quandoque per planum ad rem vsque, quandoque verò per rem ad ipsum planum protenduntur. Et verò quamuis naturalior ille ordo quibusdam videatur, quo res inter oculum & planum media constituitur, nos tamen nihil penitus interesse arbitramur. E

V.

In re & plano considerandus obuersionis situs.

PRÆTER ordinem, quem in his obseruari debere proximè monuimus, est etiam, ac longè potiori iure notandus obuersionis situs. Non enim parui refert ad proiectionum varietatem, quo modo res aspectibus obuersentur. Certum est enim oculo ac plano persistentibus, si visile à directo situ in obliquum permutetur, vel è conuerso, non vnam fore eius in plano descriptionem; ita longè alia erit, si oculo ac re immotis solum planum ab vno situ in alium conuertatur. Quod experimento obseruari in hunc modum potest: Sphæra in mensa statuatur non procul à pariete incrustato & candido, in altera autem parte accensa candela exponatur, quæ vmbram sphæræ in parietem profundat, ipsæque vmbratiles lineæ carbone signentur, vt mutatâ sphærâ, eius proiectionis lineamenta remaneant: deinde, si sphæram tantillùm commoueas, videbis iam in pariete longè aliud proiectionis schema. Quod idem procul dubio eueniet, si parietis loco candidam chartam sphæræ ex auersa luminis parte opposueris, hancque vicissim in diuersos situs commutaueris. F

VI. obser-

A

VI.

Obſeruanda item plani atque oculi ad rem ipſam propinquitas diſtantiáve.

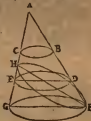
Si res, quæ proijcienda proponitur, firma conſiſtat, fit vt interdum planum, interdum oculus, interdum & planum & oculus longiùs à re ipſa dimoueantur, vel propiùs accedant. Ex horum autem tranſlatione non exigua mutatio in figuram proie-
B ctam inuehitur. Nam ſi planum inter rem oculumque ſtatuatur, perſpicuum eſt, quò illud propinquius oculo fuerit, eò arctiorem fore proiectionis figuram: ſi verò res medium locum obtineat, patet, quò planum longiùs à re fuerit, eò ampliùs ſeſe proiectionem expandere, ſiue oculus rem ipſam contingat, ſiue interuallo aliquo, quod infinitum non ſit, disiungatur. Rurſus ſi ſphæra ita oculo obijciatur, vt primarius radius per vtrumque Æquinoctiorum punctum incedat, continget primo quidem proiectionis genere, quod ex infinita erit oculi diſtantia, tropicos & quotidianarũ circulationum parallelos omnes in rectas lineas profundi: ſecundo verò proiectionis genere, quod erit ex oculi contactu, accidet illos ipſos parallelos præter Æquatorem in circulos transformari: at tertio genere proiectionis, quod ex iuſto erit oculi interuallo, eoſdem circulos proijci in ellipſes
C continget, ſolo excepto Æquatore, cuius planum per oculi centrum tranſit: quæ omnia ſuis locis infrà demonſtranda erunt: nunc autem oſtendiſſe ſufficiat, inter cetera, ipſam quoque propinquitatem diſtantiamque cùm oculi tum plani in Proiectionum rationibus ſpectandam eſſe.

VII.

Proiectionum genera non ex ea figurarum diuerſitate diſtinguenda ſunt, quæ ſolam magnitudinem variat, ſed ex ea quæ ſpeciem eſſentiámque mutat.

D

Omnis illa diuerſitas, quæ ex rei ipſius conuerſione, vel ex oculi planíve tranſlatione in proiectam figuram infertur, ad duo genera reuocari poteſt. Quædam enim ſolummodò auget minuitve; alia verò ſpeciem figuræ immutat, totamque formam penitus diuerſam reddit. Prioris exemplum habetur, cùm oculo A circulus B C obijcitur, cuius forma plano excipitur, quod nunc quidem propinquius exiſtit, vt in D E; nunc verò remotius, vt in F G: at ſitum parallelum ſemper retinet; nam circulus B C in eiuſmodi planum proiectus figuram circuli perpetuò obtinet per 4. propoſitionem primi Conicorum Apollonij, quamuis ea in
E remotiori loco F G maior ſit, quàm in D E propinquiori. Quoniam enim radius opticus, circulum ſpectatum vndique ambiens, ſuperficies eſt coni, vt ex prima definitione libri primi Apollonij conſtat; eſto in eo triangulum per axem F A G, & circulorum proiectorum communes ſectiones ſint rectę lineę D E & F G: erunt igitur D E & F G parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quòd plana, in quæ circulus proijcitur, ex hypotheſi ſint parallela: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erũt triangula D A E & FAG; ac proinde per 4. ſexti Euclidis vt A F ad A D, ita F G ad D E: ſed A F maior eſt quàm A D, vt totum ſua parte: igitur & F G diametrus diametro D E eſt maior; ac proinde & circulus
F F G maior eſt circulo D E per 2. duodecimi Euclidis.



Poſterioris exemplum erit, ſi planum mutet obuerſionis ſitum, & ſubinde quidem ſit ipſi circulo B C, qui ſpectatur, parallelum, vt in D E; aliàs verò obliquum, vt in F H. Quia enim, vt iam ante dictum eſt, radius opticus circulum B C ambiens eſt ſuperficies coni, erit in parallela ſectione D E proiectio circuli circulus per 4. primi Apollonij; in obliqua verò, nempe F H, nunc parabola, nunc hyperbole, nunc ellipſis, vt ex Conicis Apollonij perſpicuè patet.

Cùm igitur duplex ſit omnis proiecturæ variatio, vna quæ ſpeciem figuræ penitus immutat, altera quæ ſolum auget minuitve: dico ex illa duntaxat diſcriminanda eſſe

proiectionum genera, quæ essentiam figuræ diuersam reddit. Nam proiectionum genera potissimùm distingui debent demonstrationum principiis & constructionum præceptis: at maiores minoresque figuræ eamdem habent demonstrandi rationem, eamdemque constructionis modum: igitur proiectionum discrimina ex solo augmento vel decremento figuræ haberi non possunt; sed ex figurarum differentia, quæ essentiam mutat, peti debent. A

VIII.

Inter proiectionum genera non censeri eam diuersitatem, quæ ex mutato rei situ oboritur. B

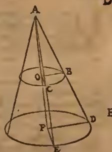
QVAMVIS mutato solius rei situ diuersissimæ proiecturæ, rotaque essentiâ discrepantes obueniant; has tamen inter proiecturarum genera nequaquam censendas esse iudicamus, duplici de causa: quarum prima est, quòd ea ratione infinita forent genera proiecturarum; siquidem toties proiectura mutatur, quoties rei situs vel minimam mutationem subit: altera est, eaque magis ex natura desumpta, quòd mutato situ rei, iam non sit eadem res quæ proiectioni subiicitur, sed alia: quamobrem illa sunt diuersa genera proiectionum, quibus eadem res immutata in varias formas proiicitur; sicut illud vnum est proiectionis genus, quo quælibet res, quouis situ, in idem planum, oculo persistente transcribitur. C

IX.

Plani accessus vel recessus speciem proiectionis non immutat, sed solùm auget vel minuit.

MVLTI sunt huius obseruationis casus. Aut enim proiecta figura circulus est, aut ellipsis, aut alia e sectionibus coni, aut certè de genere illarum quæ rectis lineis continentur, quas & multi lateras vocant.

Primò igitur esto oculus A, proiecturque in planum circulus B C, cuius centrum O, sitque aliud planum huic quidem parallelum, sed à visu remotius, quod radios per circuli B C ambitum procidentes excipiat, secansque radiosum conum figuram præbeat D E, cuius centrum F: dico hanc quoque circulum esse. Nam quoniam parallela sunt plana B C & D E, eaq; secantur triangulis A D F & A E F, erunt B O & D F, itemque C O & E F rectæ lineæ parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula sunt triangula A B O & A D F, rursúmque A C O & A E F: igitur per 4. sexti Euclidis quemadmodum se habet A O ad A F, ita B O ad D F: sed vt A O ad A F, ita quoque se habet C O ad E F: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad D F, sic C O ad E F: & vicissim per 16. quinti Euclidis vt B O ad C O, ita D F ad E F. est verò B O ipsi C O æqualis ex hypothesi, quòd scilicet B C positus sit circulus: itaque & D F ipsi E F æqualis erit: quare & D E circulus erit per definitionem; quod erat demonstrandum. D

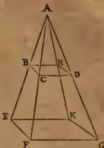


E

Sit deinde B C ellipsis, coniugatæque semidiametri B O & C O, reliquaque eodem modo constructa quo supra. Quoniam per definitionem 15. Sereni Antinsensis similes ellipses sunt, quarum coniugatæ diametri sese ad angulos æquales secantes eamdem habent proportionem; ostendemus in primis angulum B O C, angulo D F E æqualem esse, adiuuante propositione 10. lib. vndecimi Euclidis: quia videlicet per proximè demonstrata B O ipsi D F, & C O ipsi E F sunt parallelæ, non verò in eodem plano: deinde cùm per 4. sexti Euclidis sit B O ad D F velut A O ad A F, & C O ad E F sicut eadem A O ad eamdem A F; consequens est, vt sit B O ad D F, quemadmodum C O ad E F per 11. quinti Euclidis: igitur & C E ellipsis est, ipsique B C similis. Eodem verò modo in ceteris coni sectionibus fiet demonstratio. F

Quare in rectilineis figuris propositum ostendamus. Sit itaque oculus A, planum verò B D, in quod forma quædam quadrilatera sit proiecta B C D H: dico si planum remoueatur, ita vt locum tantùm, non autem situm mutet, velut in E G, formam in illud

A illud transfusam E F G K quadrilateram fore, ac ipsi B D similem. Quoniam enim parallela sunt plana B D & E G propter dispositionis similitudinem, vt ad propositionem 31. libri tertij ostendimus, erunt in triangulo E A F latera B C & E F parallela per 16. vndecimi Euclidis, quòd scilicet triangulum E A F vtrumque planum parallelum secet: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt ipsa triangula A B C & A E F; ac proinde per 4. sexti Euclidis vt A C ad A F, ita se habebit B C ad E F; & vt A C ad A F, ita quoque C D ad F G: igitur per 11. quinti Euclidis vt B C
B ad E F, ita C D ad F G; & alternatim, vt B C ad C D, ita E F ad F G. Eodem verò modo ostendi possunt & reliqua latera vnius quadranguli reliquis alterius quadranguli lateribus proportionalia.



Quòd autem & anguli angulis sint æquales, ex 10. propositione vndecimi Euclidis demonstrabitur; quoniam enim B C ipsi E F, & C D ipsi F G, ostensæ sunt parallelæ, nec in eodem sunt plano, fit per iam citatam 10. vndecimi Euclidis, vt angulus B C D angulo E F G sit æqualis: sed & ceteri ex eodem capite æquales ostendi possunt: igitur figuræ B D & E G sunt inter se similes per primam
C definitionem sexti Euclidis: quocircà accessus vel recessus plani, si idem situs seruetur, genus proiectionis diuersitate figuræ non variat.

Quòd verò recessu plani proiectio augeatur, ex eo patet, quòd singula latera figuræ E G singulis figuræ B C lateribus sint maiora: ita quippe se habent latera proiecturæ E G ad latera proiecturæ B D, quemadmodum radij toti ad radiorum partes, hoc est vt A E ad A B, sic E F ad B C per 4. sexti Euclidis: sed A E maior est ipsâ A B, tota videlicet sua parte; quare & E F maior est quàm B C, atque ita de ceteris: igitur recessu plani, proiectionis figura augetur, accessuque minuitur; quod erat propositum.

X.

D *Tria Proiectionum genera ex oculi transpositione.*

Ex iis quæ modò exposuimus perspicuum relinquitur, omnia Proiectionum genera partim ex oculi translatione, partim ex situ plani prouenire. Porrò in oculi translatione triplex constitutio reperitur, quæ figuram rei in planum proiectæ penitus immutat, videlicet distantia oculi infinita, eiusdem & rei contactus, ac denique iustum interuallum. Quocircà primum Proiectionis genus ex infinita oculi distantia nuncupare decreuimus, alterum ex oculi contactu, tertium ex iusto interuallo.

Quòd autem tribus hisce oculi positionibus figura proiectionis mutetur, vnico exemplo libet ostendere. Esto, gratia exempli, sphæra soli eo pacto exposita, vt Æquator in
E seipsum vmbram profundat, seu vt radius primarius per vtramque partem Æquatoris incedat; sitque postpositum planum quodpiam, cui primarius solis radius per centrum sphæræ actus rectis incidat angulis; videbis inquam non tantùm Æquatorem, qui perpendiculariter soli obijcitur, verùm etiam ipsos Tropicos ac Polares, & quotquot his paralleli sunt, circulos, in rectas lineas procidere; quàuis obliquè omnes, Æquatore excepto, soli obijciantur: cuius rei non alia est causa quàm immensa solis intercapedo, ob quam ex portiones luminosorum radiorum, quæ sphæram pertranseunt, à veris parallelis sensu distingui non possunt, vt posteà in primo Proiectionis genere diffusiùs explicabimus.

Si verò sublato sole, sphærà autem planoque consistentibus, candela moderato interuallo obijciatur ad aliquod signum eius lineæ, quæ à centro solaris corporis per sphæræ
F centrum acta ad propositum planum recta est, ceteri omnes paralleli circuli præter Æquatorem in ellipses proijcientur, vt ex sectione coni scaleni facilè demonstrari potest. At si candela sphæræ proximè admoueatur, vt eam ferè contingat in puncto aliquo Æquatoris, omnes iidem paralleli, excepto Æquatore, in circulos proijcientur, vt suo loco demonstrabimus. Ex his itaque perspicuum cuiuis esse potest, triplex esse Proiectionis genus ex triplici oculi statione prouemiens, quæ omnia planiùs fusiusque exponentur, cùm de singulis Proiectionum generibus ex instituto sermo instituetur.

 A

XI.

Triplex item Proiectionis genus ex ipsius plani conuersione.

QVOT Proiecturarum genera ex oculi accessu recessuque, totidem ex variata plani obuersione proueniunt: nam planum quandoque directè aspectui obuersatur, sic vt radius principalis in id rectis incidat angulis, ex quo primum genus procreatur; aliàs primario radio parallelum est, quæ dispositio perpendicularem obiectionem quodam modo imitatur, & secundum genus proiectionis constituit; aliàs demum radio principali obliquum est, vnde tertium enascitur genus, idque multiplex ac varium B pro varia obliquitate: nam quæcumque præter hæc reliqua sunt plana, quoniam vtrumque reliquorum oblique secant, ad vnum Proiecturæ genus commodissimè referuntur.

Hæc tria Proiectionum genera, quamuis eo, vti dictum est, modo distingui possint; quia tamen nullum habent insignem aut peculiarem vsum, quemadmodum illa, quæ ex oculi transpositione proxima obseruatione recensuimus, neutiquam ea inter Proiectionum genera, quæ absolute pronuntiantur, admittere decreuimus, ne multiplicatio nominum rebus vtilioribus officiat. Tria itaque esse dicimus Proiectionum genera absolutè prolata. Primum, quod & Orthographice nuncupatur, ex infinita oculi distantia. Secundum, ex contactu, quod & Stereographice non incongruè potest appellari: quare C vt ea vox in vsum venire liberè possit, dum alia melior non occurrit, Lector, veniam dabis. Tertium, quod Scenographice vulgò nominatur, ex iusto oculi interuallo.

XII.

Quæ in Proiecturas veniunt, sunt vel puncta, vel lineæ, vel superficies.

ENVMERATIS Proiectionum generibus, superest ea quoque recensere, quæ in Proiectionis vsum veniunt. Sunt autem ea vel puncta, vel rectæ curuæque lineæ, vel planæ superficies, eæque aut rectilineæ aut circulares: non quidem quà hæc D talia sunt (sic enim ad Geometriam spectant) nec quà sub aspectum cadunt, quo pacto ea considerat Optice: sed quà in oppositum quodpiam planum velut transfusa cernuntur. Sic quod absolute totius Geometriæ est argumentum, id propria quadam adiectione Optice & Proiecturarũ scientia in propriam adducunt contemplationem. Porrò irregulares lineæ, & quæ nullo certo ordine incedunt, sed huc illucq; oberrãt, Proiectionum legibus non continentur: sed designatis primùm aliquot locis per quæ transire debent, per horum posteà interualla manu ducẽdæ sunt, quoad fieri potest accuratissimè.

Sub rectis lineis comprehendi volumus omnes quoque figuras rectilineas: nam proiectis ipsarũ peripheriis per rectarũ linearum præceptiones, iam ipsæ figuræ proiectæ erunt, cùm ipsæ nil sint aliud, quam spatia, seu areæ rectarum linearum ambitu comprehensæ. E

Notandum verò hoc loco est, quod & non semel superioribus libris monuimus, quamuis linea latitudinis, punctum verò partium sit expers; asserimus tamen ea videri, non quidem vt puncta lineasve Mathematicas, seu penitus insectiles; sed punctum velut exiguum quiddam instarque minimi, & lineam ceu quamdam tenuissimam longitudinem. Nam tametsi id omne quod videtur magnitudine aliqua præditum necesse sit esse, vt libro primo, propositione 54. est demonstratum; tamen cum visus noster corporeo organo sit insertus, oportet in obiectis aliquem paruitatis terminum statumque agnoscere, infra quem ob nimiam attenuationem cerni nequaquam possit. Hoc itaque minimum, si spectabilem longitudinem latitudinemve habeat, dicimus lineam aut superficiem; sin minùs, punctum: quo sensu quæ deinceps de his dicentur, erunt F intelligenda.

XIII.

Linearum & circulorum triplex aspectus.

LINEÆ & circuli trifariàm omnino conspiciuntur, tot scilicet modis, quot dispositionum differentiis aspectui obuersari possunt, nempe perpendiculariter, directè, & obliquè. De qua re plura vide Lector in præfinitionibus ad propositionem 31. libri tertij.

XIV. *Spha-*

A XIIII.

Sphæræ in mobilem atque immobilem diuisio.

QVONIAM ea cœpimus recensere, quæ in Proiectionis vsum veniunt, nempe puncta, lineas, & superficies; in his verò præcipuum locum obtinent illi qui in sphæra sunt circuli, vtpote quorum proiecturæ maximas adferunt vtilitates: eam ob rem necessarium duxi illos quoque hoc loco breuiter explicare, in gratiam potissimùm eorum, qui viuas illorum imagines memoriæ impressas non habent. Cælestes circuli in duas primùm classes distribuendi sunt.

B Nam sphæra vna mobilis est, altera immobilis. Mobilem voco eam, quæ circulos continet lationum, ceu ab astrorum motu cælo impressa vestigia, cuiusmodi sunt Æquator, Tropici, Ecliptica, Polares, &c, qui hos in partes diuidunt, Coluri. Immobilem verò illam appello, in qua circuli sunt distinctores, qui videlicet partes lationum momentaque discriminant, in quorum numero continentur Horizon, Meridianus, & his paralleli, itemque Horarij, Verticales, declinationum, latitudinum, positionum, ac cælestium domorum. Rectè verò mobilis illa dicitur, quòd propria circulatione secum omnia astra circumducat: hæc autem immobilis, quòd reuerà quiescat, astrísque præterlabentibus firma consistat, non secus ac scopulo insistens pharus aduentantes opperitur naues, & prætereuntes nequaquam insequitur. Sic inquam Meridianus assur-
C gentem solem immotus præstolatur, & occumbentem abire permittit; hoc tamen diffitendum non est sphæræ immobilis circulos mutato Climate pariter mutari: non enim omnibus regionibus idem Horizon, aut idem Meridianus, aut ijdem reliqui circuli, sed cuique loco proprij, vt ex doctrina sphæræ constat. Hinc tamen inferre minimè licet, sphæram, in qua hi circuli sunt, mobilem esse: mutabilis quidem est pro regionis ac Climatis diuersitate; at neutiquam mobilis: non enim illa vsquam mouetur; ideoque vere ἀπλανὴς, quæ vox stabilitatem firmitatemque significat.

XV.

Circuli sphæræ primò mobilis.

D PRÆCIPVVS circulus sphæræ primò mobilis ÆQVATOR est, siue ÆQVINOCTIALIS, ita dictus, quòd dies noctésque exæquet: cùm enim in illo est sol, dies noctibus æquales esse necesse est: siquidem Æquator circulus est maximus, cuius proinde media pars supra Finitorem eminet, media verò infra procumbit per 6. propofit. primi Sphæricorum Theodosij. Sunt autem Æquatoris poli ijdem, qui & totius mundi.

Huic concipiendi sunt animo circuli non maximi PARALLELI ex vtraque parte multitudine infiniti, per singulos gradus ac momenta incedentes, quorum proprium sit munus astrorum declinationes indicare, quæ nimirum stella longiùs ab Æquatore di-
E stet, quæve propinquior sit, aut æquè distans; quæ item magis minúsve in Boreami vel Austrum vergat; quo demum loco Horizontis singulæ oriantur, & occidant. Nam quæ in eodem sunt parallelo, eamdem habent declinationem, idemque in Horizonte ortus & occasus signum: quæ verò in minore sunt parallelo, declinationem habent maiorem, propiusque ad Boream vel Austrum oriuntur & occidunt.

Inter hos circulos parallelos celebrantur DIVRNI, quorum medius Æquator, extremi Tropici, gradibus circiter viginti tribus & medio ab Æquatore disiuncti: ceteri autem ex vtraque parte Æquatoris ordine sequentes impari interuallo ab inuicem dissident; nam versus Tropicos arctiùs coarctantur, quam iuxta Æquatorem, propter Eclipticæ obliquitatem: per singulas enim portiones Eclipticæ incedunt, quas sol vi-
F gintiquatuor horarum spatio proprio motu percurrit; quæ licet æquales inter se sint, quia tamen quantò longius ab Æquatore, tantò obliquius a diurnis parallelis intersecantur, fit, vt horum intercapedines angustiores semper euadant. Sunt porrò hi paralleli circuli vestigia illarum lationum, quas sol quotidie circa mundi axem persoluit. Ex quo perspicuum est, quamuis circulari forma in sphæra descripti cernantur, non esse tamen eos vere circulos, sed vnius spiralis lineæ volumina; quippe solis motus siue diurnus, siue annuus, continuus est, minimeque interruptus. Qui igitur ex vtroque conflatur, per vnicam incedit lineam multis circulationum voluminibus intortam, quam Spiram vocant. Quia tamen hæc in sphæra difficilem habet constructionem, & exi-

guum est eius & circulorum discrimen, solent pro circulis haberi. Horum munus est A dies cùm naturales tum artificiales repræsentare: nam illorum portiones quæ supra Horizontem extant, dies; quæ verò infra depressæ latent, noctes indicant.

Post diurnos parallelos etiam nominantur Polares, ARTICVS, & ANTARCTICVS, tantum à Polis distracti, quantum Tropici ab Æquatore, hoc est gradibus fermè viginti tribus & medio. Sunt enim vestigia Polorum Eclipticę qui circa mundi polos quotidie circumferuntur: neque alium vsum habent, quàm vt Zodiaci polos deferant: quantum ergo Ecliptica declinat ab Æquatore, tantum Polares circuli distant à polis mundi. Nam mundani poli ab Æquatore, sicut Poli Zodiaci ab Ecliptica quarta cæli parte absunt: quadrantes verò qui à Polis mundi ad Æquatorem, & à Polis Zodiaci ad B Eclipticam pertinent, quoniam communem habent eam portionem, quæ inter Tropicos & Polares circulos interiacet, hac sublata relinquuntur distantiæ ab Æquatore ad Eclipticam, & à Polis mundi ad Polares circulos æquales per communem notionem.

Præter hos, insignes quoque sunt duo illi qui Horizontem leui tantum attactu lambunt, quorum alter qui supra Horizontem extat, omnium semper apparentium maximus est, alter verò qui subtus delitescit, maximus item omnium eorum qui numquam apparent.

ZODIACVS lata quædam est zona totam sphæram in ambitu cingens, & omnium planetarum declinationes sua latitudine complectens, per cuius medium ECLIPTICA decurrit, circulus inquam maximus, à proprio motu solaris corporis re- C lictus, atq. obliquè Æquatorem duobus in locis intersecans, quæ Æquinoctia vocantur, quòd cùm hæc sol attigerit, dies noctibus æquales vbique terrarum efficiat. Horum alterum vernum dicitur, à quo videlicet Eclipticæ semicirculus Borealis progressione ab occasu in ortum facta, initium sumit; alterum verò autumnale, à quo alter semicirculus Eclipticæ eodem modo inchoatur. Reliqua autem duo puncta, quæ maximè ab Æquatore discedunt, Solstitia nuncupantur, quòd vbiuis locorum sol stare quodammodò videatur, cùm primùm ad alterum illorum ab Æquatore discedens peruenerit. Et Boreale quidem solstitium illud, quod in Boream vergit, idemque nobis æstiuum; illud verò Australe, quod propiùs ad Austrum declinat, nobis hiemale nuncupatur. Distribuitur Ecliptica in signa duodecim, quorum hæc nomina versu comprehensa, pro- D prijque characterismi.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
Sunt ARIES, TAVRVS, GEMINI, CANCER, LEO, VIRGO,
♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓
LIBRAque, SCORPIVS, ARCITENENS, CAPER, AMPHORA, PISCES.

Ex his signis sex illa, quæ priore versu continentur, Borealia sunt, nobisque æstiua; reliqua verò Australia, ac nobis hiberna. Rursus Aries & Libra Æquinoctialia sunt, quòd eorum initijs noctes diebus æquari contingat; Aries quidem vernum, Libra verò autumnale. Similique causa Cancer & Capricornus signa sunt Solstitialia; hoc brumale, E illud æstiuum.

Eclipticæ adiungendi sunt paralleli numero infiniti, quorum scilicet proprium sit munus stellarum latitudines indicare, hoc est, quantum vnaquæque ab Ecliptica disiungatur: nam quæ in eodem versantur parallelo, eamdem habent latitudinem; quæ verò in propinquiori, minorem; at maiorem, quæ in remotiori sunt parallelo.

Quos hactenus enumerauimus circulos, duo sustinent Coluri, circuli in sphæra maximi, sese in vtroque mundi Cardine ad rectos sphærales angulos intersecantes, quorum alter vtrumque Æquinoctium, alter vtrumque Solstitium pertransit: quocircà hic Solstitiorum, ille Æquinoctiorum Colurus vocitatur. Præter Coluros sunt & alij circuli, quos DECLINATIONVM vocant, ijque maximi, & per mundi polos singulaque F puncta Æquatoris traducti, sic appellati, quòd stellarum declinationes ab Æquatore metiantur: est enim stellæ declinatio arcus circuli maximi per polos stellamque transeuntis, is inquam arcus, qui stellam inter & Æquatorem interiacet.

LATITVDINVM circuli sunt & ipsi maximi, per Eclipticæ polos & singula eius puncta descripti, ita vocati, quòd stellarum latitudines, id est distantias ab Ecliptica contineant: nam latitudo stellæ est circuli portio, quæ inter stellam & Eclipticam intercipitur.

Atque hi omnes circuli mobiles sunt, quippe indefessa latione supremi mobilis circumagun-

A cum aguntur: quos autem proximè recensebimus, immobiles sunt, vtpote qui in eadem mundi plaga eumdem semper situm dispositionemque retinent.

XVI.

Circuli sphæræ immobilis.

In sphæra quiescente primus est HORIZON, Latinè FINITOR, ita dictus quòd hemisphærium superum ab infero dirimat. Ab isto sanè longo interuallo distat Horizon ille, qui non absolutè, sed additione quadam spectabilis dicitur: hic namq; eam
B dumtaxat terræ portionem, quam visu complectimur, ceu extimus terminus circumscribit, non amplius duorum millium stadiorum dimetientem habens, vt Proclus inquit in Sphæra, vel vt Macrobius in somnum Scipionis libro 1. & libro 7. Saturnalium, stadia trecenta sexaginta: putat enim aspectum nostrum per terræ planam superficiem non vltra centum octoginta stadia protendi, cùm verò hucusque oculorum acies attigerit, deficere, quòd terra inde manifestè curuetur. Hic ergo numerus ex vtraque parte geminatus visibilis Horizontis dimetientem complet stadiorum 360. at is qui absolutè Horizon dicitur, cùm sit de numero maximorum circulorum, sphæram vniuersam bifariàm ex æquo partitur. Polos habet summum cæli fastigium, quod Arabes Zenith, imumque Nadir: Horizon orientium occumbentiumque siderum est index, ac diem
C artificialem à nocte seiungit.

Ex Polis Horizontis innumeri circuli non maximi In sphæra describuntur, qui omnes Horizonti sunt paralleli: hos Arabes ALMVCANTARATH nominant, nos ALTITVDINVM circulos, eisque proprio ex munere incumbit stellarum eleuationes supra Horizontem indicare. Sæpè namque in rebus Astronomicis vsu venit scire quantum iter sol aliúdve sidus supra Horizontem scandendo confecerit; id quod hi paralleli demōstrant: quoniam quæ in eodem sunt parallelo, eamdem habent altitudinem, illa verò maiorem quæ in parallelo sunt vertici propinquiore. Dubia illa lux, quæ ante solis exortum diem antecedit, & post occasum subsequitur, quà diei proxima est, Horizonte terminatur, quà verò ad noctem accedit, CREPVSCVLARI circulo: estque is altitudinum circu-
D lis haud absimilis, quippe vt illi, parallelus Horizonti, atque ex iisdem Polis descriptus: at gradibus 18. aut vt Alhazeno nonnullisque aliis placet, 19. subtus depressus.

MERIDIANVS est circulus maximus per vtrumque mundi cardinem ac cæli verticem incedens: is ad Horizontem rectus est, omnesque diurnorum parallelorum portiones, quæ vel supra Horizontem assurgunt, vel infra demerguntur, bipartitò diuidit. Quare inde acceptum videtur nominis Meridiani etymon, quòd medium diei signet: cùm namque ad eum quodcumque sidus attigerit, medium cursum ab ortu ad occasum suprà vel infrà ab occasu ad ortum confecit.

VERTICALES, quos Arabes Azimuth nominant, circuli sunt in sphæra maximi, per Polos Horizontis acti, indeque velut à communibus congressionum punctis disce-
E dentes, in singula puncta Horizontis rectis angulis incidunt: è quibus is, qui per communes intersectiones Æquatoris & Horizontis transit, propria appellatione Verticalis primarius nuncupatur. Inter hos circulos connumeratur Meridianus, cùm & ipse per verticem incedat, & ad planum Horizontis sit rectus. His circulis id muneris ex instituto iniunctum est, vt vnà cum parallelis Horizontis seu altitudinum circulis vera loca astrorum determinent. Si enim compertum fuerit quantum sol supra Horizontem conscenderit, quantumque à Meridiano deflectat, verus ipsius locus cognitus erit, illud verò paralleli Horizontis, hoc autem Verticales ostendunt.

HORARII circuli pro varietate horarum variam habent in sphæra constitutionem: nam qui horas Astronomicas seu à meridie vel media nocte inchoatas distinguūt,
F circuli sunt maximi per vtrumque Polum mundi, & æquales portiones Æquatoris, traiecti: cumque ij sint numero duodecim, palàm est illis Æquatorem, omnesque ipsius parallelos in partes 24. distribui: singuli namque Æquatorem duobus in locis intersecant: horum præcipuus est Meridianus, in quo hora vtrimque notatur duodecima, ex vsu nostro, qui non ad vigintiquatuor vsque horas numeramus; sed post duodecimam, iterùm primam, ac reliquas deinceps, vt priùs, repetimus: alter verò est circulus Hectemorius, seu horæ sextæ, priorem ad rectos sphærales angulos diuidens, eodemque ordine ceteri ab hora qua ex vtraque parte signantur, nomen accipiunt.

Qui horas ab ortu vel occasu discriminant, sunt ipsi quoque circuli maximi, qui tamen

men in vnum aliquod punctum neutiquam congrediuntur: sed circulos illos Æquatori A
parallelos semper apparentium, semperque delitescentium maximos in iis locis contingunt, vbi ab astronomicis circulis horariis intersecantur. In quorum tribus præcipuè recensendus est Horizon, à quo horarum numeri principium ducunt; qui autem deinceps sequuntur, per æquales portiones Æquatoris omniumque parallelorum incedunt.

Ad inæquales porrò antiquorum horas quod attinet, tametsi omnes qui hactenus de Sciotericis scripsere, in ea fuerint sententia, vt existimarent horas illas maximis circulis internosci, qui scilicet per trium circulorum, hoc est Æquatoris & Tropicorum, diurnas aut nocturnas partes duodecimas describuntur: id tamen magnus noster Clauius, Mathematicorum præsentis æui facile princeps, non minùs solide quàm acute in suo Astro- B
labio, lemmate 39. primi libri confutauit, docuitque in sphæra obliqua non eosdem circulos, qui per impares horas Æquatoris & Tropicorum incedunt, etiam per inæquales horas intermediorum parallelorum transire.

Qui DOMOS cælestes dirimunt, sex omnino sunt circuli maximi, qui vniuersam cæli amplitudinem in 12. velut domicilia distinguunt. E communibus intersectionibus Meridiani & Horizontis principium ducunt, indeque ex sententia quidem Ioannis Regiomontani per duodecimas partes Æquatoris, vt autem Campano placet, per duodecimas partes verticalis primarij cuiusque loci abscedunt.

POSITIONVM circuli ipsi quoque de numero sunt maximorum, per communes intersectiones Meridiani & Horizontis (vt illi qui domos cælestes discriminant) singulaque C
cæli puncta traiecti: ita nuncupati, quòd positionem cuiusuis stellæ, comparatione domiciliorum cælestium indicent, an in quam ea in prima, an in secunda sit domo, & num in principio, num in medio, num in fine. Ex quibus patet ipsos quoque domorum cælestium circulos inter Positionum circulos connumerari.

Præter hos omnes vtriusque sphæræ circulos innumeri alij haud dubiè mente concipi possunt, cùm maximi, tum non maximi; quandoquidem per quælibet duo puncta maximus circulus in sphæra describi queat, vt ex Sphæricis elementis Theodosij constat l. 1. prop. 20. Hi itaque omnes, non secus ac illi quos proximè recensuimus, in Proiectionum materia continentur, quos proinde iisdem legibus subiectos esse volumus, ne quidquam, quod ad amplissimam huius scientiæ materiam spectet, prætermissum esse D
videatur.

AXIOMA.

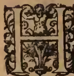
Ibi est locus rei, vbi radius opticus per rem ductus planum attingit.

HOC pronuntiatum maioris omnino momenti est, quàm prima fronte nonnulli videbitur: quamobrem prætermittendum non fuit, sed, vti par est, primo etiam loco reponendum, vtpote omnium Proiecturarum fundamentum. Est porrò de numero illorum, quæ nulla possunt demonstratione fulciri, sed velut per se nota ab omnibus, qui mente ac ratione pollent, libere conceduntur Et sanè qui Proiectionum natu- E
ram penitius inspexerit, facilè animaduertet nullo alio loco plani rem visam excipi posse, quàm vbi radius opticus per rem ductus planum attingit, cùm hoc ipsum sit Proiectio, ac rem proiici nil aliud, quàm eius speciem recta profluentia ad planum vsque protendi. Quocircà videtur hoc axioma tantæ esse consequentiæ, vt qui hoc solum diu multùmque mente complexus sit, vniuersam Proiectionum scientiam propria industria consequi possit. Perfacile namque est à dato oculo, per quoduis punctum rei propositæ, ad planum vsque rectam lineam cogitatione extendere, atque ita totius rei proiecturam in plano inuenire; quandoquidem communes horum radiorum, & plani contactus sint loca proiectarum partium autographi, vt axioma significat: quia tamen non omnis tellus ex paruo semine ingentem messem proferre est apta, siue propter cæli inclemen- F
tiam, siue quòd infertilior sit gleba; ideò omnibus consulendum fuit, & iis scilicet qui propter ingenij obscuritatem vim propositi principij non penetrant; & iis qui propter hebetudinem ea quæ circumstant non prospiciunt; & iis qui propter tarditatem ea quæ inde ceu ex fonte riuuli emanant per se elicere non valent: igitur quæcumque in posterum de Proiectionibus docebimus, nil erunt præter huius axiomatis explicationes, eiusque velut exemplis enucleatus vsus.

DE

A
DE ORTHOGRAPHICE PRIMO PROIECTIONIS GENERE, EX INFINITA OCVLI DISTANTIA.

B
PRÆFATIO.



OC *Proiectionis genus in quo oculus à re infinitè abesse supponitur,*
præ ceteris ingeniosissimum est, atque ad plurimos vsus necessarium.
Eo verò non tantùm circuli qui in cælesti sphæra sunt, verùm etiam
ædificia, & quæcumque libuerit describenda occurrunt. Sic enim
Vitruuius monet l. 1. c. 2. posteaquam futuri ædificij planum, quod
vocant, Geometricum ichnographicè delineatum est, è vestigio cuiusque lateris insisten-
C *tis frontem directè obuersam orthographicè designari oportere, vt iam totius operis fa-*
brica, atque ornatus tum interior tum exterior apertiùs conspiciatur. Ad hanc item nor-
mam celebre illud Ptolemæi Analemma deformatum est, de quo peculiarem libellum ipse
inscripsit, & hunc postea Federicus Commandinus propria commentatione illustrauit.
At quia obscurissima illa Ptolemæi tractatio Commandini industriâ non tantum splen-
doris est adepta, quantum pro dignitate atque amplissimo vsu promerebatur, statuimus
nostram quoque opellam huic negotio impendere, ac demonstrare ea omnia quæ ad perfe-
ctam Analemmatis Ptolemaici explanationem faciunt ex huius proiectionis arcanis
D *manasse. Docebimus inquam, quo pacto hoc genere Proiectionis omnes sphæræ circuli,*
quouis situ obiectæ, in planam formam conijci possint: vnde posteà eæ vtilitates proue-
nient, numero sanè infinitæ, quæ ad Gnomonices, & ad Astrolabij, & ad Sphæræ cæle-
stis ac terrestris vsum pertinent, quas, vti aliàs polliciti sumus, sparsis hinc inde conse-
ctariis, vbi commodus locus erit, inseremus: si tamen, priùs quàm ad vsum veniamus
vniuersè demonstremus, quo pacto indiuidua signa, & lineæ, & circuli omnifariàm
spectati in planum transcribi debeant.

E *Porrò quoniam hoc Proiectionis genus ex infinita oculi distantia totum pendet,*
quænam ea sit, & quæ eam affectiones comitentur, ante omnia considerandum est. Ita-
que infinitam distantiam in præsenti tractatione illam eamdem appellamus, quam libro
quarto definitione 2. ad distantiæ fallacias immoderatam esse diximus; hoc est non sim-
pliciter ac verè interminatam, sed rudiori quodam loquendi modo admodum magnam
& comparatione aspectus nostri quodammodò infinitam, qua videlicet partes, quæ
sensibilem habent proportionem ad totum, sic oblitescunt, vt excessus defectusq; discer-
ni nequeant, qui alioquin è viciniori loco, minoriq; interuallo facilè percipi possunt. Non
F *est verò ea distantiæ infinitudo, seu potiùs inistitia in indiuiduo cõstituta: nam vt ibi-*
dem ostendimus quæ magno spectabili mediocris est, ea paruo est immoderata, & eo,
quo nunc loquimur modo, infinita: magnum siquidem visile è remotiori loco cernitur,
quàm paruum, sic ea quæ terram inter lunamque distantia intercedit, infinita est, homi-
num quidem, at non totius terrei orbis comparatione. Ex quo fit, vt lunæ aspectus ad
solem nobis non sit vbique terrarum idem, & cùm sol nobis interposita luna eripitur,
non eadem apparentia eodem tempore in ceteris terræ regionibus aspectantibus exhi-
beatur:

beatur: at solis intercapedo terræ comparatione est infinita: quare si quispiam è loco solis A
terram despiceret, hæc puncti instar videretur. Vnde qui Gnomonica tractant, æquidi-
stantium gnomonum vmbras pro parallelis habent, nihilque interesse arbitrantur, an in
centro vniuersi, an verò in terræ superficie solares indices constituantur; cùm tamen si
summo iure veritas exigatur, nec terræ ingens moles verè sit punctum, nec parallelæ
sint æquidistantium gnomonum vmbræ, nec vspiam alibi horolabia illa valere possint,
præterquam in centro mundi collocata: vbi nimirum Gnomon mundano axi, & planum
in quo horizontales horæ inscriptæ sunt, finitori ad amussim respondeat. B

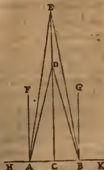
Vt verò planiùs hæc infinitudo distantiæ intelligatur, libet hoc exemplum, quod
ad rem propositam facit, attexere. Finge animo corpus sphæroides à te eminus videri:
& quamquam fieri nequeat, vt pars eius exactè media comprehendatur per 82. libri
quarti, quò tamen oculus longiùs abfuerit, eò pars spectata propior hemisphærio erit
per 83. eiusdem libri quarti, ac tandem eò vsque abduci oculus poterit, vt partis visæ à
non visa discrimen internosci nequeat. Quod cùm accidet, infinita erit ea distantia, quæ
hac velut propria nota à finita distinguitur, quòd visibilium diuersitatem, quæ ex mi- C
nori interuallo diiudicari commodè potest, extra conspectum deferat. Auctâ siquidem
distantiâ, res visiles sensim attenuantur, illâ autem ad infinitum tandem productâ, res
ipsæ in punctum inuisibile, seu quod sensu percipi nequit, rediguntur.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

In Orthographicis proiecturis radios ducere conuenit parallelās.


HÆC præcipua est infinitæ distantiæ proprietas, ac totius Orthographices
fundamentum, radios nimirum, qui ad omnes res transcribendæ partes D
attinent, in plano pari interuallo ducendos esse. Id verò ex infinita distan-
tia consequens esse ita ostenditur:

Exponatur recta quædam linea A B, cui A F, B G & C D ad rectos sint
angulos, perque harum mediam C D infinitè protractam
visus incedat, & nunc propinquior sit, vt in D, nunc remo-
tior, vt in E: quoniam igitur per 21. primi Euclidis maior
est angulus A D B angulo A E B, erunt duo reliqui anguli E A B
& E B A, duobus reliquis D A B & D B A maiores: quare &
lineæ E A & E B ad perpendiculares A F & B G propiùs acce-
dunt quàm D A & D B; atque ita, quò longiùs oculus defer-
tur, eò semper radiorum anguli ad basin A B duobus rectis
propinquiores fiunt, cùm residui anguli E A F & E B G sem-
per minores euadant: si igitur E ab A B infinitè distet, conse-
quens profectò est, vt anguli E A F & E B G insensibiles sint,
cùm hi anguli reliquos qui ad basin sunt, nempe E A B &
E B A, à non rectis discriminent: ignoratâ autem hac diffe-
rentiâ, necesse est angulos E A B & E B A, qui ad basin sunt,
pro rectis haberi per 28. primi Euclidis, adiuuante sexto
axiomate libri quarti huius operis.



E

Eius generis exempla quàm plurima in medium adferri possent; quæ ideò prætermit- F
timus, quòd illorum omnium vna sit causa, puta immensa visus reique aspectatæ inter-
capedo, quæ si non rem totam, saltem minores aliquas eius partes, vel maiorum etiam
differentias, hoc est excessus defectusque videri minimè concedit, vt proinde æqualia
illa videantur, quorum nullum discrimen percipitur.

Hoc tamen ad propositi confirmationem iam dictis adiungi potest, si in planum A B
ab oculo E longissimo interuallo disiuncto quotcumque radij obliquè procidant, pu-
ta E A & E B, ij videantur directè incidere: nam per 35 libri quarti obliquitas obiecti ex
immoderata longinquitate non dignoscitur: igitur æquales apparebunt anguli E A H &
E A B,

A E A B, itemque E B K & E B A æquales: atque ea propter normalis aspectui apparebit vter-
que radiorum E A & E B ipsi A B; quare & pro parallelis habebuntur per vigesimam octa-
uam propositionem libri primi Euclidis.

Rursus cùm parallelæ rectæ lineæ, definitore Euclide, eæ sint quæ quantumuis pro-
ductæ, numquam concurrunt, & illæ quoad aspectum parallelæ erunt quæ longiùs pro-
uectæ nusquam concurrere videntur. Igitur quarum concursus adeò est longe dissitus,
vt obtutus actiuitatem excedat, eæ ita se habent ac si nusquam conuenirent: & quemad-
modum loco reipsa infinitè remoto congredi, est nusquam verè congredi; sic illæ non
videntur concurrere, quarum congressionis terminus vltra aspectum deportatur. Quo-
B circà quæ à communi puncto procidunt infinitè dissito, hoc est extra aspectus actiuita-
tem constituto, eæ aspectui parallelæ apparent; ac proinde in orthographicis proiectio-
nibus radij paralleli ducendi sunt, nulla habita oculi ratione. Ex omnibus tamen qui ad
varias partes rei obiectæ pertinent, vni principatum concedimus, ei scilicet qui per cen-
trum transit, aut certè cui iam à principio liberè constituto ceteri ducuntur paralleli,
quem proinde Principalem & Primarium deinceps appellabimus, vtpote cuius com-
paratione tota proiectionis ratio consistit.

Ex his facilè apparet ratio, cur hoc proiectionis genus Orthographice sit nũcupatum,
quasi enim dicas descriptionem ex radijs ad planum rectis: nam linea quæ plano ad per-
pendiculum insistit, Græcè ὀρθὴ, aptiusque Latinè Recta dicitur: plano autem quod di-
C rectè aspectui obuertitur, radij omnes ad rectos angulos incidunt, vt iam ostensum est.
Quamuis & aliud esse possit huius nominis etymon, quòd videlicet hæc proiectio non
fiat profusis per rem ipsam radijs; sed re potiùs ad planum vsque recto itinere promota:
sic enim omnia rei puncta lineis parallelis incedunt, seruato nimirum eodem semper
interuallo; & vbi hæ planum intersecant, illic singulæ rei partes sui quodammodò ima-
ginem imprimunt, quam primitiuæ rei dicimus proiecturam.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Punctum semper in vnum aliquod subiecti plani punctum
D *orthographicè profunditur.*



NAM si non in punctum, sed in lineam proijceretur, consequens foret vt
radius opticus per punctum visile extensus, dum plano occurrit, partem
eius aliqua longitudine præditam attingeret: cumque pars plani, quam ra-
dius opticus attingit, cum ipso radio vnam eamdemque lineam efficiat, se-
queretur porrò eiusdem rectæ lineæ partem quidem in subiecto esse pla-
no, partem verò in sublimi; quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur:
fieri ergo nequit vt punctum in lineam proijciatur, multò verò minùs in superficiem,
seu plani subiecti portionem quæ latitudinem habeat, transferri potest, cùm ipsum pri-
E mitiuum punctum latitudinis sit expers: itaque necesse est punctum in plani punctum
semper profundi; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Recta linea perpendiculariter aspectata semper
proijcitur in punctum.

QVONIAM per definitionem perpendicularis situs ante propositionem 31.
libri tertij explicatam, linea cùm perpendiculariter cernitur, ita oculo ob-
uertitur, vt in directum producta centrum visus attingat; hinc fit, vt obie-
F cta perpendiculariter linea cum optico radio vnam rectam lineam effi-
ciat: hæc autem ad planum vsque protracta illud in solo puncto interse-
cat, vt præcedente propositione ex eo ostensum est, quòd alioquin eiusdem rectæ lineæ
pars quidem in subiecto foret plano, pars verò in sublimi, aduersus primam propositio-
nem lib. vndecimi Euclidis: igitur recta linea perpendiculariter aspectata semper in pun-
ctum propositi plani orthographicè proiicitur, quippe illic est locus rei in plano, vbi
illud radius opticus per rem ductus in transitu attingit, per commune Proiectionum
axioma superiùs explicatum.

PROPOSITIO IV. THEOREMA. A

Recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam, eamq́; maximam.

ESTO linea A B directè aspectui obiecta, in quam proinde radius principalis C D rectis incidat angulis, per ea quę ad propositionem 31. libri 3. sunt prædefinita. Si itaq; per extremitates propositæ lineæ A & B radij B ducantur, tum principali radio, tum inter se paralleli, puta F A & E B, vt prima propositione faciendum esse docuimus, erunt duo hi radij vnà cum principali C D omnes in eodem simul plano per 1. lemma huius libri. Hoc ergo planum si producatur versus tabulam K L, donec eidem occurrat in G H, erit G H, communis scilicet vtriusque sectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis: quamobrem recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam; quod primò demonstrasse oportuit. C

Nunc G H maximam esse omnium illarum in quas recta A B proijci potest, ita probabitur: Finge rectam A B circum D velut centrum in orbem conuerti, sic vt eo motu A B à directo situ in obliquum M N commutetur: ductis igitur per extremitates M & N radijs parallelis O M & P N; quoniam cum his ipsa M N obliquos angulos facit, secabunt O M & P N circulum per 16. tertij Euclidis: quare & diametrum A B secabunt in punctis, exempli gratia R & S: erit igitur R S minor ipsa A B, vt pars totâ: quocircà & proiectura T V ipsâ G H minor erit, vt pars totâ: itaque G H maxima est illarum omnium, in quas A B proiici potest; quod secundo loco fuit propositum.

PROPOSITIO V. THEOREMA. D

Linea recta obliquè obuersa proijcitur in rectam lineam, sed contractam.

HVIVS propositionis explicatio ex demonstratione præcedentis perspicuè patet. Nam linea M N obliquè obuersa, ipsiq́; A B æqualis per circuli definitionem proiicitur quidem in lineam T V, sed minorem quàm sit G H, proiectura lineæ A B, quæ directè obtutui opponitur: cumq́; eodem modo in ceteris obliquis lineis procedat superior demonstratio, apertè con- E uincitur propositum, scilicet lineam rectam obliquè obuersam, in rectam item lineam proijci, sed contractam; ac tantò minorem, quātò eius obliquior est situs. Cùm enim directè exposita appareat maxima, perpendiculariter verò nulla, estque situs eò obliquior, quò perpendiculari vicinior, perspicuum est situ à minùs obliquo in obliquiorem mutato, lineæ proiecturam continuò minui, quousque tandem in punctum redigatur, quod tum accidit, cùm obliquus situs in perpendicularem tandem commutatur.

PROPOSITIO VI. PROBLEMA.

Exceptam plano lineam in partes repræsentando secare.

SIT, vt prius, A B proposita linea, eius verò proiectura G H: sitque A B secta F vtcumq; in R & S: oporteat autem & ipsam G H in similes partes orthographicè partiri, sic vt partes lineæ G H ipsius A B partes repræsentent: agantur per R & S radij R T & S V, ipsis A H & B G paralleli, vt faciendum propositione prima monuimus: erunt igitur T & V loca in quibus G H orthographicè ita secatur, vt A B secta est in R & S. Nam cùm per commune Proiectionum axioma illic sit locus rei, vbi radius opticus per rem ductus attingit planum, & per primam huius libri propositionem oporteat in hoc genere proiectionis radios ducere paralle-

A rallelos: quemadmodum H & G loca sunt proiectorum A & B punctorum, propterea quòd A H & B G radij ducti sint paralleli: sic T & V erunt loca signorum R & S, quòd radij R T & S V cùm inter se, tum ipsis A H & B G sint paralleli. Hoc igitur modo excepta plano linea ita secabitur, vt secta est ipsa A B archetypa, quod erat perficiendum.

Quod de linea A B diximus directè visui obiecta, id de ceteris omnibus obliquo situ propositis est intelligendum: nam omnium vna eademque est & distributionis praxis, & demonstrandi ratio; si nimirum à signis, quibus primitiuæ lineæ partes distinguuntur, ad planum vsque radij protendantur principali radio paralleli, factum erit propositum: vbi enim hi planum attingent, ibi per commune Proiecturarum axioma primitiuorum si-
B gnorum proiecturas exhibebunt, quæ postulabantur.

PROPOSITIO VII. PROBLEMA.

Sectâ vtcumque rectæ lineæ proiecturâ similiter secare prototypam.

HVIVS problematis eadem est ratio quæ præcedentis. Cùm namque oculus, ac res reique figura in eodem radio optico existant, siue ducantur lineæ à plano ad rem ipsam, siue contrà a re ad planum, easdem semper sectiones produci necesse est. Esto itaque, vt prius, G H data proiectura lineæ A B seu directè seu obliquè aspectui exhibitæ, sitque G H secta
G vtcumque in T & V: postuletur verò vt similiter seceturipsa A B, hoc est in eas partes, quæ partibus lineæ G H quoad aspectum respondeant: à punctis T & V rectæ ducantur T R & V S ipsis A H & B G parallelæ, factumque erit propositum. Nam vbi hæ lineæ secant lineam A B, ibi erunt sectiones postulatæ partibus ipsius G H repræsentatione similes: siquidem R autographum est signi T, & S ipsius V per commune axioma proiectionum. Quare solutum est problema.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Plana superficies perpendiculariter aspectata proijcitur in rectam
D *lineam, cuius magnitudo tangentibus parallelis continetur.*

QVONIAM per ea quæ ad propositionem 31. lib. 3. prædefinita sunt, is perpendicularis est situs, quo res ita aspectui obuertitur, vt ad oculum protracta in eius centrum incidat, perspicue patet radios omnes, qui ab oculo ad superficiem perpendiculariter obiectam destinantur, in eodem cum ipsa plano existere. Hoc ergo planum si in aduersam partem producatur, quoad tandem cum tabula concurrat, erit communis ipsius & plani sectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: itaque superficies perpendiculariter obiecta in rectam proijcitur lineam; quod primò erat demonstrandum.

E Quòd verò eius magnitudo tangentibus radiis contineatur, ex iam sæpiùs repetitis patet. Nam tangentes radij extremi sunt omnium illorum qui ad rem pertinent, vt libro 4. lemmate 25. docuimus: igitur quemadmodum tangentes radij totam rem quæ visui obijcitur, complectuntur, sic totam definiunt rei profusionem, quæ ad planum vsque extensa sectionem in eo exhibet secundum aspectum prototypo congruentem.

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Superficies plana directè aut obliquè proposita in superficiem proijcitur.

F PLANA superficies directè vel obliquè proposita, sic ad obtutum se habet, vt quaquauersus producta, numquam in cétrum visus incurrat: quo fit, vt quotquot in eam incidunt radij, omnes ipsam secent: quare si per eius ambitum paralleli radij procidant, seu potiùs radiosa quædam superficies ipsam, quæ spectatur, vndique cingat, illa solidum quoddam corpus concludet. Quod quidem prisma erit, si spectata superficies figuram habeat rectilineam: si verò circularem, cylindrus.

Finge itaque animo radiosum hoc corpus per aspectabilem superficiem ad planum vsque protendi, an non communis intersectio plani, & radiosi illius corporis superficies

erit? Igitur superficies directè vel obliquè aspectui proposita in superficiem proijcietur, A
quod erat demonstrandum.

Expositis linearum & superficierum proiectionibus, ad figuras accedimus, quæ sunt spectabiles quædam superficierum affectiones. In his nonnullæ sunt rectilineæ, aliæ circulares: de illis quidem hoc loco nihil attinet dicere, cùm constet proiectis lateribus eo quo iam dictum est modo, & ipsas figuras descriptas esse: nam figuræ rectilineæ nil sunt prorsus aliud, quàm spatia rectis lineis ambientibus comprehensa. His itaque in planum consignatis, ipsæ quoque figuræ rectilineæ quæcumque tandem B
propositæ fuerint, proiectæ habentur. Quare ad circulos progredimur, qui peculiarem habent proiecturæ modum, eumque ex diuersitate aspectus varium.

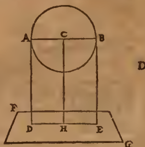
PROPOSITIO X. THEOREMA.

Circulus perpendiculariter expositus, in rectam proijcitur lineam, circuli diametro æqualem.



PRIOR huius propositionis pars manifesta est ex octaua propositione huius libri, quâ vniuersè demonstrauimus omnem superficiem perpendiculariter exhibitam, in rectam lineam profundi. C

Altera verò, proiectam hanc lineam æqualem esse circuli diametro, sic probabitur: Esto circulus A B, cuius centrum C, perpendiculariter obiectus, ipsúmque contingant paralleli radij A D & B E, & per loca contactuum diametrus agatur A B: dico ipsam circuli proiecturam D E, diametro A B æqualem esse. Quoniam enim ex hypothesi planum F G directè aspectui obuersatur, necesse est angulos D & E rectos esse: sed & recti sunt A B E & B A D anguli per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ sunt ipsæ A B & D E rectæ lineæ per 28. primi Euclidis: sunt verò & A D, B E parallelæ ex constructione; itaque parallelogrammum est A B E D: quare per 34. primi Euclidis æqualia sunt inter se quæ ex aduerso consistunt, latera A B & D E: quare circuli perpendiculariter spectati proiectura recta est linea primitiui circuli diametro æqualis; quod erat demonstrandum. D



PROPOSITIO XI. PROBLEMA. E

Circulum perpendiculariter exhibitum in planum transcribere.



HOC problema praxin superioris theorematis continet. Cùm enim ex illo constet circulum perpendiculariter exhibitum in rectam lineam plano exceptum commutari, nunc modus postulatur, quo ea linea seu circuli imago in plano inueniri possit.

Esto, vt priùs, circulus A B descriptus ex centro C, planumq; F G, primariusque autem radius C H, cui ad normam ducatur A B per circuli centrum C traiecta, atque ab huius extremis A & B rectæ ducantur lineæ principali radio parallelæ A D & B E, quæ productæ secent planum F G in punctis D & E, hæc verò connectantur per rectam D E, F
quam dico esse propositi circuli proiecturam. Quoniam enim A D & B E parallelæ sunt positæ ipsi C H, estque vterque angulorum ad C rectus, erunt & anguli C A D & C B E recti per 29. primi Euclidis: quare A D & B E circulum contingunt in A & B per 16. tertij Euclidis. Quod cùm ita sit, quæcunque intra has primario radio parallelæ ducentur, ipsum circulum secabunt, productæque intra D & E cadent: quocircà per commune axioma Proiectionum omnia puncta propositi circuli in lineam D E transfundentur: atque ea propter D E ipsius est circuli imago plano F G impressa, quæ postulabatur.

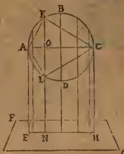
PRO-

A PROPOSITIO XII. PROBLEMA.

Lineam à circulo proiectam in partes orthographicè secare, quæ circuli partes repræsentent.



Esto circulus A B C D in 12. partes æquales distributus, initio facto à puncto A, sitque circuli proiectura E H in plano F G radijs contenta parallelis A E & C H: per singulás itaque partes B diuisi circuli ad lineam E H rectæ ducantur ipsis A E & C H parallelæ, factumque erit propositum. Nam vbi hæ in proiectutam E H incident, hic loca erunt sectionum, quibus linearis forma circuli A B C D ita secatur quoad aspectum, quemadmodum sectus est ipse datus circulus: quod sanè perspicuum est per commune Proiectionum axioma superiùs explicatum.



Porrò quoniam huius problematis praxis, cùm circulus à plano sublimis existit, vt in præsenti sche-
C mate, minùs est expedita, breuiori compendio eam absoluemus, si in subiecto plano circa linearem proiecturam velut diametrum circulum describamus, eumque in eas partes diuidamus, in quas sectus est primitiuus circulus, à signis autem sectionum ad diametrum perpendiculares applicemus; hæ enim diametrum secabunt in eas partes, quæ circuli partes repræsentent: nam cùm omnes illæ eidem sint perpendiculares, erunt ipsæ inter se parallelæ per 28. primi Euclidis: quare radiorum instar ab oculo infinitè distito protensorum, circuli puncta in rectam illam lineam promouebunt, cui ad normam applicantur.

Sunt verò linearis proiecturæ partes quæ ab æqualibus circuli peripherijs proueniunt, minimè inter se æquales, sed minores semper illæ quæ longius à medio absunt: nam
D remotiores à centro radij obliquioribus angulis circuli peripheriam intersecant; quare minori interuallo ab inuicem distant: sunt igitur prope extremitates minores æqualium peripheriarum proiecturæ, quod & ex lemmate 8. apertiùs potest demonstrari.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Bina puncta dissecti circuli, quæ ab altero extremorum pari interuallo distant, in vnum punctum linearis proiecturæ incidunt.



In eodem circulo A B C D sint, exempli gratia, puncta K & L pari interuallo
E ab altero extremorum A vel B distiuncta: dico ea in idem simul punctum lineæ E H, puta in N, transfundi. Quoniam enim æquales sunt ex hypothesi arcus A K & A L, erunt & rectæ illis subtensæ æquales per 29. tertij Euclidis: at cùm A C per circuli centrum incedat, erunt & A B C, A D C, vtpote semicirculi, æquales: ab his igitur si æquales auferantur supradictæ circulares portiones A K & A L, relinquentur arcus K C & L C æquales per communem notionem, quibus item æquales rectæ lineæ subtendentur per eamdem 29. tertij Euclidis. Quocircà in triangulis A K C & A L C cum æquale sit latus A K lateri A L, & latus A C commune vtrique, basisque K C basi L C æqualis, erit & angulus K A C angulo L A C æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm circum hos æquales angulos duo sint latera
F A K & A O, duobus lateribus A L & A O æqualia, vtrumque vtrique, hoc est A K ipsi A L, A O verò vtrique commune, erit & basis O K basi O L æqualis per 4. primi Euclidis; atque eapropter angulus A O N rectus est per 3. tertij Euclidis: sed & O A E angulus est rectus per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ sunt A E & K L N per 29. primi Euclidis: ideoque puncta K & L in vnum punctum N projiciuntur: siquidem per commune axioma Proiectionum ibi est locus vtriusque puncti K & L, vbi radius opticus per vtrumque ductus attingit planum; at vtriusque puncti K & L cùm vnicus sit radius, is in vnum solum punctum N contingit planum: itaque N vtrumque simul punctum K & L repræsentat; quod erat demonstrandum.

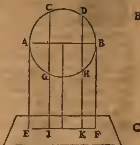
 A

PROPOSITIO XIIII. PROBLEMA.

Rectâ lineâ sectâ vtcumque, circulum quem illa repræsentat, in partes reciprocè distribuere.



SIT circulus A C D B ex perpendiculari aspectu proiectus in lineam E F radijs A E & B F, qui circulum in A & B contingant; sit verò E F secta in I & K vtcumque: oporteat autẽ in circulo partes inuenire, quæ his aspectu respondeant: ab I & K parallelæ ducantur ipsis A E & B F, quæ radiorum opticorum vicem subeãt, ac circulum secent, hæc quidem in H & D, illa verò in G & C: dico circulum in C & G similiter sectum esse quoad aspectum, vt recta E F secta est in I: atque vt recta E F secta est in K, ita sectum esse circulum in D & H; sic vt punctum I vtrumque circuli punctum C & G, punctum verò K vtrumque D & H æquè repræsentet; quod patet ex ipsa radiorum procidentia, adiuuante communi axiomate superius proposito: siquidem cùm necesse sit rem, eiusque proiecturam, in eodem radio optico sitam esse, perspicuum est, ductis radijs opticis I C & K D parallelis ipsis A E & B F, vti propositione prima præscribitur, proiecturæ I archetypum esse vtrumuis signorum C vel G, & proiecturæ K in circulo respondere vtrumuis punctorum D vel H: atque ita se habet praxis, & ratio eius, quod fuerat postulatum.



B

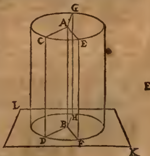
C

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Circulus directè aspectui obuersus, in circulum proijcitur. D



ESTO directè propositus circulus C G E, cuius centrum A, planum verò L K etiam directè visui oppositũ, ac proinde dato circulo parallelum, per ea quæ lib. 3. ad propositionem 31. præ-definiuimus: per centrum autem circuli A, radius primarius actus sit A B, & huic paralleli à circuli circumferẽtia producti C D, E F & G H; erit igitur B proiecturæ centrum ipsius circuli centrum repræsentans per superius axioma: dico verò puncta D F & H, & quotquot à circuli C E G circumferentia parallelis ipsi A B radiis in planum L K proijciuntur, omnia in circularem perimetrum, cuius centrum B, conuenire: nam ductis ex C, E & G ad centrum A rectis lineis C A, E A & G A, similiter autem iunctis D B, F B & H B, cùm A C D B planum duo simul secet parallela plana, circulum nimirum propositum, & id quod huic parallelis subijcitur, fit, vt communes horum interſectiones A C & B D sint inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sunt verò & C D, A B parallelæ ex constructione: igitur parallelogrammum est A C D B, vt constat ex propria ipsius parallelogrammi definitione. eodem quoque modo parallelogramma sunt A F & A H: sed parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quæ ex aduerso sibi opponuntur latera per 34. primi Euclidis: itaque æqualia sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F, & A G ipsi B H. Sunt porrò A C, A E & A G inter se æqualia per circuli definitionem: quare & B D, B F & B H æqualia inter se sunt per communem notionem: atque idcircò proiectus in planum ambitus D F H, in quem radij optici ex peripheria obiecti circuli procidunt, circulus est; quod erat demonstrandum.



E

F

PRO-

A

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Circulus ex directo aspectu in planum orthographicè proiectus, primitiuo circulo est æqualis.



ACILIS est huius propositionis demonstratio ex præcedente. Quoniam enim in parallelogrammis A D, A F & A H superioris schematis, æqualia ostensa sunt opposita latera per trigesimam quartam propositionem libri
B primi Euclidis, hoc est A C, A E & A G, æqualia ipsis B D, B F & B H; patet per primam definitionem libri tertij Euclidis, & ipsos circulos C E G & D F H æquales inter se esse; quod erat probandum.

Quod de circulo hoc loco ostendimus, id paulò infrà vsu veniet in iis proiectionibus, quas de singulis sphæræ partibus instituemus propositione 33. & sequentibus: nam ex hac tum propositione constabit non modò sphæræ totius proiectum schema circulum esse, maximo eorum qui in sphæra sunt circulorum æqualem; verùm etiam id ratum erit, omnes circulos siue maximi illi sint, siue non maximi, in quos principalis radius rectis incidit angulis, in circulos transferibi orthographice debere primitiuis æquales; quocircà ne magno Lectoris fastidio ac nausea eadem sæpiùs reperere cogamur, huius
C theorematis memoria in eum locum est asseruanda.

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA.

Circulum directè spectatum in planum transcribere.



VIVS problematis executio ex dictis facilè colligi potest. Constat enim, si per singula puncta circuli propositi in subiectum planum radij optici demittantur ipsi principali radio paralleli, ex horum congressione cum plano subiecto figuram describi, quæ postulatur: nam per primam propositionem parallelis radiis quidlibet in quodlibet planum orthographice transfertur. Vbi ergo hi cum plano conueniunt, ibi est singulorum punctorum apparens lo-
D cus per proprium huius scientiæ axioma: est porrò ea figura circulus per 15. huius, isque primitiuo circulo æqualis per propositionem proxime antecedentem: igitur accepto proiecturæ centro per radium principalem à centro propositi circuli demissum, interuallo autem semidiametro circuli primitiui describatur circulus, factumque erit propositum; nam quæ parallelas semidiametros vtriusque circuli connectent rectæ lineæ, & ipsæ principali radio parallelæ erunt per trigesimam tertiam primi Euclidis; quare & inter se per 30. primi Euclidis; atque ea propter inscriptus plano circulus, proiectura erit eius circuli qui proponebatur.

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Circuli proiecti centrum idem verum est & apparens.



ERI atque apparentis centri discrimen satis per se notum esse arbitror, cùm nemo ignoret verum circuli centrum illud esse, quod totius figuræ exactum medium tenet, id verò quoniam subinde à medio proiectæ figuræ digreditur, nec eo spectatur loco vnde pari interuallo proiecturæ ambitus distat, fit vt apparens quidem hoc centrum vocetur, quod primitiuum centrum secundùm aspectum repræsentet, at non verum, quia à proiecturæ medio versus ambitum excurrit. Nunc ergo ostendamus circuli à directo aspectu proiecti
F centrum idem verum esse & apparens.

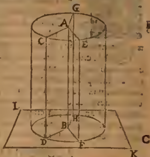
Radius in primis principalis per centrum circuli primitiui actus, dum plano occurrit, locum in eo signat centri apparentis, siquidem per proprium huius scientiæ axioma superiùs explicatum, ibi est rei apparens locus, vbi planum radio per rem ducto attingitur. Quòd autem idem sit & verum centrum, ex eo probatur, quia omnis circa ipsum ambitus ex circuli peripheria proiectus paribus vndique radijs attingitur, vt propositione 15. suprà ostendimus. Igitur circuli proiecti centrum idem est & verum, & apparens; quod erat demonstrandum.

 A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Cùm circulus ex directo aspectu in circulum projicitur, vtriusque partes quæ parallelis radiis continentur, sunt inter se æquales.

ISTO inquam D F H circulus ex directo aspectu primitiui circuli C E G in planũ L K proiectus; sintq; vtriusque partes C E & D F, parallelis radiis C D & E F contentæ: dico has æquales inter se esse. Quoniam enim parallelæ sunt A C & A E ipsis B D & B F per 3. vndecimi Euclidis, nec in eodem sunt plano, erunt anguli C A E & D B F inter se æquales per 10. vndecimi Euclidis. Sunt verò & ipsi circuli æquales per 16. propositionem huius libri: quocircà & peripheriæ C E & D F æqualibus angulis subtensæ æquales inter se erunt per 26. tertij Euclidis, quæ docet in æqualibus circulis æquales angulos æquis peripherijs insistere, siue ad centra, siue ad circumferentias. Atque eodem modo se res habet in ceteris vtriusque circuli partibus: igitur cùm circulus ex directo aspectu in circulum projicitur, vtriusque partes quæ parallelis radiis continentur, sunt inter se æquales. B



PROPOSITIO XX. PROBLEMA.

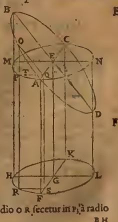
Circulum ex directo aspectu proiectum in partes distribuere, quæ partes circuli primitiui repræsentent, & contrà.

PERSPECTA est iam huius problematis praxis ex ijs quæ proximè antè sunt demonstrata. Quoniam enim per 16. propositionem libri huius, circuli ipsi, hoc est verus, & is qui in plano apparet, itemq; amborum partes radiis parallelis contentæ per 19. propositionem huius libri sunt inter se æquales: dato ipsorum altero in partes vtcumque diuiso, si & alter in æqualia segmenta diuidatur, factum erit propositum: nam huius partes partibus alterius secundùm aspectum infinito interuallo disiunctum respondebunt, vtpote parallelis radiis contentæ, quales scilicet hoc proiecturæ genus postulat, vt prop. 1 huius lib. docuimus. D

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Circulus obliquatus in formam ellipseos plano exceptus cõmutatur.

CIRCVLVS A B C D obliquè exponatur, sic vt per eius centrum E actus principalis radius E G ad rectos quidem sit angulos diametro A C, reliquis autem obliquus; secetque diametrum A C altera diametrus B D, ad rectos item angulos: sit verò forma propositi circuli in subiectum planum transfusa F H K L radiis à circuli peripheria vndique promissis A F, B H, C K & D L ac ceteris, qui quidem omnes sint principali radio E G paralleli: dico F H K L circuli proiecti formam ellipsin esse, cuius extremæ iugatæque diametri, maxima quidem sit F K, vtpote circuli diametro A C æqualis per 4. propositionem huius libri; H L verò minima, quippe contracta, propter obliquè spectatam B D. Si namque in circuli peripheria aliud quodcumque punctum assumatur, puta O, idq; per radium O R, qui principali radio parallelus sit, ad planum vsque ad signum R producatur, propositum nobis sit demonstrare punctum R in ellipsin cadere. Agatur per circuli centrum E aliud planum ipsi F H K L parallelũ, nempe A M C N, quod à radio O R secetur in P, à radio E



B H

A verò B H in M, & à radio D L producto in N, ducanturque parallelæ rectæ lineæ O Q ipſi
B E, & P Q ipſi M E, & R S ipſi H G. Quoniam itaque parallelum eſt planum A M C N ipſi
F H K L plano, erit M E ipſi H G, & P Q ipſi R S parallela per 16. vndecimi Euclidis: ſunt
verò & radij ipſi inter ſe paralleli per 30. primi Euclidis, quòd ſcilicet omnes principali
radio ſint paralleli: igitur parallelogramma ſunt M G & P S: quare æqualia ſunt oppoſita
ipſorum latera M E ipſi H G, & P Q ipſi R S per 34. primi Euclidis; ac proinde ſi oſten-
ſum fuerit punctum P in ellipſin cadere, cuius extremæ diametri ſunt A C & M N, ipſum
quoque R punctum in ellipſin incidere conuincetur, cuius extremæ diametri F K & H L.

Illud autem ſic demonſtrabitur: Quoniam A B C ſemicirculus eſt, & in eo B E ipſi A C
B ad rectos poſita eſt angulos, erit per 2. lemma huius libri B E media proportionalis inter
A E & E C: quare per 17. ſexti Euclidis, quod ex B E fit quadratum, æquale eſt ei quod
ex A E C fit rectangulo. Rurſus quoniam O Q oſtenſa eſt ipſi B E parallela, & A E B angu-
lus rectus eſt, erit & O Q E angulus rectus per 29. primi Euclidis; ideoque O Q eidem A C
diametro perpendicularis erit, & per idem lemma 2. huius libri media proportionalis
inter A Q & Q C: quocircà quadratum O Q rectangulo A Q C eſt æquale. Vt igitur quadra-
tum B E ad rectangulum A E C, ita O Q quadratum ad A Q C rectangulum per 7. quinti
Euclidis, nempe æqualia ad æqualia: quare per 16. quinti Euclidis viciſſim quoque erit vt
quadratum B E ad quadratum O Q, ita rectangulum A E C ad A Q C rectangulum: ſed vt
recta B E ad rectam O Q, ita eſt M E ad P Q: nam quoniam B E ipſi O Q ex conſtructione,
C & B M ipſi O P ex radiorum natura eſt parallela, nec ſunt B E & B M in eodem cum O Q &
O P plano, erit angulus E B M angulo Q O P æqualis per 10. vndecimi Euclidis. Eodem ve-
rò modo & reliqui anguli trianguli P O Q reliquis trianguli M B E angulis oſtendentur
æquales; ſiquidem M E & P Q parallelæ ſunt ex conſtructione: æquiangula ſunt igitur
ipſa triangula P O Q & M B E: ac proptereà per 4. ſexti Euclidis vt B E ad O Q, ita M E ad
P Q: quare vt quadratum B E ad quadratum O Q, ita M E quadratum ad quadratum P Q:
ſed quadratum B E ad quadratum O Q eſt, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum:
igitur & M E quadratum ad quadratum P Q eſt, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangu-
lum, non quidem vt æquale ad æquale, quemadmodum quadrata B E & O Q; ſed vt mi-
nus ad maius. Id verò cùm ellipſi proprium ſit, per ea quæ à Sereno Antinſenſi demon-
D ſtrantur libro primo de ſectione Cylindri propoſitione 18. & nos quoque lemmate 17.
ſupra expoſuimus, conſequens eſt, vt punctum P in ellipſin cadat.

Si enim id negetur, concedere oportebit illud vel extra ellipſin cadere, vel intra: ſi
extra, igitur ellipſis inter P & Q viam carpit; ſit autem T locus vbi ipſam P Q ellipſis inter-
ſecat: itaque per 17. lemma huius libri vt quadratum M E ad rectangulum A E C, ita erit
T Q quadratum ad A Q C rectangulum: ſed iam oſtenſum eſt eſſe quadratum P Q ad re-
ctangulum A Q C, ſicuti quadratum M E ad A E C rectangulum: quocirca æqualia inter
ſe eſſe oportet ipſarum T Q & P Q quadrata per 9. quinti Euclidis. Cùm enim quadrata
ex T Q & P Q, ad rectangulum A Q C eamdem rationem habeant, eam videlicet, quam
quadratum M E habet ad rectangulum A E C, erunt per iam citatam 9. quinti Euclidis
E quadrata ex T Q & P Q, inter ſe æqualia; ac proinde & horum latera T Q & P Q æqualia
erunt, nempe pars toti, quod fieri nequit; non igitur cadet punctum P extra ellipſin.

Si autem intra ellipſin cadere dicatur, tranſibit ellipſis per ſignum aliquod lineæ P Q
longiùs à puncto Q diſſito quàm punctum P: quare eodem modo oſtendi poterit totum
parti æquale eſſe: itaque punctum P, & quoduis ceterorum, quæ à circuli peripheria in
planum A M C N demittuntur, in ellipſeos ambitum procidant neceſſe eſt. Atque eadem
ratione punctum R ellipſin continget, cùm R S & H G ipſis P Q & M E, itemque F K in S
& G ſecta ſit in partes ipſius A C partibus æquales: quare circulus obliquatus in formam
ellipſeos plano exceptus commutatur; quod demonſtraſſe oportuit.

F

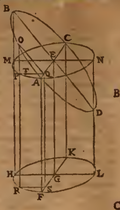
PROPOSITIO XXII. PROBLEMA.

Circulum ex obliquo aſpectu in planum conſignare.



PERCEPTO ſuperiore theoremate haud erit difficilis huius problema-
tis inuentio. Expoſito namque obliquè circulo A B C D, primùm ducen-
dus erit per ipſius centrum E ad planum vſque primarius radius E C, ſe-
cundum eam ſitus obliquitatem, qua circulus in planum transferri po-
ſtulatur, quod ſane fiet, ſi à puncto E ducatur propoſito plano perpendicu-
laris E G per 11. vndecimi Euclidis: deinde in ipſo circulo inueniendæ erunt extremæ
illæ

illæ lineæ per 4. lemma huius lib. ad quarum alteram principalis radius normalis est, alteri verò maximè obliquus: sintque eæ iam repertæ, normalis quidem illa A C, obliqua verò B D: tum ab harum linearum extremitatibus radij ad planum vsque protendentur A F, B H, C K & D L ipsi principali radio paralleli, locaq; congressuum iungentur rectis F K & H L, circa quas velut coniugatas diametros ellipsis describetur per vigesimum secundum lemma, factumque erit propositum. Nam per præcedens theorema quæcumque rectæ lineæ parallelæ à circumferentia circuli obliquari ad subiectum planum demittuntur, omnes in ellipsin cadunt, cuius maxima diametrus F K ex ea diametro circuli profusa, cui radius principalis ad rectos est angulos; minima verò H L proiectura eius diametri, ad quam principalis radius maximè obliquus est: at per primam huius libri propositionem, ea est cuiusque rei proiectura orthographica, quæ radiis parallelis ad planum productis continetur: igitur ellipsis circum F K & H L velut extremas diametros descripta, est ipsius primitiui circuli A B C D obliquati orthographica proiectura, quæ erat inuestiganda. A B C

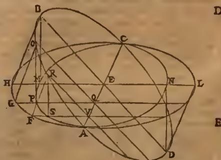


PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA.

Circuli obliqui partes in ellipsin repræsentando transcribere.


IRCA maximam diametrum propositæ ellipsis circulus describatur, isque eodem modo secetur, quo sectus est primitiuus circulus; à punctis verò sectionum rectæ lineæ ad communem circuli & ellipsis diametrum normaliter applicentur, factumque erit quod postulatur: nam vbi hæ attingent ellipsin, illic erunt puncta, quæ circuli diuisiones repræsentant.

Exempli gratia, esto idem qui suprà circulus A B C D, ex obliquo situ in ellipsin A M C N proiectus: sit verò circulus vtcumque diuisus in O & R; oporteat autem eadem signa in ellipsin repræsentando transferre, hoc est, ita secare ellipsin, vt sectæ ellipseos partes circuli partes repræsentent. Circa maiorem diametrum ellipsis A C circulus describatur in eodẽ cum ellipsi plano, nempe A H C L, qui quidem proposito circulo A B C D æqualis erit, quòd communem habeat vterque diametrum A C. Ex centro verò E ad rectos ipsi A C angulos excitetur altera diametrus H L, diuidaturque portio circularis perimetri A H in F & C, quemadmodum circuli portio A B diuisa est in R & O, ducanturque F V & G Q ipsi A C perpendiculares, hoc est ipsi A E parallelæ: dico portionem ellipsis A M in S & P, vbi eam F V & G Q intersecant, ita repræsentando distributam esse, vt circuli primitiui portio A B secta est in R & O. D E



Nam iunctâ B H, quoniam duorum planorum A H C & H B E communis sectio est H E, ad eamque normaliter adiuncta est B C, quæ ipsi quoque B E ad rectos est angulos per constructionem, erit E C ad planum quoque H B E recta per 4. vndecimi Euclidis: quare per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum A H C rectum est: igitur quæ à puncto B ad planum A H C perpendicularis ducetur, in rectam H E incidet per 38. vndecimi Euclidis; cadit autem eadem perpendicularis in peripheriam ellipsis ex hypothesi: igitur eo loci incidit, vbi H E ellipsin intersecat, puta in M. F

Eodem verò modo iungantur bina puncta O & G per rectam O G: quoniam igitur æquales sunt circulorum portiones B O & H G, si eæ ab æqualibus A B & A H subducantur,

relin-

A relinquentur A O & A G æquales: quare per 13. lemma parallelæ erunt B H & O G. Sunt
verò & H E, G Q parallelæ: igitur per 15. vndecimi Euclidis parallela sunt quæ per B H E
& O G Q extenduntur plana: quæ cùm plano secentur B E Q O, erunt B E & O Q, commu-
nes nempe vtrorumque sectiones, parallelæ per 16. vndecimi Euclidis; ac proinde per
29. primi Euclidis O Q ipsi A C ad rectos est angulos, quia videlicet angulus A E B rectus
est ex constructione: ex quo fit, vt suprà, planum G O Q ad planum A H C rectum esse.
Quoniam enim Q C, quæ ad G Q communem intersectionem planorum G O Q & A H C
rectis angulis applicita est, ipsi quoque O Q normaliter adiungitur, fit per 4. vndecimi
Euclidis vt Q C ad planum G O Q recta sit: atque idcircò planum G O Q ad planum A H C
B rectum est per 4. definitionem vndecimi Euclidis: quocircà quæ à puncto O in pla-
num A H C perpẽdicularis demittitur O P, ea in rectam G Q, communem scilicet vtriusq;
plani A H C & G O Q sectionem, incidat necesse est, per 38. vndecimi Euclidis: sed & in
ellipsin A M C N eadem perpendicularis cadit ex suppositione: igitur non ad aliud quàm
ad signum P in ellipsin incidit, vbi scilicet recta G Q ellipsin intersecat. Simili verò de-
monstratione ductà F V ipsi A C perpendiculari, ostendetur signum S, in quo scilicet F V
ellipsin pertransit, puncti R proiecturam esse: & quemadmodum circuli A B C O qua-
drans, aut perimetri portio A B secta est in R, ita repræsentando sectam esse ellipsin in S:
quare peractum demonstratumque est, quod postulabatur.

C PROPOSITIO XXIV. PROBLEMA.

Partes datæ ellipseos ad circulum primitiuum reuocare.

IRCA maximam ellipsis diametrum, vt priùs, circulus describatur, & à
punctis sectæ ellipsis ad eamdem diametrum normales excitentur per 12.
primi Euclidis, quæ ad circulum vsque producantur, factumque erit pro-
positum: nam communes harum & circuli sectiones loca erunt, in qui-
bus circulus ita reipsa secabitur, quemadmodum repræsentando seu se-
cundùm oculi aspectum secta erat proposita ellipsis.

D Exempli causa, ellipsis A M C N, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N, sit se-
cta vtcumq; in P & S: oporteat autem hæc signa ad eas partes primitiui circuli reuocare,
quæ illis secundùm aspectum respondent: circa diametrum A C circulus describatur
A H C L in eodem cum ellipsi plano, & à punctis P & S rectæ protendantur P Q & S V ipsi
A C perpendiculares, eæque producantur, quousque cum circuli A H C L peripheria con-
ueniant in G & F: dico G & F loca esse in quibus circulus A H C L seu A B C O ipsi æqualis
ita secatur, vt repræsentando ellipsis secta est in P & S.

Quoniam enim E C vtrique B E & H E est perpendicularis ex prima schematis con-
structione, erit quoque eadem E C ad H Q E planum recta per 4. vndecimi Euclidis. Est
autem E C ad H E, communem scilicet intersectionem planorum H B E & A H C, norma-
E liter adiuncta: igitur per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum
A H C rectum est: quare M B, quæ à puncto ellipsis M ipsi H E perpendicularis erigitur,
in eodem est cum H B E plano per 2. vndecimi Euclidis: concurret igitur cum vtroque
latere H B & B E; attingit autem & circulum A B C D, cùm ex hypothesi subiecta ellipsis
A M C N ipsius A B C O circuli sit proiectura: igitur eo loci M B circulum A B C D secabit,
vbi H B & B E in eumdem circulum incidunt, hoc est in B: hic enim cùm circulus
A B C O eo modo secetur, vt circulus A H C L in H, manifestum est punctum H idem
cum illo esse, quod puncto M ex obliquo situ B O proiecto repræsentatur; quod primò
ostendisse oportuit.

Rursus cùm P Q ipsi Q C ad rectos sit angulos ex positione, si ex P ad subiectum pla-
F num A H C recta ad normam erigatur P O per 12. vndecimi Euclidis, iungaturque O Q,
erit huic quoque ipsa Q C perpendicularis per 15. lemma libri quarti: quare O Q & G Q
dimidiatæ sunt chordæ dimidiatis peripherijs O A & G A subtensæ per 3. tertij Euclidis:
cumque O Q & G Q æqualiter distent à centro E, nempe interuallo Q E, erunt ipsæ etiam
inter se æquales per 14. tertij Euclidis: igitur & dimidiati arcus O A & G A æquales
erunt inter sese: his verò sublatis ab A B & A H, quos iam æquales esse ostendimus, re-
linquentur æquales O B & G H: itaque vterque æqualium circulorum A B C & A H C
plano G O Q vnus in G, alter in O æqualiter diuiduntur: at punctum O illud ipsum est
quod in data ellipsi repræsentatur puncto P: nam P O, quæ ad planum A H C recta est,
in

in eodem est cum G O Q plano per 2. vndecimi Euclidis: ac proinde in eum locum circuli A B C D incidit, vbi vtraque G O & O Q eumdem circulum interſecant: igitur punctô P ellipſeos reſpondet in circulo primitiuo A B C D punctum O; huic verò cùm ex æquo reſpondeat in circulo A H C L punctum G, palàm est G punctum illud eſſe, ad quod punctum P ex ellipſi reuocandum erat. Eodem verò modo ſe res habet in punctô S ac ceteris omnibus, quæ in ellipſi deſignari poſſunt: itaque ſi circa maximam diametrum datæ ellipſis circulus decircinetur, & per ſingula puncta ſectæ ellipſis, ad eamdem diametrum rectæ ſecundùm normam applicentur, vbi hæ productæ ſecabunt & circulum, ibi partes erunt poſtulatæ, effectúmque propoſitum; quod erat demonſtrandum. A

B

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Ellipſis perpendiculariter expoſita ſemper quidem in rectam proijcitur lineam, ſed quæ maiorem diametrum non excedat, nec à minore vincatur.



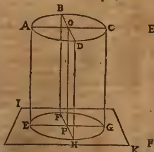
VONIAM ellipſis figura eſt plana, perſpicuum eſt ex propoſitione 8. huius libri eam perpendiculariter obiectam ſemper in rectam lineam procidere: quia verò eius magnitudo per eamdem 8. propoſitionem radijs tangentibus coërcetur, & hoc palàm eſt, non poſſe ellipſeos proiecturam maioris dimetientis magnitudinem longitudine ſuperare, nec à minore vinci; ſiquidem maxima diametrus, cùm ei radius principalis ad rectos eſt angulos, tum præcipuè directè obuerſatur: quare per 4. propoſitionem huius lib. in lineam proijcitur, quàm fieri poteſt, maximam. Cùm verò principalis radius minimæ diametro eſt normalis, tum quidem linearis forma ellipſis plano excepta minima eſt, at neutiquam minor minimâ illâ diametro, cui radius principalis eſt perpendicularis; ſed æqualis per eamdem 8. huius libri propoſ. Atque hi ſunt extremi ſitus, quibus proiectura ellipſis perpendiculariter obiectæ vel maxima apparet vel minima. Quare patet numquam poſſe ellipſis profuſionem ex perpendiculari ſitu maximam diametrum primitiuæ ellipſis longitudine excedere, aut à minore ſuperari; quod erat oſtendendum. C D

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Ellipſis ex directo aſpectu in ellipſin proijcitur primitiuæ æqualem ac ſimilem.



STO ellipſis directè viſui expoſita A B C D ex centro O deſcripta, cuius maxima diametrus A C; minima B D, quæ proinde ſeſe ad rectos angulos ſecent: radius autem principalis O P actus per centrum O ellipſi ſubiectóque plano rectis angulis inſiſtat: ab extremitatibus porrò oppoſitarum dimetientium radij ad ſubiectum planum promittantur A E, B F, C G, & D H ipſi radio principali paralleli, qui proinde omnes per 30. primi Euclidis inter ſe quoque paralleli erunt. Cùm igitur primitiua ellipſis ſubiectúmque planum ſimiliter aſpectui obijciantur, erunt ambæ ſuperficies inter ſe parallelæ per ea quæ libro 3. ad propoſitionem 31. prædefiniuimus: quare per 16. vndecimi Euclidis A C & E G, communes videlicet ſectiones vtriuſque ſuperficiei & plani A C G E, ſunt inter ſe parallelæ; quo etiam modo parallelæ eſſe probantur B D & F H: itaque parallelogramma ſunt A G & B H, quorum cùm ea quæ ex aduerſo latera æqualia ſint per 34 primi Euclidis, erit A C ipſi E G & B O ipſi F H æqualis; quocircà æquales ſunt ipſæ ellipſes: at verò etiam ſimiles per 15. definitionem Sereni Antinſenſis libro primo de Cylindri ſectione, quòd ſcilicet earum coniugatę diametri, quę ſeſe ad rectos angulos ſecant, eamdem proportionem habeant. Vt enim A C ad E G, ita ſe habet B D ad F H, nempe æquale ad æquale: ſunt igitur ellipſes E F



A psēs: ipſæ inter ſe ſimiles, quarum altera ex primitiuæ ellipſis directo aſpectu in propoſitum planum ſecundùm Orthographiæ leges tranſcribitur; quod erat demōſtrandum.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Ellipſis vno quidem obliquo ſitu in circulum proijcitur, aliàs in diſſimilem ellipſin tranſmutatur.

B HÆC propoſitio varios habet caſus. Ac primò ſi radius principalis maximæ diametro ſit perpendicularis, manente longitudine inuariata, ſola latitudo ellipſis mutabitur, auctaque obliquitate minuetur. Exempli gratia: eſto ellipſis A B C D, cuius maxima diametrus A C, minima verò B D; ſeceturque hæc plano A M C N per centrum E, ſic vt eius & ellipſis communis ſectio ſit maxima diametrus A C: fingeiam animo ellipſin A B C D circa quieſcentem diametrum A C velut axem in orbem conuerti, & nunc quidem ipſi plano congruere; nunc verò ad per-

C pendiculum ipſi inſiſtere; nunc autem medium quempiam, hoc eſt obliquum ſitum tenere: perſpicuum igitur eſt, ſi ellipſis A B C D plano cōgruat, tum eius minimam diametrum B D ea magnitudine apparere, qua quidē poteſt maxima per 8. propoſit. libri huius, quoniam directe aſpectui exhibetur, at non maiorem quàm ſit H L:

D ſi verò eadem ellipſis ad planum recta ſit, tum eamdem eius diametrum B D puncti inſtar ſpectari per 3. propoſitionem libri huius, quòd perpendiculariter obijciatur: ſi autem medio quopiam ſitu, eoque obliquo ellipſis exhibeatur, tum eius diametrum B D minori forma in planum tranſcribi, quàm ex directo aſpectu, qualem hîc vides ipſius M N contracturam. Hæc inquam perſpicua ſunt ex dictis; quare plura hoc loco addere ad ipſorum explicationem neceſſe non eſt.

Quòd autem ſemper ellipſis ſit ea quæ ex obliquo aſpectu plano excipitur figura, ſic poteſt demonſtrari: Eſto obliquitas primitiuæ ellipſis ad planum A M C N ea quæ litteris A B C O in propoſito ſchemate deſignatur, ſitque in ſubiecto plano puncta A & C ellipſi primitiuæ, eiuſque proiecturæ communia, punctorum verò B & D proiecturæ ſint

E M & N per lineas perpendiculares B M & D N ad planum traductæ: accipiatur autem in ellipſi A B C O aliud quodcumque punctum, puta O, cuius forma in planum procidat ad ſignum P per radium O P, qui & ipſe ad planum A M C N ſit perpendicularis: dico punctum P in ellipſin incidere, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N. Ducatur enim P Q ad rectos ipſi A C angulos, quæ proinde per 28. primi Euclidis ipſi quoque M E parallela erit, quòd ſcilicet angulus etiam M E Q ſit rectus ex hypotheſi.

Præterea quoniam O P & B M ambæ in planum A M C N ſecundum normam incidunt, eruntipſæ quoque inter ſe parallelæ per ſextam propoſitionem libri vndecimi Euclidis: igitur quod per P O Q extenditur planum, ipſi M B E plano eſt parallelum per decimam quintam vndecimi Euclidis; quæ cùm ſecentur plano B E Q O, erit quoque O Q

F parallela ipſi B E per decimam ſextam vndecimi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis æquiangula probantur ipſa triangula M B E & P O Q: ideoque per 4. ſexti Euclidis vt B E ad M E, ita ſe habet O Q ad P Q: & per 16. quinti Euclidis viciſſim vt B E ad O Q, ita M E ſe habet ad P Q: ac proinde per vigeſimam ſecundam ſexti Euclidis, vt quadratum B E ad O Q quadratum, ita M E quadratū ad quadratum P Q. Sed cum A B C D ſit ellipſis ex hypotheſi, erit per 17. lemma huius libri quadratum B E ad O Q quadratum, quemadmodum rectangulum A E C ad rectangulum A Q C: igitur & quadratum M E ad P Q quadratum, ita eſt vt A E C rectangulum ad rectangulum A Q C; atque idcircò ſignum P in ellipſin cadit, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N. Si enim id negetur, con-

cedere oportebit signum P extra vel intra ellipsin incidere: at neutrum fieri posse propositione 21. ad finem est demonstratum: igitur punctum P in ellipsin cadit. Cumque eadem in ceteris punctis demonstratio locum habeat ex vigesima prima propositione huius libri mutuata, patet certè hoc primo casu propositam ellipsin ex obliquo aspectu in aliam ellipsin procidere. A

Quòd autem ea quæ plano excipitur primitiuæ dissimilis sit, ex eo conuincitur, quòd coniugatæ diametri quæ sese ad rectos angulos secant, non eamdem rationem habeant. Non enim vt A C ad B D, ita eadem A C ad M N, siquidem M N ipsâ B D est minor per 5. proposit. libri huius: quare vt ex 15. definitione libri primi Sereni de Sectione cylindri colligi potest, dissimiles sunt ellipses A B C D & A M C N; quod demonstrandum erat. B

Alter casus est priori oppositus, cùm principalis radius minimæ diametro propositæ ellipsis perpendicularis est: velut si in eadem figura permutata vice nunc sit A C minima diametrus, & circa eam tamquam immotum axem ellipsis circumduci fingatur, sic vt interdum in eodem sit cum A M C N plano, interdum verò in sublime erecta, illi secundùm normam insistat, aliàs autem obliqua sit. Perspicuum igitur, si in eodem sit cum A M C N plano, eam propter aspectus æqualitatem proijci in ellipsin primitiuæ æqualem ac similem per vigesimam sextam propositionem libri huius: si verò ad planum A M C N recta sit, vt lineam apparere ipsi A C minimæ diametro æqualem; at ex obliquo situ duplicem obuenire differentiam, quam modò propositum sit sigillatim explicare, & propria demonstratione stabilire. C

Prior itaque differentia huius casus est, cùm proiectura M N ipsi A C est æqualis, quod obtingere posse manifestum est, quoniam per 5. huius libri propositionem diametrus B D quò obliquiori situ offertur, eò minor ipsius proiectura euadit. Si igitur M N ipsi A C æqualis sit, dico proiecturam A M C N circulum esse. quod ita demonstrabitur: Sumpto in ea quouis puncto, exempli gratia P, ducantur ab eo P O & P Q ipsis M B & M E parallelæ: erit igitur P Q ipsi A C perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd scilicet M E ipsi A C sit perpendicularis: per ea verò quæ proximè sunt demonstrata, æquiangula erunt ipsa triangula M B E & P O Q: quare per 4. sexti Euclidis homologa ipsorum latera quæ circa æquales sunt angulos: ac propterea per 22. sexti Euclidis vt quadratum B E ad O Q quadratum, ita se habebit quadratum M E ad quadratum P Q: sed quadratum B E ad O Q quadratum est, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum per 17. lemma: igitur & quadratum M E ad quadratum P Q erit, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum, & vicissim vt quadratum M E ad rectangulum A E C, ita quadratum P Q ad A Q C rectangulum: est autem quadratum M E rectangulo A E C æquale, quoniam ex hypothesi M E est æqualis ipsi A E vel E C: itaque quadratum quoque P Q æquale est ipsi A Q C rectangulo; atque ea propter signum P in circuli peripheriam cadit, per tertium lemma libri huius. Cùm verò in ceteris signis eadem sit ratio, patet proiectum schema A M C N circulum esse; quod erat probandum. D E

Posterior verò differentia est, cùm M N ipsâ A C vel maior est, vel minor. Vtroque autem modo ellipsis est A M C N proiectura, at nequaquam primitiuæ ellipsi A B C D similis, cuius rei demonstratio eadem est quæ primi casus, quare eam repetere nil opus est; hoc tantum paucis insinuasse sufficiat, per decimum septimū lemma huius libri ostendi posse sumptum quodcumque punctum nimirum P, in ellipsin incidere: nam propter triangulorum M B E & P O Q similitudinem, ita se habet quadratum M E ad rectangulum A E C, quemadmodum quadratum P Q ad id quod ex A Q C fit rectangulum. quocircà per iam proximè citatum lemma assumptum signum P in ellipsin cadit, cumque in ceteris eadem sit demonstratio, patet A M C N ellipsin esse. F

PRO-

A PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

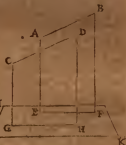
Proposita ellipsi eam situs obliquitatem inuenire, qua vt circulus in planum traducatur.

QVONIAM ea dumtaxat constitutione obtingere potest, vt ellipsis ex obliquo aspectu circuli instar in plano appareat, qua principalis radius minimę dimetienti ad rectos est angulos: esto ea, vt prius, AC, & circa ipsam circulus describatur AMCN, quem constat proiecturam esse eius ellipsis, cuius
B minima diametrus AC, altera autem cognita quidē est, at ignota obliquitas postulatur. Ab extremitatibus igitur M & N perpendiculares ipsi AMCN plano excitentur per 12. vndecimi Euclidis, centroque E, interuallo autem maximæ semidiametri propositæ ellipsis circulus describatur, qui ipsas perpendiculares secabit, quoniam propositæ ellipsis maxima semidiametrus maior est ipsâ EM vel EN: secet itaque in punctis B & D, quibus adiungatur BD, hanc dico eam esse obliquitatem, ex qua proposita ellipsis, cuius datæ diametri sunt AC & BD, in planū AMCN circulari formâ procidit: quod sanè ex hac ipsa, quam modò diximus, cōstructione & praxi manifeste constat. Nam cum MB & ND perpendiculares sint subiecto plano, erunt M & N signorum B & D propriæ proiecturæ: sunt verò MN & AC inter se æquales. Igitur per præcedentem propos. cetera
C ellipsis puncta vtcunque in ipsius peripheria assumpta, in figurā AMCN procidunt. Est autem ex constructione AMCN circulus: igitur proposita ellipsis ex ea situs obliquitate, quæ per ABCD designatur, circulari forma in planū transcribitur; quę erat inuestiganda.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, nisi in eamdem incidant, in parallelas rectas lineas profunduntur.

SI quæ proponuntur parallelæ rectæ lineæ in eadē superficie perpendiculariter exposita simul existant, perspicuum est eas omnes in eamdem lineam
D transfundi: siquidem eiusmodi superficies tota in rectam lineam commutatur per 8. propos. libri huius: quare & omnes, quæ in ipsa sunt, siue parallelæ ex sint, siue non parallelæ, in vnam coincidunt rectam lineam. Si verò in diuersis sint superficiebus, aut certè in eadem non perpendiculariter obiecta: dico eas in parallelas rectas lineas profundi. Sint enim AB & CD parallelæ rectæ lineæ ita expositæ, vt quæ per ipsas incedit superficies, non sit perpendiculariter obiecta: sintque linearum AB & CD proiecturæ EF & GH per radios parallelos AE & BF, item CG & DH in planum IK transfusæ:
E dico EF & GH parallelas inter se esse. Quoniā enim parallelæ sunt AB & CD ex hypothesi, itemque AE & CG ex constructione, & quæ per ipsas ducuntur superficies AF & CH parallelæ sunt per 15. vndecimi Euclidis: has verò secat planum IK: igitur per 16. vndecimi Euclidis communes huius, & illarum sectiones EF & GH sunt inter se parallelæ; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

F *Parallelæ superficies perpendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur.*

EX iis quæ libro 3. ad propositionem 31. sunt prædefinita, constat illas omnes superficies quæ perpendiculariter obijciuntur, ob dispositionis similitudinem inter se parallelas esse; quare id quoque contestatum erit per 16. vndecimi Euclidis, earum & subiecti plani communes intersectiones rectas lineas esse, easque parallelas: sunt autem hæ ipsarum superficierum propriæ proiecturæ per 8. propositionem huius libri: igitur parallelę superficies perpendi-

pendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Si visus secundùm communẽ intersectionem plurium superficierum incedat, hæ in rectas lineas producentur, quæ sese in illo puncto secabunt, in quod communis omnium superficierum sectio procidit.



AM quoniam radius principalis per omnium superficierum communem interſectionem incedere ſupponitur, erit is in ſingularum ſuperficierum plano, vtpote commune omnium vinculum atque complexus: quo fit vt omnes illæ ſuperficies perpendiculariter aſpectui obijciantur: quare & per 8. huius libri propoſitionem, in rectas lineas omnes proijciuntur quæ commune habent interſectionis punctum illud, in quod ea proijcitur linea, quam omnes ſuperficies communem habent, quod ſanè ex eo perſpicuè patet, quòd hæc præ ceteris, quæ omnibus ſuperficiebus communis eſt, vel maximè perpendiculariter viſui obijciatur, quandoquidem per ipſam viſus protenditur. Vt igitur hæc communis eſt ſuperficiebus omnibus, ita eius proiectura, quę punctum eſt, omnium linearum, in quas ſuperficies ipſæ tranſcribuntur, commune congreſſionis ſignum ſit oportet; quod erat probandum. B C

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Similes figuræ ex parallelis planis in ſimiles incidunt proiecturarum formas.



ANIFESTA eſt huius propoſiti veritas, ex eo, quòd parallelæ illæ ſuperficies, quibus inſcriptæ ſunt ſimiles figuræ, eumdem habeant oppoſitionis ſitum. Similes autem figuræ ſimiliter expoſitæ in ſimiles formas proiectæ incidunt, vt ex parallelorum radiorum natura facilè poteſt demonſtrari; ſiquidem paralleli radij in parallelas ſuperficies æqualibus angulis procumbunt: quocirca figurarum partes, quæ ſibi mutuò proportione reſpondent, eamdem habent cum proiecturis analogiam: quod in vno ſitu oſtendiſſe ſufficiat, vt ex eo de ceteris rectè liceat pronunciare. Sint in parallelis ſuperficiebus obliquè expoſitis deſcriptę ſimiles quidem, at inæquales figuræ, puta circuli, quorum accipiantur diametri ſimiliter obiectæ, hoc eſt inter ſe parallelæ: has finge ſeruato ſitu ad planum vſque deportari dum vna extremitate planum attingant, altera verò ſublimes emineant, atque ab vtroque puncto extremo ſublimi ad planum perpendiculares ducantur, quæ duo triangula perficiant, erunt ſanè hæc æquiangula; quippe recti ſunt anguli, quos in planum incidentes radij efficiunt: itemque æquales illi quos diametri faciunt ad planum ſimiliter inclinatæ: igitur & reliqui inter ſe ſunt æquales per 32. primi Euclidis: quare per 4. ſexti Euclidis proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos: vt ergo ſe habet diametrus ad diametrum, ita diametri proiectura ad proiecturam diametri. Cumque eadem ſit in ceteris demonſtratio, perſpicuè patet ſimiles figuras ex parallelis planis tranſcriptas in ſimiles figuras procidere, quod erat demonſtrandum. D E

ORTHOGRAPHICA
SPHÆRÆ DESCRIPTIO
Viſu per Æquinoctia & Horizontis planum incedente. F



ACTIS *huius Proiectionis fundamentis, ſuperſtruere aggredimur, atque ex ſimplicibus elementis compoſitarum rerum orthographicas productiones elicere. Inter cetera autem, quorum proiectiones peculiarem vſum habent, non infimum locum obtinet cæleſtis ſphæra, cuius circuli ex vario ſitu aſpectuque in planum tranſcripti ea omnia præſtant, quæ ipsá materiali ſphæ-*

rę ex-

A *rà exhibentur: & verò longè etiam perfectiùs atque expeditiùs, vt suprà in argumen-*
ti explicatione docuimus, cùm de Proiecturarum vtilitate ageremus. Igitur quo pacto
ea omnifariàm in plano describi possit, deinceps exponemus: ac primùm eo situ, quo pri-
marius oculi radius per communes intersectiones Æquinoctiorum & Horizontis ince-
dit, vnde Ptolemaici Analemmatis delineatio originem traxit. Est enim illud aliud nihil,
quàm sphæræ imago ex ea ipsa dispositione in planum Meridiani consignata, radiis ab
oculo æquali intercapedine profusis. Hinc etiam Astrolabium illud catholicum manauit,
B *industria primum Huonis Held inchoatum, quod posteà illustris vir Ioannes Roias per-*
fecit, propriaque commentatione illustrauit. Et quamuis Roias ipse non, vti decuit,
sui Astrolabij originem explicauit, ex Perspectiua tamen illud sumpsisse principium
paucis hisce verbis apertè indicauit: Vniuersa igitur ratio nobis hoc loco à
Perspectiua trahatur. *At Gemma Frisius primo capite sui Astrolabij catholici ori-*
ginem Astrolabij D. Roias enucleatiùs ita describit: Huius autem deforma-
tio vnde originem sumat difficile est explicare. Mihi verò videtur ab
C intuitu per sphæram in planum produci, quemadmodum reliquæ iam
dictæ sphæræ planæ: sed intellectu potiùs id concipitur, quàm manu
perficitur. Si quis igitur cogitet sphæram cum suis circulis meridianis &
parallelis, qui omnium maximos habent vsus, proponi visui, oculus ve-
rò in infinitum (si fieri potest) absistat, radiosque per hemisphærium in
planum subiectum fundat, ita vt puncta æquinoctialia in recta linea
oculo opponantur, *& quæ sequuntur. Ex quibus manifestè apparet horum Aucto-*
rum sententias cum nostra ad vnguem conuenire. At quia Guidus Vbaldus libro 2. de
D *planisphæriorum vniuersalium theorica, acriùs in vtrumque inuehitur, existimaui ali-*
quam huius causæ partem ad nos quoque pertinere. Sic inquit Guidus: Gemma Fri-
sius oculum infinito (si fieri potest) interuallo distare determinat: quod
vtiq; idem est, ac si nullibi collocaret: nam quo pacto fieri potest aliquid
à Perspectiua ortum ducere, oculum verò infinita distantia absistere?
Hoc nimirum ipsi Perspectiuæ repugnat. *Quo igitur pacto Guidus hoc Astro-*
labium describet? Parallelis inquit lineis, quemadmodum & Ptolemæi Analemma,
E *ex quo illud profluxit. Verùm si rectè expendatur ea infinitæ distantiæ explica-*
tio, quam initio huius proiectionis præmisimus, haud erit difficile proiectionis ratio-
nem cum infinita oculi distantia conciliare, cùm non absolutè infinita intelligatur; sed
admodum magna, & quæ iusti interualli fines excedat. Deinde parallelis lineis Guidus
singulas sphæræ partes in planum traduci iubet, quod Ptolemæus fecit in Analemmatis
descriptione: at nullam præcepti rationem tradit. Nos verò id consequens esse ex ipsius
proiectionis natura suprà ostendimus propositione prima. Demum ait ex Analemmate
Astrolabium profluxisse, quod sanè fieri nequit. Cùm enim vtriusque idem sit descri-
F *ptionis modus, oportet vtrumque ex altiore capite manasse. Est igitur D. Roias catholi-*
cum Astrolabium ex eadem infinita oculi constitutione, & ex iisdem proiecturæ legibus
quibus Ptolemæi Analemma descriptum; à quo etiam nihil discrepat, nisi quemadmo-
dum cetera Astrolabia, à sphæræ proiectura versatilibus regulis, indiculis, brachiolis,
cursoribus, retibus, ceterisque adminiculis, quorum in Astrolabiis proprius est vsus.
Ne autem in proposita sphæræ descriptione doctrinæ ordo turbetur, cœptam propositio-
num seriem prosequemur.

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA. A

Meridianum in plano decircinare.



VONIAM in præsenti constitutione sphæra ad oculum ita est comparata, vt radius principalis per vtrumque æquinoctij signum transeat, perspicuè patet eam lineam, quæ æquinoctia iungit, perpendiculariter obtutui exhiberi, cùm primario radio congruat: quare vtrumque æquinoctium in vnum idem punctum proiectum incidit. Si igitur circa hoc pũctum, quod simul amborum æquinoctiorum vicem gerit, circulus describatur interuallo quocumque: dico hunc circulum Meridiani circuli esse productionem: nam in hac sphæræ descriptione supponimus visum non modò per æquinoctia, verùm etiam per Horizontis planum incedere, sic vt principalis radius per communes intersectiones Æquatoris & Horizontis protendatur. Est verò Meridianus circulus, & ad Horizontis, & ad Æquatoris planum rectus: igitur per 19. vndecimi Euclidis communis vtriusque circuli sectio, per quam visus incedit, ad rectos est eidem Meridiano angulos: quocircà necesse est Meridianum ipsum directè aspectui obuersari, ac proinde in circulum procidere per 15. huius libri propositionem. Est autem eius proiecturæ centrum punctum illud, in quod proijcitur recta illa linea, quæ cũmunes intersectiones Æquatoris & Horizontis coniungit: itaque descripto circa hoc punctum circulo, erit is Meridiani proiectura; quod erat demonstrandum. B C

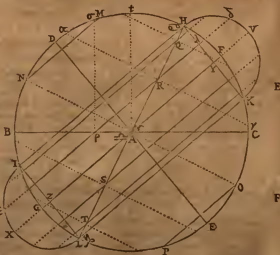
Porrò cùm Meridianus de numero sit maximorũ in sphæra circulorum, sitq; directè expositus, palàm est eius proiecturam omnes sphæræ partes suo ambitu complecti. Qui namq; ad sphæram pertinent tangentes radij, hi & totam sphæram coërcent, & Meridiani locum signant: quapropter ceterorum circulorum productiones, quas deinceps subiungemus, resumpto semper eodem Meridiano, vice plani describemus, vt mutuus omniũ consensus cùm inter sesę, tum respectu Meridiani, totaq; sphęra clariùs elucescat.

PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA.

Horizontem in plano delineare. D



STO circa centrum A interuallo quocumque circumductus circulus BDCE, qui per superiorẽ propositionẽ Meridianum circulum ac ipsum etiam planum repræsentet, in quod ceteri sphęrę circuli designãdi sunt, perque centrum A diametrus agatur BC: hanc dico propriam esse Horizontis designationem. Cùm enim ex hypothesi, primaque huius descriptionis constitutione visus productus in eodem sit cum Horizonte plano, constat Horizontem ipsum perpendiculariter obiectum esse, ac proinde per 10. propositionem huius libri in rectam lineam profundi, diametro circuli vnde E F



A vnde proficiscitur, æqualem. Oportet autem Horizontis proiecturam etiam per sphæræ centrum duci: nam quia Horizon circulus maximus est, oportet eius ac totius sphæræ idem centrum esse per 6. primi Theodosij: igitur per sphæræ centrum ducere oportet Horizontis proiectionem. Quoniam ergo hæc omnia in lineam B C conueniunt, erit per 11. huius libri propositionem A B propria Horizontis proiectura, quam in Meridiani plano inuenire oportuit.

PROPOSITIO XXXV. PROBLEMA.

Poli altitudinem in plano inuestigare.

B



ERIDIANO B D C E, & Horizonte B C iam constituto, si Meridianus in partes 360. æquales, quas gradus vocant, distribuatur, initio facto à B communi vtriusque circuli interfectione, & inde versus D numerentur partes quinquaginta, aut si placet vnus supra quinquaginta, quot scilicet hoc nostro climate alter polus supra Horizontem attollitur, erit D locus poli sublimis, eiusque altitudo B D: cui si æqualis ponatur sub Horizontem depressio C E, erit E alter polus, iunctaque D E, mundanum axem repræsentabit. Quæ omnia ex dictis facilem habent demonstrationem. Cùm enim Meridianus circulus ex directo aspectu sit descriptus, patet per 19. libri huius propositionem partes eius partibus primitiui Meridiani
C æquales esse: quare si is, qui in planum transcriptus est, in 360. gradus æquales diuidatur, hi gradibus veri Meridiani aspectu respondebunt: itaque D locus est poli sublimis, eiusque altitudo B D postulata; ac eodem modo E alter polus, qui sub Horizontem totidem gradibus decumbit, ex quo consequens est, vt D E sit axis totius mundi, circa quem sphæra diurno motu circumacta naturalem peragit diem; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO XXXVI. PROBLEMA.

Vtrumque Colurum in planum conijcere.



LTER Colurus per Æquinoctia, alter per Solstitia transit, ex quo patet
D hunc directè, illum perpendiculariter spectari; ac proinde illum, qui ab æquinoctiis nomen habet, in rectam proijci lineam; hunc verò, qui à solstitiis nuncupatur, in circulum produci: quod apertiùs demonstrabitur in hunc modum: Cùm æquinoctiorum Colurus per vtrumque æquinoctium incedat, necesse est primarium radium in ipsius Coluri plano existere: nam & hic per centrum visus, & per vtrumque æquinoctium porrigitur: ergo ex perpendicularis situs definitione constat, æquinoctiorum Colurum perpendiculari situ spectari, atque idcircò per 10. huius libri propositionem in rectam lineam produci, quę vtrumque simul polum mundi attingat, cuiusmodi est in superiore proiectione D E.

Rursus quoniam solstitia ab æquinoctiorum signis quarta cæli parte absistunt, conse-
E quens est, vt quæ ab vtrouis æquinoctiali signo ad solstitialis Coluri ambitum destinantur rectæ lineæ, sint inter se æquales, vtpote æqualibus peripheriis subtensæ: igitur per 5. definitionem primi Sphæricorum Theodosij, æquinoctialia puncta sunt poli solstitialis Coluri: quare per 10. primi Sphæricorum Theodosij recta linea, quæ per vtrumque æquinoctium traijcitur, ad planum Coluri solstitiorum recta est, transitq́, per ipsius Coluri centrum; atq, ea propter per directi situs definitionem solstitiorum Colurus directè aspectui opponitur; & per 15. huius libri propositionem in circulum proijcitur, ipsi primitiuo æqualem per 16. huius, qualis in præcedente schemate est B D C E circulus, idem scilicet qui & Meridianus.

F

PROPOSITIO XXXVII. PROBLEMA.

Æquatorem, Tropicos, & Polares designare.



VM Æquator sit circulus sphæræ maximus, erit eius ac totius sphæræ idem centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Transit autē Æquator per vtrumque æquinoctium: igitur ipsius planum, si producatur, in oculum incurret, quòd scilicet radius primarius per vtrumque æquinoctium traducatur: igitur iam ex his constat Æquatorem perpendiculariter obuersari, ideoque in rectam lineam produci per 10. huius libri propositionem, cuius longitudo diame-

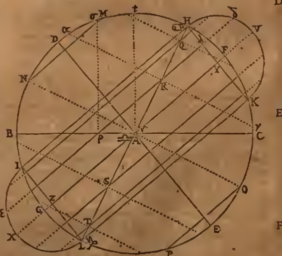
diametro sphæræ sit æqualis. Est verò idem Æquator circa mundi cardines, ceu proprios A
polos, æquabili interuallo circumactus: itaque mundi axis eiusdem Æquatoris plano ad centrum rectus est, per 10. primi Sphæricorum Theodosij: quocircà si ex mundi centro A ipsi D E axi perpendicularis ducatur F G, quæ vtrimque ad sphæræ peripheriam pertineat, erit F G ipsius Æquatoris proiectura, eiusque & Horizontis communes intersectiones vnico puncto A simul repræsentatæ.

Rursus quia Tropici ac Polares circuli Æquatori sunt paralleli, constat per 30. propos. huius libri, eos in rectas quoque lineas procidere, tum Æquatori, tum inter se parallelas: quare in solstitiali Coluro B D C E à puncto Æquatoris F gradus viginti tres & dimidius hinc & inde abscindantur, quot scilicet Tropici ab Æquatore distant, signenturque ibidem loca H & K, ac totidem gradus ex vtraque parte puncti G sumantur I & L: ductis B
itaque H I & K L, dico his rectis lineis Tropicos circulos repræsentari; siquidem illæ tales omnino sunt, quales ostendimus debere esse Tropicorum proiecturas. Simili autem modo polares constituentur, si facto initio à polis mundi D & E ex vtraque parte arcus sumantur continentes gradus viginti tres & dimidium, vt D M & D N, itemque E O & E P; tantum enim distant Polares circuli à mundi polis, quantum Tropici ab Æquatore; iunganturque M N & O P rectis lineis, quas dico proprias esse polarium circulorum proiecturas, vt ex ipsorum natura & propositione 30. huius libri facile colligi potest.

PROPOSITIO XXXVIII. PROBLEMA. C

Eclipticam proprio loco annotare.

Eclipticæ descriptio, si quidem signa Arietis & Libræ in radium visus primarium incidant, nil differt ab Æquatoris & Horizontis proiectione: cùm enim illa æquè ac duo iam dicti circuli per vtrumque Æquinoctium transeat, per quæ & visus procidit, perspicuum est eam perpendiculariter obtutui exhiberi, ac proinde per 10. propos. huius libri in rectam lineam produci, cuiusmodi est H L, quam in primis necesse est sphæræ diametro æqualem esse, D
quòd ecliptica sit è numero maximorũ in sphæra circulorũ: deinde & per sphæræ centrum ipsam trãsmitti oportet duplici de causa, cum scilicet, quòd vtrumque æquinoctium per quæ incedit, in centrum profundatur; tum quòd eius proiectura æqualis ostensa iam sit sphæræ diametro, qui suapte natura per centrũ trãsit. Si igitur lineans proiecturę per cẽtrum actę extrema ad vtrumque Tropicum porrigantur, ad signa H & L, E



F

quibus solstitiorum Colurum ecliptica intersecat, erit H L ecliptica in planum Meridiani repræsentando transcripta; quod erat faciendum.

Si verò alio quopiam situ ecliptica aspectui obijciatur, in ellipsin procidet. Veluti si Arietis initium per Æquatorem diurno motu gradibus 40. processerit, sumantur in proiectura

A iectura Æquatoris F G ab A ad R gradus quadraginta per duodecimam propositionem
libri huius; cumque iam consequens sit, vt & signum Cancri, quod prius sphæræ fasti-
gium H obtinebat, nunc totidem gradibus per proprium Tropicum H I promouerit,
sumantur per eamdem 12. propositionem libri huius in proiectura H I gradus quadra-
ginta ab H ad T, ductaque T A producatur in V, & fiat A S ipsi A R æqualis. Constat igi-
tur hoc situ Eclipticam obliquè spectari, atque ea propter per vigesimam primam pro-
positionem libri huius in ellipsin profundi, cuius ambitus per puncta R, T, S, & V transeat;
sic tamen, vt Tropicos nequaquam secet, sed in punctis T & V solummodò contingat;
siquidem primitiua Ecliptica Tropicos tantùm contingit.

B Quare vt eius
maxima diametrus
reperiatur, (quæ
vtique sphæræ dia-
metro æqualis est,
quòd ecliptica è nu-
mero sit maximo-
rum circulorũ) pro-
ducta I H versus H
infinitè, fiat per 11.
C lemma huius libri
vt I T ad T H, sic I N
ad N H: ab N verò
recta per centrum
agatur N P, quæ cir-
culum Meridianum
B D C R secet in O &
P: dico igitur O P
maximam esse dia-
metrũ postulatam,
D circa quam descri-
pta ellipsis per pun-
cta T & V, in ijsdem
punctis T & V Tro-
picos H I & K L contingat, quod ex lemmate vigesimo tertio huius quarti adiuuante
propositione trigesima quarta primi Conicorum Apollonij Pergæi nullo negotio potest
demonstrari. Nam si à T ad rectos ipsi O P angulos ducatur T M, erit per conuersionem
lemmatis 23. libri quarti, vt P M ad M O, sic P N ad N O: quare per 34. primi Conico-
rum Apollonij N T ellipsin contingit, cuius maxima diametrus O P: igitur si per 23. lem-
ma huius libri data O P, datisque punctis T & V ellipsis describatur, ea erit Eclipticæ pro-
E iectura secundùm propositam dispositionem.

CONSECTARIVM.

Hinc solis ascensiones descensionesque cognoscere.

Ex his non erit difficile ascensiones ac descensiones colligere. Vbi namque Horizon
Æquatorem simul & Eclipticam intersecat, ibi eas portiones abscindit, quæ simul
ascendunt aut descendunt. Quod quamuis ita vniuersè pronuntiatum sat perspicuũ sit
ijs, qui ascensionũ descensionumque notionem possidēt, exemplo tamen fiet manifestius.
Quoniam Horizon B C Æquatorem secat in A, Eclipticam verò in Z, est autem
F communis Æquatoris & Eclipticæ intersectio R, hoc est principium Arietis, perspicuè
patet portionem Æquatoris A R, & Eclipticæ portionem R Z simul ascendere: est autem
A R graduum 40. ex hypothesi, at quot graduum sit portio Eclipticæ R Z per 24. propo-
sitionem libri huius facilè determinabitur, si inquam per R & Z ipsi O P perpendiculares
ducantur R X & Z Y: hæ namque ad peripheriam circuli circum O P descripti productæ
portionem intercipiunt X Y, quam ellipseos portionem R Z orthographicè repræsentat.
Secta igitur peripheria X Y in gradus, totidem repræsentando continebit portio ellipsis
R Z, quod erat inuestigandum.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA. A

Eclipticam in duodecim signa & gradus partiri.

Propositione 36. assumpti sunt arcus F H & D N æquales, nempe graduum vigintitrium & dimidij: addito igitur arcu communi H D, erunt F D & H N æquales: at F D est circoli quadrans: itaque & H N circuli est quadrans: quocircà N alter est eclipticæ polus, alter verò O eamdem ob causam: quadrantes ergo H N, N L, L O & O H singuli tripartitò diuidantur, à locis autem sectionum, quæ pari interuallo distant à polis, ad easdem partes rectæ lineæ extendantur occultis notis signatæ, quales hic sunt N O, & quæ ipsi parallelæ solis punctulis notantur. Hæ igitur vbi eclipticæ proiecturam H L intersecant, ibi faciunt postulatas signorum diuisiones per 12. propositionem huius libri; sic vt præter H & L, quæ Cancrum & Capricornú repræsentant, singula púcta sint duorum signorú loca, videlicet A Libræ & Arietis, R Tauri & Virginis, Q Geminorú & Leonis, S Scorpij & Piscium, T Sagittarij & Aquarij. B



C

D

Quòd si plures diuisiones postulentur, veluti si in gradus distribuenda sit eclipticæ proiectura H L, primùm diuidenda erunt singula iam accepta circuli segmenta trifariàm, è quibus vnaquæque pars denos continebit gradus: tum singulæ hæ partes iterùm bifariàm, ac tandem hæ in quinque: sic enim in gradus sectam habebis totam circuli H N L O perimetrum. si igitur à locis sectionum quæ pari interuallo ab H aut L distant, rectæ extendantur lineæ quæ ipsam H L secent, erunt hæc loca singulorum graduum proiecturæ, vt ex propositione 12. huius libri constat. E

Est & alius modus distribuendi eclipticæ proiecturam in signa & gradus: si nimirum Tropicorum extremitates iungantur rectis lineis H X & I L, positoque circini pede immobili in ipsarum medio Y & Z, vbi ab Æquatore bifariàm dissecantur, interuallo autem Y H & Z L semicirculi describantur H V K & I X L, iique in sex partes æquales diuidantur, locaque sectionum, quæ æqualiter ab V & X ad easdem partes distant, iungantur rectis lineis ipsi V X parallelis: hæ namque vbi ipsam H L eclipticæ proiecturam intersecabunt, ibi dabunt eadem signorum loca, quæ suprà. F

Nam quòd à lineis ipsi V X parallelis proiectura eclipticæ H L in eamdem rationem secetur, in quam ante secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultis notulis protraximus, hunc in modum potest demonstrari. Ne verò ob linearum & sectionum multitudinem obscurior euadat noster discursus, ex vtrisque lineis duas duntaxat assumemus, nempe α γ & δ ε, hanc quidem ipsi V X, illam verò ipsi N O parallelam, quibus dico lineam H L in eodem puncto R secari. Cùm enim semicirculi H α L & H δ K, in sex partes æquales sint distributi, arcus autem H δ duas ex his complectatur, arcus verò H α ex illis item duas, erunt arcus H α & H δ proportionales, hoc est quemadmodum H α ad semi-

A semicirculum H α L, ita se habebit H δ arcus ad H δ K semicirculum: si igitur ex δ ad diametrum HK perpendicularis agatur $\delta\lambda$ seu $\delta\epsilon$ ipsi V X parallela, quæ diametrum HK secet in λ; itemque ex α ducatur $\alpha\gamma$ parallela ipsi N O, quæ ipsam H L normaliter secet in R, erit H L in R eadem proportione diuisa per lineam $\alpha\gamma$, quemadmodum H K in λ per lineam $\delta\epsilon$, suffragante sexto lemmate huius libri. At quoniam in triangulo H K L est λ R parallela ipsi K L ex constructione, erit per 2. sexti Euclidis vt H λ ad λ K, ita H R ad R L: sed H K secta est in λ lineâ $\delta\lambda$ vt H L est secta in R lineâ α R: igitur & H L in eamdem proportionem secatur siue à linea $\delta\epsilon$ siue à linea $\alpha\gamma$: itaque idem est punctum R in quo ab vtraque $\delta\epsilon$ & $\alpha\gamma$ ipsa H L secatur. Cumque eadem sit demonstratio in punctis Q, S & T, patet eclipticæ proiecturam HL lineis ipsi V X parallelis in duodecim signa
B postulata repræsentatione distributam esse; imò & in gradus, si semicirculi H V K & I X L in gradus diuidantur, ad binos autem pari interuallo ab V & X ad easdem partes dissitos rectæ adiungantur ipsi V X parallelæ: hæ enim secabunt H L in partes eiusdem rationis, vt prius eadem H L secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultè duximus. Quæ omnia sic demonstrasse oportuit. Est porrò hic posterior modus non æquè commodus ac prior, præsertim cum admodum obliquo aspectu circulus offertur; necessaria tamen erat eius cognitio, quòd subinde ipsius necessarius sit vsus.

PROPOSITIO XL. PROBLEMA.

C *Parallelos diurnos proprijs sedibus orthographicè collocare.*

SECTA in gradus eclipticæ proiectura H L, haud erit difficile parallelos circulos, quos diurnos vocant, inter Tropicos aptè collocare. Primùm enim in rectas lineas ipsos produci sic probabitur: Diurni circuli iuxtà ac Æquator ob dispositionis similitudinem vno omnes modo aspectui opponuntur, quare & eumdem habent proiectionis modum, vt propositione 30. huius libri est demonstratum: at Æquator perpendiculariter obijcitur, propterea quòd radius principalis in ipsius sit plano: igitur & diurni circuli in rectas lineas profunduntur.

D Deinde constat ipsos per æquales portiones seu gradus eclipticæ incedere: sunt enim à sole relicta vestigia, cùm is spatio 24. horarum quotidie semel circa mundanum axem voluitur: at sol numquam ab ecliptica discedit; in ea autem vno fermè gradu diebus singulis aduersa latione ab Occidente in Orientem promouet: itaque circuli illi diurni per æquales eclipticæ portiones transeunt. Hinc verò apertè concluditur peractum fore propositum si eclipticæ proiectura H L in gradus diuidatur, qui inæquales quidem inter se erunt, at æquales gradus veræ primogeniæque eclipticæ orthographicè repræsentabunt, vt propositione 12. huius libri docuimus; per singulos autem hosce inæquales eclipticæ gradus rectæ lineæ protendantur Æquatori parallelæ, cuiusmodi in superiori schemate illæ sunt, quæ per signorum initia Q, R, S, & T actæ ab Æquatore parallelis in-
E teruallis distant.

Hîc animaduertere licet diurnorum circulorum lineares proiecturas inæqualibus interuallis ab inuicem distare; & quidem prope Æquatorem laxiora esse spatia, quàm iuxta solstitia, cuius rei ea est causa, quòd eclipticæ H L gradus minores sint circa extremitates, quam circa medium, vt propositione 12. huius libri est demonstratum.

CONSECTARIVM.

Latitudinem solis ortiuam occiduamque expiscari.

F ESTO idem qui supra Horizon BC Æquatorem secans in A, eademque ecliptica HL, in qua sol primum gradum Tauri occupet, sitque eius inquirenda latitudo ortiua. Inueniatur primùm in ecliptica H L per 39. huius primus gradus Tauri R: deinde per R diurnus parallelus proijciatur $\delta\epsilon$, vt propositione 40. explicatum est, vbi verò is Horizontem intersecat, puta in ρ, ibi determinatur A ρ latitudo ortiua, eademque & occidua, nam hæ æquales inter se sunt: itaque si ab A & ρ ipsi B C perpendiculares ducantur A τ & $\rho\sigma$, erit per 14. huius $\tau\sigma$ autographa circuli portio, quam A ρ orthographicè repræsentat: quare diuisâ $\tau\sigma$ in gradus, vera latitudo ortiua occiduaque sole in Tauro existente habebitur, quæ erat inuenienda.

Hacte-

Hactenus vniuersos sphæræ mobilis circulos descripsimus; ex immobili autem sphæra duos dumtaxat, videlicet Meridianum, in cuius planum tota hæc designatio profunditur, & Horizontem, cuius intuitu recta aut obliqua sphæra nuncupatur. Quos sanè præmisisse oportuit; erant enim ad aliorum circulorum descriptiones perficiendas omnino necessarij. Quare deinceps reliquos sphæræ immobilis circulos subiungemus, &, quo pacto singuli orthographicè in planum proiici debeant, ostendemus. A

PROPOSITIO XLI. PROBLEMA. B

Circulos altitudinum ducere.

Hoc in primis constat ex 32. propositione huius libri similem esse horum circulorum & Horizontis proiectionem. Sunt enim hi circuli Horizonti paralleli, per ipsorum definitionem superiùs explicatam prænotatione 16. at Horizon in rectam procidit lineam per propositionem 34. huius libri: igitur & circuli altitudinum in rectas lineas profunduntur. Deinde parallelas esse horum circulorum proiecturas, cùm inter sese, tum transcripto in planum Horizonti, ex 30. propositione libri huius manifestè conuincitur: nam eumdem omnes respectum situmque habent ad oculum infinito recessu abductum, nempe perpendicularem; quam etiam ob causam ipsi, velut & Horizon, in rectas lineas proijciuntur: igitur parallelæ sunt ipsorum proiecturæ, & inter sese, & ipsi in planum consignato Horizonti. C

His præmonstratis reponantur ex schemate propositionis 34. Meridianus B D C ex centro A ad vnguem decircinatus, itemque Horizon B C in rectam lineam productus, cuius vertex seu polus D: secetur que Meridianus B D C vt lubet, exempli gratia in denos gradus, perque sectionum puncta rectæ agantur ipsi B C parallelæ, qualis hic proxima est E F, quam ceteræ ordine consequuntur, factumque erit id quod fuerat postulatum. Etenim hæ omnes parallelæ rectæ lineæ circulos repræsentabunt perpendiculariter aspectatos per 10. propositionem libri huius, eosque parallelos Horizonti per 30. huius: eiusmodi autem sunt circuli altitudinum, quos superiùs exposuimus prænotatione 16. igitur sic se habet, vti dictum est, horum circulorum in planum descriptio, quæ postulabatur. D E F

Similes omnino circulorum proiectiones sub Horizonte B C institui possunt: illorum inquam quos depressionum circulos appellare possumus, quemadmodum altitudinum circuli illi vocantur, qui supra Horizontem assurgunt: talis in primis ille est qui noctem à crepusculo seu dubia luce disterminat, litteris notatus G H: deinde ceteri nullo certo numero comprehensi, quibus astrorum depressiones, hoc est distantiæ ab Horizonte subtus æstimari possunt.

A

PROPOSITIO XLII. PROBLEMA.

Crepuſculi terminum ponere.

RESVMATVR ex ſuperiore proiectura Meridianus BDC, itemq́; Horizon BC: quia verò circulus ille, qui à crepera luce nomen habet, ab altitudinum circulis haud abſimilis eſt, vtpote vnà cum ceteris Horizonti parallelus, atque ex iiſdem Polis decircinatus, linearem quoque habet, vti illi, proiectionem, eamque Horizonti in planum transfuſo parallelam per 30. propoſitionem libri huius: itaque ſi in Meridiani circuli plano BDC à punctis Hori-
B zontis B & C ad G & H decem & octo gradus ſuppurentur (quantum ſcilicet initio crepuſculi matutini & veſpertini exitu ſol ab Horizonte abeſſe intelligitur) iiſque recta adiungatur linea GH, ea erit crepuſcularis circuli proiectura, vt ex præcedentis propoſitionis demonſtratione perſpicue conſtat.

C

D

E

CONSECTARIVM I.

Crepuſculi magnitudinem in recta ſphæra conſtitutione omni tempore metiri.

ESTO primùm in ſphæra recta magnitudo crepuſculi perquirenda eo anni tempore, quo ſol Arietis ſignum ingreditur. Conſtituta iam crepuſculari linea GH, addatur DK ipſi BC rectis inſiſtens angulis, quæ rectum Æquatorem repræſentet. Quoniam igitur crepuſculi magnitudo, dum ſol Arietis ſignum ingreditur, continetur lineari proiectura AO, ſi illa ad primitiuum circulum reuocetur per 14. propoſitionem libri huius, inuenietur peripheria BG, quæ parallelis AB & OG comprehenditur, primæua eſſe
F Æquatoris portio, quam linea AO repræſentat: quare BG erit crepuſculi magnitudo poſtulata, ſole Æquatorem ſubeunte.

Si verò crepuſculi quantitatem BG tempore æſtimare velis, totum priùs circulum BDC in tempus conuertes, hoc eſt in partes 24. æquales diſtribues: quot enim ex his portio BG complectetur, tot inquam horis crepuſculum perdurabit: vt enim ſe habet peripheria BG ad totum circuli BDC ambitum, ita ſe habet tempus, quo ſol ſpatium BG percurrit, ad tempus quo totam conficit orbitam.

Si quantitatem crepuſculi veſtigare oporteat ſole ad æſtiuum ſolſtitium delato, deſcriba-

scribatur in eadem sphæræ proiectione parallelus Cancri, qui secundùm leges Ortho- A
graphices, & per 37. & 40. propositionem huius libri in rectam procidet lineam L M,
cuius portio N P crepusculi magnitudinem repræsentabit. Si itaque circum L M velut
diametrum circulus describatur L Q R M, ab N verò & P ipsi L M perpendiculares ducan-
tur N Q & P R, erit circularis peripheria Q R, quæ inter perpendiculares N Q & P R inter-
cipitur, primitiua linearis proiecturæ N P per 14. huius; ideoque & vera crepusculi ma-
gnitudo: quæ proinde si in tempus redigatur, vt priùs, diuiso semicirculo L Q R M in par-
tes 12. æquales, quot ex his continebit Q R, tot horis constabit crepusculi magnitudo,
dum sol Cancri initium tenet.

Ex his facilè apparet in rectâ sphæræ dispositione crepúscula omni anni tempore neu- B
tiquam æqualia esse: sed minimum quidem esse cùm sol Æquatorem percurrit; hinc
inde verò perpetuo incremento augeri, sic vt in Tropicis maximum sit, atque in paral-
lelis æquè ab Æquatore disiunctis æquale. Cùm enim Horizon B C per omnium paralle-
lorum centra transeat, sitque Æquator omnium parallelorum maximus, sequitur cuiuf-
cumque alterius paralleli, puta L M, crepusculum ipsius Æquatoris crepusculo maius
esse: nam per 7. lemma huius libri constat Q R ad circulum L Q M maiorem rationem
habere quàm B G habeat ad D B K circulum Æquatoris: quare si vterque circulus in par-
tes similes ac numero æquales diuidatur, ex his plures Q R quàm B G complectetur: itaq;
sol qui æquali tempore vtrumq; circulum percurrit, plus temporis in Q R insumet, quàm
in B G: quamobrem longiùs est crepusculum paralleli L M quàm D K. Cùmque eodem C
prorsus modo ostendi possint crepuscula ceterorum parallelorum maiora esse crepuscu-
lo Æquatoris, hoc minimum esse conuincitur, maximum verò Tropicorum; cetero-
rum autem æquè ab Æquatore distantium æqualia.

CONSECTARIVM II.

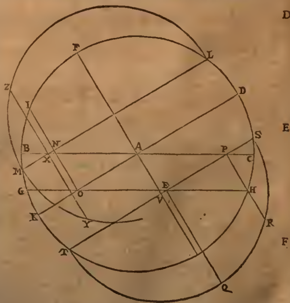
Magnitudinem crepusculi in sphæra obliqua determinare.

NON alia est crepusculorum determinatio in sphæra obliqua quàm in recta, vt ex
decursu facile apparebit: quamobrē esto vt prius Meridianus B D C K ex centro A de-
scriptus, itemq; Horizon B C, & crepusculi circulus G H in rectam lineam profusus per superiores proiectionum leges. Rursus sit Æquator D K secundùm datam Poli altitudinem B F, in rectam lineam proiectus vt prop. 37. cuius portio A O magnitudinem crepusculi repræsentat eo anni tempore cùm sol Arietem aut Libram ingreditur; quæ proinde si ad primitiuam Æquatoris peripheriam reducatur, ductâ nimirum O I ad rectos ipsi A F angulos per 14. propositionem huius libri, inuenietur F I vera crepusculi magnitudo sole in Æquatore existente.

D

E

F



Eodem

A Eodem modo crepuſculi magnitudo inuenietur ſole Tropicum Capricorni tenente. Si deſcripto circa S T (quæ eumdem Tropicum repræſentat) circulo cuius centrum V, à P & E communibus ſcilicet interſectionibus ipſius S T & Horizontis, circuliq́ue crepuſcularis, perpendiculares ducantur P R & E Q: nam circuli portio R Q per ſuperiùs citatam 14. propoſitionem huius libri eſt primitiua peripheria, quam portio P E linearis proiecturæ S T repræſentat; ac proinde ipſa R Q eſt vera magnitudo crepuſculi, dum ſol in Tropico Capricorni verſatur. Quia verò parallelæ P R & E Q æquali interuallo ab inuicem diſtant, atque A F & O I; quia item minor eſt Capricorni Tropicus ipſo Æquatore, perſpicuum eſt per 7. lemma huius libri peripheriam R Q ad Tropicum maiorem
B rationem habere, quàm F I habeat ad Æquatorem; ac proinde Tropici quam Æquatoris crepuſculum maius eſſe.

Rurſus ſi crepuſculi magnirudo requiratur, cùm ſol Cancri Tropicum perambulat, inuenietur matutinum ac veſpertinum nulla interiectione perfectæ noctis disiungi; ſed in continuum produci, quòd nimirum proiecturæ L M, quæ Tropicum Cancri repræſentat, portio X M depreſſa ſub Horizontem, tota ſupra crepuſcularem lineam G H emineat. Quare ſi quis eius crepuſculi magnitudinem deſideret, deſcripto circa L M circulo, ducat per X ipſi L M perpendicularem Z Y, eritq́ue arcus Z M Y magnitudo crepuſculi poſtulata per 14. libri huius propoſitionem.

Porrò ceteras crepuſculorum comparationes, vide Lector apud Clauium, aliosq́. Au-
C ctores, qui de hac materia acutè iuxtà ac doctè ſcripſerunt: nobis enim qui de proiectionibus tantummodò dicere inſtituimus, ſat eſſe debet circulum crepuſculi ex Orthographiæ legibus in planum tranſcripſiſſe, atque exemplis aliquot ipſius vſum oſtendiſſe, vt ex eorum ſimilitudine cetera colligere addiſcas: quod vt præſtares faciliùs, quatuor lemmata præmiſimus, nempe ſeptimum, octauum, nonum & decimum, ad rationes crepuſculorum intelligendas prorſus neceſſaria; placuit verò hoc inſuper problema reliquis quæ de crepuſculis dicta ſunt, adiungere.

CONSECTARIVM III.

D *Qua hora crepuſcula incipiant & deſinãt, ex proiectura indagare.*

CIRCA linearem proiecturam paralleli, cuius crepuſculum ad horam determinari poſtulatur, deſcribendus eſt circulus, iſque in 24. horas diſtribuendus: deinde per communem interſectionem eius proiecturæ & crepuſcularis lineæ agenda eſt perpendicularis, quæ ex vtraque parte producta circulum duobus in locis ſecet, factumq́ue erit quod fuerat poſtulatum: nam ad quam horam perpendicularis linea circulum vtrimque ſecat, eâ
E crepuſculum incipit ac deſinit.



Exempli gratia, ſi in ſphæra obliqua ſuperioris cõſectarij poſtuletur, qua hora crepuſculũ incipiat deſinatq́ue ſole in Capricorno exiſtẽte: circa linearem proiecturam S T, quæ parallelum Ca-
F pricorni repræſentat, ex centro V circulus deſcribatur, iſque in 24. horas diuidatur: deinde ex E communi ſcilicet interſectione ipſius S T & lineæ crepuſcularis G H, recta ducatur E Q, ipſi S T perpendicularis, quæ in alteram partem protenſa cum circulo conueniat in F: hæc li-

nea Q F, cùm paulò supra horam sextam circulum secet, palàm est crepusculum eo anni A
tempore, quo sol in Capricorni initio existit, paulò post sextam inchoari, & paulò ante sextam desinere; quæ omnia ex dictis apertam habent demonstrationem: siquidem per 14. propositionem libri huius constat Q & F, signa primitiua esse puncti E: si ergo circulus in tempus conuertatur, perspicuum est illa hora crepusculi initium ac finem esse in quam signa Q & F incidunt.

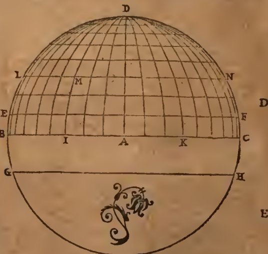
Ex quo patet in sphæra recta toto anni tempore crepuscula ante sextam horam incipere, ac post sextam deficere: in obliqua verò magnam esse disparitatem, cùm subinde quædam post sextam incipiant & ante sextam desinant, & nunquam Borealia Australibus respondeant, quæ omnia Lector, si ad exactum calculum reuocare volueris, meridiana luce clarius, & tamquam ad oculum, factis proiecturis perspicies. B

PROPOSITIO XLIII. PROBLEMA.

Verticales circulos adscribere.



Ex prænotatione 16. initio huius libri præmissa constat verticales circulos de numero illorum esse, quos vocant maximos; omnesque in vertice congressionem facere: inde verò tamquam à communi principio distractos per æquales partes Horizontis viam capessere. Quocircà resumpto Meridiano B D C formâ circulari ex A descripto, nec non Horizonte B C in re- C
ctam lineam proiecto, ex puncto A, quod centrū mundi repræsentat, recta ducatur A D ipsi B C perpēdicularis, quæ per 8. primi Sphæricorum Theodosij in polum Horizontis, qui nobis est vertex, incidet, & verticalem primarium orthographice exhibebit. Cum namque per cōmunem intersectionem Horizontis & Æquatoris incedat, in quam & visus procidit, erit is perpendiculariter visui obiectus: quamobrem in rectam lineā A D proijcietur per 10. pro- D



E

positionem libri huius: alter verò qui hunc ad normam secat, in circulum proijcietur B D C, per 15. huius: reliqui autem propter situs obliquitatem in ellipses cadent, quarum gratia Horizontis proiectura B C in partes æquales repræsentando secetur, puta in denos gradus per 12. huius, perque bina sectionum puncta æquali interuallo ab A disiuncta, & verticem D, ellipses describantur per 22. lemma, eruntque hæ ellipses verticalium circulorum proiecturæ ex obliquo aspectu in planum Meridiani transcriptæ. F
nam per 21. huius libri propositionem, circulus obliquatus in ellipsin plano exceptus commutatur: itaq, si sumantur, gratia exempli, puncta I & K, triginta gradibus ab A disiuncta, perque ea & D ellipsis describatur, erit hæc vice tricesimi circuli verticalis ab A sumpto initio. Eodemque modo ratiocinandum in ceteris: omnium enim maxima diametrus eadem est, quæ & sphæræ; minima autem ea lineæ B C portio, quæ inter duo puncta æquali interuallo ab A distita intercipitur. Quæ omnia ex dictis satis superque demonstrata relinquuntur.

CONSE-

A CONSECTARIVM.

Proposita stellæ locum proprium in plana sphæra assignare.

VT proprius locus cuipiam stellæ designari possit, duo exiguntur, nimirum altitudo eius supra Horizontem, & distantia à Meridiano, aut à verticali primario: quæ vt inueniantur, esto tabula ad Horizontem librata, inque ipsius plano signata recta quædam linea, sic disposita beneficio acus Herculeæ, vt altero extremo Austrum, altero Boream spectet: à quopiam autem puncto huius lineæ, quam Meridianam vocant, ceu centro circulus describatur, qui & in gradus diuidatur: huic porrò tabulæ alia insistat perpen-
B diculi side erecta, & per subiecti circuli centrum incedens, à quo æqualibus angulis excitetur recta linea, quæ per 38. vndecimi Euclidis in ipso erit perpendiculari plano; idque proinde sic aptetur, vt circum rectam illam lineam, velut quiescentem axem volui ac circumduci possit: sit verò etiam huic erectæ tabulæ inscriptus circulus ex centro in perpendiculari linea assumpto, qui & in gradus distribuatur, habeatque adiunctam versatilem regulam, cuius extremis dioptræ sint commissæ, vt per eas vel solis radius excipi possit, vel aspectus ad propositum sidus destinari.

Nunc si altitudo stellæ, eiusque distantia à Meridiano postuletur, dirigatur erecta tabula stellam versus, sic vt radius seu stellæ seu visus per vtrumque simul diaulifcum traijciatur: tunc enim regula in circuli illius ambitu, qui verticali seu perpendiculari plano
C inscriptus est, gradum altitudinis designabit, ipsa verò tabula in subiecto circulo declinationem à Meridiano commonstrabit: sitque, gratia exempli, reperta altitudo graduum triginta, declinatio verò à Meridiano graduum sexaginta.

His ita præceptis, resumantur Meridiani B D C, itemque Horizontis B C, & verticalis primarij A D proiecturæ vt suprà; à B autem ad L gradus triginta supputentur, rectaque linea ducatur L N Horizonti B C parallela, quæ per iam demonstrata, circulum altitudinis gradibus triginta supra Horizontem extantem repræsentabit. Deinde accepto in lineari Horizontis proiectura B C per 12. huius libri propositionem puncto F gradibus 60. à Meridiano disiuncto, per id simul & D portio ellipsis describatur per 22. lemma, quæ circulum altitudinis L N secet in M. Perspicuum igitur est ex hactenus demonstratis M verum
D esse locum propositæ stellæ in plana sphæra postulatum, qui fuerat assignandus.

PROPOSITIO XLIV. PROBLEMA.

Horarios circulos describere, qui horas à Meridiano indicant.

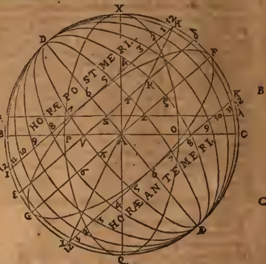
PRÆNOTATIONE 16. superiùs ostédimus Horariorũ circulorũ duo præcipua
E esse genera. Quidam enim horas à meridie vel media nocte, alij ab ortu vel occasu inchoatas indicãt. Primùm igitur illos describemus, qui horarum seriem à Meridiano incipiunt; po-
F steriùs autem illos, qui ab Horizonte horas discriminant.

Esto itaque idem, qui suprà, Meridianus B D C E per propositioné 33. decimi natus: Horizon verò



idem qui prop. 34. ductus B C: & poli altitudo per prop. 35. assumpta B D, graduũ quinquagin-

quaginta & vnius: repoſituſque Æquator F G vt prop. 37. quoniam Horarij, qui Me- A
ridiano horas indi-
cant, ſeſe in Polis
mundi interſecant,
& per æquales por-
tiones Æquatoris in-
cedunt, vt prænota-
tione 16. docuimus,
oportebit ad horum
circulorũ cōſtitutio- B
nem Æquatorẽ F G in
partes duodecim æ-
quales repręſentãdo
diuidere per 12. prop.
libri huius: quæ cùm
binas ſingulæ exhi-
beãt per 13. huius, ef-
ficient illæ in lineari
Æquatoris proiectu-
ra F G partes imagi- C
nariè quatuor ſupra
viginti: per has igitur
partes & vtrumque
mundi Polũ, ſi maxi-
mi circuli ex Ortho-



graphiæ legibus deſcribantur, hi profectò horas à meridie vel media nocte indicabunt.
Perſpicuum porrò eſt ex his circulis illum qui horam 12. ſignat eumdem eſſe cum
Meridiano, hinc ſiquidem horarum ſeries initium ducit: at Meridianus in circulum
proiicitur, cuius diametrus ſphæræ diametro æqualis eſt per 33. huius: itaque ſi circa
centrum A, interuallo autem A D vel A E, quod eſt à centro mundi ad Polos, circulus de- D
ſcribatur B D C E, is erit horæ duodecimæ circulus. Similiter cùm horæ ſextæ circulus, qui
Meridianum rectis angulis ſecat, per communem interſectionem Æquatoris & Hori-
zontis tranſeat, erit eius proiectura recta linea per 31. huius, quòd ſcilicet in hac ſphæræ
proiectione viſus per communem Æquatoris & Horizontis ſectionem incedere ſuppo-
natur: quare recta linea D E per A centrum proiectæ ſphæræ acta circulum repræſentat
hectemorion, ſeu horæ ſextæ: ceteri autem in ellipſes procidunt per 21. huius, propter
ſitus obliquitatem, quarum omnium maxima diametrus eſt communis linea D E, mini-
ma verò cuique propria, quæ nimirum horarum punctis æqualiter ab A diſſitis ex vtra-
que parte terminatur: vt Z π diametrus minima eius ellipſis, quæ horæ 5. & 7. circulos
exhibet; ρ σ verò diametrus minima ellipſis, in quam circuli horæ 4. & 8. proiiciun- E
tur: atque ita in ceteris minimæ diametri ſunt ex lineæ quæ inter puncta Æquatoris
æqualiter ab A disiuncta intercipiuntur.

Omnes porrò ellipſes duorum Horariorum ſubeunt vicem: nam duo ſemper eadem
obliquitate à Meridiano vel circulo hectemono declinant, qui proinde in eamdem
ellipſin incidunt circa eaſdem coniugatas diametros deſcriptam. Atque ita ſe habet
Horariorum, qui à Meridiano horas auſpicantur, deſcriptio.

In quibus illud quoque licet animaduertere, quemadmodum circuli omnes primi-
tiui, quotquot ſunt Æquatori paralleli, ab Horariis circulis in partes ſecantur reipſa ęqua-
les, ita & parallelorum proiecturas à proiectis in planum Horariis in eamdem ſecari ra-
tionem; hoc eſt in partes inter ſe quidem ſimiles, ſed quæ æquales partes primitiuorum F
circulorum repræſentant: vti inquam F A ad δ S, ita ſe habere Z A ad T S. Nam cùm
per 35. tertij Euclidis ſit quadratum F A æquale rectangulo E A D, itemque δ S quadra-
tum ipſi E S D rectangulo æquale, erit vt quadratum F A ad rectangulum E A D, ita δ S
quadratum ad E S D rectangulum. Eſt verò & in ellipſi E Z D, vt quadratum Z A ad re-
ctangulum E A D, ita T S quadratum ad E S D rectangulum per 17. lemma: igitur & viciſ-
ſim vt quadratum F A ad δ S quadratum, ita rectangulum E A D ad rectangulum E S D:
rurſumque, vt quadratum Z A ad T S quadratum, ita idem rectangulum E A D ad idem
rectangulum E S D: quare per 11. quinti Euclidis vt F A quadratum ad quadratum δ S,

ita

A ita quadratum ZA ad TS quadratum; atque ea propter vt FA ad δS, ita ZA ad TS. Eodem autem modo probabitur in ellipsi EρD se habere ρA ad RS, quemadmodum FA se habet ad δS. Atque ita deinceps ostendentur ceteræ parallelorum circulorum portiones ab vnoquoque Horario resectæ eam habere inter se rationem, quam FA ad δS; & vicissim vt FA ad ZA, sic δS ad TS, iterumque vt FA ad ρA, ita δS ad RS: quocircà & per 11. quinti Euclidis vt ZA ad ρA, ita TS ad RS. Ex quo manifestè conuincitur parallelorum circulorum proiecturas FA & δS, à proiectis in planum Horariis in similem rationem dissecari; quod erat demonstrandum.

Hinc etiam facile est Gemmæ Frisij errorem detegere, qui in suo Astrolabio catholi-
B co ait Meridianos Horariosque circulos in lineas proijci anomalas, id est, vt ipse loquitur, neque circulos, neque certa lege constitutas; sed tantùm per puncta designata manu diligenti traductas. Quibus & ipse Roias in suo Astrolabio proprium nomen imponere veritus fuit: siquidem passim eas innominatas vsurpat, quod non aliunde, quàm ex ellipseos ignoratione prouenisse videtur. Cùm enim ad illarum designationem iubeat singulos parallelos Æquatoris in eamdem rationem diuidi, ac per singulas notas curuam lineam duci, vtique si intellexisset eam proprietatem ellipsi conuenire, quod nos lemmate 18. demonstrauimus, non dubitasset lineas illas ellipses pronuntiare.

CONSECTARIVM I.

C

Scioterricum horologium in quouis plano describere.

Ex hac Horariorum orthographica proiectione id in primis colligi potest, proprio quodam pacto, ac neutiquam vsitato horolabia cuiuis plano inscribi posse. Cùm enim horarum signa nil aliud sint, quàm communes Horariorum & dati plani interse-ctiones, perspicuum est, si eæ sectiones à proposito plano, in quo orthographicè apparent, ad primitiuum planũ reuocentur per 14. vel 24. huius, in hoc reperta esse horarum loca.

Exempli gratia, sint inueniendæ astronomicæ horæ in plano horizontali: quoniam in proposito schemate Horizon est BC orthographicè in rectam lineam transcriptus, eumque secant Horarij circuli in idem planum cum Horizonte consignati: dico si circa
D BC circulus describatur, & à communibus Horariorum & Horizontis sectionibus perpendiculares excitentur ipsi BC, quæ ad circuli peripheriam pertingant circuli partes, earum, in quas BC ab horariis secatur, prototypas esse, ac proinde horas exhibere in vero Horizontis plano notatas.



Quod vt commodius intelligatur, sumatur seorsum ipsa BC aut alia eius loco maior vel
E minor, quæ tamen ita sit secta in D, E, F, I, & K, quemadmodũ in superiore schemate Horizontis proiectura BC secta est ab occursu Horariorum circulorũ: circa BC verò
F ex centro A circulus describatur, qui sanè primitiuus erit, lineari proiectura BC repræsentatus per 10. propositionem libri huius: à punctis autem quibus AC ab Horarijs secatur nempe D, E, F, I, & K perpendiculares ipsi AC excitentur occultis notis, quæ circuli peripheriam ex vtraq; parte attingãt, quales hic eæ sunt, quæ

 punctu-

punctulis notantur: dico communes sectiones harum linearum & circularis peripheriæ loca esse horarum in plano Horizontis descriptarum. Nam circulus ex A C descriptus primitiuum Horizontis planum directè spectandum exhibet, quod in lineam B C ex perpendiculari aspectu fuerat proiectum, & per 14. huius ita sectus est reipsa circulus ex A C descriptus à perpendicularium productione, quemadmodum repræsentando secta est linea A C: at hæc communes continet Horariorum & Horizontis sectiones, id est horizontales horas: igitur & circulus, in quem partes lineæ A C transfusæ sunt, easdem continet horarum designationes, non iam à re ipsa difformes, vt in linea A C; sed eadem proportione, qua veri Horarij verum Horizontem intersecant. Quocircà si à centro A ad circuli diuisiones rectæ producantur, erunt hæ vmbrarũ notæ, in quas videlicet Gnomonis vmbræ horis singulis incident.

Nunc si verticale sciotericum postuletur Meridiem aut Boream spectans, sumatur loco horizontalis lineæ A C, linea verticalis A X communibus horariorum circulorum, & plani verticalis sectionibus insignita; descriptoque circa ipsam velut semidiametrum circulo, à punctis diuisionum occultæ perpendiculares, vt priùs euocentur. Hæ namque vbi cum circuli peripheria cõuenient, ibi in plano verticali horas signabunt genuino ac naturali situ, quemadmodum veri ipsi horarij circuli in materiali sphæra planum verticale Meridiẽ aut Boream spectans reipsa intersecant.

Rursus si verticale quidem sit planum, at declinans, quale in superiori schemate est, gratia exempli O X P Q, per verticem quidem X incedens, at declinans ab A ad O & P gradibus triginta, assumendæ erunt seorsum coniugatæ diametri X Q & O P ac circa eas describenda ellipsis per 22. lemma, quæ in eas partes



A partes diuidetur, in quas ab horarijs circulis in superiori schemate intersecatur. Ab his autem sectionum locis si rectæ euocentur ipsi A X perpendiculares, (vt hîc sunt quæ punctulis notantur) eæque ad circuli circa A X descripti peripheriam protendantur: dico vbi hę circuli ambitum contingunt, illic esse horarum signa ea proportione disposita, quemadmodum reipsa horarij circuli planum verticale, quod triginta gradibus declinat, intersecant. Nam per 24. propositionem huius libri vti occultis illis perpendicularibus ellipsis repræsentando, ita reipsa sectus est circuli ambitus. Quare eædem sectiones, quæ in ellipsi cernuntur obliquo aspectu, eædem in circulo directè apparent; ac proinde primitiuis æquales per 19. propositionem huius libri; quod erat demonstrandum.

B Si autem planum, in quo horæ designari postulantur, sit inclinatum, ita tamen vt Meridiem Boreámve spectet, seu vt ad Meridianum rectum sit, veluti est in proposito superiùs schemate F G, aut aliud quodcumque, eadem praxi opus erit qua horizontale & verticale horolabium descriptum est. Nam si Z, ρ, ceteræque communes intersectiones plani F G, & horariorum circulorum ad primitiuum circulum reuocentur per 14. huius, erunt circuli partes horarum loca in proposito plano inclinato.

Demum esto aliud quoddam planum inclinatum simul & declinans, cuiusmodi in sphæra est Eclipticæ circulus, cùm Æquinoctiorum signa latione diurna ad Meridianum peruenerint, id quod in superiori schemate formâ ellipsis comprehenditur, cuius maxima diametrus F G; minima verò est Tropicorum intercapedo, seu contracta
C sphæræ diametrus, quæ ad oppositas intersectiones circuli Hectemorij & Tropicorum pertinet: sintque in hoc plano designandæ horæ Astronomicæ: sane id non alia ratione perficietur, quàm illa ipsa, qua proximè in plano declinante illas inuenire docuimus; descriptâ videlicet seorsum eâ ellipsi, quæ obliquum planum repræsentat, iisdemque punctis insignitâ, quibus ab horarijs circulis intersecatur, ac ducto circa maximam illius ellipsis diametrum circulo: si inquam à sectionibus ellipsis ad circuli peripheriam rectæ lineæ agantur maximæ diametro ellipsis perpendiculares; hæ vbi in peripheriam circuli incident, illic loca horarum in proposito plano inclinato simul & declinante exhibebunt, eo situ ac proportione, qua idem planum a veris horarijs circulis reipsa intersecatur. Quod quoniam ex dictis satis superque colligi potest, non placet
D aliam dilucidiorem addere demonstrationem.

CONSECTARIVM II.

Qua hora sol oriatur & occidat, quouis anni tẽpore inuestigare.



SIT inuestiganda hora ortus & occasus eo anni tempore, quo sol Tauri signum ingreditur.
E Sumatur in Eclipticæ proiectura H L primus Tauri gradus R per 39. huius libri, perque R parallelus Æquatori agatur δ ι, vt propos. 41. qui diem naturalem repręsentabit, eamque periodum, quam sol
F Taurum subiens, raptu primi mobilis absoluit 24. horarum spatio. quare non alio loco tum tẽporis sol orietur & occidet, quàm vbi is circulus Finitorem intersecat. Si verò per eam communem congressionem paralleli circuli δ ι cum Finitore B C circulus duca-

ducatur horarius D V E per 41. huius, is horam ortus & occasus indicabit: nam quotus is erit à meridie vel media nocte, eius numeri horam ortui occasuique præfiniet: quemadmodum hac propositione 44. videre licet solis orientis locum in circulum horæ quintæ proximè incidere, occasus verò in circulum horæ septimæ, qui circuli tametsi duo reipsa sint, in vnam tamen ellipsin proijciuntur, vt eadem propositione 44. ostensum est. Itaque sol primum Tauri gradum subiens, hora ferè 5. exoritur, hora autem 7. occidit; quod erat explicandum: eademque hora orietur & occidet, cùm primùm ingreditur signum Virginis: nam duo hæc signa Taurus & Virgo æquè ab Æquatore distant; consequens igitur est vt in eumdem parallelum circulum incidant; ac proinde sol eodem loco Finitorem diurna latione pertranseat, eademq; hora oriatur & occidat. A B

Quia autem arduum esset longumque negotium, toties horarios circulos describere, quoties eiusmodi problema proponitur, præsertim cùm plerique illorum in ellipses orthographicè proijciantur: hinc cōmodiore praxi, eaque etiam accuratiore, propositi solutionem exhibebimus. Sumatur seorsum linea δε, proiectura videlicet eius paralleli circuli qui per principium Tauri incedit, sitq; linea δ ε secta in V, quemadmodum suprà propositione 44. eiusdem proiectura ab Horizonte proiecto secatur: per V verò ducatur K L ad rectos ipsi δ ε angulos: erit igitur K δ L ea portio circularis perimetri, quã lineæ δ ε segmentum δ V repræsentat, & portio K ε L ea, quam repræsentat V ε per 14. huius, totusque circulus K δ L ε parallelo, qui per primum gradum Tauri traducitur, æqualis, sectusque in K & L eadem ratione, qua idem parallelus ab Horizonte reipsa secatur: quocircà K ortus, L verò occasus locum tenet: si itaque circulus K δ L ε in 24. partes æquales distribuatur, facto horæ primæ initio ad δ, vel ε, quorum punctorum istud noctis, illud verò diei medium significat, inuenietur K horæ quintæ ortiuæ, L autem septimæ occiduæ proximum esse, vt antè dicebatur: igitur sol primum gradum Tauri subiens, hora quinta exoritur, hora autem septima occidit; quod erat inuestigandum. C D E



Porrò circulum K δ L ε in partes 24. æquales secari præcepimus: nam is loco veri paralleli per initium Tauri incedentis ponitur. Verus autem parallelus, quemadmodum & Æquator ab horarijs circulis qui solùm duodecim sunt, in 24. partes æquales reipsa secatur per 10. secundi Sphæricorum Theodosij: igitur & circulus K δ L ε in partes 24. æquales distribuendus erat; hæ quippe primitiuæ sunt illarum, in quas propositione 44. circuli K δ L ε proiectura δ ε à proiectis item in planum horarijs intersecatur. F

CONSECTARIVM III.

Diei noctisq; quantitatem omni anni tempore explorare.

HVIVS problematis praxis nil differt à præcedente. Si enim, exempli gratia, quantitas diei noctisque postuletur, cùm sol primum gradum Tauri ingreditur, proijciendus in primis erit in planum Horizon per 34. propositionem libri huius, itemque primus

A primus Tauri parallelus ad propositam Poli altitudinem per 40. propos. huius: deinde assumetur seorsum, vt in præcedente consectario, linea δ ε ex schemate propositionis 44. quæ æqualis sit ipsius paralleli proiecturæ, secabiturque δ ε in V ea ratione qua eiusdem paralleli proiectura secta est à proiecto in planum Horizonte; perque V perpendicularis ipsi δ ε transmittetur K L: tum circa δ ε circulus describetur K δ L ε; hic si in partes viginti quatuor æquales distributus fuerit, perspicuam diei noctisque quantitatem exhibebit: nam portio K δ L diei, K ε L verò noctis magnitudinem repræsentat. Quot ergo horas ex circuli peripheriæ in tempus conuersæ continent, tot erunt diei ac noctis horæ sole primum Tauri gradum subeunte; quod erat postulatum.

B

CONSECTARIVM IV.

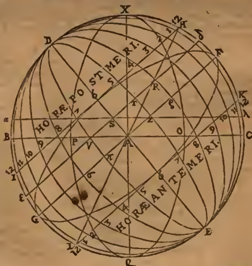
Propositum sit definire, quot horas quæuis stella supra infraq; Horizontem latione primi mobilis immoretur.

ISTA quoque postulatio superiori affinis est. Non enim alia est ratio stellæ quàm solis, nisi quòd solis locus semper sit in Ecliptica; stellæ autem in quauis cæli parte, vbi scilicet eam ab origine positam esse contigerit. Igitur per datum stellæ locum in superiore proiectione recta ducatur linea Æquatoris proiecturæ parallela: hæc quoniam circulum illum repræsentat, per quem stella latione primi mobilis defertur, si tota supra Horizontis proiecturam eminet, perspicuum est stellam numquam occumbere; si verò
C tota sub Horizontis proiecturam decumbit, palàm est illam numquam assurgere; si demum Horizontis proiecturam intersecat, orietur illa quidem & occidet: at quanto temporis spatio supra infraque Horizontem immoretur, in hunc modum definietur. Sumatur seorsum, vt suprà, linearis illa paralleli proiectura δ ε, quæ per stellæ locum ducitur, descriptoque circa eam circulo K δ L ε, secetur δ ε in eam rationem, qua ipsa ab Horizontis proiectura in plano secatur, perque sectionis punctum V perpendicularis ipsi δ ε agatur, quæ vtrimque producta circuli peripheriam attingat, factumque erit propositum: nam pars circularis perimetri, quæ illi segmento diametri δ ε adiacet, quod supra Horizontem eminet, tempus repræsentat, quo stella supra Horizontem versatur; reliqua verò illud quod infra Horizontem insumitur. Quare si circulus in tempus con-
D uertatur, hoc est si in 24. horas distribuatur, facilè perspicietur quot horas stella supra infraque Horizontem consumat; quod erat postulatum.

CONSECTARVM V.

Ex altitudine solis locoq; eius in Signifero, horam pronuntiare.

CONsectario propositionis 43. ex occasione circulorũ Almucantarath & Verticalium, ostendimus quo pacto ex
E illorũ concursu verus locus cuiusq; astri in plana sphæræ proiectione designari possit. Nunc docimus non ex illorum tantùm, verùm etiam ex quorumcumque circulorum con-
F gressu verum locum cognosci posse. Si enim ostensum sit solem, exempli gratia, in duobus circulis vno tempore existere, nullus profectò alius ipsius locus esse poterit in plana



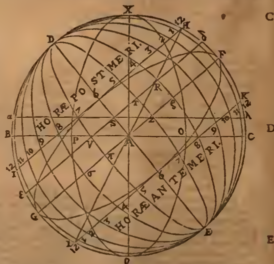
sphæra,

sphæra, quàm vbi duorum illorum circulorum proiecturæ sese intersecant: nam solum A
intersectionis punctum commune vtrique est. Si igitur cognita sit solis altitudo locusq́; ipsius in Zodiaco, ex his autem oporteat horam inuestigare: sumantur in schemate propositionis 44. à B ad α, & à C ad λ tot gradus quot sol supra Horizontem præsenti tempore eminet, perque α & λ recta ducatur linea α λ proiecturæ Horizontis B C parallela, quæ per 41. huius circulum altitudinis repræsentabit: deinde per datum solis locum in Signifero, puta R, parallelus agatur ♂ ε, hic inquam vbi parallelum altitudinis α λ intersecat, nempe in S, illic verus est locus solis. Quare si circum ♂ ε descriptus circulus in tempus conuertatur, seceturque linea per S ad rectos eidem ♂ ε angulos, vt superioribus consectarijs non semel est factitatum, inuenietur hora sexta eo anni tempore, quo sol in B
Signiferi puncto R versatur, eaque diei parte, qua scandendo supra Horizontem ad circulum altitudinis α λ attigit, quod erat præstandum.

CONSECTARIVM VI.

Cognita hora locoq́; solis in Zodiaco, altitudinem eius indagare.

HÆC ex parte conuersio est præcedentis. Illic enim ex altitudine horam, hîc verò ex hora altitudinem venamur: quare similis quodammodò est praxis, licet inuersa. Esto igitur R locus solis in Zodiaco, per quem Æquatori F G parallelus ducatur ♂ ε per 40. proposit. libri huius, vt in schemate propositionis 44. factum apparet: seorsum verò circa ♂ ε velut diametrum circulus describatur, qui & in viginti quatuor horas diuidatur: ab hora autem cognita, puta sexta, ad diametrũ ♂ ε perpendicularis agatur, quæ ipsam secet in S: dico S in proiecturam sphæræ translatũ, verum esse solis locum per superiùs demonstrata; atque ea propter si per S recta ducatur α λ Horizonti B C parallela, erit B α solis altitudo postulata, quod ex dictis abundè probatum relinquitur.



C

D

E

CONSECTARIVM VII.

Horâ solisq́; altitudine cognitâ, locum ipsius in Zodiaco demonstrare.

NON absimili ratione colligetur solis locus in Zodiaco ex hora altitudineque præcepta: nam si per datam altitudinẽ circulus altitudinis orthographicè describatur α λ per 41. propositionem libri huius, ducaturque in eodem plano horarius datæ horæ, puta sextæ, qui parallelum α λ intersecet in S: dico in primis S verum esse locum solis in plana sphæra, vt ex dictis constat. Igitur si per S recta agatur ♂ ε Æquatori F G parallela, hæc quoniam circulum illum parallelum repræsentat, quem sol percurrit dum hora sexta altitudinem habet B α, perspicuè patet illic esse solis locum in Zodiaco, vbi paralleli proiectura ♂ ε Eclipticæ proiecturam H L intersecat, nempe in R: siquidem solum punctum R vtrique ♂ ε & H L commune est. F

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA.

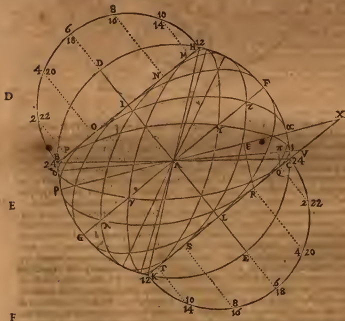
Horarios illos circulos describere, qui horas à Finitore auspicantur.



QVAMVIS longè diuersi sint hi circuli ab illis qui horas Astronomicas à meridie vel media nocte indicant, vt initio huius libri prænotatione 16. ostensum fuit, sunt tamen eędem vtrorumque describendorum leges, hoc tantùm discrimine, quòd non per eadem loca hi atque illi transeant: vnde fit vt pro vario aspectu in varias formas proiecti commutentur: hoc autem in primis constat, nullum omnino horum figura circulari spectari. Cùm enim circuli illi paralleli, quorum alter semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium semper latentium, perpendiculariter obtutui proponantur, ideoque in rectas lineas procidant, necesse est circulum illum, si quis est, qui circulari forma in plano apparet, directè obijci: atque ea propter maximos illos semper apparentium, semperque delitescentium rectis angulis secare: at nullus eorum qui horas ab ortu vel occasu inchoatas distinguunt, parallelos illos maximos latentium apparentiumque secat, quandoquidem omnes leui solùm attactu illorum peripherias lambant: igitur nullus omnino illorum in circularem formam procidit.

Illud item perspicuum est duos rectis lineis describi, eum scilicet, qui horam 24. & C eum qui horam 12. distinguit, nempe B C & H K. Pro cuius demonstratione, explicatio-

D

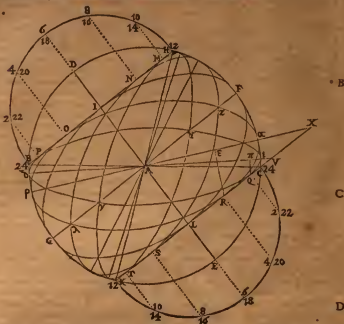


E

F

neque eorum quæ de reliquis circulis horas à Finitore auspicantibus dicturi sumus, esto planum meridianum idem, quod suprà, B D C forma circulari ex centro A descriptum: Horizon verò B C in rectam proiectus lineam, supra quem altet Polus D emineat, alter autem E infra depressus procumbat; ab his porrò æquidistet proiectura Æquatoris F G. His positis fiat D H ipsi D B, & E K ipsi E C æqualis, junganturque B & H, item C & K rectis lineis B H & C K; erunt ergo B H & C K proiecturæ illorum circulorum, quorum alter omnium semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium illorum qui

perpetuò delitescunt. Nam quoniam hi circuli ab Æquatore reipsa æquidistant, veluti & Coluri, reliquiq. diurni circuli, necesse est per 32. huius libri propositionem omnium A



similes esse proiecturas: at illi in rectas procidunt lineas, vt propositione 37. & 40. ostensum est: igitur & hi rectis lineis B H & C K, in plano orthographicè describuntur.

Nunc propositum sit inter hos duos circulos B H & C K, Horarios illos constituere, qui horas ab Horizonte inchoatas distinguunt: ac primò ostendamus duos illorum B C & H K in rectas lineas procidere. Patet verò id ex eo quòd ipsorum plana communem habeant eam lineam, per quam visus incedit, & quæ in plano repræsentatur signo A; hoc enim cùm ita sit, constat vtrumque circulum perpendiculariter obiici, atque ea propter in rectas lineas profundi diametro sphæræ æquales, per 10. libri huius propositionem. E

Reliqui autem, vtpote obliquè aspectui exhibiti, in ellipses conformantur, per 21. huius, quarum omnium vna quidem est maxima diameter sphæræ diametro æqualis; nam circulos sphæræ maximos repræsentant: minima verò pro diuersa obliquitate, varia. Cùm autem per 16. prænotationem maximos illos semper apparentium, ac semper delitescentium circulos in oppositis punctis æqualium sectionum attingant, necesse primùm est illorum proiecturas B H & C K in partes 24. repræsentando partiri, quod fiet per 12. huius libri propos. si defixo pede circini immobili in I & L, circa rectas B H & C K semicirculi describantur, ac singuli in partes 12. æquales distribuantur; à locis autem sectionum rectæ occultis notis protrahantur ipsi D E parallelæ: vbi enim hæ ipsas B H & C K pertranseunt, illic loca horarum Astronomicarum signant, quorum bina tota sphæræ F diametro opposita circulis horarum ab ortu vel occasu attinguntur; hos verò, ne multitudo confusionem induceret, per duarum horarum interualla descripsimus.

Quoniam igitur rectæ B H & C K duos semicirculos simul spectandos offerunt, finge primum B H eam esse circuli medietatem, quæ tibi proxima est, seu quæ ad Orientem spectat, C K verò eam quæ ad Occidentem; sitque Horariorum series incipienda ab ortu: quoniam Horizon B C circulus est horæ 24. erit is qui interuallo duarum horarum proximè sequitur, ellipsis, maximam quidem diametrum eamdem habens cum sphęrę diametro, ceterùm per opposita puncta P & Q ita incedens, vt in iisdem punctis parallelas

B H &

A B H & C K solùm contingat, non verò secet: sequens autem easdem parallelas B H & C K continget in oppositis punctis O & R, maximamque diametrum sphæræ diametro æqualem habebit, vti & ceteri: tertius dein circulus & ipse ellipsis erit, parallelas B H & C K in I & L contingens: quartus in N & S: quintus in M & T: sextus denique recta iterùm linea erit H K.

Porrò cùm I L ipsis B H & C K sit perpendicularis, erit eadem I L minima diametrus ellipsis I F L G, quæ horam 6. & 18. ostendit, & cuius maxima diametrus est F G, vtpote normalis ipsi I L: ceterarum autem ellipseon maximæ diametri inueniuntur in hunc modum: Fiat per 11. lemma quemadmodum K Q ad Q C, ita K V ad V C, & ab V recta per B centrum A protendatur V δ, quæ circulum Meridianum secet in i, erit enim i δ maxima diametrus, circa quam si ellipsis describatur quæ per puncta data P & Q incedat per 22. lemma, inuenta priùs minima diametro per 23. lemma, ea parallelas B H & C K in P & Q attinget: nam quoniam ex constructione est vt K Q ad Q C, ita K V ad V C, & V δ per centrum est acta, ducta Q π ad rectos ipsi i δ angulos, erit quoque per conuersionem 23. lemmatis libri quarti vt δ π ad π i, sic δ V ad V i: quare cum Q π ad diametrum i δ ordinatim sit applicata, continget V Q ellipsim in Q per 34. primi Conicorum Apollonij. Eodem verò modo ostendetur ellipsis ipsam B H in P contingere: igitur ellipsis P i Q δ circuli horæ 2, est proiectura.

Rursus si fiat vt K R ad R C, ita K X ad X C per 11. lemma, & ab X per centrum A recta C traiciatur X ρ quæ circulum Meridianum secet in α, erit α ρ maxima diametrus eius ellipsis quæ per R & O ducta, vt suprà lemmate 22. parallelas B H & C K in iisdem punctis R & O contingit, & Horarium circulum horę 4. repræsentat. Haud absimili ratione describendæ erunt duæ reliquæ ellipses, quarum altera N Z S λ circulum refert horæ 8. altera verò M Y T γ circulum horæ 10.

Atque ita descriptæ sunt omnium Horariorum per duarum horarum interualla proiecturæ: in quibus id etiam obseruandum, quòd duæ lineares proiecturæ B C & H K singulæ vnum dumtaxat circulum repræsentent; at ellipses singulæ duos: quare postquam à B versus H scandendo peruenerit, circulum horæ 12. prætereuectus, finge iam B H semicirculū esse occiduum, C K verò ortiuum: erit igitur qui suprà per M & T horæ 10. idem D nunc horæ 14. & qui per N & S horæ erat 8. idem nunc horæ 16. quique horæ 6. per I & L actus, nunc idem horæ 18. rursus qui erat horæ 4. per O & R ductus, nunc horæ 20. tandem qui horæ erat 2. per P & Q, nunc idem huræ 22.

Hoc igitur pacto, si sol per circulum B H diurna latione ferri intelligatur (quod quamuis fieri nun possit, cùm circulus B H Tropicos excedat; non est tamen à conceptu alienum, quoniam is est Æquatori parallelus) ab Horizonte digressus, perque semicirculum ortiuum B H progrediens hora diei secunda punctum attinget P, deinde hora 4. punctum O, tum hora 6. punctum I, ad hæc octaua hora pūnctum N, posteà punctum M hora 10. tandem hora 12. fastigium attinget H, vnde per semicirculum occiduum H B regressus in M perueniet hora 14. in N hora 16. in I hora 18. in O hora 20. in P hora 22. ac E demum hora 24. in B punctum Horizontis, vnde primùm fuerat digressus.

Simili modo si per Æquatorem F G sol diurna latione circumeat, ab A puncto Horizontis ortiuo digressus, in Y hora diei 2. perueniet, quà Y punctum est circuli per P & Q ducti; hora verò 4. in punctum Z. circuli per O & R: at hora 6. in F punctum circuli per I & L: inde autem versus Occidentem prolapsus hora 8. attinget idem punctum Z, non quà iam ad circulum O R pertinet, sed quà ad circulum N S; hora verò 10. circulum per M T ductum attinget in Y; hora 12. perueniet in punctum A linearis proiecturæ H K; hora 14. in punctum γ circuli M T; hora 16. in punctum λ circuli N S, hora 18. in punctum G circuli I L F G; hinc rursus Horizontem versus ascendendo hora 20. attinget circulum O R in λ; tum hora 22. circulum P Q in γ; ac demum hora 24. ad punctum A Horizon-F tem repetet, à quo primò fuerat digressus.

Ex his perspicuè patet hos circulos Horarios non esse alios, quàm Horizontem ipsum, diurno motu vnà cum maximis illis circulis semper apparentium semperq; delitescentium circumactum, ac diuersis in locis repositum, iis scilicet, quibus singulis horis constituitur. Quod vt apertiùs intelligas, finge Horizontem circulis illis semper apparentium semperq; delitescentium maximis affixum esse, motaq; sphæra vnà conuerti: cùm igitur sphæra vnius horæ spatium confecerit, tum Horizon vnà promotus circulum horæ primæ repræsentabit; cumque altera hora progressa fuerit sphæra, tum idem Horizon pariter digressus circuli horæ secundæ vicem geret; atque ita deinceps Horizon à contactu

maximorum illorum semper apparentium semperq; delitescentium circulorum numquam diuulsus, simul autem diurna latione circumactus, singulis horarum Astronomicarum interuallis, singulos Horarios, qui ab ortu horas auspicantur, designabit: quæ eadem ratio illorum est, qui horas ab occasu incipiunt. A

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Cælestium domorum terminos definire.



CÆLESTIVM domorum circuli non alia lege in planum transcribuntur, quàm Horarij illi, qui Astronomicas horas discriminant: vt enim hi in Polis mundi, ita illi in cõmuni Horizontis & Meridiani sectione congrediuntur; vtq; Horarij per æquales sectiones Æquatoris, sic domorum cælestium distinctores per æquales item Æquatoris partes, aut vt alijs placet, per æquales partes verticalis primarij incedunt. Ex quibus constat vnum ex his, puta Meridianum, in circulū profundi per 33. propositionem huius libri, alium verò, nempe Horizontem, in rectam lineam per 34. huius; reliquos autem in ellipses; veluti & Horarij per 44. huius, quarum omnium maxima diametrus erit Horizontis proiectura B C, altera verò, eaque minima ac priori coniugata, (si quidem per ęquales portionęs verticalis primarij producantur) erit ea linea quæ inter puncta lineæ D E, quæ pari interuallo ab A distant, interiacet: si verò per æquales portiones Æquatoris ducantur, erit altera diametrus, eaque non minima, nec coniugata, pars proiecti Æquatoris F G, quę inter puncta æquè ab A dissita intercipitur. B C

Quare si per æquales diuisiones verticalis primarij describendi sint circuli domorum cælestiū, describetur primò circulus Meridianus B D C E per 33. huius, in cuius planum ceteri profunduntur: deinde addetur Horizon B C per 34. huius, tum Æquator F G ad datam Poli altitudinem, vt propositione 37. ac demum primarius verticalis D E per 41. huius, qui per 12. prop. huius in 6. partes æquales repræsentando diuidetur; tot namque sunt omnino circuli, qui cælestes domos distinguunt: sint autem harum diuisionum puncta H, K, L & M. Itaque si per 22. lemma circum B C & K L, itemque circa B C & H M ellipses describantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ, quæ obliquo aspectu in præsenti sphæræ constitutione cernuntur, vt ex propositione 21. & 22. perspicue patet. D



Si autem per æquales sectiones Æquatoris hi circuli orthographice describendi sint, distribuẽdus erit Æquator F G in 6. partes repræsentando æquales per 12. huius, ac circum B C & O P, itemque circa B C & N S, ellipses figurandæ, factumque erit propositū. Nam per 21. & 22. huius, erunt hæ ellipses illorum circulorū proiecturæ, qui per communes intersectiones Meridiani & Horizontis, perque æquales sectiones Æquatoris procedunt.

Vbi id obseruandum est, circulos illos qui per æquales partes verticalis primarij transeunt, vniuersam sphæram in domos æquales partiri; illos verò qui per æquales partes Æquatoris describuntur, domos reddere inæquales: quarum amplio-

A ampliores illæ sunt, quæ ab Horizonte sunt remotiores, quòd videlicet æquales portiones Æquatoris quò longius ab Horizonte sumuntur, eò sint Polis B & C, seu congressioni horum circulorum propinquiores; ex quo porrò consequens est, vt domorum cælestium interualla, quibus partes Æquatoris iam dictis Polis viciniores respondent, medio inter vtrumque Polum loco sint ampliora.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

Circulos Positionum constituere.

B DOMORVM cælestium circulis admodum affines illi sunt, quos Positionum vocant: hi namque per communes intersectiones Meridiani & Horizontis (vt illi) & per quodcumque signum in cæli superficie assumptum incedunt: estque ex numero horum vnus Meridianus, alter Horizon, ceteri innumeri atq; innominati: quare præter Horizontem & Meridianum, quorum hic in circulum, ille in lineam cadit, ceteri omnes per vigesimam primam propositionem huius libri in ellipses orthographicè profunduntur, quarum descriptio ex præcedente propositione petenda erit.

PROPOSITIO XLVIII. PROBLEMA.

C *Declinationum ac Latitudinum circulos orthographicè exhibere.*

HORVM quoque circulorum eadem est ratio quæ & Horariorum, qui à Meridiano horas incipiunt: nam declinationum circuli ab Horariis illis situ positioneque non differunt, sed hoc solùm quòd plures sint numero quàm Horarij; hi quippe per quindenos dumtaxat gradus Æquatoris incedunt: at illi per gradus etiam singulos. Quamuis nil vetet per medias horas & quadrantes, imò verò etiam per minuta Horarios ducere. Circuli autem latitudinum tametsi plus aliquid discriminis habeant, quòd videlicet non in Polis mundi, sed in
D Polis Zodiaci sese intersecent, quódque non per æquales portiones Æquatoris, sed per æquales portiones Eclipticæ procedant: non est tamen alia hos atque illos proijciendi ratio, cùm ita se habeant Poli Zodaici ad Eclipticam, quemadmodum Poli mundi ad Æquatorem: quare quæ propositione 44. de Astronomicarum horarum circulis dicta sunt, de his quoque dicta esse intelligantur.

ORTHOGRAPHICA

SPHÆRÆ PROIECTIO

E Visu per vtrumque mundi Polum procidente.

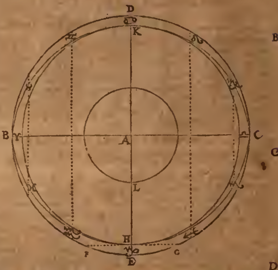
EXPEDITA *Sphæræ descriptione ex eo situ, quo radius principalis per Aequinoctia simul & Horizontis planum extenditur, qui omnium maximè est ad vsum accommodatus, lubet duabus sequentibus propositionibus ex alio atque alio situ omnes sphæræ circulos in planum denuò transcribere, vt appareat quanta sit huius scientiæ amplitudo, vberiorq. materia suggeratur iis, quos fortè iuuabit aliquando ingenium in proiecturis exercuisse. At enim qui*
F *in illis aliquousque penetrauerit, inueniet haud dubiè plurimarum inuentionum iucundam messem, qua non modò frui cum voluptate, verùm etiam ad aliarum veritatum indagationem tamquam fæcundo semine commoda tempestate vti poterit. Ne autem prolixitas tædium Lectori afferat, non quemadmodum hactenus, distinctis propositionibus singulos circulos, sed omnes vna propositione complectemur, eorum descriptiones simplici tantùm enarratione historico more persequentes, cùm ex dictis facillimo negotio elici possint omnium demonstrationes.*

PROPOSITIO XLIX. PROBLEMA. A

Omnes sphæræ circulos orthographicè in planum transcribere, visu per vtrumque Polum mundi procidente.



VT à circulis sphęrę mobilis ordiamur, esto in primis punctum A, id in quod per 3. propos. libri huius radius principalis proijcitur, vtriusque Poli vicem gerens: circum A verò circulus describatur B D C E interuallo quocumque; qui cùm per 15. huius aliquem ex illis circulis repræsentet, qui directè visui opponuntur, cuiusmodi sunt in præsenti sphæræ constitutione paralleli omnes, sit ille Æquator, B C D



nempe totius sphęrę maximus, & intra cuius ambitū ceteri omnes conscribendi erunt: deinde per centrum A duæ rectæ lineæ agantur B C & D E, quæ sese ad rectos angulos secent; eruntque hæ duorum Colurorum proiecturæ per 10. propositionem libri huius; illi siquidem in Polis congrediuntur, per quos & visus procidit: sit autem B C æquinoctiorum Colurus, D E verò solstitiorum: erunt igitur B & C duorum signorum initia, quæ æquinoctia distingunt: sit porrò B Arietis, C verò Libræ initium.

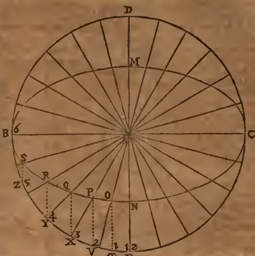
Iam vt declinatio Eclipticæ inueniatur, sumendi erūt ex vtraque parte puncti E ad F & G, gradus viginti tres & dimidius, iunctaque F G intersecet Colurum D E in H: erit ergo H gradus vigesimus tertius & medius in linea D E assumptus, initio facto ab E per 12. proposit. huius: quare erit E H maxima Eclipticę declinatio: posita verò ei æquali D K, E descriptaque circum B C & K H ellipsi per 22. lemma, erit hæc ipsa Eclipticæ proiectura per 21. libri huius, quæ per 23. propositionem huius libri in 12. signa distribuetur, si circulus B D C E primùm in totidem partes æquales diuidatur, binaque puncta sibi ex aduerso respondentia parallelis iungantur, quæ Eclipticam secent, quemadmodum vides in proposito schemate sectionum loca proprijs characteribus signorum notata. Quòd si per quælibet puncta in proiectura Eclipticæ accepta, circuli describantur ex centro A, perspicuum est eos esse diurnorum parallelorum proiecturas: hi namq; mundanos Polos pari vndique interuallo ambiunt; ideoq; per 15. propositionem libri huius in circulares formas procidunt. Ex his porrò is, qui per K & H ducetur, vtrumque Tropicum repræsentabit. Simili modo polares describentur orbiculari forma circum A F velut centrum, sumpto in linea D E interuallo A L, quod gradus viginti tres cum dimidio repræsentando contineat.

Nunc ad circulos sphæræ immobilis veniamus. Et quidem si sphæra recta sit, perspicuum est Horizontem esse B C, eam scilicet rectam lineam, quæ per vtrumque Polum littera A signatū transit: vertex igitur erit D, ac propterea circuli altitudinum iidem, qui suprà propositione 41. verticales autem iidem qui propositione 43. linea verò crepuscularis eadem quæ propositione 42. circuli autem horarum Astronomicarum siue in recta siue in obliqua sphæra in rectas semper lineas profunduntur, quæ a centro A eductæ

A eductæ in partes æquales Æquatoris vndique radiorum instar destinantur. Quòd si obliqua sit sphæra, per datam Poli vnius altitudinem A M, depressionemque alterius A N ellipsis describatur, quæ maximam diametrum habeat B C, ea Horizontem obliquũ exhibebit, cuius, & Horariorum communes intersectiones

B N, O, P, Q, R, S, C ad primitiuum circulum occultis lineis (quæ ipsi B C sint perpendiculares) reuocatæ per 24. huius, horas Astronomicas exhibebunt E, T, V, X, Y, Z, C, in horizontali plano designandas.

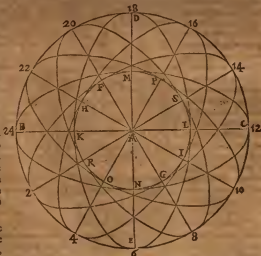
C Qua ratione etiam verticalis plani horæ inuenientur, si ellipsis per verticem describatur, eiusq; & Horariorum communes intersectiones ad primitiuum circulum reducantur, vt consectariis aliquot ad propositionem 44. ostendimus. Quæ sanè praxis describendorum sciotericorum in quouis plano non minùs expedita est, quàm vulgaris illa, qua primùm à centro circuli omnium semper apparen-



D tium maximi, per æquales ipsius portiones ad lineam contingentiæ rectæ porriguntur, inde verò ad centrum proprij circuli, cuius semidiametrus ex Analemmate peti debet, remittuntur. Illo autem modo innumeræ praxes describendorum horolabiorum excogitari possunt: mutata namque proiecturæ forma, siue ex toto proiectionis genere, siue ex solo sphæræ situ, nouæ semper Horizontis & Horariorum circulorũ figuræ prouenient, quarũ communes intersectiones

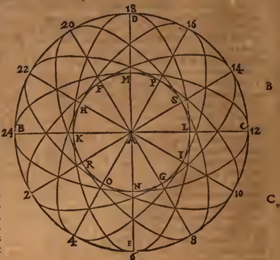
E ad originẽ reuocatæ, horas dabunt postulatas. His circulis horariis similes omnino sunt illi, qui declinationes indicant: nam in Polis mundi omnes cóueniunt, in quo & visus: quare per 10. huius in rectas lineas

F proijciuntur, quæ à centro A ad punctum quodcumque datum extenduntur.



Sint iam ex hac sphæræ dispositione describẽdi circuli illi, qui à Finitore horas auspicantur. In eodem Æquatoris plano B D C E sit obliquus Horizon B M C N ad datam

datam Poli eleuationem A N graduum triginta, cui æqualis sit Poli sub Horizontem de- A
pressio M A. Si igitur centro A, interuallo autē A N circulus describatur, erit is duorum simul proiectura, quorum alter omnium semper apparētium maximus est, alter verò maximus omnium illorum, qui perpetuò delitescunt; qui proinde rectis è centro radiis in partes æquales diuidantur, quemadmodum in apposita figura cernere est per duarum horarum interualla diuisiones procedere. Cùm verò hi circuli etiam per æquales sectiones Æquatoris transeant, oportebit illos qui à centro, ra-

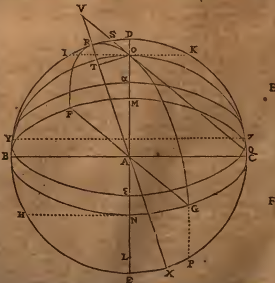


B

C

dios ad ipsum quoque Æquatorem producere, cuius partibus numeri horarum commodè adscribi poterunt. Primus itaque eorum qui ab Horizonte horas indicant, est ipse Horizon B M C N in ellipsin proiectus, duorum perfungens munere, nempe horæ 24. (vnde prima hora incipit) & horæ 12. Proximus huic ille est, qui maximam habet diametrum horæ 2. & 14. minimam verò F G, in qua & circulos maximos semper D
apparentium, semperque delitescentium contingit: sequens dein is, cuius maxima diametrus horarum 4. & 16. minima verò H I, atque ità ordine paribus semper interuallis se mutuò reliqui consequuntur, in ellipses longitudine latitudineq; æquales profusi.

E verticalibus porrò circulis in sphæra obliqua vnus dumtaxat in rectam lineam cadit, nempe Meridianus D E perpendiculariter visui expositus; cæteri autē omnes in ellipses transformantur. Pro quarum descriptione primū designandus est Horizon B M C N ad datam Poli eleuationem, quæ sit, exēpli causa, graduum triginta: quod



E

F

vt rectè fiat, sumendus est in circulo Æquatoris arcus B H graduum triginta: hinc

A autem ad rectos ipsi D E angulos applicita H N, resecat ex Meridiani proiectura D E portionem A N graduum triginta: cui si æqualis accipiatur A M, quantum scilicet alter Polus sub Horizontem deprimitur: & circum extremas diametros B C & M N ellipsis describatur per 22. lemma, ea erit Horizõtis obliqui proiectura, cuius Polus O in hunc modum inuenietur: Accipiatur in circulo Æquatoris arcus B I graduum sexaginta, vt cum B H sint in arcu H I omnino gradus nonaginta; fiatque D K ipsi D I æqualis, iunctaque I K ipsam D E intersecet in O: erit igitur O summum Horizontis fastigium, imum verò L, ambo quippe nonaginta vndique gradibus ab Horizonte distant.

Iam quoniam verticales omnes in imo supremoque cæli vertice conueniunt, perque
B æquales partes Horizontis transeunt, erit D E vnus illorum & idem, qui Meridianus; alter verò, qui & primarius nuncupatur, B O C per communes Æquatoris & Horizontis sectiones incedens, atque in formam ellipsis circum extremas diametros B C & O L descriptus: reliqui autem circa coniugatas quidem, at non extremas constituuntur diametros, quarum altera O L omnibus communis, altera propria cuiusque, nempe recta linea in plano Horizontis per centrum acta. Exempli causa, sit describendus verticalis circulus, qui per trigesimum gradum à Meridiano incedat: sumatur E P graduum triginta, à P verò ipsi B C recta secundùm normam adiungatur, quæ Horizontis proiecturam secet in G: erit igitur N G portioni graduum triginta repræsentatione æqualis per 23. huius: ducta itaque G F per centrum A, erit M F ipsi N G æqualis, & F G altera diametrus, altera verò O L
C ipsi F G coniugata (nam F O & O G circuli quadrantes repræsentant) circa quas descripta ellipsis F O G verticalem exhibet postulatum.

Eius autem inuentio sic se habet: Ducatur per O recta Q V ipsi F G parallela, quæ per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin in O continget: secet verò Q V circulum B D C in Q & S, fiatque per 11. lemma vt Q O ad Q S, ita Q V ad V S, & ab V per centrum A traiciatur V X circulum B D C in R secans: dico R X maximam esse diametrum, circa quam & puncta F, O, G, & L ellipsis describenda erit per 22. lemma, adiuuante lemmate 25. Nam ductâ O T ordinatim ad ipsam R X, erit quoque per lemma 23. libri quarti vt X T ad T R, sic X V ad V R: quamobrem per 34. primi Conicorum Apollonij V O ellipsin contingit, cuius quidem maxima diametrus R X, aliæ verò coniugatæ O L & F G. Hæc igitur est ratio descri-
D bendorum quorumcumque verticalium circulorum, præter Meridianum & primarium, quorum descriptiones antè explicatæ.

Altitudinum circuli, quoniam Horizonti sunt paralleli, omnes in vnius formæ proiecturam cadunt per 32. huius: at Horizon obliquè expositus in ellipsin procidit: igitur & circuli altitudinum in ellipses conformari debent, tum inter se, tum Horizontis proiecturæ similes. Esto itaque in proximo superiore schemate, in quo verticales descripsimus, Horizon B M C N, eiusque vertex O; oporteat autem Horizonti parallelum ducere: in verticalibus B O C & N D M sumatur puncta Y, α, Z & ε æquali interuallo ab Horizonte B M C N disiuncta, puta gradibus decem per 12. & 23. huius, & circa ea ellipsis describatur, vt lemmate 22. præcepimus, eritque hæc illius circuli proiectura, qui gradibus de-
E cem vndique supra Horizontem attollitur: eodemque modo se res habet in ceteris. Nec verò dissimilis est ratio constituendi circulum crepusculorum: nam & parallelus est Horizonti, ac gradibus 18. sub eo depressus.

Circuli domorum cælestium, & positionum, ac latitudinum, eamdem prorsus descriptionem habent, quam circuli verticales: nam commune aliquod habent congressionis punctum extra mundi Polos constitutum, & per æquales portiones alterius cuiuspiam circuli incedunt. Igitur vt domorum cælestium circuli in plano aptè designari possint, primò describendi erunt Horizon, Meridianus, & primarius verticalis: deinde diuidendus hic verticalis in 12. partes æquales: demum per oppositas eius sectiones, & communem Horizontis ac Meridiani sectionem ellipses describendæ erunt, vt de
F verticalibus iam antè docuimus.

Si verò positionis circulus aliquis postuletur, per easdem Meridiani & Horizontis sectiones ac datum punctum ellipsis ducenda erit, eo qui lemmate 22. præcipitur modo. Nam recta illa linea quæ communes intersectiones Horizontis & Meridiani connectit, vna erit diametrus futuræ ellipsis, quæ positionis circulum repræsentet; dato igitur prætereà quouis alio puncto in cæli superficie, ellipsis, quæ per hæc intra circuli B D C E ambitum describetur, circulum positionis postulatum exhibebit.

Latitudinum circuli non aliter describentur, quàm positionum circuli, aut ij qui domos cælestes distinguunt: nam eamdem omnino habent in sphæra dispositionem aspe-

aſpectumque ad nos ſimilem, vt propoſitione 48. oſtenſum fuit; ideoque eumdem quoque proiectionis modum. A

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO

Aſpectu per verticem ac ſphæræ centrum tranſlapſo.

PROPOSITIO L. PROBLEMA.

B

Omnes ſphæræ circulos in planum orthographicè conſignare, viſu per ſphæræ verticem centrumq; tranſlapſo.

Vti hactenus variè Sphæram deſcripſimus, ac vno quidem aſpectu in plano Meridiani, altero verò in plano Æquatoris: ita nunc eamdem in Horizontis planũ transfundere decreuimus, aſpectu ad perpendiculum à vertice in centrum ſphæræ delapſo. Habet enim hic ſitus iſ rebus Aſtronomicis permultas, eaſq; inſignes vtilitates. Hoc ſitu ipſe in primis Horizon circulari forma deſcribitur, cuius centrum verticis locum obtinet; Meridianus autem, ac verticales circuli in rectas lineas, quæ in Proiecturæ centrum A omnes conueniunt: in C quorum numero cenſetur Æquator, ſi ſphæra recta ſit; ceteri autem paralleli circuli in eadem recta ſphæræ conſtitutione, eamdem proiectionem habebunt, quam propoſitione 37. & 40. explicauimus: at in obliqua ſphæra propter aſpectus obliquitatem omnes paralleli, hoc eſt Æquator, Tropici, Polares, & qui diurni appellantur in ellipſes deſcribuntur, ſumendo in Coluris loca per quæ tranſeunt; quæ ratio in Eclipticæ quoque proiectione ſeruatur.

Horarij porrò inuenientur, quemadmodum in ſuperiore propoſitione verticales. Exempli gratia, ſit Horizontis planum circulo expreſſum BDCE circa centrum A, quod verticem repræſentet; ſitq; eleuatio Poli ſupra Horizontem DO, puta graduum triginta, totidemque alterius ſub Horizontem depreſſio EL, ita vt duo Poli ſint O quidem conſpicuus, L verò deliteſcens: Æquator autem ſit BMCN æquali ſpatio vndique à Polis diſtans. D Iam ſi Horarius quicumque deſcribẽdus ſit, vt puta horæ ſecundæ, accipiendus erit per 23. huius in proiectura Æquatoris à communi ipſius & Meridiani interſectione M ad F gradus triginta, qui duarum horarum ſpatium continent, ac totidem ab N ad G, iundaq; FG, circa coniugatas diametros OL & FG deſcribenda erit ellipſis per 22. & 25. lemma, quæ Horarium circulum ſecundæ horę exhibebit. Eodemq; modo ſe res habet in ceteris.

E

F

Ex his patet ea loca circuli BDCE in quibus is ab Horariorum proiecturis attingitur, (velut hîc punctum R quod à contactu

A tactu Horarij secundæ horę signatur) eadem esse, quę in horizontalibus planis ad Horo-
labiorum vsum, ex Gnomonices præceptionibus notantur: sic vt ex hac quoque Hora-
riorum proiectione omnis generis scioterica proueniant; horizontale quidem per se, ac
nulla facta reductione, cum proiectura Horizontis propter aspectus directionem primi-
tiuo circulo similis sit & æqualis per 15. & 16. huius libri propositionem: cetera autem
reductione facta ad prototypum; vt verticale, Meridiem spectans, reducendo puncta li-
neæ B C in quibus ab Horarijs secatur, ad primitiuum circulum, cuius ipsa est proiectura
per 14. huius: aut si verticale declinans poscitur, reducendo ad primitiuum circulum
partes alterius rectæ lineæ per A ductæ, in quibus ea ab Horarijs intersecatur: si ad Me-
B ridiem, aut aliò inclinatum desideratur, describendo eius loco ellipsin, & reuocando
eius ac Horariorum sectiones ad circulum primitiuum, vt prius. Hoc igitur pacto omnis
generis Horolabia conscribentur: quorum praxes tametsi operosiores sint, quàm vt vsui
esse possint, earum tamen contemplatio magnam adfert iucunditatem, cum ex ijs ap-
pareat infinita quædam nouarum inuentionum varietas, ex quarum multitudine ali-
quis semper delectus haberi potest.

De altitudinum circulis nil attinet dicere, cùm constet illos omnes forma circulari
describendos esse circa idem centrum A. Non sunt autem æqualiter reipsa distantium,
æqualia proiecturarum interualla: nam cùm verticales, per quorum æquales partes in-
cedunt, in rectas lineas projciantur, eisdem interuallis distabunt ab inuicem altitudi-
C num circuli, quibus æquales partes verticalium in lineares proiecturas transferuntur; hæ
autem inæquales sunt, & quæ longiùs à centro, minores per 12. huius: itaque æqualium
reipsa altitudinum circuli, quò sunt à vertice remotiores, eò semper propiùs ad se mu-
tuò accedunt, sic vt tandem in vnum multi propemodum confluant.

Qui cælestia domicilia distinguunt circuli, & ipsi facilem habent proiectionem: lo-
ca enim in quibus eorum figuræ congredientur, sunt D & E, communes nempe Hori-
zontis B D C E & Meridiani D E sectiones: hinc verò si per æquales portiones verticalis
primarij B C eos ducere placet, diuidenda erit proiectura B C in sex partes repræsentan-
do æquales per 12. huius, & per bina puncta æqualiter ab A dissita, itemque per D & E
ducendæ ellipses: hæ namque illos circulos domorum cælestium exhibebunt, qui obli-
D quo aspectu offeruntur; reliquorum autem vnus in circulum projcitur B D C E, puta
Horizon; alter, nempe Meridianus, in rectam lineam D E. At si per æquales partes Æqua-
toris hos circulos ducere mauis, secundùm Regiomontani placitum, secandus erit
Æquator B M C N in partes sex repræsentatione æquales per 23. huius, perque oppositas
ipsius sectiones, punctaq; D & E ellipses describendæ, persectumq; erit quod postulatur.

Eodem porro modo circuli positionum constituentur, si per puncta D & E, ac quod-
uis aliud in cæli superficie assumptum circulus, aut linea, aut ellipsis ducatur.

Circuli autem declinationum ac latitudinum eadem via & ratione in planum or-
thographice hoc sphæræ situ profundentur, qua circuli Horarij, quippe ab his illi nil
discrepant, nisi accidentaria aliqua nota, non autem propria aspectus sitúsve diuersitate,
E vt propositione 48. ostendimus.

Hactenus in sphæræ circulis lusimus, atque etiam diutiùs forsitan quàm par fuit: sed si perspecta omnia erunt quæ à nobis tradita sunt, non iniucundam fore eam varietatem confido. Si quid tumultuariè, si quid minùs enucleatè, si quid obscuriùs dictum; hanc nobis Lector culpam dona; si quid præter opinionem tuam, relege, attentiúsque meditare: cùm enim probè intellexeris, neutiquam laboris exactiq; temporis pœnitebit.

F RELIQVORVM CORPORVM REGVLARIVM ORTHOGRAPHICÆ PROIECTIONES.



I N T E R *ea corpora quæ certa lege efformantur, primum locum obtinet sphæra, vtpote capacissima, simplicissimoque ambitu circumscripta. Quamobrem quocumque modo aspectui offeratur, in directo plano vnam semper habet proiecturæ formam, eamque circularem; de qua hactenus copiosè, vt opinor, satis. Nunc de reliquis eius generis corporibus agendum est, nimi-*

rum

rum Cono, Cylindro, Pyramide, Prismate, Tetraëdro, Cubo seu Hexaëdro, Octaëdro, A
Dodecaëdro, & Icosaëdro, & ceteris quæcumque aliquam laterum uniformitatem habent. Ex horum enim vel rudi tantùm adumbratione facilè quiuis irregularium corporum proiectiones assequetur. Porrò ex ijs quæ modò recensuimus, scias Lector per regularia corpora non intelligi hoc loco ea duntaxat, quæ vel Isoperimetra vocantur, vel quæ sedibus æquilateris constant, aut quæ sphæræ inscribuntur: sed nonnulla etiam quæ nec sphæræ inscribi possunt, vt quandoque sunt Prismata & Pyramides; B
nec æquilateras sedes habent, vt Coni & Cylindri; nec Isoperimetra sunt, vt quæ eidem sphæræ inscribuntur diuersa polyedra: sed ea omnia quæ aliquam laterum uniformitatem adepta sunt, quæ in planum commodè transcribi possunt, cuiusmodi inter cetera sunt illa quæ superiùs nominauimus.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si visus in axem coni incidat, aut in lineam axi parallelam, spectatus conus circuli forma transferetur, cuius centrum erit ipsius coni vertex. C



De cono hîc agimus recto, cuius basis circulus, vertex autem à circumferentia basis æqualibus vndique distat radijs: is namque maximè regularis est. Procidat igitur visus primò per axem, sic vt axis radiusque opticus vna eademque sit recta linea: dico coni proiecturam circulo contineri, cuius centrum sit ipsius verticis axisque proiectura: natu axis centro basis perpendiculariter insistit. Quare basis directè visui opponitur, ipse autem axis perpendiculariter; ac proinde basis in circulum proijcitur per decimam quintam propositionem libri huius: axis verò per tertiam huius vt punctum, quod idem cum basis centro esse oportet, quòd axis in centrum basis incidat: at reliquæ partes coni intra proiecturam basis continentur, quoniam peripheria basis omnium partium, quæ ab axe distant, remotissima est: igitur totus conus in circularem formam proijcitur, cuius centrum est ipsius coni vertex in idem planum proiectus. D

Eadem prorsus coni transcriptio erit, si visus in lineam axi parallelam incidere concedatur. Nam cùm ceteri omnes radij, æquè ab hoc distantes ducendi sint per primam huius libri propositionem, perspicuum est illum qui in verticem coni incidit, eumdem esse cum axe, ac ceteros eodem modo se habere, quo prius: in hoc siquidem proiectionis genere nulla est principalis radij à ceteris distinctio, cum omnes nulla habita oculi ratione, tamquam ab infinito recessu euocandi sint, & tum principali radio, tum inter sese paralleli ducendi. E

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Si visus in eodem sit plano, in quo & coni basis, spectatus conus in triangulum proijcietur, ei quod per axem simile & æquale.



Constat in primis hoc oculi aspectu basin coni in rectam lineam projici ipsius diametro æqualem per 10. propositionem huius libri, propterea quòd radij omnes ad ipsam pertinentes in eodem sint cum ipsa plano: deinde si per latera coni radij ducantur tum inter se tum basi paralleli, hi duas velut radiosas superficies complebunt, quarum communis sectio erit radius ille qui per verticem transit, cuiusmodi videre est in schemate propositionis centesimæ septimæ libri quarti. Hæ autem superficies, quoniam in rectis lineis conum attingunt per lemmation ad propositionem centesimam quartam libri quarti explicatum, productæ ad planum vsque, in id coni latera propria magnitudine, ac situ deportabunt: nam & planum, & latera coni directè visui obuersantur. Quare ex his [illegible] lineis eadem magnitudine plano exceptis, triangulum conficietur ei, quod per axem coni ducitur, & simile & æquale; quod erat probandum. F

PRO-

A PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si radius principalis planum conicæ basis secet, nec sit axi parallelus, conus ipse triangulari forma in plano describetur, cuius quidem duo crura recta erunt, basis autem dimidiata ellipsis.

VTI superiore propositione, ita & in præsenti perspicuum est, latera coni in rectas lineas profundi: nam per lemmation prop.104. lib.4. radij omnes, qui ad superficiem coni, excepta basi, pertinent, in rectis lineis eam con-
B tingunt: hæ verò, cùm radij optici neq; basi neque axi sint paralleli, obliquè oculo obijciuntur: igitur per rectas lineas plano inscribûtur per 5.huius. Deinde cùm & basis eamdem ob causam obliquè ad aspectum se habeat, erit ipsius proiectura ellipsis per 21.huius: at eius dumtaxat medietas conspicua est, velut & totius coni: itaque hoc oculi situ conus in triangularem formam proijcitur, cuius duo quidem crura rectæ sunt lineæ, basis autem dimidiata ellipsis; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Proiecta cylindri forma, si radius axi parallelus sit, circularis est.

C HOC oculi aspectu basis cylindri directè cernitur, vt per se patet, quòd scilicet, vti axis ita & ceteri omnes radij axi paralleli rectis angulis in eam incidant: igitur per 15. huius basis cylindri in circulum proijcitur, eumq; primitiuo circulo, hoc est basi æqualem per 16.huius. At eadem prorsus ratione, quotquot cylindri sectiones basi parallelæ producentur, omnes circulari forma in planum cadent: sunt enim omnes circuli quemadmodum & basis per 5. propositionem libri primi Sereni Antinsensis de sectione Cylindri, & simili omnes dispositione cernuntur, quòd basi sint parallelæ. Præterea cùm cylindri axis perpendiculariter exhibeatur, cadet is in punctum per 3.propositionem libri huius; ac proinde omnium circulorum centra, quæ per eamdem 5.libri primi Sereni in axe sunt constituta,
D vnum punctum erunt: sed & omnium peripheriæ in vnam incident, quòd æquales sint omniũ proiecturę per 16.huius, & ex eodẽ centro apparent descriptæ: igitur proiecta cylindri forma, si radius opticus axi sit parallelus, circularis est; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Si radius axi normalis existat, erit cylindrus plano exceptus rectangulũ, cuius duo latera axi, duo verò basis diametro æqualia erunt.

PERSPICVA est huius propositionis explicatio ex iis quæ hactenus sunt demonstrata: nam bases in primis cùm perpendiculariter exhibeantur,
E in rectas lineas procident, ipsarum diametris æquales per 15. & 16. libri huius: sed & latera in rectas lineas ipsis æquales directo aspectu producentur per 4.huius: siquidem radiosæ superficies, quæ ad cylindri latera pertinẽt, in rectis lineis ipsum contingunt per lemmation prop.95.li.4. hæ igitur ad planum vsque productæ, æquali, vti dictum est, magnitudine in planum cadent: quocircà cylindrus in rectangulũ proijcietur, cuius duo latera longitudini, duo crassitiei æquabuntur.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Cùm radius axem cylindri obliquè secat, proiecta figura quadrila-
F *tera est, cuius duo latera recta sunt & parallelæ lineæ, duo verò dimidiatæ ellipses.*



ET hæc propositio ex demonstratis liquet: nam per 5.propositionem libri huius constat latera in rectas proijci lineas, easque parallelas per 29. libri huius: sed & bases in ellipses procidunt propter aspectus obliquitatem, vt propositione 21.huius libri ostendimus, quarum cùm solæ medietates vltra cylindri latera conspicuè promineant, fit vt cylindri eo aspectu in planum producti, duo latera recta sint, eáque parallela; duo verò dimidiatæ ellipses, in diuersum proiectæ; quod erat ostendendum.

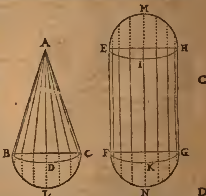
Ex his constat omnem cylindri ac coni proiecturam triplici differentia contineri, A
quam triplex aspectus suggerit: visus enim aut perpendiculariter, aut directè, aut obliquè in axem incidit; si perpendiculariter, figura proiecta tam cylindri quàm coni circulus est: si directè, coni quidem transcriptio triangulum est, cylindri verò quadrangulum; si denique obliquè, mixtæ figuræ producuntur ex rectis atque ellipseoidibus lateribus, vt ex dictis constat.

PROPOSITIO LVII. PROBLEMA.

Cylindri & coni proiecturas in partes æquales secundùm longitudinem repræsentando secare. B



TRIBVS modis, vti iam dictum est, spectari possunt hæc corpora, atque ex triplici aspectu in varias formas proiici: primò in circulos, vt propositione 51. & 54. secundò in rectilineares figuras, vt propositione 52. & 55. hic autem notantur litteris A B C & E F G H: tertiò in mixtas figuras ex rectis lineis atque ellipseôn portionibus, vt propositione 53. & 56. quales hic sunt A B D C, & E F K G H I. C



Cùm in circulos proiiciuntur, non est difficile expedire propositum problema: nam secto in partes æquales circulo, perfectum erit quod postulatur, vt ex propositione 19. huius libri constat.

Cùm verò in figuras rectilineas transcribuntur, vt conus in triangulum A B C, cylindrus verò in rectangulum E F G H, describendi erunt circa bases B C, item E H & F G velut diametros semicirculi B L C, E M H & F N G, iique in partes quotcumque æquales distribuendi, vt hic ipsos octifariàm sectos vides: deinde à diuisionum signis ad diametros perpendiculares ducendæ; ac tum demum in cono quidem à diametri punctis rectæ ad verticem A sunt destinandæ, in cylindro verò, quæ à semicirculis prodeunt rectà producendæ, ita vt similes semicirculorum peripherias, quæ ad easdem partes sunt attingant, fiantque axi parallelæ, vtpote quæ æquales & parallelas diametrorum portiones connectunt. D

Dico igitur hisce lineis coni ac cylindri superficies, exceptis basibus, in partes æquales repræsentando dissecari: quoniam enim (vt in cono primùm demonstrationem instituamus) per 52. huius libri propositionem, basis coni in rectam proiicitur lineam B C, hæcq; à perpendicularibus, quæ ab æqualibus peripheriis semicirculi ducuntur, in partes repræsentatione æquales diuiditur per 12. libri huius, perspicuum est superficiem coni, excepta basi, lineis à vertice A ad partes lineæ B C demissis in partes æquales secundùm aspectum distingui: quod enim reipsa præstant lineæ à vertice coni ad partes æquales basis ductæ, hoc ipsum secundùm aspectum exhibent lineæ à proiecturæ vertice A in proiecturam basis B C procidentes. Eodemque modo se res habet in cylindri sectione: nam quoniam E H & F G sunt baseon proiecturæ, secenturque ab illis rectis lineis, quæ à semicirculis normaliter ducuntur, in partes repræsentatione æquales, manifestum est & quæ has partes connectunt, rectas lineas axi parallelas secare cylindri superficiem, exceptis basibus, in partes aspectu æquales. E F

Denique cùm ex obliquo intuitu bases in ellipseon portiones proiectæ deformantur, quales hic sunt B D C & F K G, non iam vt priùs a locis in quibus rectæ lineæ B C & F G in partes repræsentatione æquales distributæ sunt: sed à locis in quibus ellipses B D C & F K G orthographicè dissecantur, rectæ lineæ euocandæ sunt, & in cono quidem ad verticem A destinandæ, in cylindro verò pari ab axe interuallo producendæ.

Ex his facile est rationem colligere, qua in orthographicis ædificiorum descriptionibus columnarum striæ sint constituendæ, quas perperàm aliquando pari interuallo di-

stinctas

A ſtinctas in quorumdam deſignationibus animaduertimus, cùm ex dictis perſpicuum ſit earum intercapedines à medio ad vtrumque latus hinc inde minui. Eſt tamen diuerſa habenda ratio illarum columnarum, quæ in ſummitate contractutam admittunt; nec minor illarum quæ circa medium turgent, & ad apophyſis extremitatem ventrem promittunt: in his enim medius canaliculus recta ſemper linea deſcribendus eſt; ceteri autem quò propiùs ad latera accedunt, eò ſemper magis extimam ſcapi inflexionem æmulabuntur.

Eadem quoque ratio tenenda eſt dum columnæ deſcribendæ ſunt in circulum digeſtæ: hæ namque velut cylindrum quemdam efficiunt, cuius ima baſis ille eſt circulus;
B cui ſtylobatæ omnes inſiſtunt; ſumma verò is qui capitulorum abacis ſupernè incumbit; ipſa autem quæ exceptis baſibus relinquitur ſuperficies, ea eſt quæ columnarum ordinem toto in circuitu excipit: igitur in harum deſcriptionibus eadem, quæ in cylindris locum habet, ratio eſt obſeruanda.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Pyramis tetraedra ex facie directè ſpectata projicitur in triangulum æquilaterum.

C CORPORA quæ πολύεδρα vocantur, hoc eſt multilatera, tribus partibus conſtant, nempe planis ſedibus, ac rectis deinde lineis, velut planorum commiſſuris, tum denique punctis in quæ planorum lineatumque anguli terminantur: quare tribus hæc modis ſpectari poſſunt; aut enim in planum aliquod, aut in commiſſuram, aut in angulum viſus directò incidit, è quibus modis totidem proiectiones naſcuntur.

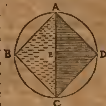
Eſto itaque vt in latus pyramidis viſus directè procidat: dico ipſius proiecturam fore triangulum æquilaterum: cùm enim præter id corporis quod ſpectatur, nil in planum tranſcribi poſſit; ſpectetur autem ſolum triangulum æquilaterum, neceſſe eſt pyramidem ex eo aſpectu in triangulum projici, idque æquilaterum, propterea quòd rectæ illæ lineæ quæ ſpectarum pyramidis latus ſuccingunt, in æquales lineas per quartam propoſi-
D tionem libri huius tranſcribantur.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Si viſus in duarum ſedium commiſſuram directè incidat, pyramis tetraëdra in quadratum projicietur duobus triangulis dimenſum.

ID in primis obſeruatione dignum hoc loco eſt, & ad ſequentes etiam proiectiones vtile, omne corpus regulare, vti reipſa ſphæræ inſcribi poteſt, ita quoque in figuram circulo inſcriptam projici, ſi directè aſpectui objicia-
E tur, hoc eſt ſi radius opticus, qui per centrum corporis ducitur, ſimul in angulum incidat, aut in centrum plani lateris, aut duorum laterum communem lineam bifariàm ſecet. Hoc enim aſpectu, quæ primarium radium vndique circumſtant corporis partes, ſimilem diſpoſitionem ad oculum habent: quare proiectæ vel eamdem magnitudinem retinent, vt quæ directè obiiciuntur; vel pari obliquitate contrahuntur, vt ceteræ.

Cadat iam principalis radius directè in lineam A C ad medium ipſius ſignum E: palàm igitur per 4. propoſitionem libri huius A C in lineam projici primitiuæ æqualem: at eadem ratione linea B D, quę poſt corpus latet, ſolaque extrema ſpectanda offert, in rectam proijcitur lineam primitiuæ æqualem: itaque harum
F duarum linearum proiecturæ ſeſe in circuli centro E bifariàm & ad rectos angulos interſecant: quare & A B, B C, C D & D A proiectæ in rectas quidem lineas cadent, ſed contractas per 5. propoſitionem huius; & quia ſimili diſpoſitionis obliquitate aſpectui offeruntur, etiam inter ſe æquales erunt: quamobrem tetraëdra pyramis eo modo ſpectata, vt viſus in duarum ſedium communem commiſſuram directè incidat, in quadratum tranſcribitur duobus triangulis dimenſum; quod erat explicandum.



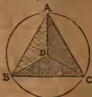
A

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Visu per angulum tetraëdra pyramidis directe transeunte, ipsa in triangulum æquilaterum proijcitur ex tribus æqualibus triangulis ad centrum constitutis compositum.



VONIAM hoc aspectu tres simul sedes pyramidis conspicuæ sunt, quatæ perimetro comprehensæ, necessum est totam pyramidis proiecturam intra quartæ sedis proiecturam contineri: hæc autem in triangulum æquilateram A B C proijcitur: quoniam enim radius opticus, qui per angulum D simul & centrum pyramidis traijcitur, ad planum A B C rectus est, erit auersa pyramidis facies directè visui exposita; quare proiecta in planum similis sibi erit & æqualis: est verò primitiua illa pyramidis facies triangulum æquilaterum: itaque & proiectura æquilaterum triangulum erit. Quòd autem ea proiectura tribus triangulis æqualibus constet ad centrum terminatis, ita ostenditur: Radius omnis opticus in indiuiduo puncto planum intersecat: at pyramidis vertex D, centrumque in eodem sunt radio ex hypothesi: igitur D in centrum proiecturæ A B C cadit: æquales itaque sunt inter se A D, B D & C D per circuli ac trianguli definitionem: sunt verò, vt iam ostensum est, & A B, B C, C A æquales: igitur triangula quæ in basibus A B, B C & C A ad centrum D constituuntur, sunt inter se æqualia. B



C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Cubus ex directo lateris aspectu in quadratum proijcitur.

PERSPICVA est hæc propositio ex ipsa radiorum productione: nam radiosæ illæ superficies, quæ per extremitatem obiecti lateris ducuntur ad spectatum Cubi latus rectæ sunt ob situm directum: quare vnaquæq; illarum in eodem est plano cum latere proximo illi quod directè spectatur: igitur hoc aspectu nil Cubi cernitur præter solum latus directè obuersum; adeoq; totius Cubi proiecta forma, huius lateris proiectura continetur. Quod autem quadratum directè obiectum in quadratum proijciatur, ex eo ostenditur, quòd radiosæ illæ, quas diximus, superficies Prisma constituant, quod parallelis planis sectum similes exhibet sectiones: at visum Cubi latus & planum quo proiectura excipitur parallela sunt ob situs similitudinem: itaque cùm latus Cubi quadratum sit, erit & proiectura ipsius quadratum; quod demonstrandum erat. D

E

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

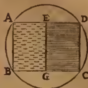
Cubus visu per oppositas superficierum commissuras directè procidente, in rectangulum proijcitur, altera parte longius, ex duobus rectangulis inter se æqualibus, totíque similibus compositum.



HOC in primis manifestum est, in hac visus obiectique dispositione duo tantùm Cubi latera simul videri, non autem plura: cùm enim communis duorum laterum linea directè obijciatur, radij omnes optici in eam rectis angulis incident, è quibus ij qui ad extremitates pertinent, cum duobus planis coincidunt, quæ proinde vt rectæ lineæ parallelæ A D & B C in planum transcribuntur per 8. propositionem huius; reliqui autem radij in duo latera obliquè incidunt, quæ proinde videntur quidem, sed contracta per 9. huius. Ex quo facilè ostendi potest propositum: nam duorū laterum apparentiū extremæ lineæ A B & D C in rectas lineas proijciuntur, easq́; parallelas per 29. huius; siquidem ipsæ parallelæ inter se sunt: cumque circulo hæc omnia inscribi possint, sequitur A B C D rectangulum esse. F

Deinde cum A E D & B G C proiecturæ sint duorum laterum Cubi ex eo aspectu, quo ipsorum diametri directè obuertuntur, fit vt A D & B C quadratorum diametris sint æquales, quorum latera lateribus A B & C D sunt æqualia: at in quadratis figuris maior est diame-

A diametrus latere: itaque rectanguli latera A D & B C ipsis A B & C D sunt lateribus maiora: quare ipsum rectangulum altera parte est longius.



Tum EG, quæ communis est apparentium sedium commissura, vti reipsa parallela est lateribus A B & C D, ita & in proiectura per 29. huius; ac proinde A B C D rectangulum per lineam E G in duo dispescitur rectangula; quæ etiam æqualia inter se esse dico, quòd latera A E, B G lateribus E D & G C in proiectura æqualia sint, propter similis obliquitatis aspectum.

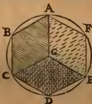
B Demum rectangula A G & G D toti A C similia esse ex eo potest demonstrari, quòd in quadratis figuris dimidia diametrus ad latus eam rationem habeat, quam latus ad totam diametrum; siquidem in quadratis inæqualibus ita se habet latus ad latus, vt diametrus ad diametrum: sed quadrati latus diametrus est eius, quod ex dimidia diametro totius fit, quadrati: igitur vt dimidia diametrus ad latus, ita latus ad totam diametrum: at A E dimidia est diametrus eius quadrati quod ex latere fit A B, & cuius diametrus A D: itaq; vt A E ad A B, sic A B ad A D; est ergo A G rectangulum rectangulo A C simile: est verò E C rectangulum ostensum rectangulo A G æquale; quocircà erit & E C rectangulũ rectangulo A C simile.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

C *Cubus, visu per oppositos angulos transmisso, proijcitur in Hexagonum è tribus æqualibus similibúsque Rhombis conflatum.*



Hic tria simul spectantur latera A C, C E & E A, quot scilicet ad anguli spectari G constitutionem conueniunt: at cùm singula hæc latera quatuor lineis constent, è quibus binæ in G concurrunt; erunt præter has, quæ in G terminantur, reliquæ numero sex, quibus tota Cubi proiectura continetur A B, B C, C D, D E, E F & F A: itaque in Hexagonum proijciturCubus, eo quo dictum est modo aspectui obiectus.



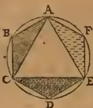
Deinde cùm eæ, quæ in G (quod & proiecturæ centrum D est) coëunt, singulæ duobus lateribus sint communes, tres tantùm A G, C G & E G intra proiecturæ extimos fines reliquæ sunt, quibus proinde Hexagonum trifariàm diuiditur. Quòd autem hæ mediæ A G, C G & E G extimis illis, atque etiam inter se sint æquales, inde probatur, quòd sint eiusdem circuli semidiametri: at circuli semidiametrus æqualis est lateri Hexagoni circulo inscripti: igitur omnes quæ apparent Cubi lineæ sunt inter se æquales. Sunt verò & anguli Hexagoni circulo inscripti æquales, quorum alternos A G, C G, E G in æquales angulos dispescunt: itaque & qui ad centrum anguli con-

E ueniunt sunt æquales: ideoque Rhombi A C, C E & E A, in quos Hexagonum diuiditur, & inter se æquales, & similes sunt; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Octaëdrum, visu per opposita plana perpendiculariter transeunte, in Hexagonum proijcitur, cuius alterni anguli rectis coniunguntur, quæ triangulum æquilaterum efficiunt.





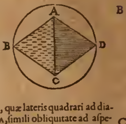
Nam quatuor hoc situ aspectúque latera conspicua sunt: vnum quidẽ A C E directè, quod F proinde in triangulum æquilaterum, quale reipsa est, proijcitur; reliqua autem oblique hunc circumstant, quorum extremæ lineæ, dempto triangulo A C E, sunt numero sex, nempe in singulis duæ: quæ cùm pari omnes obliquitate à directo aspectu deflectant, pari etiam mensura à propria magnitudine proiectæ contrahuntur; itaque Hexagonum in plano efficiunt, quod ductis per alternos angulos rectis lineis, triangulum æquilaterum inscriptum habeat.

PROPOSITIO LXV. THEOREMA. A

Octaëdrum per oppositas planorum commissuras spectatum in Rhombum proijcitur, cuius minor diametrus ad maiorem eam rationem habet, quam quadrati latus ad diametrum.



duobus Octaëdri lateribus A B C & A D C, quæ hoc situ tantummodò videntur, quatuor lineæ totam proiecturam complectuntur, A B, B C, C D & D A, quandoquidem vna A C communis est, vtrumque latus dirimens: est porrò A C ad B D ea proportio quæ lateris quadrati ad diametrum; siquidem Octaëdrum quadrato, quod eidem circulo inscribitur cui & Octaëdrum, bifariàm secatur, cuius quidē latus est A C, in quam visus directè incidit, diametrus verò B D, quæ etiam directè spectatur. quare cùm neutra in planum proiecta magnitudinis mutationem suscipiat per 4. huius, erit, vti in reipsa, ita quoque in plano ipsius A C ad B D ea proportio, quæ lateris quadrati ad diametrum: cùm verò quatuor extimæ lineæ A B, B C, C D & D A, simili obliquitate ad aspectum se habeant, erunt ipsæ in planum profusæ minores quidem, quàm sint reipsa, at inter se æquales: quare, quod propositum fuit, Rhombus erit A B C D Octaëdri proiectura, cuius minor diametrus A C ad maiorem ita se habet vt quadrati latus ad eiusdem quadrati diametrum; quod probandum erat. B C

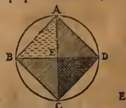


PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Si per oppositos angulos visus incedat, Octaëdrum in quadrati formam proijcitur, quod duabus dimetientibus ceu decussi in quatuor triangula dispescitur. D



VATVOR hoc situ triangula Octaëdri videri perspicuum est: nam totidem in compositionem anguli E directè spectati conueniunt, quæ proinde vno intuitu visus complectitur. Cùm verò ex eorum lateribus solæ bases A B, B C, C D, & D A extimæ sint, ceteris in E congressionem facientibus, necesse est vniuersam Octaëdri proiecturam quatuor lateribus iam dictis contineri. Nunc eamdem figuram in planum transcriptam quadratum esse propria appellatione nuncupatum, hinc demōstrabitur, quòd primitiuum planum A B C D, Octaëdrum per quatuor angulos bipartitò diuidens, fit reipsa quadratum: quoniam ergo principalis radius per E, alterumque ei oppositum angulum incedens, per centrum quoque quadrati primitiui A B C D rectis angulis traijcitur, directò illud spectabitur, ac per 32. propositionem libri huius in quadratum æquale proijcietur; quod erat probandum. E



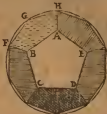
PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes directè translapso in Decagonum producitur, sex Pentagonis constans, è quibus id quod medio existit loco, æquiangulum & æquilaterum est. F



VONIAM Dodecaëdri plana obtusis angulis inter se committuntur, fit vt in proposita corporis constitutione medium omnino sedium numerum visus vno aspectu complectatur. Sunt autem singulæ sedes pentagonæ: igitur vniuersam proiecturam sex Pentagona dispertiunt, e quibus id, quod medium locum obtinet A B C D E, æquiangulum est & æquilaterum, propterea quòd directè visui obijciatur ex hypothesi: cetera autem quæ circumstant,

A cumstant, nec æquilatera sunt, nec æquiangula, propter aspectus obliquitatem: sed in iis anguli F G H, H A B & F B A, primitiuis maiores sunt per 53. propositionem libri quarti; reliqui autem A H G & B F G primitiuis minores per eamdem 53. eiusdem libri; & latus A B omnium maximum est, vtpote primitiuo æquale, deinde F G & G H ipso A B minora, propter situs obliquitatem; tum demum omnium minima A H & B F, quòd à directo aspectu omnium maximè declinent.



Nunc ostendendum sit hæc omnia in Decagonum
B proiici: quoniam singula illa Pentagona, quæ in ambitu medium stipant, quinque lineis concluduntur, atque ex his tres versus medium contrahuntur, duæ autem tantummodò ad extima prosiliunt, manifestum est ex binis lineis quinquies sumptis, quot scilicet Pentagona circa medium versantur, decem prouenire: quæ cùm ob similem aspectus obliquitatem in æquales lineas transcribantur, Decagonum constituunt æquilaterum: sed & æquiangulum, quòd omnium eadem sit ad inuicem inclinatio; igitur Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes perpendiculariter translapso in Decagonum proijcitur, sex Pentagonis distinctum, è quibus vnum, quod medium locum obtinet,
C æquiangulum est & æquilaterum; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si visus per opposita latera directè incedat, Dodecaëdri projecta forma hexagona erit, ex quatuor hentagonis composita, neque æquilateris, neque æquiangulis.

E duodecim superficiebus, quæ Dodecaëdrum ambiunt, quatuor omnino hoc situ ab aspectu subducuntur, quatuor item in rectas lineas proiectæ in-
D cidunt A B, B C, D E & E F, vtpote perpendiculariter expositæ: itaque solæ quatuor supersunt conspicuæ à directo intuitu nonnihil deflectentes, quarum latera duobus exceptis A F & C D, vel ad medium contendunt, vel lateribus A B, B C, D E & E F congruunt: igitur sex dumtaxat latera totam corporis proiecturam succingunt: quare hexagona ipsius est forma, ex quatuor Pentagonis composita, iis scilicet, quæ sola conspicua esse iam proximè diximus: sunt verò ea nec æquilatera, nec
E æquiangula propter aspectus obliquitatem, vt superiore propositione ostensum est.



PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visu per oppositos angulos Dodecaëdri traiecto, ipsum in Dodecagonum proijcitur, cuius alterna latera æqualia sunt.

PERSPICVVM est hoc aspectu, vt & illo quo visus per oppositas sedes traijcitur, (de quo propositione 57.) sex plana Dodecaëdri simul videri,
F quæ proinde totam proiecturæ aream complent, quorum tria centrū proiecturæ G mucronibus attingunt, tria item paribus interuallis G H, G K & G L, à centro G sese retrahunt. Porrò omnium bases A B, C D, E F, &c. inter Dodecagoni latera connumerantur: sunt verò ipsæ inter se æquales, vti reipsa, ità quoque in planum transfusæ, quòd directè omnes cernãtur: at quia inter singulas superficierum bases singula præterea latera sese intersecant, vt B C, D E, &c. minora quidem ipsis basibus



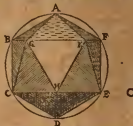
bus propter maiorem obliquitatem, sed æqualia inter sese, ob similem obliquitatem A
aspectus, palàm est Dodecagonum esse ipsam corporis proiecturam, eiusque alterna latera æqualia esse, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Icosaëdrum ex superficie directè spectatum in Hexagonum proijcitur decem triangulis distinctum, è quibus id, quod medium locum obtinet, æquilaterum est & æquiangulum. B



ÆC propositio eamdem habet explicationem, quam superiores: constat enim hoc situ medium superficierum numerum videri, hoc est decem è viginti, quòd nimirum anguli solidi ad puncta G, H, & K ex quinque planorum concursu effecti, obtusi sint, hoc est rectis angulis maiores, sunt porrò recti anguli solidi qui tribus planis angulis rectis in vnum punctum collectis continentur, vt ij qui in Cubo visuntur: cumq; sex dumtaxat ex illis decem sedibus circa ambitum versentur, quarum duo quidem latera ad medium contendunt, sola autem basis extremum locum tenet, fit vt Hexagonum sit totius proiecturæ schema A B C D E F decem triangulis distinctum, è quibus id quod medium locum obtinet G H K æquiangulum est & æquilaterum: nam ex hypothesi directè aspicitur. C

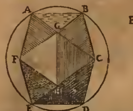


PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Ex directo oppositorum laterum aspectu Icosaëdrum in Hexagonum proijcitur ex octo triangulis compactum, quod neque æquilaterum est, neque æquiangulum. D



VONIAM hoc aspectu quatuor superficies perpendiculariter obiectantur, eæ nimirum quæ lateribus B C, C D, E F & F A adiacent, & in has ipsas rectas lineas proijciuntur per 8. propositionem huius libri, consequens est vt e reliquis decē & sex planis, quibus Icosaëdron perficitur, octo è regione sint oculi atque conspicua, totidemque à tergo occultentur: igitur octo omnino triangula vniuersam Icosaëdri proiecturam explent, è quibus duo in medio ad commune latus G H sunt constituta, reliqua verò sex bina latera verticesque ad G & H puncta protendunt, solisque basibus A B, B C, C D, D E, E F & F A proiecturam claudunt, quę proinde Hexagona est: atcùm latera A B & D E directè obijciantur, vti & G H, cetera autē obliquè, erunt A B & D E ipsi quidem G H æqualia, ceteris autem B C, C D, E F & F A maiora, angulique B C D & A F E, reliquis maiores. quocircà Hexagonum proiecturæ schema, neque æquiangulum est, neque æquilaterum; quæ omnia ostendisse oportuit. E



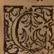
Sunt porrò ipsa triangula isoscelia quidem, quoniam duobus æqualibus lateribus F
omnia constant; at neutiquam inter se similia: siquidem illa dumtaxat quæ sibi ex aduerso opponuntur, laterum angulorumque æqualitate conueniunt. Itaque triangulum A G B opposito sibi E H D simile est & æquale; sic & G C H ipsi G F H, denique A G F ipsi D H C, & B G C ipsi E H F; quorum omnium vna est ratio aspectus similitudo: quo fit, vt A G F ipsi etiam B G C, itemque D H C ipsi E H F sit simile & æquale. Nam quia latus C G lateri C H, & latus C B lateri C D, rursumque latus B G lateri D H est æquale; erunt triangula B G C & D H C similia & æqualia. Eodemque modo A G F & E H F: igitur & inter se A G F & B G C, itemque D H C & E H F similia sunt & æqualia.

PRO-

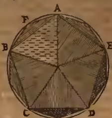
A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Icosaedrum per oppositos angulos spectatum, in Decagonum proijcitur inscriptum habens Pentagonum, in quo quinque triangula similia ad centrum conueniunt, totidemq́ extra procurrunt & ipsa inter se similia.



B CVM quinque triangula ad solidi anguli corporis Icosaëdri constitutionem conueniât, palàm est horum quinque triangulorum bases A B, B C, C D, D E & E A Pentagonum efficere, ipsaq; triangula inter se similia esse, ob similem omnium laterum dispositionem. Rursus quia triangula, quæ deinceps hisce basibus proximè adiacent, vt est A F B, vertices protendant ad peripheriam circuli, cui Pentagonum inscribitur, necesse est singulis Pentagoni lateribus duo latera, qualia sunt A F & F B, insistere: quocircà Decagonum erit totius corporis



C Icosaëdri proiectura. Sunt insuper quæ Pentagoni lateribus insistunt, & ad circuli peripheriam protenduntur triangula, simili dispositionis genere aspectui obiecta: igitur & ipsorum proiecturæ similes inter se erunt, quamuis longè magis contractæ, quàm illorum quæ intra Pentagonum continentur, ob maiorem illorum obliquitatem. Quæ omnia quoniam ex ipsius corporis intuitu clariora sunt quàm ex prolixa singulorum demonstratione, nihil opus est pluribus verbis explicare.

Igitur de his tantùm. Nunc, quo pacto totius frontis orthographica proiectura instituenda sit, pretium operæ erit ostendere, quando adeò frequens eius est vsus, vt in om-
D *nibus penè structurarum molitionibus vsurpetur, ceu forma quædam operis, atque ideæ vicaria quæ Architectum instruat, dirigat, &, quod caput est, de totius operis probitate securum reddat.*

PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA.

Aedificij frontem ex aduerso spectatam orthographicè in plano describere.



E NOTANDVM hoc loco primùm est per frontem ædificij non eam dumtaxat faciem intelligi, quæ in anteriore parte sita ingredientes prospectat, & varijs columnarum ordinibus, signisq́ue, ac fastigio exornatur: sed eam omnem, quæ vnico aspectu cerni directè potest, siue interna illa sit, siue externa, siue vno consteт plano, siue pluribus post se mutuò constitutis; veluti si pars quædam ædificij columnis subnixa ex fronte describenda sit, post hanc verò alia existat, quam etiam describere in eodem plano oporteat, qua per intercolumniorum vacua aspicitur, fieri inquam potest, vt vtriusque frontis spectata portio describatur, quamuis proiecta figura nullam frontium intercapedinem profunditatemque exhibeat.

F Deinde & hoc notandum, in frontis designatione principalem radium eum vocari, qui ab intuentis oculo ad obuersam ædificij frontem rectis perducitur angulis: hunc ad Horizontis planum perlibratum esse ex eo constat, quòd structuræ parietes eidem plano Horizontis ad perpendiculum insistant: est enim libra recta perpendiculi intersectio, vt ex vtriusque perspicuum est definitione.

Principali radio ceteri ducentur paralleli, vt propositione 1. huius libri faciendum docuimus: ex quo eueniet vt lineæ omnes, quæ secundùm libellam directò profunditatem petunt, in puncta procidant per 3. propositionem huius libri: quæ verò ad eiusdem libellæ æqualitatem constitutæ has rectis angulis intersecant, (transuersas vocare liceat) in rectas plani lineas & ad Horizontem libratas transcribantur: quæ autem vtrisque

que ad perpendiculum insistunt, etiam vt rectæ lineæ in plano designentur, quæ cum A
transuersis rectos angulos efficiant.

Demum cùm proposita structuræ facies plano, cui inscribi postulatur, sit parallela, perspicuè patet, orthographicam descriptionem primitiuæ figuræ ex aduerso spectatæ similem per omnia esse oportere; hoc solo discrimine, quòd in proiectura nulla exprimi queat profunditas, quæ tamen in reipsa existere subinde potest.

Et hoc dignum est obseruatione, quod Vitruuius in definitione Orthographices acutè notauit, posse ea quæ orthographicè in plano describuntur, coloribus depingi, vt illustriorum colorum perfusione partes quædam extare præ ceteris videantur velut lumine collustratæ; aliæ autem obscuriorum adumbratione sub his delitescere, ceu ma- B
gis in profunditatis recessum abactæ: sic inquam definit ille libro primo capite 2. *Orthographia est erecta frontis imago, modiceq; picta rationibus operis futuri figura.* Ea namque colorum suffusione nihil de perfectione descriptæ figuræ decedit; accedit autem percommodè magna partium distinctio, ac nonnulla etiam profunditatis repræsentatio, quæ solis lineamentis exhiberi nulla ratione potest.

Ex his ceterisq; Orthographiæ legibus prudenter obseruatis, haud erit difficile propositæ frontis orthographicam proiecturam instituere: quamobrem ne Lectori tædium afferam, singulis eius partibus enucleandis, sat esse duxi ea tantummodò præmonuisse, quorum cognitione propositum absolui à quouis potest. C

VMBRARVM PROIECTIONES.



HIC locus exposcit, vt de vmbrarum proiectionibus aliquid dicamus, quoniam id libro quinto nos facturos promisimus: atque eam etiam ob causam, quòd vmbrosa proiectio opticæ proiectioni simillima sit, atque ad scientiam Gnomonices pernecessaria. Etenim sol instar oculi est infinitè à nobis abducti; id verò quod post se vmbram fundit, velut corpus quod videtur; vmbra demum tamquam radius est, quo forma corporis adiopti in planum depor- D
tatur, ipsique occurrens figuram aliquam in communi sectione exhibet, quam vmbræ proiecturam appellamus. Est verò hæc adeò exacta proiectionis similitudo, vt eam, quæ per oculum fit, imaginariam potiùs esse dixerim, quàm veram, quòd oculus, si infinitè absistat, nullam rei ac plani dignotionem accipiat. Quamobrem ea descriptio, quam parallelis lineis per singulas rei partes protensis in planum consignamus, ab oculo fit, qui non reipsa infinitè distat, sed quem infinitè abesse mente confingimus. Nunc quantum conducat huius proiecturæ cognitio ad eam Mathematicæ partem, quam Gnomonicen vocant, ex eo perspicuè patet, quòd sciotericorum descriptiones nil aliud E
sint, quam vmbrarum proiectiones, quas sol quidem reipsa facit, cùm post op..cum corpus vmbram ad planum vsque profundit; nos verò sola repræsentatione, cùm ex arte eiusmodi lineamenta proposito plano inscribimus, quæ vmbras dati gnomonis statis temporibus excipiant.

Quare propositum nobis hoc loco sit de solaris tantùm vmbræ proiectionibus agere, quòd sol, vti Orthographia deposcit, infinitè à nobis distet, secundùm eam infiniti notionem, quam initio Orthographices explicauimus: deinde ea etiam tradere, è quibus tota facultas Gnomonices pendet, vt detecta fontis origine, riuulos ad se quisque inde F
deriuet. Nihil enim ad scientias capessendas æquè vtile esse potest, atque earum prima fundamenta perspecta habere; ex quibus scilicet plurimæ veritates haud ita vulgi pedibus obtritæ adinueniri possunt, & tum hæ, tum aliæ quæ à maioribus nulla probatione, nulla fide propositæ sunt, facillimo negotio demonstrari. Igitur cœptum propositionum ordinem prosequamur.

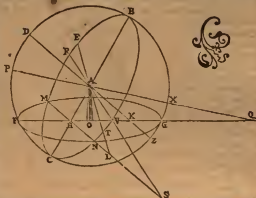
A

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si ſol Horarium quempiam circulum ex ijs, qui horas à Meridiano auſpicantur, attigerit, erit proiecta axis vmbra recta linea, in eodem cum circulo exiſtens plano.



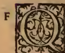
IT ſphæræ centrum A, axis verò BC, & Meridianus circulus BDCG in quo ſol ad ſignum D; ſit autem FNG planum quodcumque: dico vm-
B bram axis BC in rectam lineam HG plani FNG proijci. Quoniam enim circulus Meridianus vnus eſt de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum, tranſibit is per ſphæræ centrum, vt demonſtrat Theodoſius propoſitione 6. libri primi Sphæricorum. Rurſuſcùm idem Meridianus circulus per ſphæræ Polos incedat, tranſibit is quoque per
C axem: nam Poli centrumq́ue mundi in axe exiſtunt. Demum cùm per 57. libri quinti luminoſum corpus, lumenq́ue, & vmbra in directum extendantur, erit ſemicirculus vmbro-
D ſus BGC, & is qui illuſtratur BDC, in vno eodemq́ue circuli Meridiani plano: quare neceſſe eſt vmbram axis in communem ſectionem Meridiani BDCG & plani FNG incidere, nempe in FG: eſt autem FG, nimirum communis duorum planorum ſectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis, in eodemq́ue plano, in quo & Meridianus circulus: igitur ſi ſol, maximuſq́ue ſphæræ circulus, &c. quod erat demonſtrandum.



Idem prorſus in alio quocumq; Horario circulo per Polos ducto, puta BECN, oſtendi poteſt: nam illuſtratus quidem ſemicirculus erit BEC, vmbroſus verò BNC, cuius, & plani FNG, quoniam communis ſectio eſt HN, perſpicuum eſt eam rectam lineam eſſe
E per 3. vndecimi Euclidis, inq́ue eodem cum circulo BECN plano, quòd per 57. libri quinti ſol E, axiſq́ue mundi BC, & vmbra in vno eodemq́ue plano exiſtant.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Sole in Horario quopiam exiſtente ex ijs qui ab Horizonte horarum initium ducunt, centri proiecta vmbra punctum eſt, in eodem cum circulo exiſtens plano.



VOD in circulis Horarijs, qui per Polos ducuntur, oſtendimus, id non
F æquè in ijs circulis Horarijs demonſtrari poteſt, qui horas ab Horizonte inchoaras indicant: quamuis enim hi maximi ſint ſphæræ circuli, vt prænotatione 16. huius libri diximus; quia tamen ſuperior demonſtratio non ex natura conditioneq́ue maximi circuli deſumpta eſt, ſed ex eo quòd axis in eodem ſit cum Horarijs circulis plano, manifeſtum eſt ſole in Horario quopiam exiſtente, ex ijs qui ſeriem horarum ab Horizonte incipiunt, non poſſe axis vmbram in eodem plano eſſe, in quo Horarius, quòd nec axis ipſe in Horarij plano exiſtat, vt ex eadem prænotatione 16. huius libri conſtat: quocircà eius dumtaxat partis proiecta vmbra in eodem plano cum Horario erit, quam Horarius cum axe communem habet,

hoc

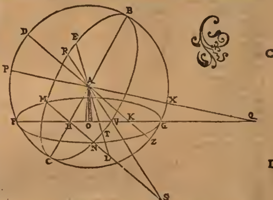
hoc est centri, cuius vmbra cùm per 66. propositionem libri quinti recta fit linea, erit A
ipsius proiectura punctum per 2. & 3. huius.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Cùm sol in diuersis partibus eiusdem Horarij successiuè existit, proiecta à centro vmbra in rectam lineam plani distenduntur, quæ communis est plani atque Horarij intersectio.



HÆC propositio ex iam dictis patet, atque ex reposita superiore figura facillimam habet demonstrationem. Sol enim, qui prius in D parte Meridiani fuerat constitutus, sit modò in P eiusdem Meridiani punctum transmutatus, vnde ductus per centrum A radius cum plano concurrat: quoniam igitur radij D K Z & P X Q per centrum profusi sese in eodem cētro intersecant, erunt ambę in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: at non in alio quàm ipsius Meridiani, cùm puncta omnia per quæ ducuntur D, P, Z, X in ipso sint Meridiano: itaque necesse est puncta K & Q, atq; eodem etiam modo quotquot radiis à semicirculo B D C per centrum A in planum F N G profusis attinguntur, in rectam lineam H Q infinitè ex parte Q productam extendi; quod erat ostendendum. B



C

D

Rursus si sol ab E in R aut in aliud quodcumq; punctum Horarij circuli B M C N transferatur, ex quo per centrum A radius ad planum produci queat, dico vmbram à centro A in rectam semper lineam H N infinite, si opus fuerit, extensam incidere, quemadmodum in proposita figura vides sole in E existente vmbram centri A in L procidere, sole verò in R transmutato centri A vmbram proijci in S. Quoniam enim Horarij B M C N & plani F M G N communis sectio est M N, secabit axis B C ipsam M N in puncto quopiam, exempli gratia H: igitur axis B C & H S in eodem plano erunt, in quo & circulus B M C N: at radij E T & R V in eodem quoque sunt circuli B M C N plano: itaque radij E T & R V in eodem plano cum A H & H S erunt: est verò duorum planorum communis sectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur radij omnes, qui à semicirculo B M C, in quem sol transmutatur, per centrum A in planum procidunt, omnes in rectam lineam H S, hoc est communem plani F M G N & Horarij B M C N intersectionem, infinitè, si opus est, productam distenduntur; quod erat demonstrandum. E

Id verò quod in ijs circulis, qui horas a meridie vel media nocte indicant, ostendimus, locum etiam habet in ijs circulis, qui ab Horizonte ortiuo occiduóve horas auspicantur: nam cùm sint de numero maximorum sphæræ circulorum, his æquè atque illis commune est mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij, à quo proinde profusum vmbræ radium cum radio luminoso in eodem circuli Horarij plano necesse est esse. Cùm enim per 57. propositionem libri quinti vmbrosus puncti radius cum luminoso in continuam rectam lineam extendatur; sitque radius luminosus qui à sole in Horario existente ad centrum ducitur in ipsius Horarij plano, nisi & vmbrosus centri radius in eodem sit Horarij plano, erit rectæ lineæ pars quidem in dato plano, pars verò à plano sublimis, quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur: itaque necesse est vmbrosum centri radium in ipsius Horarij plano existere: quare quotquot à F

centro

A centro in subiectum planum procidunt vmbrosi radij, sole in Horario quouis seu circulo maximo existente, omnes in communem sectionem plani atque Horarij maximive circuli cadunt: est autem duorum planorum communis intersectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur & in his circulis, qui horas ab ortu vel occasu significant, vmbræ, quæ à centro in planum horologij procidunt, sole in quauis parte eiusdem Horarij constituto, omnes in rectam plani lineam, quæ communis est ipsius & Horarij sectio, terminantur; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Scioterica non necesse est in mundi centro collocari.

B HINC fit, vt solare horologium planum, siue quod à Meridiano, siue quod ab Horizonte inchoatas horas indicat, nil aliud sit quàm communes Horariorum & plani sectiones. Cùm verò sol infinitè à nobis distet, sitque ea propter vniuersa terræ moles puncti instar, nil interest, an horologium eò loci constituatur, vbi planum illud existit, cuius, & Horariorum communes sectiones in horologium transcriptæ sunt, dummodo horologij planum illi eidem plano sit parallelum. Vt in superiore schemate, si planum quodpiam horizontale FMGN sub terræ centro depressum, Horarios circulos BFC & BMC secet in rectis lineis HG & HN, quæ proinde horarum sint notæ, eæque transferantur in aliud quodcunque planum ad Horolabij vsum accommodatum: dico hoc planum horologij posse quocunque loco collocari, siue in mundi centro, siue supra
C centrum, siue in tertiæ fastigio, siue etiam in ipsius Olympi montis vertice, dummodò ipsi FMGN plano parallelum sit; propterea scilicet, quòd totus terrenus orbis ex solis loco spectatus, puncti rationem habeat. Nam ea mutatione, qua planum FMGN locum tantummodò murat, non verò etiam situm, hoc est manens Horizonti parallelum, linearum HG & HN dispositio eadem semper manet; mutatur autem, cum situs etiam plani mutatur: igitur quocumque loco horologium solare constituatur, dummodò illi plano sit parallelum, cuius, & Horariorum communes intersectiones inscriptas habet, æque ad cognoscendas horas deseruiet, ac si proprio loco fuisset repositum.

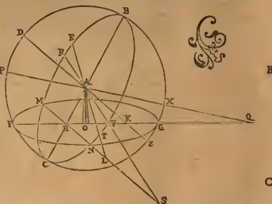
Porrò cùm, vti iam proximè dicebamus, horologium planum nil aliud sit, quàm
D figura continens Horariorum & cuiuscumque propositi plani intersectiones, perspicuum est innumeras praxes excogitari posse Horolabia plana describendi: nam quot modis communes illæ Horariorum, & cuiusq; plani intersectiones designari possunt, totidem modis Horolabia in quoduis planum transcribi possunt: id quod à nobis supra pluribus rationibus ex Orthographiæ præceptis secundùm varios aspectus est factitarum: & verò infrà ostensuri sumus ex Stereographicis proiecturis non paucioribus modis idem posse præstari. Ex quo sanè patet non exiguum principium Gnomonices ex hac vmbrarum proiectione, & communibus planorum intersectionibus haberi, vt ea sola consideratio vnà cum proiectionum legibus superiùs explicatis prudenti sat esse debeat ad horologia planis tabulis inscribenda.

E
PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

In scioterícis Horolabijs Gnomon, qui longitudine horam signat, axem mundi; qui sola extremitate, centrum repræsentat.


VPLICIS gnomonis vsus in solaribus horologijs reperitur: alter, qui à tota sua longitudine vmbram producit; alter, qui à sola extremitate, quem styli verticem appellant; hic, inquam, centrum mundi, ille axem repræsentat. Nam ex ijs quæ iam sunt demonstrata perspicuè patet in horis Astronomicis, seu quæ à meridie vel media nocte initium ducunt,
F totum axem, vel saltem ipsius partem aliquam horas in Horolabij plano signare. Cùm enim vmbra in eumdem circulum incidat, in quem & lumen, necesse est lumen vmbramque ab axe proiectam in æquabilem superficiem extendi per 57. proposit. libri 5. cuius, & plani, in quo horæ inscribuntur, communis sectio recta sit linea per 3. vndecimi Euclidis. Quare gnomon qui tota longitudine horam notat, axem mundi repræsentat, quod in solis Astronomicis horis locum habere potest: non verò etiam in illis, quas quædam nationes ab ortu vel occasu pro more auspicantur, quarum horarum definitores circuli per mundi Polos non transeunt: quia verò sunt eorum, qui in sphæra existunt, maximi, transeunt omnes per mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij;

quare id ſolum cum axe commune habent: cumq́; ſol ad quempiam illorum attigerit, A ſolius centri vmbra in eumdem ipſum circulum incidet: quocircà in earum horarum deſignationibus gnomon ſolo vertice horam oſtendens, centrum mundi repræſentat.



Quæ vt clariora fiant, reponatur eadẽ quæ ſuprà ſphæra ex centro A deſcripta, cuius axis BC, meridianus BNC, horæ autem ſecun- B dæ à meridie vel media nocte circulus BEC: ſit etiã planũ, in quod horarum vmbræ proijciantur FMGN, cui duo gnomones inſiſtant, vnus AH axi cõgruens, alter AO rectus, verticem au- C tem habens ad centrũ mundi A: dico ſole in D puncto Meridiani circuli exiſtente, centri quidem vmbram in X recto radio DK produci; axis verò BC vmbram proijci in rectam lineam HK per iam proximè demonſtrata: rurſus ſole in E ſignum circuli horæ ſecundæ delato, centri vmbram in L terminari recto radio EL, axis autem BC vmbram in HL incidere: igitur patet gnomonem AH, qui longitudine vmbram horamq́ue ſignat, mundanum axem; qui verò ſolo vertice, A centrum mundi repræſentare.

Porrò quamuis hinc conſequens eſſe videatur, vt gnomon, qui axis mundani vicarius eſt, & ſua longitudine horariam vmbram demonſtrat, ita ſtatui debeat, vt eidem D mundano axi perfectè congruat; ille verò, cuius vertex centrum eſt mundi, ſic debeat collocari; vt ipſius vertex in centrum mundi conueniat: tamen ob ingentem ſolis diſtantiam nihil refert qua in parte terreni globi hi gnomones horolabiaque collocentur, modò is qui axem repræſentat, vero axi mundi ſit parallelus, vt conſectario propoſitionis antecedentis oſtendimus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Parallelorum gnomonum proiectæ vmbræ ſunt inter ſe parallelæ, niſi ambæ in eamdem rectam lineam incidant. E



DEMONSTRARI poteſt hæc propoſitio ex 29. propoſitione huius libri, qua oſtendimus parallelas rectas lineas, niſi in eadem ſint ſuperficie perpẽdiculariter expoſita, in rectas lineas profundi. Quæ demõſtratio etiam in hoc theoremate locũ habet: nam paralleli gnomones rectæ ſunt lineæ; ſol verò oculus eſt infinito à nobis receſſu diſiunctus: at vmbræ plano exceptæ gnomonum ſunt proiecturæ: igitur vt parallelarum linearum parallelæ ſunt proiecturæ, ita & gnomonũ parallelæ ſunt vmbræ in planũ traductæ; quod probandum erat.

CONSECTARIVM.

Plurima ſcioterica vni corpori breuiſſimo tempore, accuratiſſimeq́; inſcribere. F

Ex hac propoſitione inſignis quædam praxis elici poteſt, qua, licet imperitus, quiſque Gnomonices horologia quamplurima eidem corpori polyedro breuiſſimè inſcribere poſſit, eaque perfectione, vt ne hilum quidem ab inuicem diſcrepent. Quod ſanè ex ipſius ſcientiæ principijs efficere nemo vmquam præſumet, cùm & ſuperficierum inæqualitas, & ſtylorum difformitas licet exigua, & operatio ipſa, qua horæ ex arte deſcribuntur, ex paruo errore initiò admiſſo, non exiguam diſcrepantiam in ſcioterica pluribus ſuperficiebus vnius corporis inſcripta inuehere ſoleant. Quo nomine de ſcien-

tiæ

A tiæ æstimatione aliquid decedere videbitur, siquidem id perficit ea ars, quod licet adhi-
bito totius scientiæ præsidio, factu tamen est impossibile; eaque facilitate id præstat illa,
vt nihil excogitari posse expeditius videatur. Praxis autem sic se habet:
Esto quodcumque corpus multis incisum planis, quibus Horarias vmbras inscribere
oporteat. Primùm gnomones singulis planis insigantur, ea inclinatione sitúque, vt
mundanum axem repræsentent, hoc est vt omnes sint mundano axi paralleli, qui proin-
de & inter se paralleli erunt per 9. vndecimi Euclidis: firma deinde tabula comparetur
ex denso assere, cui recta quædam linea inscripta sit: tum tabulæ propositum corpus
imponatur, ita dispositum, vt quæ in supremâ ipsius superficie futura est linea Meridia-
B na, subiectæ lineæ sit parallela: præterea super eadem tabula vulgare quoddam solare
horologium constituatur, accuratè confectum, ex ijs quæ circumferri solent; sitque id
ita in tabula dispositum, vt ipsius Meridiana linea inscriptæ in tabula lineæ exactè re-
spondeat, sitque ipsius gnomon ceteris parallelus.
His ita comparatis, vniuersa machina soli exponatur, ac primò quidem ea situs posi-
tione, vt minoris horologij vmbra in Meridianam lineam incidat, quo tempore ea qua
fieri poterit celeritate, in singulis planis polyedri vmbrarum lineæ puncto quodam no-
tentur: deinde eadem tabula, immotis iis quæ ipsis insistunt, paululùm circumducatur,
donec vmbra gnomonis parui horologij in horam primam, vel aliam quamcumq; ca-
dat, eoque situ in singulis planis corporis, vt priùs vmbrarum lineæ quantocyùs signen-
C tur; idemque fiat in ceteris horis: cumque ita in omnibus corporis superficiebus hora-
rum lineæ notatæ erunt, per singula puncta ex centro cuiusque horologij regulæ bene-
ficio lineæ rectæ describantur, eritque opus perfectum: nam horarum lineæ omnibus
hisce superficiebus corporis insignitæ cùm sint, singulæ singulis, quæ vnius sunt nominis
parallelæ, easdem horas, quæ paruo horologio ex arte inscriptæ supponuntur, repræsen-
tabunt: quæ etiam ne puncto quidem discrepare ab inuicem poterunt, quòd eodem om-
nes tempore sui gnomonis vmbram eâdem horæ lineâ excipiant.
Hæc ars præclara sanè est, atque iis præcipuè vtilis, qui ex scientiæ principiis horologia
describere nesciunt: nam hi illius ope id saltem consequentur, quòd horologia designa-
bunt non minùs perfecta, quàm ea sint quæ extant perfectissima: habito enim delectu
D parui horologij quàm accuratissimi, & ea quę in hunc modum ex eo describentur accu-
ratissima erunt. Deinde quæ hac ratione pluribus superficiebus inscribentur horæ, ad
amussim omnes conuenient, quod alioquin tantæ est difficultatis, vt ex scientiæ præscri-
pto id nullus vmquam consequi soleat. Est autem illius consensus præcipua habenda ra-
tio: siquidem leue quidem peccatum erit, secundùm hominũ existimationem, si descri-
ptum horologiũ vnum veram horam exigua portiuncula mentiatur, præsertim quando
id plurimos latet: at si inter se plura dissentiant, error erit grauissimus, nec venia dignus,
cùm omnium oculis pateat, ac dubium relinquat, cui ex omnibus adhibenda sit fides.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

E *In Astronomicis horis, si axis mundi planum horologij secet, omnes vmbrarum proiecturæ in communi axis & plani sectione, quæ centrum horologij nuncupatur, conuenient.*

QVONIAM enim Astronomicarum horarum circuli sese in Polis mundi
intersecant, erit axis communis omnium sectio: quare & vmbræ quæ
sole in singulis Horariis commorante, ab axe profunduntur, sese omnes
in eodem axe ceu communi linea intersecant. Rursus planum horolo-
gij secans axem, secat & omnes quæ ab axe proueniunt vmbras; quare
vmbrarum & plani intersectiones rectæ lineæ erunt per 3. vndecimi Euclidis, quarum
F commune congressionis punctum erit vnum aliquod illorũ quæ in axe existunt, quem-
admodum axis ipse communis est linea, in quam omnes Horariæ vmbræ conueniunt.
Cùm igitur rectæ illæ lineæ, quibus horologij planum vmbras ab axe profusas interse-
cat, sint vmbrarum ab axe productarum proiecturæ, perspicuum relinquitur in Astro-
nomicis horis vmbratiles horarum lineas in communi puncto axis, planique quod cen-
trum horologij dicitur, congressionem facere; quod demonstrasse oportuit.
Ex quo patet in omni horologio Æquinoctiali, iisque quæ in sphæra obliqua plano
horizontali aut verticali inscribuntur, horarum Astronomicarum lineas in punctum pla-
ni, cui gnomon axi parallelus incidit, productas concurrere. Nam illud incidentiæ pun-

 ctum,

ctum, seu horologij centrum, ipsam plani ac mundani axis communem intersectionem A
repræsentat, eiusque vices gerit.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si horologij planum axi parallelum fuerit, erunt proiectæ vmbræ inter se parallelæ.



VM namque horologij gnomon mundano axi sit parallelus, vt liquet ex antè demonstratis propositione 77. hîc verò sit parallelus plano horologij ex hypothesi, erit & gnomon plano horologij parallelus. Itaque B si per gnomonis lineam planum quoddam extensum intelligatur plano horologij parallelum, quotquot à gnomone superficiales vmbræ procident, velut plana quædam vtrique parallelorum planorum incidentia, facient communes intersectiones parallelas rectas lineas per 16. vndecimi Euclidis: quocircà omnes vmbrarum proiecturæ gnomoni parallelæ erunt; quare & inter se per 9. vndecimi Euclidis; quod erat demonstrandum.

Hinc fit, vt in Horizontali horologio sphæræ rectæ, omniq́ue Polari horariæ lineæ, quæ à meridie vel media nocte inchoatas horas demonstrant, parallelæ sint tum inter se, tum gnomoni; siquidem horum horologiorum plana sunt mundano axi, proindeq́; & gnomoni parallela: igitur & communes ipsorum atque vmbrarum sectiones parallelæ C sunt & inter se, & gnomoni, per iam demonstrata.

Huc vsque de vmbrarum proiecturis, quæ à sole fiunt vno in loco consistente, dictum est satis: nunc de iis quæ à solis motu proueniunt, quædam proponenda occurrunt, ad eamdem Gnomonices facultatem apprimè vtilia. Est porrò solis motus duplex, vnus continuus, alter interruptus. Continuus ille est, quo sol nulla interposita quiete cietur, qualis est is quo diurna latione per Æquatorem, aliúmve huic parallelum circulum circa terræ ambitum viginti quatuor horarum spatio circumfertur, temporibus æqualibus æqualia emensus spatia. Interruptus verò solis motus ille est, quo sol per D *eumdem aliquem circulum quotidie promouet, cùm ad diuersas ipsius partes statis horis reuertitur; cuiusmodi est solis accessus & recessus, quo in Meridiano circulo diuersis anni temporibus quotidieque locum mutat. Nam à solstitio æstiuo per æquinoctium ad hybernum delatus à vertice nostro recedit, hinc verò rursus per æquinoctium ad æstiuum solstitium vertici nostro propinquius reuertitur, quæ spatij magnitudo gradibus quadraginta septem continetur. Est autem hic motus interruptus, quòd certa dumtaxat diei parte sol Meridianum attingat, in quo tunc quotidie portiuncula aliqua spatij promouisse deprehenditur. Similis huic est motus ille quo sol diuersis anni* E *temporibus in aliis atque aliis partibus Horizontis oritur vel occidit, quæ latitudo ortiua occiduaque nuncupatur.*

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Sol per circuli maximi ambitum circumactus, vmbram à centro in rectam plani lineam profundit.



AM per 67. propositionem libri quinti vmbra centri recta est linea, in directum cum luminis radio extensa: describet igitur vmbræ radius in orbem cum sole actus eumdem ipsum circulum, per quem sol circumfertur per 83. eiusdem libri 5. Hic ergo circulus, seu potiùs planum vndique infinitum, si alio quopiam plano secetur, erit vtriusque communis sectio, hoc est vmbræ proiectura, recta linea per 3. vndecimi Euclid. quod erat demonstrandū. F

Hinc porrò consequens est, vt Æquator & Horizon in rectas lineas plano horologij, quodcumque tandem illud sit, inscribantur, quarum ea quæ Æquatorem repræsentat, vtraque ex parte est infinita: ea verò quæ Horizontem exhibet, vtrimque finita: nam partem dumtaxat Horizontis repræsentat latitudine ortiua occiduáve definitam.

A

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum eidem Aequatori parallelum, erit centri umbra ex solis motu in plano descripta circulus, centrum habens in axe mundi.

NAM vt libro quinto propositione 84. demonstrauimus, eo solis motu duæ superficies conicæ procreantur ad sphæræ centrum velut communem B verticem connexæ, quarum altera luminosa est ex radio solis circumacto, altera vmbrosa ex ea vmbra, quam centrum profundit. Exempli gratia, sit sphæræ ex centro A descriptæ maximus quidem circulus B C, idemque Æquator, alius verò non maximus D E, at Æquatori parallelus, per quem sol circumferri intelligatur: describet solaris radius D G vel E F in A defixus, altera verò extremitate per circulum D E actus, duas conicas superficies ad centrum A ceu communem verticem iunctas, quarum altera D A E lu- C minosa erit, vtpote à fulgido solis radio progenita; altera verò F A G vmbrosa, quam scilicet vmbrosus centri radius efficit. Sit igitur horologij planum H S K Æquatori B C parallelum: dico peripheriam H S K, in quam centri A vmbra ex motu solis profusa incidit, circulum esse, qui centrum habeat O in axe mundi constitutum.



Ducatur enim à centro A ad circuli D E centrum L recta A L, erit A L ipsius circuli D E plano perpendicularis per 7. primi Sphæricorum Theodosij: producta igitur A L ad D vtramque partem, in Polos circuli D E cadet per 8. eiusdem primi Sphæricorum Theodosij; quare L O axis erit sphæræ. Rursus cùm circulus D E parallelus sit Æquatori B C ex hypothesi, eidemque Æquatori B C positum sit planum H S K parallelum, erit planum H S K ipsi quoque D E circulo parallelum: secetur itaque circulus D E & planum H K plano quopiam communes faciens intersectiones L P & O S; erunt igitur L P & O S parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sed L E & O H eamdem ob causam sunt parallelæ: quare angulus A P L æqualis est angulo A S O, & A E L angulus angulo A H O æqualis per 29. primi Euclidis: est verò & angulus L A P angulo O A S æqualis, itemque L A E angulus angulo O A H æqualis per 15. primi Euclidis; anguli autem ad O & L recti sunt, ideoq; æquales: igitur æquiangula sunt ipsa triangula, hoc est L A P ipsi O A S, & L A E ipsi O H A: qua- E propter & latera æqualibus angulis subtensa, proportionalia; nimirum vt A L ad A O, ita L P ad O S, ac rursus vt eadem A L ad eamdem A O, sic L E ad O H; quocircà per 11. quinti Euclidis vt L P ad O S, ita L E ad O H, ac permutando vt L P ad L E, ita O S ad O H: sed L P ipsi L E est æqualis per circuli definitionem: itaque & O S ipsi O H æqualis est. Cumq; eodem modo ostendi possint omnes, quæ ex O ad peripheriam H S K educuntur, inter se æquales esse, patet per circuli definitionem H S K circulum esse, quod erat probandum.

Hinc sequitur, in ea sphæræ constitutione, qua Polus summum verticem tenet, omnium parallelorum, qui supra Æquatorem sunt, vmbrarum signa plano horizontali circulari forma inscribi; idemque in quauis alia sphæræ constitutione accidere, si horologij planum Æquatori parallelum existat: cuius rei ea est causa, quòd circuli omnes, per quos F sol diurna latione incedit, sint Æquatori paralleli: siquidem sol circa eosdem Æquatoris Polos toto anni tempore circumfertur.

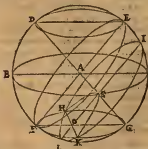
Fit hinc etiam vt ea constitutione, qua planum horologij Æquatori parallelum supponitur, facillima sit horarum descriptio. Si namque plano horologij circulus inscribatur, cuius centro stylus secundùm normam insistat, ac circuli peripheria in partes quatuor supra viginti distribuatur, peractum erit propositum. Nam quemadmodum sol, ita & vmbræ extremitas æquis temporibus æqualia absoluit spatia; quæ proinde si numero viginti quatuor accepta fuerint, ea profectò horarum interualla constituent.

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo, qui vtramque basin conicarum superficierum contingit, parallelum, erit vmbra à centro in planum proiecta sectio coni, quæ Parabola nuncupatur. B



SINT in sphæra ex A descripta eædem, quæ suprà, conicæ superficies communi vertice connexæ, vna luminosa A D E ex solis motu per circulum D E procreata; altera vmbrosa, quam centri A vmbra ex eodem motu progignit per 84. libri quinti: sitque circum E F maximus quidam circulus ita constitutus, vt vtriusque coni basin in oppositis locis E & F contingat; huic verò parallelum sit H I K L horologij planum, faciens in vmbroso cono A F G sectionem H S K: hanc dico Parabolam esse. Per Polos namq; circuli E F & contactum E circulus ducatur D E G F, qui &, per Polos circuli D E, hoc est per axem vtriusque coni transibit, vt Theodosius demonstrat libro 2. Sphæricorum propositione 51. facietque in cono vmbroso sectionem per axem F A G: cùm ergo circulus I L circulo E F positus sit parallelus, erunt horum & circuli D E G F communes sectiones A F & S O parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. Rursus cùm maximus circulus D E G F circulos non maximos F G & I L per Polos secet, vti ostensum iam est, & ad rectos angulos vtrumque secabit: quare H K, nempe communis sectio circulorum F G & I L, eidem circulo D E G F, hoc est triangulo per axem F A G, recta erit. Quoniam igitur conus F A G plano secatur F A G per axem: secatur verò & altero plano H S K, cuius basis H K ad basin trianguli per axem F G recta est, sitque sectionis diametrus S O lateri A F trianguli per axem parallela, erit per 11. primi Conicorum Apollonij sectio H S K Parabola; quod demonstrasse oportuit. C D



Ex his facile erit iudicare, quænam plana horologiorum Parabolas faciant sole quemcumque parallelum obtinente. Nam planum quodcumque parallelum maximo illi circulo, qui solis parallelum contingit, vmbræ conum in Parabolam dispescit; oportet verò planum non ad eamdem partem esse, ad quam parallelus in quo sol versatur; hic siquidem basis est coni luminosi; at horologij planum vmbrosum conum secare debet, qui ad eamdem partem cum parallelo, quem sol percurrit, existere nullo modo potest, quandoquidem conus opacus luminoso cono ex aduerso opponatur. E

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Si sol per circulum Æquatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo, qui vtrumque conum secat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole. F



ESTO idem, qui suprà, D E circulus Æquatori B C parallelus, per quem sol circumferatur; duoque aduersi coni ex circumactio solis radio producti, alter luminosus D A E, vmbrosus alter F A G, quos maximus circulus M N secet; sit autem huic circulo maximo M N planum horologij I L parallelum: dico ipsius I L plani & coni vmbrosi F A G sectionem H S K Hyperbolen esse. Nam quoniam parallela plana M N & I L, plano secantur D E G F, erunt huius & planorum M N, I L communes intersectiones M N & I L parallelæ per

A per 16. vndecimi Euclidis, quarum alteram M N cùm secent vtriusque coni latera A E & A G, secabunt eadem latera A E & A G reliquam per 10. lemma libri quarti: quare & horologij planum I L vtrumque conum secabit; atque ea propter in communibus sectionibus Hyperbolas efficiet per 14. primi Conicorum Apollonij: at altera illarum communium sectionum, nempe H S K, est vmbræ à centro profusæ pro-
B iectura: igitur si sol per circulum Æquatori parallelum incedat, sitque horologij planum circulo maximo qui vtrumq; conum secat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq́; Horologij
C *planum æquidistans circulo maximo, qui neque basibus conorum parallelus sit, neque eas tangat, neque secet, erit proiecta centri vmbra Ellipsis.*

RVRSVS sit in eadem sphæra circulus D E Æquatori parallelus, duoque aduersi coni D A E & F A G, vt priùs: sit præterea M N circulus, neque basibus conorum D E & F G æquidistans, neque eas secans, licet infinitè producantur; huic autem parallelum sit horologij planum I L faciens in cono vmbroso F A O sectionem O S: hanc dico Ellipsin esse.

Ducatur enim circulus D E G F per vtriusq;
D circuli M N & F G Polos, hic per circuli quoque I L Polos transibit, siquidem paralleli sunt ex hypothesi I L & M N circuli, ac proinde vtriusq; iidem sunt Poli per 1. secundi Sphæricorum Theodosij: quare per 15. libri primi Theodosij D E G F circulus vtrumque F G & I L circulum bifariàm & ad rectos angulos secabit, facietque communes circulorum I L & M N intersectiones I L & M N parallelas per 16. vndecimi Euclidis, & in vmbroso co-
E no triangulum per axem F A G: sit item H F K communis sectio duorum planorum, in quorum altero est circulus I L, in altero basis coni vmbrosi F G. Quoniam igitur plana I L & F G recta sunt ad circulum D E G F, propterea quòd hunc plana illa bifariàm & ad angulos rectos secare ex 15. primi Sphæricorum Theodosij ostensum iam sit, erit quoque communis illorum sectio H K ad idem planum D E G F recta per 19. vndecimi Euclidis; ac proinde per 3. definitionem vndecimi Euclidis, & ad rectam F G, hoc est basin trianguli per axem recta erit. Quia verò rectæ M N & I L ostensæ sunt parallelæ, erunt anguli M A S & I S A simul sumpti duobus rectis pares per 29. primi Euclidis; ac proinde angu-
F li F A S & I S A erunt duobus rectis minores: conuenient igitur per 11. commune pronunciatum primi Euclidis rectæ A F & I S: sed eadem I S conuenit quoque cum A G altero latere trianguli per axem; cùm enim A G secet ipsam M N, secabit & ipsi parallelam I L per 10. lemma libri quarti: itaque cùm conus F A G secetur plano per axem D E G F, secetur autem & altero plano I L, quod vtrumque latus A F & A G trianguli per axem secat: quod quidem planum neque basi coni F G æquidistat, neque ei subcontrarium est, (siquidem angulus O S A angulo F G S maior est, vtpote externus interno & opposito per 16. primi Euclidis: ideoque & maior angulo G F A æquali) est autem H K communis sectio plani secantis I L, & basis coni F G perpendicularis ipsi F G basi trianguli per

 axem,

axem, vel certè ei quæ in directum ipsi constituitur; erit igitur coni sectio o s Ellipsis A
per 13. primi Conicorum Apollonij; quod erat demonstrandum.

Ex iis quæ superioribus propositionibus sunt demonstrata, facile erit in dato plano
lineas quasdam inscribere, in quas Gnomonis vertex vmbram continuò proijciat, solè
quemcumque parallelum, seu arcum ipsius diurnum percurrente. Cùm enim iam con-
stet Æquatoris proiecturam semper rectam esse lineam, reliquorum verò parallelorum
descriptiones, coni sectiones esse; si ex iuxta datum sectionis modum in plano designen-
tur, peractum erit quod postulatur.

Multa supersunt, fateor, quæ de hac materia scribi possunt, & quæ alij, præsertim B
Clauius noster in Gnomonicis, doctè iuxtà ac copiosè litteris consignarunt. Itaq; ne va-
stos hosce patentesque campos ingressi, laxatis habenis longiùs à proposita meta abduca-
mur quàm ratio exposcit, satis hoc loco esse duximus, primùm aperuisse Gnomonices
aditum, ac summa etiam viarum capita distinxisse, per quæ tutiùs incedat is, cui vo-
luptati erit Gnomonicis rebus diutiùs immorari.

DE STEREOGRAPHICE C

ALTERO PROIECTIONIS GENERE

EX OCVLI CONTACTV.

PRÆFATIO.

EXPOSITIS *hactenus iis quæ ad Orthographicen pertinent, Ste-*
reographicen, alterum proiectionis genus aggredimur, quæ non
modò summam corporis superficiem aspectui obiectam in planum D
transfundit, vti Orthographice & Scenographice: verùm etiam
soliditatem ipsam, ac totius corporis ambitum ita distinctè planum
facit, vt nullæ omnino partes, præter eam cui oculus incumbit, plano exceptæ sibi mu-
tuò incidant, quod vitium reliquis duobus proiectionum generibus manifestè accidit.
Quare tametsi Stereographices nomine nusquam vocatum hoc proiectionis genus repe-
rimus; quia tamen nec alio quidem vllo solitum est appellari, placuit hoc nomen vsur-
pare, quod nobis in præsenti visum est ad rem ipsam quàm maximè accommodatum. E
A superiore proiectione toto genere distat Stereographice: hæc enim ex contactu, illa
verò ex infinita oculi distantia originem habet. Porrò quamuis mirum cuipiam iure
videri debeat, & ab infinita oculi distantia, & ex contactu proiectionem aliquam
accidere posse, præsertim cùm libro primo ostensum sit inter oculum ac rem visilem
interuallum aliquod existere debere, idque nec minimum, vt propositione 58. nec infi-
nitum, vt propositione 57. sed iustum, de quo accuratiùs libro 2. propos. 21. & 22.
tamen quemadmodum ex infinita oculi distantia visio esse potest, secundùm eam infi-
niti notionem, quam in præfatione ad primum proiectionis genus explicauimus; ita & F
ex contactu proprio quodam pacto visio fit, cùm vel reipsa transparens est corpus, quod
aspicitur, vel eiusmodi esse mente concipitur: tum enim tota corporis profunditas con-
spicua est, ac præter solitarium punctum in ipsius corporis fastigio eminens, quod oculo
attingitur, nullum est aliud, ad quod ab oculo radij non pertineant; qui proinde in
subiectum planũ incurrere possunt, si quoad necesse est planum radijq; optici protendan-
tur, qui & proiectionem aliquam in congressu efficient, quam ex contactu liceat appel-
lare,

A *lare, quia in ea oculus τῆς σφαίρας ψαύει κατ' ἄκρας, id est summa in parte attingit, vel, si mauis, vno verbo Stereographicen voces, quòd vniuersam corporis obiecti profunditatem ac peripheriam ipsam vnico proiectu explanet: vti enim Stereometria corporum dimensiones capacitatesque metitur, & Geodæsia superficierum areas, ita proiectio, de qua nunc agimus, non ineptè Stereographia nuncupabitur. Hæc à priscis neotericisque non vno in loco vsurpata reperitur, sed in solius sphæra tam cælestis quàm terrestris vsu, nil tamen vetat, quin aliis quoque in rebus vsui esse queat. Eius ge-*
B *neris extat in primis Ptolemæi Planisphærium, ex quo posteà Ioannes Stoflerinus sui particularis Astrolabij praxes desumpsit, demonstrationibus quæ potissimùm in Ptolemæo desiderabantur, prætermissis. Extant & apud nonnullos aliæ quædam totius Orbis planæ descriptiones ex huius proiectionis rationibus depromptæ. Hanc Gemma vsurpauit Frisius in suo Astrolabio catholico, quod à Stoflerini Astrolabio particulari non tantùm hoc distat, quòd Gemmæ catholicum sit, & ad omnem regionem accommodatum; Stoflerini autem particulare, & ad vnam dumtaxat Poli sublimi-*
C *tatem; verùm etiam situ obiectuque aspectus. Nam Stoflerini descriptio ex ea dispositione est, qua oculus depresso sub Horizontem Polo infigitur; Gemmæ autem ex eo situ, quo oculus principium Arietis vel Libræ attingit.*

Est verò ea ad sphæræ institutum aptissima, quia omnium minimè partes à vero situ distrahit. Quod sanè ita est, mea quidem sententia, si non ampliùs, quàm hemisphærium vna proiectione describatur. Nam quæ extra hemisphærium excurrunt, in immensum augescunt, vt ex decursu orationis fiet manifestum. Et quamuis commodissimum foret, vt solida corpora eadem prorsus forma ac partium proportione in
D *planam superficiem traduci possent, quam in se habent; non est tamen prudenter optandum id, quod fieri non posse liquidò constat. Quare inter omnes Proiectionum modos ille in re qualibet præcipuus est, qui speciem vero proximam repræsentat, cùm id in omni proiectione propositum sit, vt res plana solidæ simillima quoad aspectum reddatur. Eiusmodi autem esse dico hanc proiectionem, quam modò tractamus. Cùm enim nequeant æquales sphæræ partes in æquales partes plani transcribi, necesse est proiecturæ partes, quæ æqualibus sphæræ partibus respondent, vel augeri, vel minui; idque*
E *vel plurimùm, vel ea mediocritate quæ tolerari possit. At orthographicè transcripta in planum sphæra ita circa ambitum coarctatur, vt partes quæ potissimùm vsui esse debebant, mutiles propemodum reddantur: stereographicè verò cùm sphæra proijcitur, partes à proiecturæ centro ad hemisphærium vsque exigua mutatione, & sensim augescunt, quamuis inde, quæ longiùs proijciuntur, eæ ampliores semper euadant, non pari, sed multiplici analogia. Verùm quis non fateatur moderatum extremarum partium incrementum longè minus incommodi adferre, quàm maximum earum decrementum? ac tale omnino, quale in Orthographica descriptione cernitur, vt iuxta am-*
F *bitum proiectæ sphæræ decem gradus vix vnum exæquent. Mihi sanè videtur incrementum illud & venustatem adferre, & vsum præstare minimè contemnendum: nam cùm oculi acies in proiecturæ centrum dirigitur, extremæ partes, vtpote ab oculo remotiores, secundùm aspectum minuuntur, ac proinde propiùs ad æqualitatem accedunt. Deinde cùm in proiecta sphæra circuli prope extremitatem obliquioribus angulis sese intersecent quàm in medio, appositè omnino partes illæ vltimæ ampliorem formam nanciscuntur, vt intersecantium sese circulorum notæ propriis in locis accuratiùs signari pos-*

ri possint. Præterea hoc etiam in Stereographia maximo est adiumento, quòd quicumque A
in sphæra circuli extra oculum cadunt, in circulos proiecti incidant, quocumque tandem situ aspectui exhibeantur: in Orthographia verò plurimi in Ellipses transmutantur, ij nimirum omnes qui obliquè cernuntur. Constat autem ex lemmate 22. Ellipses, si exquisitæ esse debeant, laboriosissimam habere descriptionem.

His igitur Orthographices Stereographicesque differentijs explicatis, vt sensim ad ea quæ propria sunt huius proiectionis accedamus, statuendus in primis est oculus, in qua libuerit parte sphæricæ peripheriæ, vnde ad ceteras ipsius partes radij B
directò euibrari possint: deinde exponendum est planum ea ratione ac situ dispositum, vt traiectus per centrum sphæræ radius in illud secundùm normam incidat: quod vndequaque infinitum esse oporteat, vt omnes ab oculo procidentes radios excipiat. Hoc porrò planum Ptolemæus in suo Planisphærio per centrum adigit, sic vt idem sit, ac Aequatoris planum vndique infinitè protensum: (ipse siquidem in Polo Australi oculum ponit) Iordanus autem, & post eum Franciscus Maurolycus Abbas, planum Aequatori parallelum faciunt, ac tota diametro ab oculo disiunctum, ita vt sphæram C
in opposito Polo Boreali contingat. Et quamuis ex hac inæquali distantia proiecturæ forma secundùm partium proportionem minimè immutetur, sed sola magnitudine, quæ eo semper euadit maior, quo planum longiùs abscedit, seruata semper schematis similitudine vt superiùs prænotatione nona docuimus; tamen Ptolemæi constitutio magis nobis placet, quòd in ea Aequator eiusque proiectura sint æquales, & vniuersè hemisphærij proiectura maximo sphæræ circulo æqualis. Quamobrem cùm in multis huius proiectionis inuestigationibus præsidio Orthographices opus sit, si planum per sphæræ centrum actum intelligatur, accidet percommodè, maximum sphæræ circulum, qui in D
sectionem plani incidit, eumdem esse cum totius sphæræ Orthographica descriptione.

Quamuis hoc proiectionis genere, de quo nunc agimus, ea omnia describi in plano possint, quæcumque superiùs per Orthographicen describi solere ostendimus, hoc est puncta, lineas, & superficies varijs figuris affectas; tamen quia ad nil aliud, quàm ad sphæræ descriptiones hactenus vsurpatum reperitur, de ijs solùm agemus, quæ in ea existere possunt, nempe punctis, lineis, circulis, & circulorum portionibus. Quæ enim in sphærica superficie extant figuræ, peculiari descriptione non indigent, cùm circulorum E
peripherijs definiantur, quarum proiectiones iam docere propositum erit. Huiusce rei vnum vel alterum exemplum in mediũ proferre liceat claritatis gratia. Si Borealis hemisphærij superficies describi in plano postuletur, oculo in Polo Australi collocato, id non alia ratione fiet, quàm transcripto in planum Aequatore. Quoniam enim Aequator Boreale hemisphæriũ ab Australi dirimit, spatium quod proiecti Aequatoris peripheria continetur, hemisphærium Boreale repræsentabit; reliquum autem quod quaquauersum infinitè expanditur, Australe. Eodem prorsus modo si Borealis hemisphærij quadrans in plano designandus sit, quoniam is trium circulorum quadrantibus comprehenditur, F
Aequatoris scilicet, & vtriusque Coluri, his descriptis circulis perspicuum est, quadrantem illum Borealis hemisphærij haberi qui fuerat designandus. Denique quodcumque spatium in plano circulis, aut circulorum portionibus continetur, eam refert sphæræ plagam, quæ primitiuis circulis circumscribitur. Igitur quod in superiore proiectione à nobis est factitatum, id vel maximè præsens institutum exposcit, vt scilicet priùs quàm ad sphæræ proiectionem veniamus, explicemus simplicium partium productiones.

PRO-

A PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Punctum omnifariam propositum stereographicè in punctum proycitur.

Perfreqvens est in sphærę proiectionibus punctorum vsus: siquidem omnia propemodum, quæ ex sphæra discuntur, ex communibus circulorum sectionibus (quæ puncta sunt) colliguntur: deinde si propositum sit è sphæra circulum quempiam in planum traducere, non alia ratione id
B fiet, quàm designatis primùm quotcumque punctis, per quæ propositi circuli proiectura deferatur: non enim possibile nobis est radium vnum ab oculo per totum circuli ambitum, velut coni superficiem, ducere: igitur punctorum designationibus circulorum proiecturæ absoluuntur.

Porrò cùm radius ille opticus, qui ab oculi centro per obiectum ducitur, recta sit linea, hæc autem in solo puncto subiectum planum attingat; manifestum est puncti proiecturam, quocunque tandem modo obuersetur, punctum esse; quod erat probandum.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Linea quæ producta per oculum transit, in punctum proiicitur.

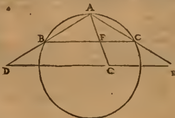
C Ex perpendicularis situs definitione, quam ad propositionem 31. libri tertij explicauimus, constat lineam ita propositam, vt producta per centrum visus transeat, perpendiculariter exhiberi; consequens igitur est, vt ipsius proiectura indiuisibilis signi magnitudinem non excedat: nam vna eademque est recta linea ea quæ obijcitur, & radius opticus qui per omnia ipsius puncta extenditur: at hæc recta linea in solo puncto attingit subiectum planum: igitur lineæ hoc pacto obiectæ proiectura punctū est; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

D *Linea directè spectata in lineam proycitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus proportione respondent.*

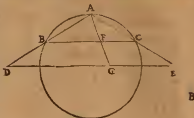
Si ea, quæ in plano describenda proponitur linea, per centrum visus nequaquam transeat, quocumque ea situ ad aspectum se habeat, perspicuum est eius proiecturam lineæ instar semper accidere. Nullo enim situs discrimine per radiosum triangulum semper aspicitur, cuius vertex quidem est oculi centrum, basis autem ea ipsa linea, quæ videtur. Nam radij omnes, qui ab oculo ad singula puncta lineæ obiectæ procidunt, in vno eodemque existunt trianguli plano per 2. vndecimi Euclidis: igitur producto hoc plano, quoad illi, in quo proiectura excipitur, occurrat, erit vtriusque communis sectio recta linea per
E 3. vndecimi Euclidis: quare recta omnis linea, quæ vel directè vel obliquè aspicitur, modò producta per centrum visus non transeat, in rectam proijcitur lineam; quod primùm demonstrasse oportuit.

Deinde partes lineæ directè spectatæ, partibus proiecturæ proportione respondere ex similitudine triangulorum probari potest. Cùm enim linea quæ proponitur, eiusque proiectura parallelæ sint propter oppositionis similitudinem, erunt triangula omnia, quæ radijs opticis, & parallelis hisce basibus continentur, inter se similia per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. sexti Euclid. vt totæ inter se bases, ita quoque
F abscissæ intermedijs radijs basium portiones.



Exempli gratia, sit in sphæra B A C circuli cuiuspiam non maximi diametrus B C proiecta in planum D E ex directo aspectu oculi in A cōstituti, dico vtriusq; partes B F & D G, itemque F C & G E proportione sibi respondere, hoc est ita se habere D G ad G E, vt se habet B F ad F C. Cùm enim parallela sit B C ipsi D E propter simili-

similitudinem aspectus, erunt triangula A B C, A D E; itemque A B F, A D G; ac A F C, A G E æquiangula per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. sexti Euclidis vt A B ad A D, ita B C ad D E: sed vt A B ad A D, ita est A F ad A G per 2. sexti Euclidis: igitur vt A F ad A G, ita se habet B F ad D G, & F C ad G E: quare vt B C ad D E, sic B F ad D G, & F C ad G E; quod quia eodem demonstrandi genere ostendi potest, in ceteris partibus in quas vtraque linea B C & D E secari potest, palàm relinquitur proiecturæ partes primitiuis similes esse; quod erat ostendendum. A



B

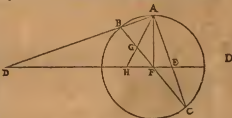
PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Linea obliquè exposita in lineam proiicitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus non ex æquo respondent: sed quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt, ea maiori analogia excrescunt.



PRIOR huius propositionis pars, videlicet lineam obliquè expositam in lineam proijci, ex præcedentis propositionis demonstratione patet. C

Altera verò pars quamuis ex lemmate 31. huius libri perspicua sit, tamen in hunc etiam modum demonstrabitur: Sit oculus A, eique obliquè proposita linea B C quæ secetur bifariàm in F, ita vt altera eius medietas B F oculo A propinquior sit, altera F C ab eodem remotior; productisque radijs A B & A C, sit primitiuæ lineæ B C proiectura D E; cuius portionem D F quæ proximam oculo medietatē lineæ B C repræsentat, aio reliquâ F E maiorem esse: quoniam enim triangula A B C & A E D similia sunt, vt ex demonstratione lemmatis 27. huius libri ostendi potest, erit A C B angulus



D

angulo A D E æqualis: est verò angulus C A F æqualis angulo A C F per 5. primi Euclidis, quòd nimirum F A & F C æquales sint, vtpore eiusdem circuli semidiametri: igitur in triangulis D F A & A F E quoniam æquales sunt anguli F D A & F A E, item anguli A F D & A F E æquales, nempe recti, erunt & reliqui æquales per 32. primi Euclidis: quare per 4. sexti Euclidis vt D F ad F A, sic eadem F A ad F E: sed F A maior est quàm F E per 19. primi Euclidis, quòd maiori angulo A E F subtendatur (siquidem angulus A E F maior est angulo B C F externus interno & opposito per 16. primi Euclidis: igitur & angulo F A E maior erit) eodemque modo F D maior quam F A probabitur: quapropter F D quàm F E multò maior erit; quod demonstrasse oportuit. E

Rursus si lineæ B C portio B F bifariàm secetur in G, & radius ab oculo A per G ducatur A H; dico D H quàm H F maiorem fore: nam cùm rectus sit angulus A F D, ideoque maximus trianguli A F D, erit latus A D latere A F maius per 19. primi Euclidis: Rursus quoniam B F in G secta est bifariàm, estque portio B G reliqua G F oculo propinquior, erit per 5. lemma libri quarti angulus B A G angulo G A F maior, quòd latera A B & A G lateribus A G & A F sint minora: igitur lineæ D F portio D H ipsa H F est maior; si enim angulus D A H angulo H A F æqualis esset, maiusque latus A D latere A F, adhuc maius conuinceretur segmentum D H segmento H F per 3. sexti Euclidis: nunc igitur cùm angulus D A H angulo H A F ostensus sit maior, erit & segmentum D H segmento H F maiore analogia maius, quàm sit lateris A D ad A F. Eodemq; modo si in quotcumque partes æquales primitiua linea B C diuidatur, eæque in planum D E proijciantur ostendi poterunt maiores proiecturæ illarum, quæ oculo sunt viciniores: patet itaque propositum, quod demonstrasse oportuit. F

PRO-

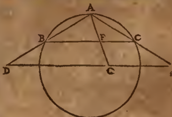
A

PROPOSITIO XC. PROBLEMA.

Lineam in planum proiicere, eiusq; proiecturam ita repræsentando secare, vt primitiua linea secta proponitur: & contrà, proiecturæ partes ad primitiuam lineam stereographicè reuocare.



B LINEAM in planum transcribere haud difficile erit, si commune proiectionum axioma attentiùs consideretur: quare exposita primùm perpendiculariter linea, ad planum vsque producatur, punctùmque in quod incidet, ipsius erit proiectura: deinde si directè vel obliquè obijciatur, radij ab oculo per ipsius extrema ad planum vsque protendantur: quæ enim incidentium radiorum puncta connectet recta linea, primitiuæ lineæ proiectura erit. Nunc quo pacto ea quæ in lineam proijcitur, in partes distribuenda sit, doceamus.



Esto in sphæra B A C proposita linea B C secta in F vtcumque, eiusque proiectura D E, quam ita secare repræsentãdo oporteat secundùm Stereographiæ præce-
C ptiones, vt primitiua linea BC secta est in F: ab oculo A radius educatur, qui per F delatus cum DE conueniat in G, factumque erit quod postulatur. Nam cùm per commune proiectionum axioma sit G ipsius signi F proiectura, & D ipsius B, necnon E ipsius C, erit quemadmodum tota D E totius B C, ita pars D G partis B F, & G E partis F C proiectura: itaque vt tota D E ad totam B C, ita repræsentando D G & G E partes ad partes B F & F C.

D Rursus conuersa operatione, si in eadem sphæra sit oculus A, eique subiectum planum per centrum actum, atque in eo data lineæ proiectura D E secta vtcumque in G; oporteat autem primitiuam lineam reperire, ac proiecturæ partes ad eam commeando reuocare: ab extremitatibus proiecturæ D & E radij ad oculum porrigantur D A & E A, qui sphæram secent in B & C: dico in primis rectam BC, quæ hæc sectionum puncta connectit, proiecturæ D E primitiuam lineam esse, quòd ambæ ijsdem radijs opticis contineantur. Deinde si à G ad A radius ducatur G A, qui ipsam B C in F secet: dico secundò F ipsius G primitiuum signum esse, ac proinde, vt suprà B C in F eodem modo stereographicè sectam esse, quemadmodum D F repræsentando secta fuerat in G; quod erat propositum.

E

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Circulus ex perpendiculari aspectu in rectam proiicitur lineam ex vtraque parte infinitam.



HOC in primis constat ex ipsius sphæræ natura & constructione, circulum omnem perpendiculariter obiectum, ad oculum in superficie positum ita se habere, vt centrum visus in circuli quoque peripheriam cadat: cæterorum enim, si qui sint, extra quorum circumferentiam est oculus, nullus omnino, quantumuis producatur, ad oculi centrum vmquam perue-
F niet; siquidem ea quæ ab oculo educitur, ad ipsius planum est inclinata.

Hinc facile est primam propositionis partem demonstrare: cùm enim in circuli ipsius circumferentia sit oculus, perspicuum est, radios omnes qui ab oculo ad circuli circumferentiam porriguntur, in ipso esse circuli plano. Hoc ergo productum vsque dum plano, quo proiectura excipitur, occurrat, erit circuli proiectura communis sectio vtriusque plani; ea autem per 3. vndecimi Euclidis recta est linea: erit igitur circuli proiectura recta linea; quod primò propositum fuit.

Esto deinde A B C quicumque sphæræ circulus, siue maximus siue non maximus, in cuius circumferentia constitutus sit oculus ad signum A: planum verò F G diametrum

circuli A C ad normam secans, in centro quidem, si maximus fuerit circulus, sin autem, A
vltra centrum. Rursus per A ducatur A H plano F G parallela: quoniam itaque A G F angulus rectus est, erit & angulus G A H rectus per 29. primi Euclidis: quare per 16. tertij Euclidis A H extra circulum cadet, & in locum, inter ipsam A H & circuli peripheriam comprehensum, altera recta linea non
B
cadet, sed quotquot ab A intra parallelas A H & F G ducentur, ex omnes circuli peripheriam secabunt. Quia verò hæ ipsæ cum A G angulum faciunt recto G A H minorem, fit per 11. axioma Euclidis, vt, si quoad necesse erit producantur, tandem cum plano F G item producto congrediantur; quarum eæ quidem excurrent longiùs, quæ per puncta oculo A viciniora aguntur: cumque in ipsa circuli peripheria nullum punctum sit oculo proximum (siquidem quouis dato aliud semper propinquius dari poterit) nullus quoque erit longitudinis finis, vltra quem alius radius protendi non poterit. C

Quod quamuis perspicuum esse videatur, fiet tamen euidentius, si ex contraria hypothesi impossibile sequi ostendamus. Esto, si fieri potest, proiecturæ terminus F radio A F constitutus: quoniam A F cum F G concurrit, adiuncta A G triangulum perficietur, cuius angulus G rectus cùm sit, erit G A F angulus recto minor per 32. primi Euclidis; ac proinde per 16. tertij Euclidis A F circuli peripheriam secabit: secet autem in B: quoniam A B circuli portio est, & magnitudo quædam non minima, ea vtique diuidi poterit: sit verò diuisa in D, & ab A per D radius agatur A D; hic quoniam circulum secat, faciet cum A G angulum angulo H A G recto minorem: quare A D producta cum G F item producta aliquando concurret, per 11. Euclidis axioma: esto igitur punctum concursus E: cùm itaque maior sit angulus E A G quàm F A G, propterea quòd D quàm D
B oculo A propinquius sit, erit angulus A E G angulo A F G minor, & linea E G linea F G maior per 21. primi Euclidis: non igitur circuli A B C proiectura in F terminatur, quæ vltra F in E vsque excurrit aduersus hypothesin. Cumque in infinitum secare liceat omnem circuli peripheriam, quæ inter A H tangentem, & radium quemcunque ab oculo eductum intercipitur: manifestè sequitur, circuli proiecturam infinitam esse; quod erat probandum.

Ex quo intelligas primò omnes circulos qui per oculum incedunt in rectas proijci lineas, easque infinitas: nam ex ijs quæ ad propositionem 31. libri tertij sunt prædefinita, constat hos omnes circulos perpendiculariter ad aspectum se habere, cùm radij omnes qui ab oculo ad ipsos ducuntur in eodem sint cum ipsis plano. E

Deinde & hoc obseruatione dignum est, vniuersam sphæram præter solum punctum in quo oculus, plano excipi, si infinitè producatur: nam præter illum radium, qui per oculum plano parallelus ducitur, quique sphæram summatim attingit, ceteri omnes sphæram secant: quare nulla pars sphæræ reliqua est, per quam actus radius cum plano non concurrat: igitur excepto puncto cui oculus incumbit, ceteræ omnes sphæræ partes per radiorum productiones in planum infinitum transcribi possunt.

PROPOSITIO XCII. PROBLEMA.

Circulum ex perpendiculari aspectu in planum transcribere, eiúsque proiecturam in partes repræsentando distribuere; & easdem vicissim ex proiectura ad primitiuum circulum reuocare. F

SIT A B C D circulus perpendiculariter expositus, quem oculo in A posito explanare oporteat: designentur in eo duo quæcumque puncta, nempe H & L, & per ea radij ducantur A H & A L, qui producti planum secent in F & G: igitur si per F & G recta linea ducatur ex vtraque parte infinita, hæc erit portionis H C L proiectura, per præcedens theorema & commune proiectionum axioma.

Deinde

A Deinde esto circuli A B C D linearis proiectura F G, ex perpendiculari aspectu oculi in A constituti producta, quam ita secare repræsentando oporteat secundùm Stereographiæ leges, quemadmodù circulus ABCD octifariàm diuisus est in H, B, I, C, K, D, L: ab
B oculo A per singula puncta circuli ad planum vsque F G radij producantur, qui cum eo conueniant ad signa F, B, O, E, P, D, G, factumque erit propositum. Radij namque, vbi in lineam F G incidunt, ibi eam ita secant secundùm aspectum oculi in A politi, vt circulus antè reipsa fuit distributus. Quoniam enim per commune proiectionum axioma ibi est cuiusque rei locus in plano, vbi id à radio per rem ducto attingitur, erit haud dubiè in linea F G punctum E locus apparens signi C, & O signi I, & P ipsius K, atque ita de ceteris. Vt igi-
C tur singula puncta lineæ F G singula exhibent circuli diuisi puncta, propterea quòd lineæ F G puncta, eorum in quæ circulus dispescitur, sint proiecturæ: ita interualla, quibus puncta lineæ F G ab inuicem disiunguntur, ipsos circuli arcus, qui inter diuisionum puncta intercipiuntur, repræsentant. Itaque linearis circuli proiectura F G ita repræsentando secta est in F, B, O, E, P, D, G, quemadmodum reipsa primitiuus circulus in H, B, I, C, K, D, L; quod secundò erat faciendum.

Naturalis quidem est isthæc proiecturæ distributio, quòd rem ipsam proximè imitetur; at quoniam incertæ sunt radiorum productiones per ea circuli puncta, quæ ad oculum propiùs accedunt; tum propter sectionum obliquitatem quibus circuli peripheria prope oculum intersecatur; tum propter spatij breuitatem, quòd oculum inter & pun-
D ctum in peripheria circuli assumptum, intercedit; placet hunc etiam modum adiungere, illo quem iam proposuimus longè accuratiorem.

Circa centrum A, interuallo quocumque, puta AT, semicirculus describatur N T S, qui & octifariàm diuidatur, quemadmodum propositus circulus A B C D; & ab A per singula diuisionum puncta radij emittantur A R, A V, A Q, A T, &c. eritque vt priùs confectum propositum. Nam vbi hi radij in rectam F G incidunt, ibi eadem loca signant, in quibus ea repræsentando ita secatur, quemadmodum circulus A B C D octifariàm reipsa est distributus. Quoniam enim peripheria T Q æqualis est peripheriæ Q V, erit & angulus T A Q angulo Q A V æqualis per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet A sit semicirculi centrum: si autem angulus T A Q æqualis sit angulo Q A V, erit & arcus C I arcui I B
E æqualis per 26. tertij Euclidis: est enim A in ipsius circuli A B C D circumferentia. Eodem verò modo æquales ostendi possunt & reliqui arcus circuli A B C D: itaque radijs ab oculo A per æquales diuisiones semicirculi N T S productis, & circulus A B C D in totidem partes æquales dissecatur; atque ea propter vbi ijdem radij circuli proiecturam F G intersecant, ibi eam repræsentando ita diuidunt, vt circulus primitiuus A B C D reipsa sectus supponitur.

Ex his facilè colligi potest ratio designandi in data circuli proiectura F G gradum quemcumque postulatum ex ijs, in quos sphæræ circuli distribui solent. Si enim is in circulo A B C D, vel semicirculo N T S sumatur, radiusque per eum ab oculo A ducatur, hic proiecturæ F G occurrens eumdem in ea repræsentando consignabit. Exempli gratia, sit
F inueniendus in linea F G gradus quintus supra quadragesimum, initio sumpto ab E, hoc est punctum quod eumdem gradum circuli A B C D repræsentet, à C sumpto initio. Diuidatur circuli quadrans B C bifariàm in I, & per I radius ducatur ab A, hic inquam in proiectura F G eumdem gradum signabit ad punctum O. Eodemque modo propositum conficietur, si semicirculi N T S quadrans T V bifariàm diuidatur in Q: nam vt proximè ostensum est, radius A Q etiam per I transit, quòd eamdem rationem habeat T Q ad semicirculum, quam C I ad circulum totum.

Iam si vicissim datæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reducendæ sint, reciproca operatione id perficietur: vt si in circuli proiectura F G data sint quotcumque pun-

puncta F, B, O, E, P, D, G; oporteat autem hæc ad primitiuum circulum A B C D reducere: A
id nullo negotio obtinebitur, si à signis in linea F G datis, radij ad oculum A porrigantur: hi enim vbi circulum A B C D secabunt, ibi ostendent primitiua illa puncta, quæ datis in proiectura F G signis aspectu respondent, vt ex dictis patet, & per commune Proiectiouum axioma facilè demonstrari potest: eadem siquidem est via qua partes primitiuæ ad planum deferuntur, & qua à plano ad originem reducuntur.

Si extremi radij F A & G A non satis exactè ostendant postulata loca H & L in circuli A B C D peripheria, propter intersectionum obliquitatem, ita vt meritò dubitari possit, quot gradus peripheria A H vel A L contineat; describetur vt supra circum A centrum semicirculus N T S: hic verò quoniam à radijs F A & G A, eodem modo secatur quo B
totus A B C D circulus; perspicuum est tot gradus contineri circulari portione A H, quot dimidiatos gradus continet N R, vel quot partes complectitur eadem N R ex 360. in quos semicirculus N T S distribuitur; atque ita confectum erit, quod vltimò proponebatur.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Circuli perpendiculariter spectati æquales partes in inæquales partes recta linea proijciuntur, è quibus illæ semper maiores sunt, quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt; bina autem C
hinc inde à radio, qui per centrum ducitur, pari interuallo disiuncta, æquales.

SINT circuli A B C D perpendiculariter spectati æquales partes C I, I B, B H, eæque in rectam lineam proiectæ, in qua sectiones faciant E O, O B, B F: has dico inæquales inter se esse, maioremque O B quàm E O, & B F quàm O B maiorem. Quoniam enim rectus est angulus A E F, erit A O E acutus, vt ex 17. primi Euclidis colligi potest; ideoque A O B obtusus, ac multò magis A B F obtusus; quocircà maior est A O quàm A E, & A B quàm A O, & A F quàm A B maior per 19. primi Euclidis. Cùm verò per 27. tertij Euclidis angulus E A O angulo O A B in triangulo E A B sit æqualis, quòd nimirum æqualibus peripherijs C I & I B insistant, erit per 3. sexti D E
Euclidis vt A B ad A E, ita B O ad O E: sed A B ostensa iam est maior quàm A E: igitur & B O quàm O E maior erit. Eademque ratione maior erit F B quàm B O, & sic de ceteris: itaque maiores semper illæ sunt proiecturæ, quæ à propinquioribus oculo peripherijs obueniunt; contrà verò illæ semper minores, quæ remotiorum ab oculo partium sunt proiecturæ; quod primò erat ostendendum.

Deinde, quod secundo loco proposuimus, binas hinc & inde partes à radio qui per centrum ducitur, pari interuallo disiunctas æquales inter se esse hoc modo demonstrabitur: In triangulis A E O & A E P, quoniam æqualis est angulus A E O angulo A E P, vtpote rectus vterque, itemque angulus E A O angulo E A P in æquali peripheria consti- F
tuto æqualis, & latus A E quod æqualibus angulis adiacet, vtrique commune, erit per 26. primi Euclidis & latus E P lateri E O æquale. Rursus cùm eodem modo in triangulis A E B & A E D æqualia ostendi possint latera E B & E D, si ab his detrahantur portiones E O & E P iam ostensæ æquales, relinquentur per communem notionem O B & P D æquales: quia autem in ceteris eadem est demonstratio, perspicuum relinquitur, binas proiecturæ partes, æquè à radio A E disiunctas, æquales esse; quod secundo loco erat demonstrandum.

PRO-

A

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Circulus directè aspectatus in circulum proiicitur, cuius idem est centrum verum & apparens; partésque primitiui circuli partibus, quæ iisdem radiis continentur, proportionales.

CIRCVLI omnes, quicunque in sphæra directè aspectui obijci possunt, bi-
fariàm discriminantur; aut enim maximi sunt, aut non maximi: si maxi-
B mi, perspicua est in illis propositi demonstratio; siquidem suis proiecturis
ita exactè congruunt, & situ & magnitudine, vt ab illis nullo pacto di-
stinguantur, cùm planum per centrum sphæræ actum supponamus: &
quamuis planum per centrum non ducatur, erunt tamen maximorum circulorum
proiecturæ circuli, centrum habentes vnum idemque verum & apparens; quorum
cùm eadem sit, ac non maximorum demonstrandi ratio, eam in non maximis propo-
nemus in hunc modum:

Esto in sphæra A B C D, cuius centrum E, circulus non maximus F H G, directè visui
A oppositus: igitur quoniam planum I L K directè obijcitur, erit propter situs similitu-
dinem proiecturæ planum ipsius circuli plano parallelum, per ea quæ ad propositio-
C nem 31. libri tertij docuimus: igitur
per 16. vndecimi Euclidis communes
eorum sectiones, quæ à triangulis per
axem fiunt, parallelæ inter se erunt,
hoc est O F ipsi E I, & O H ipsi E L: ac
proinde per 4. lemma libri quinti æ-
quiangula erunt ipsa triangula A O F
& A E I, itemque A O H & A E L, ac
eodem modo cetera: quamobrem
per 4. sexti Euclidis erit vt A O ad A E,
D ita O F ad E I; & rursus vt eadem A O
ad eamdem A E, sic O H ad E L: itaque



per 11. quinti Euclidis, vt O F ad E I, sic O H ad E L; & alterna ratione vt O F ad O H, ita
E I ad E L: sed O F æqualis est ipsi O H, quòd F H G circulus esse supponatur: igitur & E I
ipsi E L æqualis erit. Cumque in ceteris, quæ ex E ad proiecturæ circumferentiam edu-
cuntur, eadem sit demonstratio, palàm est circulum F H G, reliquosque qui directè aspe-
ctui obuersantur, in circulos proijci; quod erat demonstrandum.

Præterea dico proiecturæ centrum E idem esse verum & apparens: nam verum qui-
dem centrum illud est, à quo omnes qui ad circumferentiam pertinent radij inter se
sunt æquales: at eiusmodi esse punctum E, ostensum iam est: igitur E verum est proie-
E cturæ I L K centrum. Deinde apparens centrum est illud, quod primitiui circuli cen-
trum repræsentat: sed idem punctum E cùm in eodem existat radio A O, in quo &
primitiui circuli centrum O, erit E apparens centrum proiecturæ I L K; quod erat
probandum.

Sed & proiecturæ partes I L & L K, ceteræque, primitiui circuli partibus F H & H G
sunt proportionales: ducta enim A P vtcumque inter A I & A L, quæ circulum F H G se-
cet in Q, triangula perficiantur F Q H & I P L, quæ æquiangula erunt per 10. vndecimi
Euclidis: quòd nimirum per 16. vndecimi Euclidis singula eorum latera lateribus sin-
gulis sint parallela: igitur similia sunt F Q H & I P L segmenta. Cumque eadem sit in
ceteris demonstratio, probatum relinquitur circularis proiecturæ partes, quæ ex di-
F recto aspectu obueniunt, primitiui circuli partibus proportionales esse, quod erat præ-
standum.

Ex quo fit, vt quadrantes in quadrantes, & gradus in gradus, ac omnino cuius-
cumque nominis partes, in partes eiusdem appellationis proijciantur: vnde iam plana
efficitur sequentis problematis explicatio.

 A

PROPOSITIO XCV. PROBLEMA.

Circulum directè spectatum in planum profundere, eiusq́; proiecturam in partes repræsentando secare, & easdem vicißim ad primitiuum circulum reuocare.



HOC problema ex dictis facilem habet constructionem: nam si per circuli centrum, & punctum aliquod in peripheria ipsius assumptum radij ab oculo ad planum vsque protendantur, quæ incidentium radiorum B
puncta connectet recta linea, semidiametrus erit, circa quam descriptus in plano circulus propositum directè circulum repræsentabit, siquidem connectens incidentium radiorum puncta, semidiametri erit proiectura; sed & in circulum proijcitur is, qui directè obijcitur circulus per præcedentem propositionem, eiusque centrum cùm idem sit verum & apparens, palam est circulum ex semidiametro proiecta descriptum, ipsius propositi circuli proiecturam esse, in cuius etiam centrum vterque Polus incidet.

Si iam exceptus plano circulus ita secandus sit, vt eius partes primitiui circuli partes repræsentent, constituendus erit ad proiecturæ centrum angulus æqualis ei qui partem primitiui circuli subtendit: hic enim similem proiecturæ peripheriam intercipiet. C

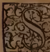
Exempli gratia, sit I L K circuli F H G directè spectati proiectura, quam ita secare oporteat secundùm aspectum, vt circulus F H G sectus est in H: fiat I E L angulus angulo F O H æqualis: dico proiecturæ portionem I L circumferentiæ F H primitiui circuli similem esse, hoc est ita se habere secundùm aspectum I L ad totum proiecturæ circulum, quemadmodum se habet F H ad totum circulum primitiuum. Quoniam D
enim per 20. tertij Euclidis angulus I E L qui ad centrum, duplex est eius qui ad circumferentiam I K L constitui potest; & eodem modo F O H ad centrum, duplus eius qui ad circumferentiam F G H, erunt anguli qui ad peripherias F G H & I K L constituentur, æquales per communem notionem, quòd videlicet ipsorum dupli qui ad centra O & E positi sunt, inter se sint æquales: quocirca segmenta F G H & I K L similia sunt per 10. definitionem tertij Euclidis: ideoque & reliqua F H & I L similia erunt, totique circulo proportionalia per 19. quinti Euclidis.

Vicissim autem si proiecturæ partem ad primitiuum circulum reducere oporteat, E
eadem operatione id fiet; si nimirum angulo I E L ad centrum proiecturæ constituto, æqualis fiat angulus F O H ad centrum circuli primitiui: hic enim per ea quæ proximè sunt demonstrata, portionem intercipiet F H ipsi I L similem; quod postulabatur.

At facilius multo vtrumque exequemur, si vterque circulus, primitiuus scilicet & eius proiectura, ex eodem centro in plano quopiam describantur, & per data alterius diuisionum puncta rectæ ad centrum perducantur: hæ enim & alterum in eamdem rationem secabunt.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Circulus ex obliquo aspectu in circulum transcribitur, cuius centrum non idem est verum & apparens. F



SIT in sphæra A B D C, cuius centrum K, circuli obliquè spectati diametrus B C, & planum quo proiectura excipi debeat F R rectis angulis adiunctum ei, quæ ab oculo A in K centrum sphæræ procidit: vtrumque autem, nempe planum & circulus visus, maximo sphæræ circulo A B D C ad normam insistant, in eoque communes sectiones faciant rectas lineas B C & F R; sitque proiecturæ diametrus F E radijs A B & A C ad planum vsque protensis definita: dico

A dico conum ABC, cuius basis circulus ex diametro BC obliquè spectatus, plano EF subcontrariè secari, angulumque ABC angulo AEF, & ACB angulum ipsi AFE angulo æqualem esse. Ducta enim per sphæræ centrum AD, iunganrur BD & CD: quooiam igitur rectus est angulus ACD, vtpote in semicirculo per 31. tertij Euclidis, itemque AKE rectus ex constructione, & angulus DAC vtrique triangulo ACD & AKE com-
B munis, erit & reliquus ADC reliquo AEK æqualis: sed cùm per 35. tertij Euclidis sit rectangulū AHD rectangulo BHC æquale, erit per 16. sexti Euclidis vt AH ad BH, ita CH ad DH, angulusque AHB angulo CHD æqualis per decimam quintam primi Euclidis: itaque per 6. sexti Euclidis æquiangula ipsa triangula AHB & CHD: in quibus proinde angulus ABH angulo HDC erit æqualis: huic verò cùm æqualis ostensus sit AEK, erit per communem notionem AEF angulus ipsi ABC angulo æqualis. At simili ratiocinandi modo ostendi potest angulus AFE angulo ACB æqualis, quòd nimirum vterque vni
C tertio ADB sit æqualis: triangula igitur AEF & ABC, quibus & CAF angulus communis est, sunt æquiangula; ac propterea sectio EF sectioni BC similis & subcontraria est: quocircà vti BC circulus est, ita erit & EF circulus per 28. lemma huius libri; quod erat demonstrandum.

Quòd autem obliquæ circuli proiecturæ non idem sit verum centrum & apparens, ex lemmate 31. perspicuè paret: nam si primitiui circuli diametrus BC secetur bifariàm in O, & per O radius ad planum vsque FR proreodatur cum eo concurrens in Q centrum apparens proiecturæ, hoc erit punctum illud quod primitiui circuli centrum repræsentat: at per iam citatum 31. lemma constat in cono scaleno, qualis est obliqui circuli radiosus aspectus, si vna subcontrariarum sectionum in duas ex æquo partes dis-
D tribuatur, vt BC in O, alteram in partes inæquales dissecari, vt FE in Q: non est ergo Q circuli, qui circum FE describitur, verum centrum, cùm in vero circuli centro omnes diametri sese bifariàm secent.

Deinde si proiectura FE bipartitò diuidatur in P, & ab oculo A in P radius procidat, qui primitiui circuli diametrum BC secet in S, palàm est per idem 31. lemma BC in S minimè ex æquo diuidi: quare S non erit primitiui circuli centrum: ac proinde cùm P sit ipsius S proiectura, nec P apparens proiecturæ centrum erit, quod ostendisse oportuit.

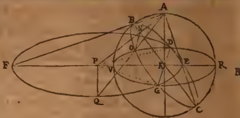
PROPOSITIO XCVII. PROBLEMA.

E *Circulum ex obliquo aspectu in planum transcribere.*

PER circuli obliquè expositi BOGC diametrum BC radij ab oculo A ad planum vsque profundantur AE & AF sectaque EF, in P bifariàm circa P centrum, interuallo autem PE vel PF circulus describatur PQGE: hunc dico esse pro-
F positi circuli obliqui BOGC proiecturam. Cum enim per iam proximè demonstrata sit obliqui circuli proiectura circulus, & per 90. huius sit recta linea FE proiectura ipsius BC diametri, erit & FE totius proiecti circuli AGE diametrus: quare in ea erit verum proiecturæ centrum; at non alio loco quàm vbi ea diuiditur bifariàm: igitur descriptus circa P, ad interuallum PE vel PF circulus primitiuum circulum BOGC obliquum in plano exhibebit.

Verùm vt sciatur, quam in partem primitiui circuli diametrus proijcienda sit, hac ar-

te vtendum erit: Per oculum axemque sphæræ planum ducatur ad propositi circuli A
planum rectum: hoc namque per 13. primi Sphæricorum Theodosij secabit circulum
bifariàm, ac proinde per centrum: itaq; communis illius & circuli sectio, erit illa diametrus, cuius alterum extremũ B oculo proximum est, alterum verò C ab oculo remotissimum; ita vt in tota propositi circuli peripheria nullum sit punctum oculo propinquius quàm B, nec vllum quàm C remotius. Quoniã ergo A B C planum ad circulum B G C rectum est, erit A S quæ ad communem sectionem B C



perpendicularis ducetur, ad ipsum quoque circulum recta: quare per 16. lemma libri quarti erit angulus A K B minimus illorum omnium, qui linea A K, eductisque è circuli centro K ad peripheriam semidiametris continetur: itaque per 33. sexti Euclidis peripheria A B minima est omnium illarũ quæ inter A & circuli B G C ambitum interiacent; atque idcircò B ipsi A proximum, C verò remotissimum est, quòd angulus A B K maximus sit per idem 16. lemma libri quarti: ideoque & arcus A C omnium maximus. Ex C
quo fit, vt & F E maxima sit diametrus per vtrumque, verum scilicet & apparens, proiecturæ centrum incedens: circa quam proinde descriptus circulus F G E ipsum B G C circulum obliquum repræsentat: alioquin si alia quæpiam diametrus in plano reperta sit non maxima, exempli causâ D G, vt circa eam proiectura describatur, tertium aliquod punctum erit inuestigandum, & per tria data puncta circulus describetur, quemadmodum quinta propositio libri quarti Euclidis docet.

Porrò in maximorum circulorum obliquis proiectionibus, descripto priùs V G R circulo ex directo obtutu, vt ex eo circuli obliqui proiectio instituatur, satis erit alterum extremorum signorum inuenisse: nam cùm proiectura circuli obliqui per communem intersectionem circulorum V G R & B G C transire debeat, reperto in linea E F puncto P æquè ab G & E dissito, necesse erit circulum per E & G ex centro P decircinatum per F simul transire. D

Hinc facilè colligi potest omnem circuli obliqui proiecturam ipso primitiuo circulo maiorem esse: quoniam enim non idem est eius verum centrum & apparens, licebit ex centro proiecturæ P ad D & G extremitates diametri obliqui circuli B G C rectas lineas ducere P D & P G, quæ simul sumptæ æquales erunt ipsius proiecturæ diametro F E: sunt autem per 20. primi Euclidis P D & P G ipsâ D G maiores: igitur proiecturæ obliquæ diametrus F E primitiui circuli diametro D G maior est, proinde & proiectura ipso primitiuo circulo obliquo maior. E

PROPOSITIO XCVIII. PROBLEMA.

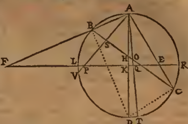
Verum obliquæ proiecturæ centrum reperire.

NVENTIS per superius problema extremis punctis E & F, per quæ obliqui circuli B C proiectura incedit, haud erit difficile centrum ipsius verum inuenire: diuisa namque E F bifariam in P, constat P esse verum ac proprium proiecturæ centrum: est enim id cuiusque circuli centrum, quod omnes dimetientes in duas ex æquo partes dispescit; est verò E F proiecturę diametrus, quemadmodum & B C diametrus est circuli primitiui: igitur P, quod ipsam E F bipartitò diuidit, est proiecturæ centrum. F

Verum quoniam subtilioris est inquisitionis, proposito circulo primitiuo B C ad aspectum obliquato, ipsius proiecturæ naturale, centrum in plano reperire, si necdum loca definita sint per quæ transeat; fiet id hoc pacto: Ab oculo A ducatur A P, quæ cum P E angulos faciat, iis quos A O efficit cum B C, similes, sic vt angulus A P F æqualis sit angulo A O C, & A P E angulus angulo A O B æqualis: dico peractum esse quod postulabatur, esseque P futuræ proiecturæ proprium centrum. Cùm enim in triangulis A B O & A P E sint anguli A P E & A O B iam facti æquales, itemque anguli A B O & A E P æquales

ex

A ex ea hypothesi, qua similia esse triangula A B C & A E F propter subcontrariam sectionem coni scaleni optici supponitur, erit & reliquus angulus P A E reliquo B A O æqualis, quòd per 32. primi Euclidis tres vnius trianguli anguli tribus alterius sint pares, vtpote duobus rectis æquales: quare per 4. sexti Euclidis vt A B ad B O, ita se habet A E ad E P, & permutando vt A B ad A E, ita B O ad E P: sed vt A B ad A E, ita quoque est B C ad E F ex hypo-



B thesi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita est B C ad E F; & diuidendo per 17. quinti Euclidis vt B O ad O C, ita E P ad P F: at B O æqualis est O C: itaque & E P ipsi P F est æqualis; ex quo sequitur P esse proprium proiecturæ centrum; quod erat inueniendum.

Deinde si ab oculo A ad primitiui circuli diametrum B C ducatur A S, ita vt angulos efficiat iis, quos A O producta in F E facit ad signum Q, similes, peractum rursus erit propositum. Nam producta A S io P futuræ proiecturæ centrum incidet, vbi nimirum E F bifariàm diuiditur. Quoniam enim A S B angulus æqualis ponitur angulo A Q F, estque

C A B S angulus angulo A E O æqualis propter triangulorum A B C & A E F similitudinem, erit quoque reliquus angulus B A S reliquo angulo E A Q æqualis per 32. primi Euclidis; adiuncto igitur communi S A Q erit totus B A O toti E A P æqualis: cumque in iisdem triangulis B A O, E A P sint quoque anguli A B O & A E P æquales ex hypothesi, erunt & reliqui A O B & A P E æquales: ac proinde ipsa triangula æquiangula vt prius; in quibus propterea cùm latera B O & E P ad A B & A E eamdem rationem habeant quam B C ad E F, erit vt B O ad E P, ita B C ad E F, & permutando vt B O ad B C, ita E P ad E F, hoc est dimidium ad duplum: quocircà P centrum erit proiecturæ E F postulatum.

Omnium autem expeditissima ratio inueniendi centrum obliquæ proiecturæ, hæc erit, si productâ A O in T, fiat B V arcus arcui C T æqualis: adiuncta enim A V secabit E F in

D proprio centro P. Nam quoniam per 27. tertij Euclid. æquales sunt anguli B A S & E A Q, adiuncto communi angulo P A Q, erunt in triangulis B A O & E A P anguli B A O & E A P ad verticem æquales: sunt verò & ex hypothesi æquales A B O & A E P; igitur æquales sunt & reliqui A O B & A P E, ipsaque triangula æquiangula: quare per 4. sexti Euclidis vt A B ad B O, ita est A E ad E P; & vicissim, vt A B ad A E, sic B O ad E P: at vt A B ad A E, ita est B C ad E F ex hypothesi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita B C ad E P, & per 17. quinti Euclidis rationis diuisione vt B O ad O C, sic E P ad P F: sed B O æqualis est O C: igitur E P ipsi F P est æqualis; ideoque vt suprà P est proprium proiecturæ centrum.

Ex quo perspicuè fit, vt si sumptus fuerit primitiuus circulus B C de numero maximorum qui in sphæra sunt circulorum, ducenda sit A S ad rectos ipsi B C angulos. Cùm enim

E ex proximè demonstratis constet A S in B C iisdem angulis incidere debere, quibus ea quæ à visu A per centrum primitiui circuli acta in planum procidit F R; sitque per 6. primi Sphæricorum Theodosij maximorum circulorum idem quod sphæræ centrum K, vbi A K ad planum recta est, manifestè sequitur & ipsius A S ad B C angulos rectos esse oportere.

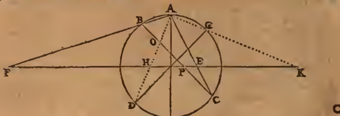
Hinc etiam id colligi potest, quod propositione 96. ostendimus, in obliquis maximorum circulorum proiecturis non idem esse centrum verum & apparens. Nam cùm A S ad B C secundùm rectos ducta sit angulos, A O verò in eamdem B C angulis cadat obliquis, non vna erit eademque linea A S & A O: productæ igitur in diuersa loca plani incident, quorum alter P centrum erit proiecturæ proprium, alter K centrum apparens.

F Præterea cùm maximi obliqui circuli pars inter oculum, eumque circulum maximum qui directè videtur, cadat, pars verò vltra procedatur, necesse est eum radium, qui ab oculo ad remotiorem extremitatem circuli obliqui pertinet, intra proiecturam circuli directè spectati incidere, alterum autem, qui ad propinquiorem, extra procurrere: igitur maximi circuli obliqui proiectura circuli maximi directè spectati proiecturam secat. Sunt autem ambæ proiecturæ circuli, earum proinde nequit idem esse proprium centrum per 5. tertij Euclidis: at proiecturæ obliquæ centrum apparens idem est quod proprium circuli primitiui; itaque illius non idem est centrum verum, seu proprium, & apparens.

PROPOSITIO XCIX. PROBLEMA. A

Obliqui circuli Polos in plano ſtereographicè deſignare.


STO obliquus ſphæræ circulus B C orthographicè deſignatus, atque ipſius
Stereographica proiectura E F, cuius oporteat Polos inuenire ſecundùm
Stereographiæ leges. Ducatur axis D G ad rectos ipſi B C angulos: quo-
niam D & G Poli ſunt ipſius circuli primitiui B C, ſi per ipſos radij euibren-
tur, qui planum ſecent in H & K, erunt hi ipſius proiecturæ E F apparentes
Poli per commune Proiectionum axioma. B



C

Abſque axis D G præſidio Poli quoque reperientur, ſi angulus E A F rectâ A D bifa-
riàm diuidatur per 9. primi Euclidis, erit H, vbi A D planum interſecat, alter Polus: nam
per 26. tertij Euclidis æquales ad circumferentiam anguli æqualibus peripheriis eiuſ-
dem circuli inſiſtunt: igitur ſi bifariàm diuiſus ſit angulus E A F, erit quoque peripheria
B D C in D ſecta bifariàm; ac proinde vt D circuli B C verus eſt Polus, ita H eſt proiecturæ
Polus apparens.

Altero Polorum H inuento facile erit alterum aſſignare. Acta enim A G ipſi A H per-
pendiculari, productaque ad planum vſque, donec illud interſecet in K, erit K alter Po- D
lus, quem aſſignare oportebat. Nam cùm D A G rectus ſit angulus, erit D A G ſemicir-
culus; eodemque modo G C D ſemicirculus erit: igitur cùm Polus vnus ſit D, cuius data
eſt proiectura H, erit alter Polus G, eiuſque proiectura K.

Rurſus ſi E F ea ratione ſecetur in H, per 10. ſexti Euclidis, vt ſit E H ad H F quemad-
modum A B ad A C: dico H alterum Polorum eſſe. Nam quoniam propter ſubcontrarias
ſectiones trianguli C A F per lineas B C & E F, ſimilia ſunt triangula A B C & A E F, erit vt
A B ad A C, ita A E ad A F. Cùm verò ſit per conſtructionem E°H ad H F, vt A B ad A C, erit
quoque per 11. quinti Euclidis E H ad A F, quemadmodum A E° ad A F: quare per con-
uerſionem tertiæ propoſitionis ſexti Euclid. erit angulus E A F ſectus bifariàm; ac proin-
de æquales peripheriæ B D & D C per 26. tertij Euclidis; ideoque D primitiuus Polus, eiuſ- E
que proiectura H.

Prætereà abſcindat A H abs P B & P F æquales portiones P O & P H: dico H Polum eſſe
circuli B C. Quoniam enim per 5. primi Euclidis æqualis eſt angulus P H O angulo P O H,
hic verò æqualis A O B per 15. primi Euclidis, erit quoque P H O angulus angulo A O B
æqualis: ſed in triangulis A E H & A B O præter hos æquales angulos, æquales quoque ſunt
A E H & A B O propter triangulorum A B C & A E F ſimilitudinem: igitur & reliqui B A O
& H A E inter ſe ſunt æquales per 32. primi Euclidis: quare per ea quæ iam oſtenſa ſunt,
H Polus eſt; quod erat probandum.

CONSECTARIVM I. F

Obliquæ proiecturæ Polus ab vtroque centro, vero ſcilicet & apparente, diſtat.

Ex dictis facilè colligi poteſt, obliquæ proiecturæ Polum ab vtroque centro, vero ſci-
licet & apparente, diuerſum eſſe; quod ſigillatim oſtendendum eſt. Ac primò à vero
ac proprio centro differre ſic demonſtrari poteſt: Quoniam angulus E A F per eam quæ
ab oculo A ad Polum ſpectatum H protenditur, ſectus eſt bifariàm, erunt per 3. ſexti Eu-
clidis

A clidis basis E F segmenta E M & H F lateribus A E & A F proportionalia: at latera A E & A F inæqualia inter se sunt, propterea quòd opticus conus, quo obliquus circulus B C aspicitur, scalenus sit: igitur & basis segmenta E H & H F inæqualia erunt; quocircà non potest H verum proiecturæ E F centrum esse.

Deinde aliud esse centrum apparens à Polo obliquæ proiecturæ E F, ex eo probatur, quòd ea quæ ab oculo A ad centrum apparens proiecturæ ducitur, ipsam B C secet bifariàm: cùm ergo in triangulo A B C inæqualia sint latera A B & A C, erit & angulus B A C non ex æquo diuisus per conuersionem quinti lemmatis libri 4. at per eam quæ ab oculo ad Polum apparentem ducitur, angulus B A C in duos ex æquo dispescitur; itaque non
B potest idem esse punctum H, seu Polus, & centrum proiecturæ apparens.

CONSECTARIVM II.

Quæ à cõmunibus sectionibus directæ & obliquæ proiecturæ maximorum circulorũ per Polos obliquæ proiecturæ producuntur rectæ lineæ, eæ in extremitates diametri obliquæ proiecturæ terminãtur.

HVc etiam spectat ea obseruatio in maximorum circulorum proiecturis, ABDC quidem directa, obliqua verò AFDE, quòd ductę à cõmunibus intersectionibus A & D
C per H Polũ obliqui circuli rectæ lineæ A N & D M in diametrũ proiecturæ obliquæ ad signa M & N terminẽtur; quoniam enim angulus C A N ad vtriusque circuli
D A B D C & A F D E circumferẽtiam constituitur, erũt per 39. lemma huius arcus E N & C L angulo N A C comprehensi similes: sed C L arcus est sui circuli quadrans, quòd à Polo L ad C peripheriam obliqui circuli B C protendatur: ergo & N E circuli A F D C quadrans erit: at simili modo recta D M quandrantem ab E intercipit E M: igitur iuncta M N diametrus erit circuli A F D E, ad quam rectæ A H & D H productæ perueniunt.

E Et si ab altero Polo K per A & D communes inter sectiones maximorum circulorum A B D C & A F D E rectæ protendantur K A, K D: dico illas quoque in diametrum M N obliquæ proiecturæ incidere. Quoniam enim M E & E N ostensi iam sunt quadrantes circuli A F D E, erit M E N semicirculus: quare qui in eo sunt anguli M A N & N D M recti sunt per 31. tertij Euclidis: sed & recti sunt H A K & H D K, vtpote in semicirculis: igitur per 14. primi Euclidis rectæ erunt ipsæ lineæ quæ ex K per A & D ad M & N protenduntur: vnde si inueniendi sint Poli obliquę proiecturæ A F D E, ducta diametro M N ad normam ipsi F E, ducantur N A & M D, item M A & N D protrahantur vsque in K, eruntque H & K Poli.

CONSECTARIVM III.

F

Si ab externo Polo educta recta linea directam proiecturam circuli maximi contingat, ea producta in contactum obliquæ proiecturæ maximi circuli incidet.

PRÆTEREA si recta K R circulum tangat in R, iuncta O R, ductaque I S ipsi O R parallela, dico eamdem K R productam circulum quoque A F D E in S contingere. Quoniam enim N I O & D O I recti sunt, erunt I N & O D parallelæ per 28. primi Euclidis: at

ar ostensum est consectario 2. rectam K D productam in N incidere: igitur æquiangula A
erunt triangula K O D & K I N per 4. lemma libri quinti; ideoq; per 4. sexti Euclidis, vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: sed I S ipsi I N, & O R ipsi O D sunt æquales per circuli definitionē: quare per 7. quinti Euclidis vt K I ad I N, ita eadē K I ad I S, & vt K O ad O D, ita K O ad O R, & permutando vt K I ad K O, ita I S ad O R: ergo quæ ex K ad R ducitur recta linea producta in S incidit: si enim negetur in S incidere, dicatur in aliud quoddam punctū cadere lineæ I S quodcūque, puta X: igitur cùm in triangulo I K X pa- C
rallelæ sint I X & O R, erit vt K I ad K O, sic I X ad O R, quod fieri nequit, quia ostēsa iam est I S ad O R quemadmodū K I ad K O: quocircà K R producta in S cadit: at rectus est angulus I S K per 29. primi Euclid. quòd posita sit I S ipsi O R parallela, sitq; angulus O R K rectus; itaque K S circulum A F D E in S contingit per 16. tertij Euclidis; quod erat probandum.

CONSECTARIVM IV.

Educta ab externo Polo recta linea, de maximorum circulorum proiecturis similes peripherias rescindunt.

RVRSVS ducta ex Polo K quacumque recta linea K Y, quæ vtrumque circulum D
A B D C & A F D E secet: dico arcum F Y arcui V L, & arcum E α arcui Z ε, item Y D α arcum ipsi L D ε similem esse. Quoniam per 2. coosectarium recta est linea K D N, & parallelæ sunt rectæ lineæ I N & O D, eruot æquiangula ipsa triangula K I N & K O D per 4. lemma libri quinti, ac proinde per 4. sexri Euclidis vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: iungantur ergo O L & I Y, quoniam æqualis est I Y ipsi I N, & O L ipsi O D per circuli definitionem, erit quoque vt K O ad O L, ita K I ad I Y per 7. tertij Euclidis: sed in triangulis K O L & K I Y communis est angulus K, reliquorum verò vterque I Y K & O L K, minor est recto, quòd K O L & K I Y maiores sint rectis: igitur per 7. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa K O L & K I Y triangula, quorum proinde æqualibus angulis K O L & K I Y similes arcus subtendentur L D Z & Y D E per 39. lemma: his autem sublatis à similibus E
semicirculis, relinquuntur arcus V L & F Y similes per 19. quinti Euclidis.

Similì prorsus modo ductis I α & O ε, cùm sit I α ipsi I N, & O ε ipsi O D æqualis, erit vt K I ad K O, ita I α ad O ε, & triangulum K I α triangulo K O ε per 7. sexti Euclid. æquiangulum, ideoque & arcus E α arcui Z ε similis per idem 39. lemma huius libri: si igitur à similibus semicirculis F D E & V D Z similes arcus detrahantur F Y, & E α, itemque V L & Z ε, reli iquentur Y D α & L D ε similes; quæ omnia erant demonstranda.

PROPOSITIO C. PROBLEMA.

Circulum maximum ex obliquo aspectu descriptum in partes stereographicè distribuere. F

CONSTAT in primis si circulus quicumque maximus vnà cum illis circulis, qui per æquales ipsius partes, & vtrumque Polum incedunt, ex obliquo aspectu in planum transcribantur, proiecturam quoque primitiui circuli per intersecantium sese circulorum proiecturas repræsentando ex æquo diuidi. Nam eadem in proiecturis proprio pacto contingere est necesse, quæ in ipsarum primitiuis circulis antè sunt constituta: at quia laboriosa est hæc ratio, & sæpe propter immanes proiectorum circulorum amplitudines etiam impossibilis,

ea

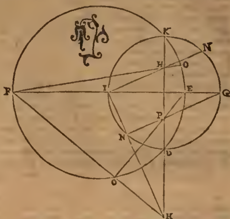
A ea prætermiſſa, faciliores modos aliquot ſubijciemus, inter quos hunc, qui ceteris inuentionis acumine præſtat, primo loco proponemus.

I.

Eſto in eodem plano deſcriptus circulus K I D G quidem vnus è maximis eorum qui in ſphæra ſunt, ex directo aſpectu proiectus: ſit verò & K F D E obliqui cuiuſpiam circuli etiam maximi proiectura, quę communem habeat cum K I D G circulo diametrum K D: ſitque proiectura K F D E in partes ita diſtribuenda, vt ex partibus obliqui circuli primitiui ſecundùm aſpectú reſpondeant: ſecetur circulus K I D G in N eo modo, quo obliquus circulus primitiuus ſectus ponitur (quod quidem haud difficile erit factu, cùm ambo æquales ſint, vtpote

B

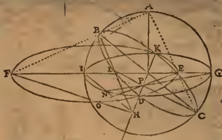
C maximi) deinde producta communi diametro K D quantum opus erit, ab I per N recta agatur, quæ cum K D producta conueniat ad ſignum H; iuncta F H, quæ proiectum circulum K F D E ſecet in O: dico O ſignum



D eſſe diuiſionis poſtulatæ, hoc eſt circulum K F D E in O ita repræſentando ſecari, quemadmodum reipſa circulus K I D G diuiſus eſt in N. Cuius rei demonſtratio fiet illuſtrior, ſi alio ſitu hæc ipſa oculis ſpectanda exhibeantur.

Exponatur ſphæra A B C G, in cuius faſtigio A oculus ſit conſtitutus, vnde profuſis radiis obliquus circulus B D C in circulum D F K E proijciatur, quem primò oſtendere oporteat, ita repræſentando ſectum eſſe in O per rectam F H, quemadmodum obliquus circulus B O C reipſa ſectus eſt in L per rectam B H: quoniam enim B H recta eſt linea, in oculum neutiquam incurrens quantumuis producatur, perſpicuum eſt ipſam formâ rectæ lineæ in planum produci, cuius quidem alterum extremum erit H; ſiquidem in H primitiua linea B H plano occurrit, alterum verò F, quòd opticus radius A B in ſigno F planum attingat: igitur tota B H ipſi F H aſpectu congruit:

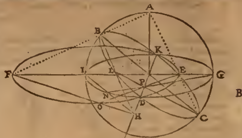
E



F ſed & B L arcus arcui F O D ſecundùm aſpectum conuenit: itaque cōmunes quoque ſectiones, quibus rectæ lineæ B H & F H ſuorum circulorum peripherias interſecant, nempe L & O, in eundem ſimul aſpectum incidunt.

Deinde ſi obliquum circulum B D C circa communem diametrum K D ceu conſiſtentem axem circumagi intelligas, futurum eſt aliquando, vt B in I, & C in G perueniat, totuſque circulus B D C K toti circulo I D G K vno in plano incumbat. Quod ſi factum concedatur, dico & B H ipſi I H exactè congruere, quòd nimirum B punctum in I cadat, reliquum autem punctum H vtriuſque circuli plano commune ſit, ideoque immotum permaneat. Cùm igitur circulus B D C circulo I D G, & recta B H rectæ I H congruant, erunt & puncta L & N vnum atque idem: quocircà circulus I D G per rectam I H in N eo-

dem prorsus modo secatur, quemadmodum B D C circulus in L per rectã B H. Si itaque A
permutata vice circulus I D G in N ita secetur, quemadmodũ primitiuus circulus obliquus B D C sectus proponitur, & I N ad communem vtriusque diametrum K D producatur, donec cum eo in H congrediatur, probatũ relinquitur F H secare obliquam proiecturam in O ea secundùm aspectum ratione, qua primitiuus circulus B D C reipsa sectus in L supponitur; quod erat præstandum.



B

Si propter sectionis obliquitatem nequeat I H per N exactè duci, ex G ad N recta euocetur, quæ K D secet in P, & ex E per P recta protrahatur E O: sic inquam eadem sectio obliquæ proiecturæ habebitur quæ priùs, vt in prima figura apparet, cuius demonstratio ex posteriore schemate petenda est, in quo E O ipsius C L est proiectura, & eo quem antè diximus motu circuli B D C circum K D quiescentem axem, cùm circuli B D C & I D G in C
vnum planum inciderint, C L in ipsam G N cadet: nam C ipsi G, & L ipsi N congruet: igitur per rectam E O secta erit obliqua proiectura F D E eadem ratione quoad aspectum, qua obliquus circulus B D C in L, vel circulus I D G in N reipsa sectus proponitur.

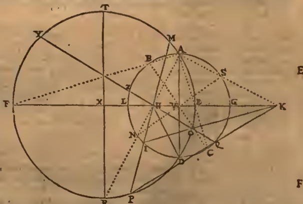
I I.

Alter modus secandi in partes obliqui circuli proiecturam, priore nihilo minùs expeditus sic se habet.

Sit maximi in sphæra circuli obliqui B C proiectura E D F, eiusque Polus apparens seu internus H, sit item A B D C proiectura illius circuli maximi, qui directè aspectui obijcitur, & cuius diametrus L G. Si igitur ab H ad æquales reipsa partes circuli A B D C rectæ D
euocentur, dico his quoad opus est productis ipsam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræsentando dissecari.

Exempli gratia, sit semicirculus G D L in partes Q, D & I æqualiter distributus, & per singula puncta Q, D & I ex H rectæ educãtur H Q, H D & H I, quæ proiecturam E D F secent in O, D & P: dico Proiecturam E D F punctis O, D & P in partes repræsentatione æquales sectã esse, sic vt F P tot gradus repræsentet, quot reipsa

E



F

continet L I, & E O tot, quot G Q, totque D P & D O, quot D I & D Q; quarum singulæ singulis sint repræsentatione æquales.

Nam cùm lemmate 33. ostensum sit, circulos omnes, qui per aduersos Polos duorum circulorum maximorum ducuntur, ipsos circulos ex æquo diuidere; ostendẽdum nunc est id ipsum hoc loco accidere. Sint itaq; duorum circulorum maximorum diametri B C & L G, quorum alter B C ad aspectum obliquus sit, alter verò L G directus, huiusque summus

A mus Polus A, illius autem imus Polus N, palàm per 33. lemma circulos omnes qui in
sphæra per A & N ducũtur, secare ex æquo ipsos B C & L G circulos: igitur si hi omnes cir-
culi in planum extendantur, idem in his proiecturis eueniet, quod in primitiuis circulis.
Nam circulus L G ex directo aspectu in circulum A L D G producetur, & circulus obli-
quus B C in E D F incidet: at ceteri qui in A & N sese intersecant, & per æquales portiones
vtriusque circuli B C & L G incedunt, in rectas lineas procident per 91. huius libri pro-
positionem, quæ & commune habebũt congressionis punctum H, nempe ipsius Poli N
proiecturam. Vides itaque, id ipsum quod 33. lemmate orthographicè ostendimus, hoc
loco stereographice exhiberi; hoc enim loco A L D G circulus ille idem est, qui in citato
B lemmate 33. notatur litteris C D E, illic quidem obliquè Lectori oblatus, hic verò directè.
Deinde circulus hoc loco E D F ille ipse est, qui illic signatur R D T V, vterque quidem ex
obliquo aspectu oculi A proiectus; at hic directè, illic obliquè Lectori propositus. Deni-
que hoc loco H Polus est circuli B C in planum proiectus, vt illic S Polus proiectus circuli
F D G: & hic linea H I P, vt ibi S K T proiecturam repræsentat circuli cuiuspiam ex iis qui
per aduersos Polos propositorum circulorum ducuntur. Quare vt in lemmate illo S T
secans circulum C D E, in K pariter secat obliqui circuli F D G proiecturam R D V in T, ita
hic H P secat & circulum A L D G in I, & obliquam proiecturam E D F in P. Cùm igitur
in lemmate illo peripheria C K sit æqualis peripheriæ F H, & V T sit ipsius F H proiectura;
perspicuum est proiecturam D T V in T ita sectam esse secundùm repræsentationem, vt
C D H F secta est reipsa in H. Quocircà in præsenti negotio si obliqui circuli Polus sit N, con-
stat rectas ab H per æquales portiones circuli G D L eductas ad æquales quoque partes
proiecturæ E D F attinere; quas quidem æquales dico non reipsa, sed repræsentatione:
nam licet inæquales sint, vt mox ostendemus; tamen propter obliquam radiorum eui-
brationem vim habent æquales partes circuli obliqui B C repræsentandi.

III.

Huic non omnino absimilis est tertius modus distribuendi in partes datam obliqui
circuli proiecturam, qui rectas ab externo Polo apparente educit: vt si propinquior ocu-
lo Polus sit S, eiusque proiectura K extra sphæram procidens, & circulus G D L in Q, D & I
D ex æquo diuidatur; dico rectam K I secare proiectum circulum obliquum E D F in O, &
K Q eamdem secare in P secundùm vnam eamdemque rationem: sic vt E O ipsi L I, &
F P ipsi G Q sit repræsentatione æqualis; itemque D P æqualis ipsi D Q, & D O ipsi D I; ac
omnino singulæ singulis, quæ in oppositis locis sumuntur. Cuius rei demonstratio ex
lemmate 34. euidentissime patet: nam hic per A & S, illic per A & B, propinquos nimi-
rum Polos, planum extenditur; quod hic proiecturam in linea K I intersecat, vti illic in
recta S K: igitur quæ illic peripheria notatur C K, eadem hic est L I, & hic K I, quæ illic S K;
obliquæ autem proiecturæ portio quæ hic E O, illic signatur R T: cùm itaque illic R T
propria sit proiectura peripheriæ G H, eaque ostensa sit ipsi C K æqualis, erit quoque ea-
dem R T ipsi C K repræsentatione æqualis; siquidem per 7. quinti Euclidis R T ad æqua-
E les C K & G H eamdem rationem habet: quare & in præsenti K I oppositas portiones di-
rectæ & obliquæ proiecturæ æquales repræsentando abscindit, nempe E O ipsi L I, & F P
ipsi G Q, ac eodem modo ceteras.

IV.

Quarto quoque modo eamdem obliqui circuli partitionem consequemur, ductis
quidem per internum Polum H rectis lineis, vt in secundo modo: sed absque directi
circuli A B D C præsidio: nam si in obliqua circuli maximi proiectura E A F, præter E F
alia quædam recta ducatur linea O Y, quot gradus reipsa æquales totius circuli A E D F
continet arcus F Y, totidem repræsentatione æquales continet arcus E O; & contrà, quot
F veros gradus E O continet, tot capit secundùm aspectum portio circuli F Y. Itaque si pro-
iecti circuli obliqui quadrans apparens E D bifariàm diuidendus sit, ducatur per X ve-
rum centrum proiecturæ recta linea T R normalis ipsi E F, & quadrans F T bifariàm se-
cetur in Y, rectaque per H ducatur Y O: dico apparentem proiecturæ quadrantem E D in
O secundùm aspectum diuisum esse bifariàm. Producatur enim Y O in Q: quoniam
igitur per consectarium 2. propositionis 99. huius libri A H producta incidit in R, alte-
ram scilicet extremitatem diametri T R, estque T R ipsi A D parallela, quòd ambæ eidem
E F sint perpendiculares, erit per 12. lemma libri 4. vt X R ad V A, ita X H ad H V: qua-
re per 40. lemma huius libri arcus G Q & F Y sunt inter se similes; ideoque G Q quemad-

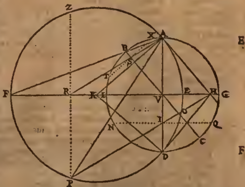
 modum

modum F Y dimidia est quadrantis portio: itaque cùm per secundum modum diuidendi obliquá maximi circuli proiecturam constet E O primitiuo arcui G Q repræsentatione similem esse, erit & E O arcui F Y secundùm aspectú similis: est verò E D quadrantis proiectura, hæc ergo in O ita secta est repræsentádo, vti F T in Y reipsa: sic cùm per idem 40. lemma huius libri sit arcus E O arcui L Z similis, hoc est æqualem graduum numerum reipsa complectens; estque per 2. modum secandi in partes maximorum circulorum obliquas proiecturas F Y primitiuo arcui L Z repræsentatione æqualis, erit & arcui E O velut primitiuo idem arcus F Y secundùm aspectum æqualis. A B C

Rursus si proiecturæ quadrans D F bifariàm repræsentando diuidendus sit: secetur quadrans verus E T reipsa bifariàm in M, & M H producatur in P: dico factum esse propositum, & quadrantem D F in P sectum esse secundùm aspectum bifariàm. Cùm enim per iam citatum lemma 40. huius libri sit arcus L I arcui E M similis, erit & L I dimidia quadrantis portio: at per 2. modum paulò antè propositum F P ipsi L I repræsentatione D est æqualis: igitur quemadmodum E M reipsa quadrantis E T dimidia portio est, ita & repræsentando F P ipsius F D pars est dimidia.

V.

Quintus modus secandi in partes obliquam proiecturam ex lemmate 35. originem habet: est autem eiusmodi. Sit B C Orthographica species obliqui circuli, cuius proiectura ex oculo in A sphæram contingente sit A E D F, circulus autem ex directo aspectu sit A G D L communem habens cum obliqua proiectura diametrum A D: iam si quemadmodum sectus proponitur circulus obliquus circum diametrum B C descriptus, ita diuidenda sit ipsius proiectura A E D F; secetur circulus A G D L in N eo modo quo sectus mente concipitur obliquus circulus circum B C descriptus; sitque peripheriæ L N inuenienda portio obliquæ proiecturæ repræsentatione æqualis: agatur N Q ipsi L G parallela, quæ proinde diametrum A D ad rectos angulos secet in I: deinde ab oculo A ad planum parallela ipsi B C demittatur A H: dico rectam ex H per I productam secare circulum E D F in O & P, sic vt E O & F P tum inter sese, tum ipsis G Q & L N secundùm apparentiam sint æquales. Nam per 35. lemma pla- E F



A ma planum A H P abſcindit de circumferentia obliqui circuli B C portiones æquales, cuiuſmodi in ſchemate lemmatis 35. eæ ſunt, quæ literis notantur F I & G H: at earumdem ſtereographicæ proiecturæ hic ſunt F P & E O, vti illic V P & R T: igitur in præſenti ſchemate F P & E O portiones æquales circuli obliqui primitiui B C repræſentat. Quòd autem portiones circuli A G D L, quæ hic ſignantur G Q & L N, illic verò literis E L & C K, æquales ſint illis quas planum A P H reſecat à circuli obliqui peripheria, per 6. lemma huius libri perſpicue poteſt demonſtrari: ſiquidem vt in ſchemate lemmatis 35. videre licet diametrus Z D, (quæ hîc notatur A D) vtrique circulo, directo ſcilicet C D E, & obliquo F D G communis eſt, planoq; A S P vno in puncto ſecatur, nempe in X, ac rurſus pla-
B no A V R vno in puncto ſecatur O: à quibus ſectionum punctis X & O, cùm perpendiculares ad vtriuſque circuli peripheriam excitatæ ſint F G & I H, itemque C E & K L, erit per iam citatum 6. lemma vt F I ad G H, ita C K ad E L: ſed F I æqualis eſt ipſi G H: igitur & C K ipſi E L eſt æqualis.

Ex quo patet, ſi circulus A G D L in partes æquales diuidatur, initio facto à G L; bina autem ſectionum loca æque ab G L diſſita rectis lineis iungantur ipſi G L parallelis, cuiuſmodi hic vna eſt N Q ſecans diametrum A D in I, nullo negotio ipſam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræſentando diuidi, ſi nimirum ab H per ſingula puncta, quibus A D à parallelis attingitur, rectæ traijciantur lineæ: hæ namq; & circulum E D F in partes repræſentatione æquales diſpeſcunt, cùm ſingulæ earum bi-
C nas vtrimque partes æquales aſſumant; vt iam eſt demonſtratum.

Obſeruatione dignum hoc loco ducimus, rectas A H & H D circulum A E D F in A & D contingere. Sit enim K circuli A E D F centrum, eique rectæ adiungantur A K & D K: quoniam igitur propoſitione 98. huius libri oſtenſum eſt A K ipſi B C perpendicularem eſſe, erit in eadem A K ipſi quoque A H perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd ſcilicet A H & B C ex hypotheſi ſint parallelæ: itaque H A K rectus eſt angulus; ac proinde H A circulum A E D F in A contingit per 16. tertij Euclidis. At cùm in triangulis H A K & H D K latus H A lateri H D ſit æquale per 4. primi Euclidis, (quòd videlicet circum rectos angulos A V H & D V H latera A V & V D per 3. tertij Euclidis ſint æqualia, latusque H V commune) & eamdem ob cauſam ſit æquale latus A K lateri D K, baſiſque H K vtri-
D que communis, erit per 8. primi Euclidis & angulus H D K angulo H A K æqualis, hoc eſt rectus, atque idcircò H D circulum A E D F in D contingit per 16. tertij Euclidis.

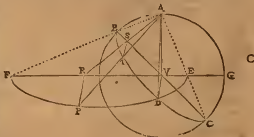
Sed & hoc dignum eſt admiratione, qui fieri poſſit vt F E & P O productæ concurrant in H, cùm parallelarum ſint proiecturæ. Si inquam parallelæ, quas F E & P O repræſentant, quantumuis productæ numquam concurrant, fieri omnino nequit vt punctum aliquod commune habeant: quo igitur pacto F E & P O productæ in commune punctum H incidunt? an puncto H ſignum aliquod primitiuis parallelis commune reſpondet? Inexplicabilis in ſpeciem eſt hic nodus, cùm & neceſſarium & impoſſibile ſimul concludere videatur: verùm haud difficilis erit eius diſſolutio, ſi ea quæ ad hanc rem præcipue faciunt, in ſchemate lemmatis 35. oſtendantur: intelligas igitur Lector, quam hic
E F E nominauimus, illic expreſſam literis V R; P O vero literis P T; parallelas autem, quas V R & P T repræſentant in circulo obliquo F D G, eſſe F G & I H. Explicandum ergo quo pacto coire V R & P T in S poſſint, cùm parallelarum F G & I H ſint proiecturæ. Reſpondeo punctum S non exhibere in plano punctum aliquod commune parallelis F G & I H, cùm hæ nil commune habeant; ſed nec habere quidem poſſint, licet infinitè producantur. Eſt porrò S velut negatio quædam, ſeu punctum illud, ad quod parallelæ, quamuis in infinitum protendantur, numquam tamen perueniunt: quæcumque autem in lineis V S & P S ſunt puncta præter S, omnia propriis quibuſdam punctis parallelarum F G & I H productarum reſpondent, ita vt parallelarum partes quò longius abſiſtunt, eò propiùs ipſi S proiectionum loca ſortiantur. Deinde eſt etiam punctū S terminus ille, in quem re-
F motiores partes parallelarū plano exceptæ ſenſim inclinant: conſtat enim parallelas F G & I H cùm obliquè oculo obijciantur, nequaquam in veras parallelas procidere: ergo remotiora illarum interualla magis ſemper magisq; cōtrahuntur: quare neceſſe eſt proiecturas ipſas in aliquod punctum cōtendere, nempe S, quo ipſarum inclinatio definiatur.

VI.

Sextus modus proximo non multò operoſior, reſumpto eodem ſuperiore ſchemate quinti modi ita explicatur: Sit idem qui ſuprà maximus ſphæræ circulus A B C G, qui & ſphæram repræſentet: ſit & alius circulus circa diametrum B C, ipſi quidem A B C G cir-

culo rectus, at secundùm oculi A aspectum obliquus: hic ita animo concipiendus est A
ac si in rectam lineam B C orthographicè profusus sit ex perpendiculari aspectu eius, qui hanc paginam directò intuetur. Sit autem eiusdem circuli B C Stereographica proiectura E D F, quam ita repræsentando secare oporteat, quemadmodum obliquus circulus primiuus B C sectus proponitur: secetur B C in S per 12. propositionem libri huius, ea ratione vt S eam circuli obliqui sectionem orthographicè repræsentet, in quam is sectus supponitur; secetur inquam circulus A B C G in T, sic vt B T peripheriæ obliqui circuli propositæ sit æqualis, ex T verò ad diametrum B C perpendicularis ducatur T S: hæc ipsam B C in S ita secabit per 12. huius, vt S puncto orthographicè respondeat. Deinde punctum S ab oculo A in planum E F stereographicè transferatur, occurret autem ei in R: B
igitur ab R ducta perpendicularis R P, proiectutam F D E eo pacto secabit in P, quemadmodum obliquus circulus primitiuus circa B C initio sectus fuit in T; quod facilè poterit demonstrari, si peculiari schemate iidem circuli, mutata paulùm dispositione, spectandi exhibeantur.

Sit obliqui circuli B D C Stereographica proiectura F D E, propositum autem sit obliqui circuli signum T in proiecturam F D E transcribere: ducatur T S ipsi B C perpendicularis, & ab A per S radius procidat, qui plano occurrat in R: erit igitur proiecturæ diametrus F E in R ita secta secundùm Stereographiæ leges, quemadmodum obli- C



qui circuli B D C diametrus B C secta est in S per 6. libri huius. Quocircà ad R perpendicularis ipsi F E constituatur R P, quæ proiecturam F D E secet in P: dico P ipsius T pro- D
iecturam esse, & F D E in P ita repræsentando sectam esse, quemadmodum B D C circulus initio sectus proponitur in T. Quoniam enim A V plano F D E secundùm perpendiculum insistit, erit quod per ipsam ducitur planum A F E ad idem ipsum planum F D E rectum per 18. vndecimi Euclidis. Rursus quia planum obliqui circuli B D C ad planum A F E rectum est ex hypothesi, erit & T S, quæ ad B C communem vtriusque plani interfectionem rectis angulis adiuncta fuit, eidem plano A F E recta per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: sed & P R eamdem ob causam ad planum A F E recta erit: igitur T S & P R parallelæ inter se erunt per 6. vndecimi Euclidis: quare A S R in eodem est cum ipsis plano: sed A P cum A R & R P in vno est plano per 2. vndecimi Euclidis: itaque & T S in eodem est cum A P plano: quamobrem A P secat ipsam T S, at non alio in loco, E
quàm vbi eadem T S secat obliqui circuli B D C peripheriam, cùm punctum P in eadem circuli B D C peripheria radio A P proiectum sit: igitur A P per T transit: atque eapropter vt circulus D B C in T sectus est reipsa, ita circuli proiectura F D E repræsentando secta est in P; quod erat demonstrandum.

VII.

Septimus modus, quo quidem totus circulus in partes commodè secari non potest, sed tantùm quædam eius partes maiores designari, ex lemmate 36. pendet: is tametsi ceteris aliquantò impeditior esse videatur, habet tamen insignem contemplationem.

Esto obliqui circuli B C proiectura A E D F, in qua oporteat punctum designare, quod dato puncto circuli obliqui aspectu respondeat. Sumatur in circulo A B D C punctum K, F
sic vt arcus D K æqualis sit illi, qui in obliquo proponitur circulo, quiq; in planum transscribi postulatur: ex centro V per K recta producatur, vsque dum fiat K N semidiametro proiecturæ H E vel H F æqualis: iunctaque H N bifariàm diuidatur in P, & ex P ipsi H N perpendicularis excitetur P L: dico H O, quæ ex obliquæ proiecturæ centro H per L traijcitur, auferre de obliqui circuli proiectura arcú D O arcui D K repræsentatione æqualem. Nam cùm in triangulis L P H & L P N latus H P lateri P N ex constructione sit æquale, P L verò vtrique commune, & angulus L P H angulo L P N æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclid. & basis L H basi L N æqualis. Rursus cùm ex cóstructione æqua-

lis

A lis sit K N ipsi H O, si ab his æqualibus æquales portiones detrahantur L H & L N, relinquentur L K & L O æquales: quare si centro L, interuallo autem L K vel L O circulus describatur, tanget is vtrumque circulum A B D C & A F D E, vti perspicuum est, & circulum quidē A B D C continget in K, circulum verò A F D E in O: nam per 11. tertij Euclidis H O per centra H & L acta, etiam per internū contactum transit, nempe O: sic V L, quæ per centra V & L traijcitur, in externū contactum K incidit per 12.
B
C
tertij Euclidis: itaque circulus K O circulum A B D C in K, circulum verò A F D E in O contingit: quamobrem per 36. lemma huius libri æquales aspectu sunt arcus D O & D K; atque ideò obliqui circuli proiectura A F D E in O ita repræsentando secta est, quemadmodum circulus A B D C reipsa sectus est in K, quod erat faciendum.

Aliter idem consequemur, si producta vt priùs V K fiat K N æqualis semidiametro proiecturæ, iunctaque H N ducatur H O, sic vt angulus N H O angulo H N K sit æqualis. Hinc enim per 6. primi Euclidis ostendentur & latera L H & L N trianguli H L N æqualia esse: quare & cetera quæ iam dicta sunt, eodem ordine consequentur.
D

Ex his facile erit quamplurimos alios modos excogitare, quibus obliqua proiectura in partes repræsentando secari possit. Quot enim modis primitiuus circulus reipsa secatur in postulatas partes, totidem modis eius quoque diuidetur proiectura, si quæ in primitiuis circulis assumuntur, ea ipsa in plano stereographicè exhibeantur: nam, vti non semel diximus, eadem in proiecturis secundùm aspectum obueniunt, quæ in primitiuis circulis reipsa antè sunt constituta.

E

PROPOSITIO CI. PROBLEMA.

Circulum non maximum ex obliquo situ proiectum in partes repræsentando dissecare.

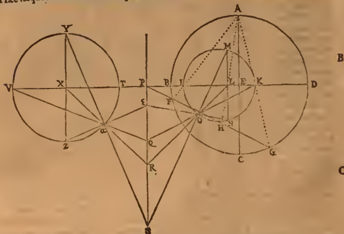


VEMADMODVM circuli maximi, ita & non maximi pluribus modis in quaslibet partes secūdùm aspectum scindi possunt, qui omnes à primitiua sphæra proueniunt: nam vti paulò antè dicebamus, quot modis reipsa primitiui sphæræ circuli, totidem proiecti in propositas partes repræsentando distribuuntur. Verùm ne multitudo memoriam Lectoris obruat, ex
F innumeris paucos dumtaxat afferemus, eosque faciliores, atque ad vsum magis accommodatos, ac iis quodammodò similes, quibus maximos circulos secandos esse superiore propositione docuimus.

I.

Primus itaque modus, illique similis quem superiore propositione primo loco proposuimus, sic se habet: Esto maximus sphæræ circulus A B C D sphæram ipsam orthographicè repræsentans, in eoque F G sit circuli cuiusdam non maximi forma secundum Orthographiæ leges in lineam proiecta, cuius centrum H, ductis ex H oculi loco radiis A F, A H, A G, qui rectam B D secent in I, L & K, erit circum I K descriptus circulus, circuli pri-

mitiui F G Stereographica proiectura per propositionem 96. & 97. eiusque centrum ap- A
parens L, ac vna quidem diametrus apparens I K, altera verò huic ad rectos excitata
angulos M N.
Hæc itaque non maximi circuli proiectura I M K N si in postulatam rationem secan-



B

C

da sit, producatur D B versus B infinitè, ac ipsa etiam G F producatur ex parte F, donec
cum D B producta conueniat in P: deinde fiat P T ipsi P F, T V verò ipsi F G æqualis, & cir-
cum T V circulus describatur, qui ipsi F G circulo primitiuo proiecturæ I M K N æqualis
erit, quod vtriusque diametrus T V & F G ponatur æqualis: tum per signum P ad rectos D
ipsi D V angulos constituatur P S in infinitum producta. Demum secetur circulus T V pri-
mùm quidem quadrifariàm per rectas T V & Y Z ad normam decussatas, quarum proin-
de communis intersectio X circuli centrum erit. Erit ergo huius circuli quadrans T Z
quadranti proiecturæ I N repræsentatione æqualis, quoniam totus circulus T V primitiuo
circulo F G est æqualis. Quare si quadrans T Z secetur vt lubet in α, & per α ex centro X
recta ducatur, quæ ipsi P S occurrat in R; ab R verò eadem ad centrum proiecturæ L infle-
ctatur, secans proiecti circuli peripheriam in O: dico O punctum puncto α aspectu respon-
dere, idemque punctum haberi, si recta ab V per α ad Q, hinc verò ad punctum K refle-
ctatur; vel si Y S in M, aut Z ε in N reducatur.
Quod in hunc modum potest demonstrari: Quoniam circulus F G, itemq; planum E
B D in quod eius proiecta forma excipitur, recta sunt ad circulum A B G D, in cuius fasti-
gio est oculus, si vtriusque circuli planum producatur, tandem sese intersecabunt, eritque
illorum communis intersectio P S, eaque recta ad idem planum A B C D vndique produ-
ctum per 19. vndecimi Euclidis: quare & ad V D communem huius & plani cui proie-
ctura inscribitur intersectionem recta erit per 3. definitionem vndecimi Euclidis: quo-
circà si planum per S P G extensum, & in quo circulus primitiuus F G procumbit, circa P S
velut quiescentem axem moueri intelligatur donec punctum F in T, & G in V, centrum
autem H in centrum X, totusque circulus F G in circulum T Y V Z incidat (quod sanè eue-
niet, cùm posita sit P T ipsi P F, & T V ipsi F G æqualis) erit itaque circuli T Y V Z inuersus
situs: nam punctum I ipsius T proiectura erit, & K ipsius V, & quadrans T Z primitiuus erit F
ipsius I N quadrantis, & Z V reliqui N K: sola autem puncta Y & Z proprium situm reti-
nent; siquidem M ipsius Y, N verò ipsius Z est proiectura. Si itaque circulus F G secetur vt
lubet, quemadmodum T Z in α, & per sectionis punctum à centro, vel cuiuspiam diame-
tri extremitate recta ad P S educatur, hæc ad centrum proiecti circuli I K, vel ad extremi-
tatem respondentis diametri inflexa secabit proiectum circulum in puncto O, quod pun-
cto α secundùm aspectum respondet, vt ex eadem demonstratione apertè conuincitur,
qua superiore propositione primum modum secandi in partes maximorum circulo-
rum proiecturas explicauimus.

A

I I.

Secundus modus omnium ſanè expeditiſſimus is eſt, qui ſecundo modo præcedentis propoſitionis reſpondet.
Sit vt priùs Æquator A B C D,
cuius centrum E; ſitque obliquus circulus non maximus
I δ K ex primitiuo F G deſcriptus ſecundùm oculi conſtitutionem in A, cuius Polus H ex
B primitiuo Polo Z, & centrũ apparens L ex O centro primitiuo tranſumptum: fiat porrò E P
ipſi E O æqualis, ducaturq́; M N
parallela ipſi B D, quæ tanto interuallo à cẽtro E diſtet, quanto F G; profuſiſque radijs A M Q
& A N R circum Q R circulus
deſcribatur ex eodem centro
E, qui proinde ipſius primitiui
C circuli M N proiectura erit. His
peractis, ſecetur circulus Q R in
partes æquales per puncta S, T,
V, X, Y, quæ & repræſentatione
æquales intér ſe erunt per propoſitionem 94. huius libri; acceptoq́; circuli I K Polo apparente H, rectæ ex H ad puncta ſecti circuli Q R deſtinentur, factumq́ue erit quod poſtulatur: nam hæ ipſum quoque circulum I K in partes repræſentatione æquales diſtinguunt in punctis α, ε, δ, λ, γ. Huius effectus demonſtratio, quoniam ſimilis prorſus eſt illi, qua ſuperiore propoſitione maximos ſphæræ circulos ex obliquo aſpectu proiectos ſecundo loco in partes diuidi poſſe oſtendimus, aperteq́ue ex 33. lemmate ſequitur, eam
D. Lectori colligendam breuitatis cauſa relinquimus.

I I I.

Eodem pacto eductis ab externo Polo H lineis, circuli non maximi partitionem in obliqua proiectura inſtruemus. Eſto idem qui ſuprà maximus ſphæræ circulus A B C D, in
E eoq́; circulus F G obliquus ad aſpectũ A, & non maximus orthographicè in rectam lineam tranſcriptus, cẽrtrum habens O, eius verò Stereographica proiectura ſit I K,
F externuſq́ue Polus H ex primitiuo Z proiectus, cuius beneficio obliquum circulum I K in datam rationem ſecare oporteat.

Fiat vt ſuprà E P ipſi E O æqualis, & per P recta ducatur M N ipſi B D parallela, quæ orthographicè circulum repræſentet non maximum Æquatori B D parallelum, & æquè ac F G à centro E diſiunctum, ideoq́ue ipſi F G æqualem per 6. primi Sphæricorum Theodoſij: ipſius porrò M N Stereographica proiectura ſit Q R radijs A Q M & A R N tranſumpta, cuius ſemicirculus Q T R bifariàm diuidatur in T, & ab H per T recta agatur H δ: dico obliquæ proiecturæ I K ſemicirculum I δ K in δ bifariàm repræſentando diuidi. Deinde à puncto Q ad S arcus ſumatur Q S graduum triginta: dico rectam H S abſcindere

dere de proiectura obliqua arcum K α graduum triginta secundùm oculi repræsen- A
tationem. Rursus fiat arcus R V ipsi Q S æqualis; dico & I ε, quem à proiecturæ
circumferentia abscindit recta H ε, ipsi K α æqualem esse. Demum si circuli Q T R
quadrans Q T in partes siue æquales siue cuiuscumq; rationis diuidatur, & ab H ad singula diuisionũ puncta rectæ destinentur: dico his proiecturæ I δ K quadrantem K δ in partes diuidi partibus quadrãtis Q T repræsentatione æquales; ac proinde similes: quo etiam pacto rectæ ab H per æquales portiones quadrantis R T actæ, æquales C
partitiones in obliqui circuli quadrante I δ exhibebunt. Quæ omnia ex demonstratione tertij modi superioris propositionis, & ex 34. lemmate meridiana luce clariora existunt, cùm lemma illud omnibus æqualibus circulis, tam non maximis quàm maximis vniuersè conueniat, & demonstrandi forma iam propositione antecedente tradita sit.

IV.

Rursus ex quarto modo superioris propositionis similis praxis elici pôtest, qua non maximi circuli iuxtà ac maximi in partes æquales repręsentando secari possunt, rectis lineis ab æqualibus portionibus ipsiusmet obliquæ proiecturæ per apparentem alterum Polum traiectis. Esto vt in secundo modo huius propositionis, maximus sphæræ circulus A B C D, in cuius fastigio oculus ad signum A; obliquus autem circulus I δ K ex primitiuo non maximo F G descriptus, cuius Polus H ex primitiuo item Polo Z transumptus: dico si Γ T verus sit quadrans circuli I T K, ducta T δ per H esse K δ eiusdem circuli quadrantem apparentẽ; & si I α dimidius sit quadrans verus, esse K ρ dimidiam portionem quadrantis K δ apparentem. Fiat enim E P ipsi E O æqualis, & per P ipsi B D parallela ducatur
M N circulum orthographicè repręsentans non maximum, ipsi F G æqualem, ductisq; radijs A M Q & A N R, circulus describatur Q S R, qui ipsum M N stereographicè repræsentet. F

His ita constructis, propositi demonstrationem aggrediamur. Quoniam propositione 96. ostẽnsum est in triangulo Γ A G sectiones I K & F G subcontrarias esse, triangulaque I A K & G A F æquiangula, erit quoque in triangulis I A H & G A Y, angulus A Γ H angulo A G Y æqualis: cùm verò arcus F Z & Z G sint æquales, erit in iisdem triangulis angulus quoque I A H angulo G A Y æqualis: quare & reliquus reliquo, ipsaque triangula æquiangula, eorum proinde latera proportionalia erunt per 4. sexti Euclidis: igitur vt A I ad I H, sic se habet A G ad G Y; & permutando, vt A Γ ad A G, ita Γ H ad G Y: sed vt A Γ ad A G, ita quoque est I K ad G F propter triangulorum similitudinem: itaque per 11. quinti Eu-

A ti Euclidis, vt I K ad G F, ita est I H ad G Y; vt autem I K ad G F, ita ipsarum dimidia I V ad G O per 15. quinti Euclid. quare per eandem 11. quinti Eucl. vt I V ad I H, ita G O ad G Y, & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt I V ad V H, ita G O ad O Y. Rursus quoniam in triangulis A P σ & Z O Y anguli ad P & O recti sunt, ideoque æquales, itemque P A σ & O Z Y in Isoscele A E Z ad basin A Z æquales per 5. primi Euclidis, erunt & reliqui A σ P, Z Y O inter se æquales, ipsaque proinde triangula A P σ & Z O Y æquiangula, quorum proinde latera sunt proportionalia per 4. sexti Euclidis: sunt verò A P & Z O, quæ ab æqualibus A E & Z E ablatis æqualibus E P & E O relinquuntur, æqualia: igitur & P σ, O Y æqualia inter se erunt: at P N quoque & O G, nempe æqualium M N & F G dimidia, sunt inter se

B æqualia: igitur vt I V ad V H, ita quoque est N P ad P σ: sed vt N P ad P σ, ita est R E ad E H per 4. sexti Euclidis, adiuuante 4. lemmate libri quinti, quòd videlicet N σ parallela sit ipsi R H: quamobrem vt I V ad V H, ita se habet R E ad E H, & permutando vt I V semidiametrus ad R E semidiametrum, ita V H ad H E; atque idcircò per 40. lemma huius libri ducta T H S arcus R S & I T similes distinguit, hoc est vtrumque sui circuli quadrantem, cùm ergo per secundum superiorem modum sit K δ proiecti circuli portio arcui R S repræsentatione similis, erit K δ proiecturæ quadrans secundùm aspectum oculi in A constituti. Eodem modo quoniam I α & R ι similes sunt suorum circulorum portiones per idem 40. lemma, sitque per secundum superiorem modum K ρ ipsi R ι repræsentandi proprietate similis, erit K ρ tot graduum portio secundùm apparentiam, quot

C graduum reipsa est I α: ita ergo secta obliqui circuli non maximi proiectura in partes quorcumque, ductæ à singulis per Polum apparentem H lineæ, æquales secundùm aspectum prioribus opposita extremitate signant.

De reliquis modis, quinto, sexto, & septimo superioris propositionis nil attinet dicere, cùm illorum praxes ac demonstrationes in circulis, tam non maximis quàm maximis, parem locum habeant.

Si autem plures simul paralleli circuli vna eademque opera in partes similes secundùm datam proportionem distribuendi sint, nulla alia commodiore ratione id fiet, quàm ductis per ipsorum Polos, & datas vnius paralleli partes circulis: hi namque, cùm illos repræsentent, qui per primitiuos Polos ducuntur, secabunt omnes proiectos cir-

D culos in eamdem rationem secundùm aspectum per 10. secundi Sphæric. Theodosij.

Exempli gratia, sit sphæra A B C D, in eaque primitiui aliquot circuli paralleli orthographice designati F G, M N & P X, quorum proiecturæ circuli sunt circa diametros apparentes I K, L O & T V descripti, omniumque Poli H & R ex primitiuis Q & S transumpti.

E



F

Secetur iam per præcedentem propositionem vnus proiectorum parallelorum, puta A I C K, in partes æquales in punctis α, ι, A, δ & λ, perque tria puncta H α R circulus describatur ad punctum γ protensus; itemque alius describatur circulus per tria puncta H ι R, qui ad punctum ρ pertineat, sicque per cetera puncta circuli A I C K & vtrumque Polum

lum H & R circuli describantur; dico hos per æquales quoque reliquorum omnium A
parallelorum sectiones transire: nam in proiecturis id repræsentando contingit, quod in primitiuis circulis fit reipsa: at per 10. secundi Sphæricorum Theodosij *si sint in sphæra paralleli circuli, per quorum Polos describantur maximi circuli, parallelorum quidem circumferentiæ inter maximos circulos interceptæ, similes sunt, maximorum autem circulorum circumferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, æquales.*

PROPOSITIO CII THEOREMA.

In obliquis circulorum proiecturis, præter eas medietates, quas vera diametrus dirimit, ceteræ omnes sunt inter se inæquales. B

HINC in primis constat, obliquas proiecturas illis lineis, quæ per apparens centrum traijciuntur, bifariàm secundùm aspectum diuidi: nam vti apparens proiecturæ centrum verum primitiui circuli centrum repræsentat, sic quæ per apparens proiecturæ centrũ aguntur rectæ lineæ, primitiui circuli diametros exhibent: igitur quemadmodum primitiuus circulus veris diametris in semicirculos reipsa æquales, ita proiectura apparentibus diametris in semicirculos repræsentando æquales dispescitur. Cùm autem propositione 96. ostensum sit in obliquis proiecturis non idem esse verum centrum & apparens, necesse est C
vnam dumtaxat rectam lineam per vtrumque centrum traduci, quæ proinde ipsam in duas medietates reipsa æquales diuidat per 17. definitionem primi Euclidis; ceteræ ergo quæ per solum apparens, non verò etiam per proprium proiecturæ centrum transeunt, proiecturam in duas medietates inæquales secabunt. Si enim in duas partes æquales proiecturam diuiderent, essent eæ veri semicirculi, & rectæ illæ secantes propria appellatione diametri vocarentur per 18. definitionem primi Euclidis, quod fieri nequit, cùm ostensum iam sit ipsas per verum centrum proiecturæ non transire. Itaque ceteræ apparentes diametri, verâ excepta, proiecturam non ex æquo, sed in duas medietates inæquales secat, quæ tamen æquales primitiui circuli medietates repræsentant.

Porrò vt vera diametrus secat proiecturam in medietates exactè æquales, quòd maxima sit omnium illarum, quæ per centrum apparens ducuntur: ita quę hanc rectis fecat angulis, quia minima est omnium illarum, quæ per apparens centrum aguntur, secat proiecturam in medietates maximè inæquales. Nam quæ minor est in circulo recta linea, ea longiùs distat à centro per 15. tertij Euclidis, ideoque hinc minus, illinc maius segmentum relinquit. D

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

In obliquis maximorum circulorum proiecturis, medietatum incrementa sunt decrementis proportionalia. E

SIT ABCD circuli maximi directè expositi proiectura; AFCE verò circuli obliqui, item maximi descripta forma vna quidem parte ab G crescens versus F, altera autem versus E decrescens: sit porrò vtriusque circuli communis diametrus AC, & centrum cõmune G: dico quantò minor est GE quàm GD, tantò secundùm proportionem GF quàm GB maiorem esse. Quoniam enim A & C proiecturæ sunt illorum punctorum, quibus sese directus obliquusque circulus in sphæra reipsa intersecant, estque FE ad rectos ipsi AC angulos, E
erunt

A erunt BAD & EAF semicirculi: quamobrem cùm in vtroque sit AG ipsi FD perpendicularis, erit per 2. lemma huius libri AG media proportionalis, inter vtriusque diametri BD & FE segmenta: quare vt GB ad GA, hoc est ad GD, ita est GA, id est GB ad GF; & per rationis conuersionem vt GD ad GE, ita GF ad GB: quantò igitur GE ipsâ GD minor est, tantò est GF ipsa GB maior: & per rationis diuisionem vt GB ad ED, ita se habet GB ad BF: quocircà in obliquis maximorum circulorum proiecturis medietatum incrementa decrementis sunt proportionalia; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

B *In obliquis circulorum proiecturis apparentium diametrorum maxima quidem illa est, quæ per verum simul centrum incedit; minima verò, quæ maximæ est perpendicularis: at ceterarum illa maior, quæ centro vero propinquior; sola autem minima bifariàm secatur.*



PPARENTES diametros in obliquis circulorum proiecturis illas esse, quæ per apparens centrum ducuntur, ex proiectionis ratione nullo negotio probari potest. Cùm enim proiecturæ centrum apparens sit punctum
C illud, quod primitiui circuli centrum repræsentat, vtpote quod radium ab oculo per centrum primitiui circuli profusum suscipit, erunt & lineæ rectæ quæ per centrum apparens proiecturæ traijciuntur, diametrorum primitiui circuli proiecturæ, quæ proinde & proiecti circuli apparentes diametri erunt.

Quoniam igitur per 96. propositionem libri huius obliquæ proiecturæ aliud sit centrum verum, aliud apparens, fieri nequit, vt plures quàm vna recta linea per vtrumque centrum traducatur: siquidem à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: dico igitur eam, quæ in superiori schemate per vtrumq. centrum H & G incedit, EF maximam esse obliquæ proiecturæ AECF diametrum, quod ex 15. tertij Eucl. patet; eam verò quæ huic ad rectos est angulos AC, minimam esse: quæcumque
D enim præter EF & AC per G ducta fuerit, vt LN, maior ipsa AC in hunc modum demonstrabitur: Ducatur ex H centro vero obliquæ proiecturæ recta linea HK ipsam LN rectis angulis secans in O: quoniam igitur ex hypothesi rectus etiam est angulus HGK, erit per 8. sexti Euclidis triangulum HGO toti triangulo HKG simile: quare vt HK ad HG, ita se habet eadem HG ad HO: sed HK maior est ipsa HG, quòd per 47. primi Euclidis quadratum ex HK quadrato ex HG sit maius: igitur & HG quàm HO est maior: quocircà longius à centro H distat AC quàm LN; atque ea propter LN quàm AC est maior per 15. tertij Euclidis. Quod cùm in ceteris quæ per G ducuntur diametris locum habeat, perspicuum fit AC omnium minimam esse: at ceterarum illam maiorem esse, quæ centro H propinquior est, ex eadem 15. tertij Euclidis conuincitur.

E Denique solam AC bifariàm secari in G, ex 3. tertij Euclidis patet: nam EF per centrum H extensa, solam AC ex illis omnibus quæ per H non transeunt, ad rectos angulos secat: igitur solam AC secat bifariàm, quod vltimo loco propositum fuit: quare ex partium demonstratione ipsa hæc propositio demonstrata relinquitur.

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

Partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus partibus primitiui circuli respondent, continua serie inæquales sunt: & quæ perpendiculari ab oculo in planum demissæ propiùs adiacent, remotioribus
F *sunt minores.*



LVRIMÆ, fateor, demonstrationes in medium adferri possent confirmando proposito idoneæ, præsertim ex ijs rationibus desumptæ, quibus suprà propositione 101. obliquam proiecturam in partes secare docuimus; tamen ne multitudo probationum obscuritatem inuehat potiùs, quàm certam perspicuamque scientiam, è multis vnam dumtaxat gratia exempli proponemus, quam suggerit primus modus secandi obliquam proiecturam, propositione 101. explicatus.

Eſto inquam communis ſphæræ & plani interſectio circulus A B C D, in cuius cen- A
trum V perpendicularis ab oculo in planum demiſſa incidat: obliqua verò proiectura eſto A E C F, quæ in partes ſecetur repræſentatione æquales ſecũdùm modũ propoſitione 100. primo loco explicatum: & ne partium numerus memoriam obruat, ſecentur quadrantes E C & C F ſinguli repræſentando bifariàm in G & H, ſic vt totus ſemicirculus E C F quadrifariàm ſectus ſit: fiet autem id ſi primùm ſemicirculi B C D quadrantes bifariàm reipſa diuidantur in I & K; ex B verò per I, C & K, rectæ eijciantur B I, B C & B K, quæ productæ ſi opus fuerit, ſecent A C item productam in punctis N, C & L, vnde ad F reducantur lineæ N F, C F & L F, B C
quæ proiecturæ ſemicirculum E C F in partes repræſentando æquales ſecent ad ſigna O, C
& H, vt in primo modo diſtribuendi in partes poſtulatas maximi circuli proiecturam
propoſitione centeſima ſuprà oſtenſum fuit.

Dico verò portionem C H quàm H E, & G C quàm C H, & ſic deinceps continua ſerie
remotiores à puncto V, cui perpendicularis ab oculo in planum demiſſa inſiſtit, pro-
pinquioribus ſemper maiores eſſe. Quoniam enim æqualis eſt peripheria C K periphe-
riæ K D ex conſtructione, erit & angulus C B K angulo K B D æqualis per 27. tertij Eucli- D
dis, ac proinde per 3. ſexti Euclidis vt B C ad B V, ita C L ad L V: ſed per 37. lemma B C
maior eſt quàm B V: itaque & C L quàm L V eſt maior. Rurſus ducantur B R, B P & B O
ipſis F L, F C & F N parallelæ, ſingulæ ſingulis: quoniam igitur B R parallela eſt ipſi F L,
erit per 2. ſexti Euclidis vt F B ad B V, ſic L R ad R V: cùm ergo B propinquius ſit centro
V quàm F, erit & R quàm L, & B R quàm F L aut B L eidem V propinquior. Eodemque
modo oſtendetur B P propinquior centro V quàm B C aut F C, & B O propinquior ei-
dem V quàm B N aut F N: igitur per 1. conſectarium lemmatis 37. ſuperiùs citati maior
eſt proportio B C ad B V quàm B P ad B V; ſed vt B P ad B V, ita ſe habet F C ad F V per 4. ſexti
Euclidis, quòd B F parallela poſita ſit ipſi F C, ac propterea ſit triangulum B F V triangulo
F C V æquiangulum per 4. lemma libri quinti: igitur B C ad B V maiorem quoque propor- E
tionem habet quàm F C ad F V: at ratio C L ad L V eadem eſt, quæ B C ad B V per 3. ſexti
Euclid. vti paulò antè oſtenſum eſt: itaque & C L ad L V maiorem habet rationem quàm
F C ad F V: atque idcircò angulus C F L angulo L F V maior eſt: quare per vltimam ſexti
Euclidis & arcus C H arcu H E maior erit.

Simili verò modo oſtendemus & arcum G C maiorem eſſe arcu C H: nam cùm æqua-
les ſint anguli N B C & C B K, qui æqualibus peripherijs I C & C K inſiſtunt per 27. tertij
Euclidis, erit per 3. ſexti Euclidis vt N C ad C L, ita B N ad B L. Rurſus cùm angulus N B L
æqualis ſit angulo C B V; angulus autem O B R angulo C B V minor, vt pars toto, erit N B L
angulus angulo O B R maior: quare per conſectarium 4. lemmatis 39. maiorem ratio-
nem habebit B N ad B L quàm B O ad B R: ſed vt B O ad B R, ita eſt F N ad F L, quòd B O F
ipſi F N, & B R ipſi F L poſitæ ſint parallelæ: igitur B N ad B L maiorem quoque rationem
habebit quàm F N ad F L; ac proinde & N C ad C L quàm F N ad F L maiorem rationem
habebit: quare angulus N F C angulo C F L eſt maior, ideoque & arcus G C maior arcu
C H per vltimam ſexti Euclidis. Cumque eodem modo in minoribus partibus locum
habeat hæc demonſtratio, probarum relinquitur partes obliquæ proiecturæ, quæ æqua-
libus primitiui circuli partibus reſpondent, continuata ſerie inæquales eſſe, ac minores
ſemper illas, quæ perpendiculari ab oculo in planum demiſſæ propiùs adiacent, quod
erat demonſtrandum.

PRO-

A PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si obliqua circuli proiectura in partes repræsentando distribuatur, erunt ea, quæ in maxima medietate sunt, partibus primitiui circuli maiores; ea verò quæ in minima sunt medietate, minores.

DESCRIBATVR vt suprà maximi cuiuspiam obliqui circuli proiectura A F C E; circulus autem A B C D sit communis intersectio sphæræ & plani,
B ipseque maximus, ac primitiuo circulo obliquo æqualis: sitque K externus obliquæ proiecturæ Polus: à quo si rectæ educantur K G & K I, secantes vtrumque circulum; perspicuum est per tertium modum distribuendi in partes obliquas proiecturas propositione 100. explicatum F G ipsi D S, & G I ipsi

C



D

S R repræsentatione æquales esse; itemque B L & L M, ipsis E P & P O repræsentatione æquales: at maiorem esse F G ipsâ D S, & G I ipsâ S R, ac sic de ceteris, quod in hunc modum potest demonstrari:

Per. 4. consectarium propositionis 99. constat peripheriam F G peripheriæ B L, & G I ipsi L M, itemque E P & P O ipsis D S & S R similes esse: sed maior est circulus A F C E circulo A B C D: itaque F G ipsâ B L, & G I ipsâ L M, & I C reliquâ M C maior existit: at D S minor est quàm B L; ductâ enim L V ipsi B D parallela, æqualis est D V ipsi B L: at minor est D S quàm D V, vt pars totâ: igitur D S ipsâ quoque B L minor est; ac proinde F G multò
E quàm D S maior est: eodemque modo minor est S R ipsâ L M; ductâ enim M T ipsi L S parallela æqualis est S T ipsi L M: sed S R minor est quàm S T: quare & quàm L M minor S R erit, hac proinde G I multò maior erit. Atque eodem modo in ceteris locum habet hæc demonstratio; igitur partes obliquæ proiecturæ, quæ in maxima medietate sunt, ipsis primitiui circuli partibus sunt maiores.

Rursus per eumdem tertium modum diuidendi in partes obliqui circuli proiecturam propositione 100. traditum, constat E P & P O ipsis B L & L M repræsentando æquales esse: est verò E P minor quàm D V, hoc est quàm B L; & P O quàm S T, hoc est quàm L M minor: ac simili modo se res habet in ceteris; igitur partes quæ in minima medietate obliquæ proiecturæ sunt, primitiuis circuli obliqui partibus sunt minores.

F Qua in re hoc præcipuè obseruatione dignum est, partes quæ maximæ diametro visæ F E propiùs adiacent, à primitiui circuli partibus maiore excessu defectúve distare. Cùm enim per proximè antecedentem propositionem æquales partes, in quas obliqua proiectura repræsentando secatur, ab F ad E continuo decremento minuantur, ab E verò ad F continuò augeantur, fit vt prope maximam diametrum F E maxima incrementa & decrementa contingant: quare iuxta F partes obliquæ proiecturæ A F C E primitiui circuli partes amplissimo interuallo excedũt, iuxta E autem ab iisdem plurimum deficiunt: quò verò ipsi A vel C propinquiores fuerint, eò propiùs ad æqualitatem accedent, si illæ inter se comparentur, quæ ad easdem partes sibi mutuò secundùm aspectum respõdent.

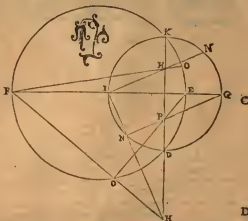
PROPOSITIO CVII. PROBLEMA. A

Partes circuli ex obliquo aspectu proiecti ad primitiuum circulum reducere.



VT in propositione 100. & 101. partes obliqui circuli in propriam ipsius proiecturam variis modis translatæ sunt, ita vicissim retrocommeando per easdem operationes, proiecturæ partes ad primitiuum circulum possunt reuocari.

Nam vt à primo modo ordiamur; sit K I D G circulus sphæræ maximus ex directo aspectu proiectus, & in communem sphæræ & plani sectionem incidens; sit item K F D E circuli obliqui maximi proiectura, in eaque datum signum O, vt lubet, quod oporteat ad primitiuum circulum reuocare. Producatur K D, si opus fuerit, & ab F per O recta ducatur F O, quæ producta in K D incidat ad punctum H: hinc autem ad I recta reducatur linea H I, quæ circulum K I D G secet in N: dico N punctum esse postulatum. Nam per ea quæ illic sunt demonstrata, rectæ, quæ ab F & I ad communem vtriusq; circuli K I D G & K F D E intersectionem ducuntur, secant eosdem circulos in partes repræsentatione æquales, F H quidem obliquam proiecturam in O, I H autem circulum directum in N: at circulus directus K I D G in N per rectam I H in eamdem rationem secatur, in quam obliquus circulus per rectam ab H ad primitiuum punctũ signi F ductam, seu cuius H F propria est proiectura, vt ex demonstratione eiusdem primi modi propos. 100. in posteriore schemate facilè intelligi potest. B



Deinde ex inuersa operatione secundi modi eamdem partium reductionem consequemur. Vt si in schemate eiusdem secundi modi (in quo A L D G communis est sectio sphæræ & plani; A F D E verò obliqua proiectura) datum sit punctum P, eique postuletur reciprocum dari in circulo A L D G, qui obliquo circulo primitiuo proiecturæ A F D E æqualis est: quæratur obliquæ proiecturæ A F D E internus Polus H per 99. huius, iungaturque H P; hæc vbi circulum A L D G secat, ibi punctum I exhibet postulatum. Nam eadem propositione ostensum est rectas omnes, quæ à Polo H euocantur, planorum per oculum & Polum remotiorem N transeuntium proiecturas esse; ipsa autem vtrumque circulum, obliquum scilicet, cuius proiectura est, A F D E, & directum A L D G in partes æquales dissecare: quare necesse est eorumdem planorum proiecturas, hoc est rectas à Polo apparente H ad data signa obliquæ proiecturæ eductas, vna eademque opera circulum quoque A L D G ita secare, vt eis æquales in circulo obliquo primitiuo partes datis proiecturæ partibus secundum aspectum respondeant: quæ omnia ex superiùs demonstratis fient clariora, si non sit graue ea breui repetitione in memoriam reuocare. E F

Similis ratio sectionis erit, si ab externo Polo K ad datum punctum P obliquæ proiecturæ A F D E recta ducatur. Hæc enim secabit circulum A L D G in Q ea ratione, vt quæ ipsi in primitiuo circulo obliquo respondet, in punctum P radiorum profusione deportetur, vt ibidem in tertio modo fusiùs est demonstratum; eademque ratio in quarto modo tenenda erit.

Per quintum modum eamdem partium reductionem exequemur hoc pacto: Sit sphæra A L D G, in eaque obliquus circulus B C, cuius proiectura A F D E; oporteat autem datum

A datum in proiectura punctum P ad primitiuum circulum B C, aut ei æqualem A L D G reducere. Ex A, in quo oculus, recta agatur A H ipsi B C parallela, & P H iungatur, quæ ipsam A D secet in I, perque I parallela ducatur ipsi L G: hæc circulũ A L D G secabit in N punctum ipsi P aspectu respondens: quæ
B etiam praxis non alia indiget demonstratione, quàm illa ipsa qua ibidem ex lemmate 35. ostendimus plana omnia per visum A & punctũ H extensa, euiusmodi hoc loco est A H P, facere in circulo obliquo communẽ sectionem diametro B C parallelam, qua-
C lis in circulo A L D G est Q N; & ab eodem circulo obliquo rescindere vtrimque peripherias æquales à punctis B & C inchoatas, quæ profusione eiusdem radiosi plani A H P in circumferentiam obliquæ proiecturæ incidunt ad signa P & O: itaq; hoc etiam modo licebit obliquæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reuocare.

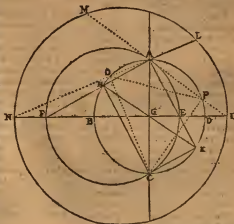
Similis porrò ratio tenenda est in ceteris modis omnibus, quibus obliqua quæcumque proiectura in partes secari potest: sola enim operationis reciprocatio partes proiecturæ ad originem reducit; & vt eadem est via Athenis Thebas, & Thebis Athenas; sic idem radius est, per quem partes à primitiuo circulo ad planum vsque deportantur, & quo iterùm à plano in pristinum locum restituuntur. De his igitur tantùm; nunc cœptum rerum ordinem prosequamur.

D

PROPOSITIO CVIII. PROBLEMA.

Data obliqua proiectura, primitiui circuli obliquitatem sitúmque in sphæra designare.


ACCIDERE subinde potest, vt detur in plano obliqui cuius-
E piam circuli proiectura, cuius obliquitas situsque in sphæra cognitu necessarius ignoretur. Proinde qua id arte inuestigandum sit hoc problemate docebimus: at quia sola data proiectura non satis est ad ipsius originem indagandam, alterius circumstan-
F tiæ adiumento opus erit, vt duobus simul conspirantibus ignota veritas eliciatur.



Primò igitur præter datam obliquam proiecturam A F C E circuli maximi, detur etiam oculus A à plano sublimis: his datis per proprium centrum proiecturæ diametrus agatur E F, ad

eamque ab oculo A perpendicularis demittatur A G: perspicuum igitur est G centrum A
esse apparens proiecturæ, idemq; & sphæræ, quòd maximus sit ex hypothesi primitiuus
circulus obliquus, cuius A F C E est proiectura. Quare centro G, interuallo autem G A
circulus describatur, qui sphæræ magnitudiné exhibebit, quia & ipse maximus est, & per oculum incedens: tum A E & A F iungantur, quæ sphæram secent in H & K: dico H K circulú primitiuum esse obliquæ proiecturæ datæ, eumque habere in sphæra situm, secundùm quem in datam proiecturá ab oculo A profunditur. Cùm enim A E & A F radij sint optici, vtpote ab oculo A emicantes, sintque partes sphæræ H & K in eisdem radiis in quibus F & E, necesse est H K proiectæ diametri F E prototypam esse, ideoq; circulum, qui circa diametrum H K describitur, ipsius datæ proiecturæ B C
A F C E esse primitiuum, cuius obliquitas in sphæra designari postulabatur.

Secundò data eadem maximi cuiuspiam circuli obliqui proiectura A F C E, eiusque
centro apparente G, reliqua inuenientur hoc modo: Per G ad normam ipsi F E recta du-
catur A C, secans proiecturam in A & C, & circa A C circulus describatur, erit is sphæræ D
magnitudinem repræsentans, & oculum in summo fastigio habens ad signum A: nam
cùm eadem sit sphæræ & circuli obliqui maximi diametrus, erit communis sectio circuli
obliqui primitiui, ipsiusque proiecturæ eadem quæ sphęræ diametrus A C, & oculi altitu-
do ipsius sphæræ semidiametrus A C: itaque eductis ab oculo A ad proiecturæ extremi-
tates radiis A F & A E, vbi illi sphæram intersecant, scilicet in H & K, ibi circuli primitiui
obliquitatem situmque designant.

Tertiò si præter obliqui circuli proiecturam A F C E nec centrum detur, nec oculi lo-
cus; sit autem cognita primitiui circuli ab oculo declinatio, exempli gratia, partium quin-
quaginta, qua oculo proximus est, supputandi erunt in circulo dato A F C E ab E ad A
gradus quinquaginta: hoc facto ducatur A C ipsi F E perpendicularis, & circum A C cir- E
culus describatur A B C D, quem radij A F & A E secent in H & K: dico H K primitiui cir-
culi obliqui diametrum esse, eiusque proiecturam F E, ac proinde effectum id quod erat
postulatum. Quoniam enim F A E angulus rectus est, erit circuli A F C E portio qua ille
continetur, semicirculus: eodemque modo & H A K semicirculus erit, quòd eumdem
angulum rectum A contineat. Ductis igitur H C & C K, cùm anguli A C H & A K H in eo-
dem sint circuli segmento A H, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: at quo-
niam in triangulis A C H & A F G angulus A G F rectus est ex constructione, angulusque
A H C rectus, vtpote in semicirculo, estque angulus F A C vtrique communis, erit & reli-
quus A C H reliquo A F G æqualis per 32. primi Euclidis: quare & ipsi A K H angulus
A F G æqualis erit: est verò vtrique triangulo A E F & A H K communis angulus F A E: itaq; F
reliquus quoque A H K angulus reliquo angulo A E F æqualis erit; ac proinde arcus A H
arcui A E similis, itemque A K similis residuo arcui A F, per 39. lemma huius libri: est au-
tem arcus A E graduum quinquaginta initio assumptus, & A F semicirculi complemen-
tum: igitur & A H graduum quinquaginta erit; & A K complementum semicirculi: ideo-
que H K obliquus est circulus proiecturæ A F C E situm in sphæra habens postulatum;
quod erat peruestigandum.

Quartò eadem ratione licebit vniuersè etiam non maximi circuli proiecturam in
proprium sphæræ locum restituere, si tamen perspecta sit ipsius ab oculo maxima ac mi-
nima

A nima declinatio: vt si obliqui circuli non maximi proiectura offeratur I L M N, cuius nec centrum datur, nec oculi locus, vnde profusi radij ipsius demonstrent originem; constet autem primitiuum circulum, cuius situs in sphæra quæritur, qua minimum ab oculo distat, partibus abesse quadraginta, qua verò maximè, partibus septuaginta. Ducatur in data proiectura diametrus N I, sumaturque arcus I L partium 40. N M verò partium 70. & iungantur I M & N L quæ sese decussent in A: dico A oculi locum esse; & si ab A ipsi N I perpendicularis demittatur A G: dico rursus descriptum ex centro G, interuallo autem A G circulum sphæram repræsentare; quæ cùm à lineis I M & L N secetur in O & P: dico O P diametrum esse circuli obliqui primitiui, cuius proiectura I L M N ex oculo A in pla-
B num transcripta est.

Potest verò id eadem ratione demonstrari, qua priùs. Ductis enim O C & P C, quoniam in circulo A B C D anguli A C O & A P O eidem segmento inscribuntur, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: at in triangulis A G N & A O G, angulus A G N rectus est per constructionem; angulus verò A O G rectus, quia in semicirculo; angulusque N A C vtrique communis est: igitur & reliquus A N G reliquo A C O est æqualis: quare & idem A N G angulus angulo A P O æqualis erit. est autem triangulis A N I & A P O communis angulus N A I: igitur per 32. primi Euclidis, & reliquus angulus A I N reliquo A O P æqualis erit: quocircà arcus I L & A O, qui æqualibus angulis A N I & A P O subijciuntur, similes erunt per 39. lemma huius libri. Eodemque modo & arcus M N & A P pro-
C pter angulorum, A I N & A O P quibus subtenduntur æqualitatem similes erunt: at I L sumptus est graduum quadraginta, M N verò graduum septuaginta: igitur & A O gradus quadragiota, A P verò gradus septuagiota complectetur: quare O P diametrus erit eius circuli, qui in circulum datum I L M N profunditur, situmque habet in sphæra postulatum, quem inuestigare oportuit.

PROPOSITIO CIX. PROBLEMA.

Data circuli non maximi directa proiectura, locum eius in sphæra adinuenire.

D QVEMADMODVM in superiore problemate, ita & in præsenti non erit difficile, dato præter proiecturam oculo, primitiui circuli situm in sphæra designare. Vt si data sit circuli cuiuspiam non maximi proiectura E L M F ex directo aspectu oculi A in planum transfusa; postuletur autem primitiuus eius circulus in sphæra designari: centro G propositę proiecturę E L M F, interuallo verò
E A G circulus describatur A B C D, radijque ab A ad E & F procidant A E & A F, secantes circulũ A B C D in H & K: dico H K diametrũ esse circuli postulati. Cùm enim A oculi sit locus, & A E, A F radij sint optici, necesse est proiectæ diametri extremitates E & F, in aliqua parte radiorum A E & A F primitiua signa habere: at primitiua hæc signa nequaquam ex-
F tra sphæram existunt, cùm circulus E L M F circuli cuiuspiam in sphæra constitui proiectura esse supponatur: igitur non alio loco esse possunt signorum E & F primitiua puncta, quàm vbi radij optici sphæram intersecant, hoc est in H & K: quocircà H K diametrus erit circuli primitiui postulati.

At oculi loco ignorato, si tamen cognitum sit quot partibus ab oculo declinet circulus, cuius proiectura in plano datur, propositum conficiemus hoc modo: Sit declinatio circuli quæsiti ab oculo vndique graduum sexaginta: sumatur ergo in data proiectura arcus E L graduum 60. eique æqualis fiat F M, & E M F L iungantur sese in A decussantes: dico A oculi locum esse, & si centro G, interuallo autem A G circulus describatur,

A *eáque perſpicuitate, quam res obſcuræ exigunt, hunc in primis aſpectum diſtinctis aliquot propoſitionibus, deinde reliquos ſingulos ſingulis propoſitionibus hiſtorica breuitate perſtringemus, ne repetitis crebrò iiſdem demonſtrationibus tenebras potiùs rebus per ſe iam claris atque patentibus offundamus.*

PROPOSITIO CX. PROBLEMA.

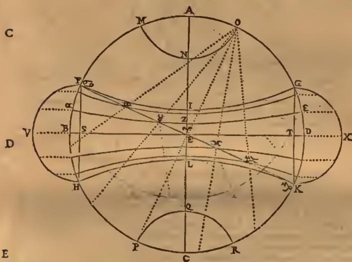
Vtrumque Colurum plano ſtereographicè inſcribere.

B Ex prænotatione decima quinta huius libri conſtat, Æquinoctiorum puncta, eius Coluri qui per Solſtitia tranſit, Polos eſſe. Cùm igitur in altero æquinoctiorum oculus conſtituatur, perſpicuè patet ſolſtitiorũ Colurum directè ſpectari, ſiquidem, vt ex 10. primi Sphæricorum Theodoſij colligi poteſt, recta linea, quæ à Polo per circuli centrum ducitur, ad ipſius circuli planum recta eſt: igitur per ea, quæ ad propoſitionem 31. libri tertij prædefiniui-

C

D

E



mus, ſolſtitiorum Colurus directè aſpectui obuerſatur: quare & in circulum procidit per 94. propoſitionem huius libri, qui hoc loco ſit, gratia exempli, A B C D: cumque is ſit de numero maximorum in ſphæra circulorum, planumque per ſphæræ centrum actum intelligatur, & hoc patet, intra ipſius circuli A B C D ambitum dimidiam ſphæræ portionem tranſcribi.

Alter verò Colurus qui ab æquinoctijs nomen habet, cùm per oculum tranſeat, hoc in primis ſequitur, ipſum in rectam lineam profundi per 91. huius libri propoſitionem; cumq; in Polis mundi ſecet alterum Colurum, finge A Polum eſſe Arcticum, C verò Antarcticum: itaque recta A C proiectura eſt dimidij Coluri æquinoctiorum, eius inquam ſemicirculi qui per Arietem incedit, quoniam initio huius deſcriptionis oculum in Libra conſtituimus, vnde Arietem oppoſitum ſibi ſignum ex aduerſo proſpectat. Si porrò recta A C ex vtraque parte infinitè producatur, erunt adiunctæ portiones, ſeu quæ extra circulum A B C D infinitè procurrunt, illorum quadrantium proiecturæ, qui à Polis ad ſignum Libræ oppoſitum extenduntur: non ſecùs ac portiones E A & E C portiones illæ ſunt, quæ ab Ariete ad ſolſtitiorum Colurum porriguntur: ſic vt ſigni Libræ initium in plano deſignari nequeat, quòd in eo oculus ſit conſtitutus, vt initio huius proiecturæ eſt demonſtratum: quæ omnia ex eadem 91. propoſitione huius libri perſpicuè patent.

PRO-

A

PROPOSITIO CXI. PROBLEMA.

Æquatorem, Tropicosq́; & Polares circulos in planum conijcere.



QVEMADMODVM æquinoctiorum Colurus, sic & Æquator per Libram, hoc est oculi locum, incedit: quare in rectam proijcitur lineam per 91. huius. Rursus cùm idem Æquator sit è maximis sphæræ circulis, ideoque per sphæræ centrum actus per 6. Sphæricorum Theodosij, secetq́; vtrumque Colurum ad rectos sphærales angulos, erit BD, quæ per centrum E traijcitur, ipsamq́ue AC secundùm normam secat, semicirculi Æquatoris proiectura. B



C

D

Tropicorum verò non eadem est atque Æquatoris ratio: nam cùm obliquus sit illorum aspectus, in circulares formas transcribentur per 96. huius. Porrò loca primùm in plano inuenienda sunt per quæ transeunt: itaque in peripherijs AB & AD, signentur puncta F & G, quæ gradibus viginti tribus & dimidio distent à B & D, quantum scilicet Tropici distant ab Æquatore: deinde regula ad B & G adiungatur, atque secundùm ipsius lineam in recta AC punctum signetur I, quod cùm sit ipsius G proiectura, erit portio EI proiecti Coluri æquinoctiorum arcui DG repræsentando æqualis per 92. huius: inuento igitur trium punctorum F, I & G centro, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, erit is Tropicus Cancri, vtpote gradibus viginti tribus & dimidio ab Æquatore vndique distans, atque Septentrionali Polo A propioquior. Eodem prorsus modo alter Tropicus per puncta H, L & K, circulari forma ducetur, cui proinde Capricorni characterismus ♑ adscribetur. E

Haud absimilis est Polarium circulorum designatio. Assumptis namque punctis M, O, P, R, quæ gradibus viginti tribus & dimidio à Polis A & C distent, regula à puncto B (quod vice oculi est) ad O & R extendatur, atque ipsius & proiecti Coluri æquinoctiorum AC communes intersectiones notentur N & Q, perq́ue puncta M N O & P Q R circuli describantur; hi inquam propriæ erunt Polarium circulorum proiecturæ: nam cùm portiones AN & CQ, proiecti Coluri AC arcubus AO & CR repræsentando æquales sint per 92. huius, erunt circuli M N O & P Q R partibus viginti tribus & dimidia vndique à Polis A & C disiuncti: quare ipsi circuli polares erunt per ipsorum definitionem prænotatione decimaquinta explicatam. F

PRO-

A
PROPOSITIO CXII. PROBLEMA.

Eclipticam designare, ipsámque in signa & gradus distribuere.



ECLIPTICAM perpendiculariter cerni ex eo constat, quòd per Libræ signum in quo oculus constituitur incedat: itaque in rectam profunditur lineam per 91. propositionem libri huius; cumque eadem Tropicos oppositis in locis contingat ad signa Cancri & Capricorni, sitque Cancri signum F, Capricorni verò K, Libræ autem E; consequens est vt recta linea quæ per F E K ducitur, Eclipticæ sit proiectura: siquidem rectæ F E K in plano ductæ ea-
B dem conueniunt, quæ primitiuæ veræque Eclipticæ reipsa insunt: nam præter ea quæ iam diximus, & hoc notandum est, rectam F K per sphæræ proiectæ centrum E transire, quòd Ecliptica de genere sit maximorum sphæræ circulorum, qui per 6. primi Sphæricorum Theodosij per centrum sphæræ ducuntur.

Nunc si in signa distribuenda sit eadem Eclipticæ proiectura F K, non alia id arte fiet, quàm qua superiùs propositione 92. docuimus rectam lineam ex perpendiculari circuli aspectu proiectam in partes dissecare. Quoniam verò F K dimidium dumtaxat Eclipticæ orbem repræsentat, sex tantùm signa continebit, ea scilicet quæ Arieti hinc inde proximè assistunt: quare diuiso semicirculo F P K sextifariàm, si ex O Eclipticæ Polo rectæ ad singulas diuisionum partes occultis notis destinentur, hæ secabunt Eclipticæ
C proiecturam F K in sex signa, quorum notæ sunt ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊, atque initium signi ♋ vt ex eadem 92. propositione huius libri manifestè patet.

Si in plures partes recta F K dissecanda sit, veluti in gradus, aut minuta, id eodem fiet modo: semicirculus nimirum F P K totidem in partes diuidetur quot postulantur, & ex O vbi oculus est, ad singulas partes diuisionum rectæ protendentur, factumque erit propositum: nam ex iam proxime citata 92. huius apertè constat communes intersectiones lineæ F K, & earum quæ ab O ad semicirculi F P K secti partes destinantur, proprias esse earumdem partium semicirculi proiecturas. Igitur cùm semicirculi F P K partes Eclipticæ primitiuæ partibus æquales sint, similísque oculi aspectus, secta erit hac ratione Eclipticæ proiectura F K in gradus, partesque postulatas; quod faciendum erat.

D
PROPOSITIO CXIII. PROBLEMA.

Parallelos circulos Aequatori Tropicísque adiungere.



DVCANTVR rectæ lineæ F H & G K, quæ ipsam B D secent in S & T: deinde centris quidem S & T, interuallis autem S F & T K semicirculi describantur F V H & G X K, hisque sextifariàm diuisis, per aduersa sectionum puncta occultæ lineæ ducantur, locaque vbi circulum A B C D intersecant, notentur, qualia hîc duo tantùm litteris inscripta reperies α & ι, quòd de ceteris eadem sit ratio: itaque si per tria puncta α ♉ ι circulus ducatur per 5. quarti Eucli-
E dis, hunc dico parallelum esse qui per Tauri initium transit. Quoniam enim circulus A B C D directè visui opponitur, erunt ipsius & parallelorum intersectiones cum primitiuis eædem: quare α & ι quas hoc loco orthographicè designauimus per 39. huius libri, etiã stereographicè primitiuas intersectiones paralleli Tauri & Coluri A B C D repræsentant: cumque iam in proiectura Eclipticæ F K habeamus signum ♉ stereographicè repertum per proximè antecedentem propositionem, perspicuè patet, si per tria puncta α ♉ ι circulus decircinetur, ipsum esse illius paralleli proiecturam, qui per Taurum incedit: cumque eadem sit in ceteris ratio, perfectum est quod primò fuerat postulatum.

Hinc patet proiecti Coluri A C portionem E Z arcubus B α & D ι repræsentatione
F æqualem esse, rectasque quæ hîc signatæ non sunt α D & B ι per punctum Z transire: nam circulus α Z ι pari vndique numero graduum ab Æquatore B D distat.

Patet hinc etiam parallelum α Z ι (vti & ceteros) Eclipticam F K duobus in locis secare, nempe in ♉, & alio quodam puncto extra circulum A B C D ad partem F constituto: nam & primitiui circuli paralleli veram sphæræ Eclipticam in duobus signis secant, quæ pari interuallo ab Æquatore ad eamdem partem distrahuntur.

Si per certos numeros graduum paralleli ducendi sint, eodem modo id fiet quo Tropicos descripsimus. Exempli gratia, si eidem Æquatori paralleli postulētur, qui per denos gradus vtriusque Coluri pertranseant, secentur arcus A B & A D in denos gradus, & ex B per singula sectionum puncta arcus A D rectæ lineæ occultis notulis ducantur: hæ vbi rectam

ctam Coluri proiecturam A E inuadent,ibi loca fignabunt,in quę partes arcus A D proij- A
ciuntur per 92. huius,fic vt partes A E partibus quadrantis A D aſpectu reſpondeant. Ergo ſi per terna puncta circuli deſcribantur, vti factum eſt in Tropico F I G & paralielo Tauri α Z ι, ducti erunt paralleli per denos gradus vtriuſque Coluri incedentes, quod faciendum erat.

PROPOSITIO CXIV. PROBLEMA.

Declinationum ac latitudinũ circulos ſtereographicè repræſentare.

Declinationum circulis duo eodem modo deſcribentur,quo ſuperius Coluri prop. 110. hi ſiquidem inter declinationum circulos connumerantur, B quandoquidem per mundi Polos atq; æquales partes Æquatoris acti concipiantur,vt prænotatione decima quinta docuimus; ceteri autem nullo negotio in plano deſignabuntur, ſi prius Æquator in gradus ſeu partes æquales ſecundum oculi repræſentationem diſtributus fuerit per 92. propoſitionem libri huius:nam circuli per ſingula harum diuiſionum puncta & vtrumque Polum ducti illos exhibebunt, qui in ſphæra aſtrorum declinationes metiuntur.

At latitudinum circuli licet nec per mundi Polos, nec per Æquatoris æquales partes tranſeant, ſimilem tamen cum declinationum circulis proiecturam habent: vti enim Poli mundi ad Æquatorem, per cuius æquales portiones declinationum circuli incedunt; ita ſe habent Zodiaci Poli ad Eclipticam, per cuius gradus æquaſque partes latitudinum circuli aguntur: quare ad illorum ſimilitudinem hi quoque circuli ſtereographicè deſcribendi ſunt. C

Vtrorumque porrò delineatam formam videre licebit in ſchemate prop. 118. vbi circuli verticales in planum profundentur, quorum proiectio horum quoque circulorum proiectioni per omnia ſimilis eſt.

PROPOSITIO CXV. PROBLEMA.

Horizontem ad datam Poli altitudinem in plano exhibere.

QVONIAM in hac ſphæræ proiectione oculum in communi Horizontis & Æquatoris ſectione conſtituimus, hoc ipſo conſtat Horizontem perpendiculariter aſpectui obijci,inque rectam lineam proijci per 91. propoſitionem libri huius,eamque per centrum actam,quia vnus eſt è maximis ſphæræ circulis.Igitur ſi o Polus ſit Borealis, P verò Auſtralis, O P autem D



ſphæræ diametrus, ſitque deſignandus Horizon ad datam Poli altitudinem graduum ſexagin-

A sexaginta, id fiet hoc pacto: Circulus A B C D in trecentos & sexaginta gradus, vt moris est apud Astronomos, distribuatur, & ab O ad M, itemque à P ad L gradus sexaginta supputentur, perque L & M recta agatur linea; hanc dico Horizontis proiecturam esse secundùm datam Poli altitudinem in plano designatam: nam ea omnia in ipsam conueniunt, quæcumque Horizontis definitioni insunt.

CONSECTARIVM.

Latitudinem solis ortiuam occiduámque inuestigare.

B CVM latitudo solis ortiua occiduaque, ea sit Horizontis portio, quam sol oriens occumbénsve toto anni tempore attingit, (non enim vno in loco perpetuò oritur, vnoq; occumbit, sed alio semper atque alio) perspicuum est, si in hac sphæræ constitutione, Polique sublimitate, Tropici describantur F I G & H α K, quemadmodum propositione 110. docuimus, ab his portionem Horizontis intercipi α I, extra quam sol oriens occumbénsve numquam vagatur, cùm vltra Tropicos non procurrat. Hanc Astronomi latitudinem ortiuam occiduamque appellant, cuius si magnitudo gradibus æstimanda sit, ex A vertice seu Polo Horizontis per α & I occultæ lineæ ductæ intelligantur, vsque dum circuli A B C D peripheriæ occurrant: quam inquam ex hac portionem illæ aufe- runt, ea est ipsius α I proiecturæ authographa per 92. propositionem huius: quare si to-
C tus circulus A B C D in gradus distribuatur, quot ex his continet circuli portio lineis A α & A I productis comprehensa, totidem α I repræsentando complectitur.

PROPOSITIO CXVI. PROBLEMA.

Circulos altitudinum describere.

CIRCVLI altitudinum cùm omnes Horizonti sint paralleli, eumdem habent proiectionis modum, quem circuli diurni Æquatori paralleli, quos propositione 112. in planum transcripsimus. Esto itaque idem qui suprà, Horizon L M, summumque eius fastigium A seu omnium circulorum ab
D Horizonte æquidistantium Polus, arcus autem A L & A M in partes æquales secentur, nempe in gradus quindenos, per quos modò circulos altitudinum ducere placet: deinde à singulis partibus quadrantis A M ad punctum L, vel à partibus quadrantis A L ad punctum M rectæ lineæ ducantur occultis notis, quæ lineam A E secent in partes repræsentatione æquales per 98. propositionem huius, & per terna puncta circuli ducantur, factumque erit quod postulatur.

Exempli gratia, quadrantium A L & A M portiones L I & M N gradus habeant quindenos, & per L N vel I M recta occultè ducatur, quæ A E secet in S, & per tria puncta iam reperta I S N circulus ducatur per 5. quarti Euclidis; hunc dico vnum esse è parallelis Horizontis, seu circulis altitudinum, qui per quindenos gradus describuntur. Eodem
E modo si L B & M R arcus graduum sumantur triginta, & à B ad M, vel ab R ad L recta adiungatur, quæ ipsam A E secet in T, erit is qui per B T R ducetur circulus, vnus ex illis qui altitudines indicant, ab Horizonte gradibus triginta æquidistans. Quoniam enim circuli omnes Horizonti paralleli, quos altitudinum circulos vocant, præter solum Horizontem obliquè obijciuntur, necesse est eos, excepto Horizonte, in circulos proijci per 96. huius: cùm ergo tria puncta in plano habeantur, per quæ singuli transeunt, perspicuum est, ductos per hæc puncta circulos, illos esse, quorum primitiui in sphæra ab Horizonte teipsa æquidistant.

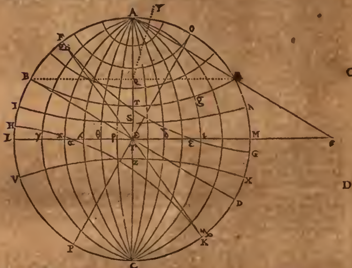
In quibus hoc notatu dignum est, omnium centra in recta linea C A versus A infinitè producta existere. Cùm enim, exempli gratia, B L & R M æquales sint ex hypothesi, erit
F ea quæ ad B R adiungitur recta linea ipsi L M parallela: quare C A in L M rectis incidens angulis per hypothesin, erit quoque ad rectos ipsi B R angulos per 29. primi Euclidis: sed C A per centrum E circuli A B C D transit; igitur C A ipsam B R secat quoque bifariàm per 3. tertij Euclidis, ideoque in CA producta erit circuli B T R centrum: si enim id negetur, esto centrum circuli B T R in quopiam puncto extra lineam C A reperto, puta Y, & ab Y ad Q recta ducatur: quoniam igitur ostensum est B R in Q sectam esse bifariàm, & nunc assentur Y Q ex centro educi, erit Y Q ipsi B R perpendicularis per 3. tertij Euclidis, ac proinde anguli Y Q B & Y Q R recti: sed ostensi sunt recti A Q B & A Q R; itaque fieri nequit vt sit Y circuli B T R centrum. Quæ demonstratio cùm in ceteris punctis extra li-

neam C A productam assumptis locum habeat, patet in C A producta circuli B T R centrum existere, atque eodem modo ceterorum circulorum qui Horizonti repræsentatione paralleli in plano describuntur. A

PROPOSITIO CXVII. PROBLEMA.

Crepusculi limitem definire.

TERMINVS ille qui initium finemque crepusculi distinguit, circulus est Horizonti parallelus, vt ex prænotatione 16. huius libri constat: quocircà eius projectio ab illorum circulorum, qui altitudines indicant, projectione haud absimilis est. Sumantur itaque sub Horizonte arcus L V & M X graduum decem & octo, adiunctaque regula ad V M, vel ad L X, signetur linea A C punctum Z, quod dico ipsorum V & X projecturam esse per 92. propositionem B



C

D

huius: cùm ergo tria iam puncta habeantur V, Z & X, per quę crepuscularis circuli projectura incedat, si per hæc circulus describatur centro in recta A C versus C producta accepto, erit circulus V Z X crepuscularis circuli projectura postulata: nam cùm is obliquè visui opponatur, erit eius transcripta in planum forma circulus per 96. huius; at non alius quàm qui per puncta ducitur V, Z & X, quæ primitiuis punctis crepuscularis circuli in sphęra aspectu respondent: igitur V Z X circulus, ipsius primitiui circuli crepuscularis propria est transcriptio, quæ erat designanda. E

CONSECTARIVM I.

Crepusculi magnitudinem in vtraque sphæra, recta scilicet & obliqua, omni anni tempore dimetiri. F

TAMETSI ex iis quæ superiùs propositione 42. de inuestiganda crepusculorum magnitudine, initio ac fine ex Orthographica projectione docuimus, perfacile sit eadem in Stereographicis projectionibus reperire, quandoquidem vniuersali quadam ratione hæ projectiones inter se conueniant; tamen quia magna est figurarum diuersitas ex vtraque eorumdem circulorum projectione, gratum futurum Lectori putaui, si ea quæ ad crepusculorum magnitudines, initia ac fines spectant, in hoc quoque projectionis genere paulò distinctius explicata proponerentur.

Esto

A Esto itaque in sphæra primùm recta A B C D, Æquator B D, Tropici F G & H K, Horizon item A C, & crepusculi circulus V X secans Æquatorem in Z, Tropicos verò in L & N: patet igitur per ea quæ hactenus sunt demonstrata, & ex ipsius proiectionis
B natura, omnium parallelorum circulorum portiones, quæ inter Finitorem A C & crepuscularis circuli proiecturá V Z X interiacẽt, vt hic sunt I L, E Z & L N, esse crepusculorum magnitudines, hoc est spatia illa quæ sol a ma-
C tutini crepusculi initio ad exortum, vel ab occasu ad finem crepusculi vespertini diurno motu peragit.

Has si ad primitiuos circulos reuocare oporteat, id non vno modo in Æquatore, qui maximus est circulus, ac in reliquis non maximis circulis fiet. Sit itaq; primùm crepusculi portio in plano, cùm sol Æquatorem tenet E Z; ab A per Z recta agatur linea A X, erit inquam C X maximi circuli portio ipsius proiectæ portionis E Z primitiua per 92.
D propositionem huius; quam si tempore metiri lubet, diuidetur totus A B C D circulus in horas 24. & si opus sit etiam in horarum partes ac minuta, quotque ex his continebit C X, tanto tempore crepusculum durabit, cùm sol per Æquatorem diurna latione deferetur.

Sit deinde crepusculi portio I L, cùm sol Cancri Tropicum F G obtinuerit; per A, L & C circuli fragmentum occulte describatur, quod proiecturam Æquatoris B D secet in O, & ab A per O recta agatur A S: dico C S maximi circuli portionem primitiuæ portioni ipsius I L similem esse, id est C S ad totum circuli A B C D ambitum ita se habere, quemadmodum se habet proiecturæ I L primitiua portio ad totum Tropici circulum. Cùm enim A E C & A L C maximi sint circuli, & per Polos A & C omnium parallelo-
E rum acti; erunt per 10. secundi Sphæricorum Theodosij parallelorum portiones I L & E O similes: at per 92. huius C S primitiua est ipsius E O circularis portio: itaque eadem C S ad circulum A B C D ita se habet, quemadmodum ipsius I L primitiua circularis portio se habet ad Cancri Tropicum: quare si totus A B C D circulus in tempus conuertatur, tanta diei parte crepusculum perdurabit dum sol in Tropico Cancri versabitur, quanta est C S, totius circuli A B C D comparatione.

Hinc id quoque perspicuè colligi potest, quod & propositione 42. ad notauimus, in recta sphæræ constitutione crepuscula inæqualia esse: ac minimum quidem cùm sol in Æquatore existit, maximum verò cùm in Tropicis versatur; totamque discriminis rationem portiuncula X S contineri. Patet etiam parallelorum æquè ab Æquatore distan-
F tium crepuscula æqualia esse, quòd scilicet circulus maximus A Q C, qui per L ducitur, per N quoque transeat, vbi crepusculi circulus V Z X parallelum H K æquè ac F G ab Æquatore disiunctum intersecat.

Eodem fermè modo crepusculorum magnitudines in obliqua sphæra ex proiecturis inuestigare licebit. Sint enim vt priùs Æquator B D, Tropicus Cancri F G, Tropicus Capricorni H K, mundique axis A C; at Horizon obliquus P Q, & crepusculorum circulus V X, omnes stereographicè in planum proiecti: ex quibus hoc primò apparet, sole in Æquatore existente, proiectum crepusculi arcum esse E Z; cùm verò in Tropico Cancri sol versatur, proiectam Tropici portionem I L eam esse qua crepusculum durat,

vti MN dum ſol Tropicũ Capricorni attigit. Quæ omnia ex dictis perſpicuè patent, cùm A crepuſcula in ijs parallelorum portionibus fiant, quæ Horizontem inter & crepuſcularem circulum intercipiuntur.

Ad primitiuas autem circulorum portiones ex proiecturæ reducentur hoc modo: In primis per extremitates æquinoctialis crepuſculi E & Z ab A rectæ lineæ ducantur A C & A λ: dico C λ primitiuam eſſe circuli portionem, quam E Z proiecta crepuſculi portio repræſentat, quod patet per 92. huius. Deinde per tria puncta A, I & C, item per A, L & C, circuli deſcribantur A I C & A L ε, qui arcũ ſolſtitialis crepuſculi IL comprehendant, ſecentq; Æquatoris proiecturam B D in O & T, & ab A per O & T rectæ ducantur A θ & A γ, quæ peripheriam θ γ comprehendant: hanc dico primitiuæ peripheriæ proiecturæ I L ſimilem eſſe, vt paulò antè eſt demonſtratum, hoc eſt eam rationem habere θ γ ad circulum A B C D, quam habet primitiua peripheria proiecturæ I L ad primitiuum Cancri Tropicum. Tum ſimili modo ſi per A M C & A N C circuli deſcribantur, qui D Æquatoris proiecturam ſecent in R & S, perque R & S ab A rectæ agantur A α & A ε: dico peripheriam α ε ad circulum A B C D comparatam, crepuſculi M N magnitudinem eſſe; vt ex iam demonſtratis patet.

Quare ſi totus A B C D circulus in tempus conuertatur, facilè apparebit quanto tempore ſingula crepuſcula durent: quot namque partes ſinguli arcus α ε, C λ & θ γ de toto circuli ambitu ſibi vindicant, tot horis vel horarum partibus crepuſcula perdurant.

CONSECTARIVM II.

Qua hora Crepuſcula incipiant ac deſinant, ex proiecturis inueſtigare. E

DATIS in circulo A B C D ijs arcubus, quibus parallelorum portiones inter Horizontem & crepuſcularem circulum interiectæ aſpectu reſpondent, non erit difficile horam cognoſcere, qua ſingula totius anni crepuſcula incipiunt ac deſinunt. Nam ſi circulus A B C D in tempus conuertatur, in quod primitiuæ portiones crepuſculorum incidunt, id crepuſculi eſt tempus, ſiue initium ſiue finem ſpectes. Exempli gratia, quoniam arcus C λ circuli A B C D primitiuus eſt crepuſculi Æquinoctialis E Z, ſi ſemicirculus B C D in partes 12. ſecetur, erit D λ tempus à media nocte vſque ad crepuſculum matutinum, cuius initium λ, C verò finis ſeu ſolis exortus, C B autem diei pars ad meri- F diem vſque, ac rurſus B C id quod à meridie ad occaſum vſque inſumitur, ideoque C veſpertini crepuſculi initium, λ autem finis, ac inde ad D id quod ad mediam vſque noctem naturalem diem complet. Eodem modo erit γ initium crepuſculi matutini, finiſq; veſpertini, cùm ſol Cancri Tropicum obtinet: quare conuerſo, vt priùs, ſemicirculo B C D in tempus, quot horæ à D puncto mediæ noctis, vel à B meridiei numerantur, tot à Meridiano abeſt crepuſculi matutini initium ac finis veſpertini. Cumque eadem ſit in ceteris ſupputandi ratio, modus repertus eſt, quo omni anni tempore, crepuſculorum initia & fines ex proiecturis cognoſci queant, quod erat poſtulatum.

PRO-

A

PROPOSITIO CXVIII. PROBLEMA.

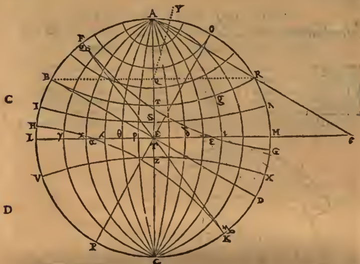
Verticales circulos in planum profundere.



T hactenus sphæræ circulos per tria puncta in plano descripsimus, ita & verticales, inuentis primò punctis per quæ singuli transeunt, commodissimè proijcientur: cùm verò per duo puncta omnes incedant, summum nempe cæli verticem, imumque Nadir, hæc primùm in plano designanda sunt. Itaque si Horizon L M ad rectos angulos secetur rectâ A C, erunt

B A & C Horizontis Poli: quæ enim è circuli centro ad ipsius circuli planum ad rectos

C



D

angulos excitatur, per circuli Polos transit per 8. primi Sphæricorum Theodosij: sunt verò Zenith & Nadir Horizontis Poli: igitur A Zenith erit, & C Nadir: quare hoc in primis constat, omnes verticalium circulorum proiecturas per A & C duci debere.

E Deinde cùm per æquales quoque portiones primitiui Horizontis circuli verticales traijciantur, diuidenda erit Horizontis proiectura L M in partes repræsentando æquales per 92. huius, quales hic sunt E ρ, ρ θ, θ λ, λ κ, κ γ, γ L, totidemque, ac similes in altera proiecti Horizontis parte E M, singulæ capientes gradus quindenos, quibus & circulos altitudinum antè distinximus: per singula autem diuisionum puncta simul & vtrumque verticem A & C, circuli describendi sunt per 5. quarti Euclidis, quos constat verticales esse per 96. & 97. huius, quòd per eadem loca in plano ducantur, per quæ primitiui circuli verticales in sphæra incedunt.

F In horum ac similium circulorum proiectione notandum est, circulorum qui ab L versus E continua serie se mutuò sequuntur, centra in alternis Horizontis segmentis existere quæ ab E versus M protenduntur. Exempli gratia, circuli A L C centrum est E, dein circuli A γ C centrum est δ, nempe secti Horizontis signum, quod vno interiecto tertio loco sequitur; tum circuli A κ C centrum est ι, quod quintum est diuisionis signum ab E supputatum; posteà circuli A λ C centrum est M, inter quod & ι vnum sectionis signum vacuum relinquitur; rursus circuli A θ C centrum est e ipsius puncti R proiectura, intermissa scilicet proiectura puncti N; demum centrum circuli A ρ C est ipsius O proiectura, quæ signi R proiecturam vna interiecta sequitur, & quæ propter loci angustiam hîc designari non potuit: cuius rei demonstratio in propositionem centesimam decimam quintam asseruatur.

A

CONSECTARIVM.

Proprium stellæ locum in proiecta sphæra demonstrare.

Ex dictis facile erit stellæ locum proprium in sphæræ proiectura ostendere, si cognita fuerit ipsius ab Horizonte altitudo, & à Meridiano declinatio. Vt si triginta gradibus supra Horizontem emineat, constat ipsam in circulo altitudinis triginta graduum B T R locum habere: & si à Meridiano semicirculo A M C totidem absit gradibus, erit ipsa haud dubiè in verticali circulo A I C; qui cùm circulum altitudinis B T R secet in g, perspicuum est g verum stellæ locum esse in hac sphæræ proiectura designatum: solum namque punctum g vtrique circulo B T R & A I C est commune. B

PROPOSITIO CXIX. PROBLEMA.

Meridianum ceteró sque Horarios circulos, qui à meridie vel media nocte horas auspicantur, decircinare.



CVM hi circuli Horarij verticalibus in sphæra similes sint, solo nomine verticis in Poli nomen permutato, similem quoque habent proiectionis modum: quare si A Polus sit Borealis, C verò Australis, & L M Æquator, perspicuum est per ea quæ de verticalibus circulis propositione proximè antecedente sunt demonstrata, A L C M circulū esse Meridianum, A E C verò circulum Hectemorion seu horæ sextę, ac reliquos qui inter hos interiacent reliquarum C



D

E

horarum indices esse: siquidem linea L M quæ modò Æquatoris vicem gerit, per quindenos gradus repræsentando secta est; hæc autem horarum sunt interualla: igitur in hunc modum proiecti iam sunt Horarij circuli, qui à meridie vel media nocte horarum seriem ducunt; quod erat faciendum. F

CONSECTARIVM I.

Hinc quouis in plano Horolabium describere.

QVONIAM horarū notę, quæ in plano designantur, sunt communes circulorū Horariorum & cuiuscumq; plani interfectiones in Horologij planum proiectæ, fit vt quouis aspectu, in quoduis planum hoc proiectionis genere æquè ac per superiores Orthographiæ leges Horolabia describi possint, si nimirū descriptis Horarijs circulis, designa-

A ſignatoq́; plano, communes huius & Horariorũ interſectiones ad originem reuocentur. Quod exemplo perſpicuum fiet. Sint in planum proiecti Horarij circuli ijdem, qui priùs per duos Polos A & C, perque Æquatoris proiecti LM partes repræſentatione æquales acti; hos autem ſecet planum quoddam BD,
B cui inſcribi poſtulátur horarum notæ. Sumatur ſeorſum linea BD ſecta in partes duodecim, ea ratione qua ipſa in ſuperiori ſchemate ſecatur à circulis Horarijs, & circa ipſam circulus deſcribatur:
C deinde per ſingulas notas lineæ BD à puncto P occulti radij ducantur, qui ad circuli peripheriam protenſi primitiuas partes ſectæ lineę BD deſignabunt: hoc eſt communes Horariorum & Horolabij interſectiones, quæ proinde horarum notæ erunt, ad quas ſi ex centro E rectæ educantur, erunt eæ ſigna in quæ gnomonis vmbræ procidunt: quare perfecta erit horolabij in propoſito plano deſcriptio.

D

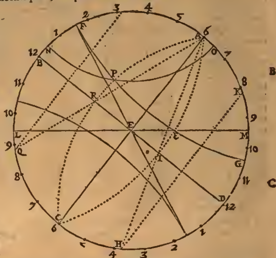
CONSECTARIVM II.

Horam ortus & occaſus ſolis indagare, & diei noctisq́; quantitatem metiri.

SIT in ſphæræ proiectura ABCD Horizon LM in rectam transfuſus lineâ per 115. huius:
E itemq́; Poli altitudo A, depreſſioq́; C gradus vnius ſuprà 50. qualis in hoc noſtro eſt ſacri Imperij Marchionatu Antuerpienſi. Sit præterea Æquator BD, & Tropicus Cancri FG, vel quiuis alius
F è parallelis circulis: conſtat in primis ex hac proiectura ſolem, dum in Æquatore exiſtit, hora ſexta exurgere, eademq́; hora occumbere, quòd ſcilicet Æquatoris BD & Horizontis LM communis interſectio E ad primitiuum Æquatorem reuo-



reuocata ipsum bifariàm secet per lineam AC lineæ duodecimę horæ perpendicularem, A
quæ proinde horæ sextæ est linea: quare hora sexta eo anni tempore sol & oritur &
occidit, estque dies nocti æqualis, nempe horarum duodecim.



Deinde sol ad parallelum FG peruenisse concedatur, oporteatque horam ortus & occasus indagare, & magnitudinem diei noctisq; metiri. Esto I communis sectio paralleli FG, & Horizontis LM, locus nimirum Horizontis in plano, quo sol parallelum FG tenens oritur & occidit, perque I & AC circulus ducatur AIC, qui Æquatoris proiecturam BD secet in I: ab A verò per I recta agatur AH: ab H demum recta ducatur HK ipsi BD perpendicolaris: dico segmentum circuli HBK diurnum esse, nocturnum verò HDK. Quoniam enim per 10. secundi Sphæricorum Theodosij ducto circulo maximo AIIC per eosdem Polos A & C, per quos & circulus ABCD transit, primitiuæ circulorum parallelorum portiones, quæ proiecturis IG & ID, itemque IF & IB, aspectu respondent D.
similes sunt, erunt & ipsæ proiecturæ inter se repræsentando similes: quare vt repræsentando ID ad IB, ita & repræsentando se habet IG ad IF: sed vt ID ad IB secundùm aspectum, ita reipsa se habet peripheria HD ad HB peripheriam per propositionem 92. libri huius: igitur & vt reipsa HD ipsi HB, ita IG ipsi IF aspectu respondet: quamobrem HD, ipsique æqualis DK, primitiuæ sunt partes ipsius proiecturæ IG; & HB, ipsique æqualis BK, proiecturæ IF partes sunt primitiuæ: itaque si totus circulus ABCD in tempus conuertatur, erit HBK segmentum diurnum, HDK verò nocturnum. Vides ergo solem in parallelo FIG existentem, paulò ante quartam horam oriri, & paulò post octauam occidere: diemque horas omnino sedecim & dimidiam, noctem verò horas septem & dimidiam complecti; quod erat explorandum. E

CONSECTARIVM III.

Cognita solis altitudine, locoq; in Zodiaco, horam edicere.

CVM constet verum astri locum in congressione duorum circulorum existere, quicumq; tandem illi sint, si cognita sit solis altitudo, seu ad quem circulum altitudinis sol scandendo peruenerit; si item locus in Zodiaco notus sit, ac proinde quem parallelum circulum illo die percurrat, perspectus erit & verus solis locus, nempe in congressu duorum circulorum, quorum alter altitudinis est, alter Æquatori parallelus per datum punctum Eclipticæ transiens. Itaque descriptis præter hos duos circulos Horarijs, is horam indicabit, ad quem communis concursus illorum duorum circulorum proximè attingit, vt ex Horariorum natura ac definitione patet. F

Vel certè absque Horariorum circulorum designatione breuiùs horam colligemus, si communem intersectionem circuli altitudinis, & paralleli, seu verum locum solis ad primitiuum parallelũ reuocemus: hic enim conuersο primitiuo parallelo in tempus horam indicabit. Exempli gratia, esto solis altitudo graduũ 45. ad cuius altitudinẽ in schemate superioris consectarij descriptus est circulus OPN; esto item sol in Tropico Cancri FG: erit ergo proprius solis locus plano exceptus in cõmuni horum circulorũ sectione P: quare

A Quare per A P C circulus occultè describatur secans ipsam B D in R, perque R ex A recta ducatur A Q: hæc cùm primitiuum locum demonstret puncti B, palàm est eo tempore, quo sol in Tropico Cancri existens altitudinem habet graduum 45. horam esse fermè nonam antemeridianam, vel paulò supra tertiam pomeridianam.

CONSECTARIVM IV.

Ex hora, locoq; solis in Zodiaco altitudinem venari.

HVIVS consectarij praxis facilis est ex precedentis consectarij explicatione: descripto namque datæ horæ circulo Horario A R C, ductoque per locum solis quem in
B Signifero obtinet parallelo F G qui Horarium A R C secet in P, erit P verus locus solis: per quem si rursus altitudinis circulus describatur O P N, vera solis altitudo arcu L N vel M O continebitur, vt ex dictis patet: hic ergo si in gradus diuidatur, inuenietur vt suprà graduum quadraginta quinque; quod fuit postulatum.

CONSECTARIVM V.

Perspecta altitudine, horáque, locum solis in Signifero ostendere.

SIMILIS ratio est inuestigandi locum solis in Signifero, horâ altitudineq; præcognitâ. Si enim propositæ horæ circulus Horarius describatur A R C, & per solis altitudinem, puta graduum quadraginta quinque, circulus altitudinis ducatur qui Hora-
C rium secet in P; ac rursus per P Æquatori B D parallelus agatur F G, hic vbi Eclipticam secabit, ibi locum solis in Zodiaco exhibebit, cuius primitiuus locus est postulatus.

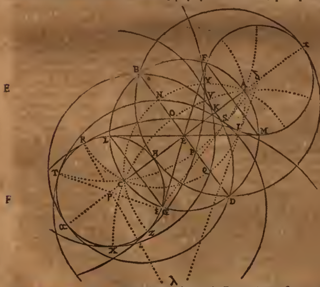
PROPOSITIO CXX. PROBLEMA.

Horarios illos circulos in planum proijcere, qui ab Horizonte horarum seriem ducunt.

ESTO idem, qui suprà Meridianus circulus A B C D, in eiusque planum proiectus Horizon L M, supra quem alter Polus sublimis emineat A, alter verò subtus depressus procumbat C, sitq; B D Æquator, totius autem proiecturæ
D centrum E: duo verò circuli describantur Æquatori paralleli per 112. huius, quorum alter F K M omnium semper apparentium maximus sit, alter verò G H L maximus illorum omnium, qui perpetuò delitescunt, qui in partes duode-

E

F



cim repræsentatione æquales diuidantur, secta priùs Æquatoris proiectura B D in partes
sex

ſex ſecundùm aſpectum æquales punctis N, O, E, P, Q, deinde deſcriptis occultè circulis A
per ſingula hæc puncta ſimul & Polos A & C, quales hìc ij ſunt qui punctis notantur,
Horarioſque Aſtronomicos bina horarum interualla capientes repræſentant: hi in-



B

C

D

quam, cùm per A & C ducantur, Polos nimirum circulorum F K M & G H L, quorum hic ſemper deliteſcentium, ille ſemper apparentium maximus eſt, ſecabunt & hos ipſos circulos in partes duodecim repræſentatione æquales per centeſimam primam propoſitionem libri huius, quæ duarum horarum ſpatia contineant.

Itaque vt ſingulos circulos qui ab ortu vel occaſu horas incipiunt, explicemus, ab Horizonte ſumemus initium, qui dictos circulos ſemper apparentium ſemperque deliteſcentium maximos in oppoſitis punctis contingit L & M, inque rectam profunditur lineam L M per H 5. huius, & horam indicat 24. ſeu primæ initium: deinde in circulo F K M ſumatur punctum I puncto M proximũ, & in circulo G H L punctum R proximum
ipſi L, itemque in Æquatore B D punctum O quod punctum E proximè ſequitur; perque E
tria data puncta I O R circulus deſcribatur per 5. quarti Euclidis, eritque I O R circulus ille Horarius, qui ſecundæ horæ finem ſignat. Nam ex prænotatione 16. huius libri conſtat hos circulos non modò per oppoſitas ſectiones circulorum ex ijs qui ſemper apparent ſemperque obliteſcunt maximorum, verum etiam per æquales portiones Æquatoris incedere.

Si ſola habeantur puncta I & R, ex R per centrum ρ recta ducatur R λ, itemque recta I λ quæ verſus I producta in centrum δ incidat, erit harum linearum communis interſectio λ centrum, ex quo deſcriptus circulus I O R vtrumq; circulum F K M & G H L continget in R & I. Nam cùm circulorum I O R & F K M centra, in recta ſint linea δ λ, cadet
eadem δ λ in contactum per 12. tertij Euclidis: ſecat autem vtrumque circulum in I: igi- F
tur in I ſeſe hi circuli contingunt. Eodem modo & circulum G H L idem circulus in R contingit, quod recta R λ per vtriuſque circuli centrum ρ & λ tranſeat: itaque deſcriptus ex λ, interuallo autem λ R vel λ I, circulus vnus eſt ex iis qui horas ab Horizonte auſpicantur, horam indicans ſecundam.

Eodem modo tertius deſcribetur per puncta S N T ex centro σ, in quo rectæ T ρ σ & δ S σ per centra circellorum ρ & δ actæ conueniunt, horam indicans quartam. Hos qui ordine ſequitur quartus B K D α, circulus item eſt, circulum F K M ſemper apparentium maximum tangens in K, maximum vero ſemper deliteſcentium G H R tangens in α, horamq; indicans ſextam. Poſtea quintus horæ octauæ circulus V Q X eodem prorſus modo deſcribe-

A scribetur, quo tertius; & sextus V P Z qui horæ est 10. quemadmodum secundus: tandem septimus F G horæ duodecimæ recta iterùm est linea, vti & primus L M; nam ad planum Meridiani circuli A B C D rectus est: quia ergo Meridianus A B C D directè cernitur, erit horæ duodecimæ horarius circulus perpendiculariter expositus, vtpore per oculum transiens. Cumque reliqui similem habeant descriptionis modum, eos Lectori considerandos relinquimus, ne actum agere videamur, lineasque nulla necessitate multiplicemus.

PROPOSITIO CXXI. PROBLEMA.

B
Cælestium domorum terminos ponere.



ACILLIMA est eorum circulorum qui cælestes domos discriminant, explanatio, ex iis quæ de verticalium & Horariorum proiectione diximus: vti enim verticales per Horizontis Polos, partesque æquales Horizontis & Horarij per mundi Polos, æqualesq; partes Æquatoris; ita domorum cælestium circuli per communes Horizontis & Meridiani intersectiones, item per æquales portiones verticalis primarij aut Æquatoris incedunt. Quare diuiso primario verticali aut Æquatore in partes repræsentatione æquales, si per has & communes Horizontis & Meridiani intersectiones circuli ducantur, erunt hi cælestium domorum in plano distinctores.

C Exempli gratia, sit Horizon in planum profusus L M per 115. huius, verticalis autem primarius A C per 118. Æquator denique B D per 111. seceturque verticalis primarius A C in sex partes æquales secũdùm aspectum per 92. huius pũctis F, G, E, H & K, per-
D que singula simul & communes intersectiones Horizontis & Meridiani L & M circuli ducantur: erũt ergo spatia inter hos interiecta, cælestes domus, ipsi autem circuli illarum distinctores,
E secundùm Campanũ: at si per Æquatoris B D æquales sectiones N, O, E, P & R circuli describãtur, quales hic punctis notantur, erunt hi cælestium, quas vocant, domorum interstitia, ex Regiomontani sententia; quæ omnia ex dictis satis superque probari possunt.

PROPOSITIO CXXII. PROBLEMA.

Positionum circulos constituere.

F


ADEM est horum circulorum descriptio, quæ & illorum qui cælestia domicilia discriminant, vt propositione 47. in Orthographica ipsorum proiectione dicebamus: nam hoc tantùm à cælestium domorum circulis distinguuntur, quòd hi per certas dumtaxat Æquatoris vel primarij verticalis partes ducantur; illi verò per quodcumque punctum extra communes Horizontis & Meridiani intersectiones assumptum, quod discrimen nullam infert proiectionis diuersitatem. Designato igitur in plana sphæræ descriptione puncto quouis, puta N, si per id & puncta L & M circulus describatur per 5. quarti Euclidis, erit hic vnus è positionum circulis; vt ex dictis constat.

STE-

STEREOGRAPHICA
SPHAERAE TRANSFVSIO
Oculo in altero Polorum constituto.

In superiore sphæræ proiectione quam hactenus delineauimus, illud obseruatione dignum videtur, quidquid intra Meridiani ambitum proijcitur, vtriusque hemisphærij vicem subire, solo oculo imaginariè transmutato. Cùm enim oculus in communi Horizontis & Arietis sectione constituitur, descripta figura illud hemisphærium repræsentat, quod à Meridiano versus Occidentem spectat: cùm verò in communem Horizontis & Libræ sectionem oculus transfertur, proiectum schema alterū hemisphærium exhibet, quod ad Orientem vergit Meridiano diremptum. Quod quidem ita se habet, si Arietis signum in communem intersectionem Aequatoris & Horizontis ortiui incidat, Libra verò in communem Horizontis occidui & Aequatoris sectionem, vti tota hac sphæræ descriptione suppofuimus. Ex quo perspicuè patet Meridiani ambitu vniuersam sphæram proiectam contineri, ex alia atque alia oculi constitutione descriptam, ita vt circuli omnes, qui ad vtramque Meridiani partem similem situm in sphæra habent, in eumdem plani locum incidant, & duorum simul vicem gerant. B C

Nunc ergo ad illam oculi constitutionem, ac sphæræ situm aggredimur, quo eam primus omnium Claudius Ptolemaeus descripsit, cuius exstat libellus de Planisphærio, (sic verò ille appellabat hoc aspectu proiectum schema) quod postea Ioannes Stoflerinus ad vsum particularis astrolabij accommodauit, ea dumtaxat assumpta sphæræ portione, quæ intra Polum & extimum Tropicum continetur; reliqua prætermissa, quòd in immensum augescat. Cùm verò ea quoque pars sphæræ, quæ inter Aequatorem Tropicumque oculo proximum intercipitur, extra proiecturam Aequatoris procurrat, Odo Malcotius, nostræ Societatis Mathematicus insignis, vniuersam sphæram intra Aequatoris proiecti fines coëgit: nam transmutato vicissim in vtrumque Polum oculo, geminum hemisphærium Australe ac Boreale, in idem planum proiecit, atque Aequatoris ambitu comprehendit, Gemmam hac in re imitatus Frisium, qui eodem pacto ex superiore oculi situ, quo per vtrumque æquinoctij signum radius ducitur, Astrolabium catholicum designauit, duplici aspectu vniuersam sphæram complexus. D E

PROPOSITIO CXXIII. PROBLEMA.

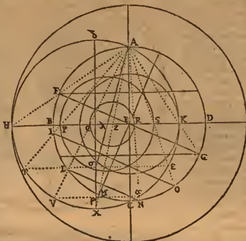
Eos qui in sphæra mobili sunt circulos stereographicè explanare, oculo in antarctico Polo constituto. F

Hoc aspectu perspicuum est, Æquatorem in primis, omnesque ipsi parallelos circulos, (quales sunt Tropici, Polares, & qui diurni vocantur, illi item, quorum alter omnium semper apparentium, alter verò omnium semper delitescentium maximus est) in circulos proijci, quorum idem sit verum atque apparens centrum. Nam quoniam punctum, in quo oculus, omnium horum circulorum est Polus, quæ ab oculo ad cuiusuis circuli centrum ducetur

recta

A recta linea, ad eumdem circulum recta erit per 11. primi Sphæricorum Theodosij secundùm ordinem Arabum: quare directè vnusquisque aspicitur, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij sunt prædefinita: igitur per 94. propositionem huius libri omnes circulari forma decircinantur, cuius idem verum atque apparens centrum, quod & sphæræ.

Cùm ergo ex eodem centro hi omnes circuli describantur, quærenda dumtaxat sunt ipsorum interualla, inuenientur autem ea hoc modo: Esto maximus sphæræ circulus directè obuersus A B C D, ex centro E descriptus, qui & Æquator: hunc ad normam secent duæ rectæ lineæ per centrum actæ A C & B D, quæ in infinitum productæ duo-



B Coluros repræsentabunt, ex perpédiculari aspectu in planum Æquatoris profusos: hi itaque si in partes repræsentatione æquales distribuantur, facile erit per singulas earum ex centro E circulos
C describere, qui parallelos Æquatori exhibebunt. Exempli gratia, sumantur arcus B F & D G graduum viginti trium & dimidij, punctaq; F & G radijs ab oculo A profusis in planum proijciantur,
D quæ per 92. huius in puncta H & K incident. Quare si A Polus Australis sit, erit circulus ex semidiametro E K descriptus Tropicus Cancri, is verò qui ex semidiametro E H, Tropicus Capricorni. Quo etiam pacto quicumque alij circuli Æquatori paralleli describentur, vt polares, inuenta in plano ipsorum declinatione, vel certè designatis tribus punctis per quæ transeunt.

Porrò si Æquator in partes quotcumque diuidatur, & ex centro E per diuisionum signa rectæ lineæ protendantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ, qui declina-
E tiones continent, inter quos & Coluri censentur: hi namque omnes per mundi Polos, in quorum altero oculus collocatur, & quascumque sectiones Æquatoris incedunt, vt prænotatione 15. initio huius libri docuimus.

Ecliptica quoniam in oppositis signis Tropicos contingit, & Æquatorem bifariàm secat, erit ipsius proiectura A H C K: hæc enim Tropicos in oppositis locis H & K attingit, & Æquatorem A B C D in A & C bifariàm diuidit, sic vt A sit Arietis signum, K verò Cancri, at C Libræ, H autem Capricorni: cuius reliqua signa si postulentur, secanda erit obliqua proiectura A H C K in 12. partes repræsentatione æquales, per 100. huius; per hæc siquidem diuisionum puncta si ex centro E circuli ducantur, erunt hi circuli diurni, atque Æquatori paralleli.

F Si Eclipticæ paralleli desiderentur, quos latitudinum circulos vocant, primùm diuidendus erit semicirculus F M G bifariàm in M: nam iunctâ A M, quæ ipsam H K secet in Z, erit Z Eclipticæ Polus, quem paralleli omnes intra Eclipticæ proiecturam A H C K ducti ambiunt: itaque in quadrantibus F B M & G C M, duo puncta accipiantur I & O, æquè à Polo M, vel à diametro F G disiuncta; vbi verò ductæ A I & A O lineam H K intersecant, puncta signentur P & S, & sumpto centro in linea H K circum P S velut diametrum circulus describatur: hunc dico Eclipticæ repræsentando parallelum esse, & à Polo Z pari vndique interuallo distare. Nam punctum P ipsius I, & S ipsius O est proiectura, per commune proiecturarum axioma; centrum autem primitiui circuli qui per I & O duci-

Ggg tur,

tur, proiecturam habet in eadem recta H K. Cùm enim circulus I O circulo F G sit parallelus ex hypothesi, erit idem vtriusque circuli Polus, per primam secundi Sphæricorum Theodosij: at circuli F G Polus in semicirculo est F M G ad signum M: quia igitur semicirculus F M G, vtpote maximus rectusq; ad circulum I O, secat eumdem circulum I O bifariàm per 15. primi Sphæricorum Theodosij, transibit communis vtriusque sectio per circuli I O centrum: est verò semicirculi F M G proiectura H K: itaque & circuli I O centrum in lineam H K proiectum incidit: quare circulus qui centro in linea H K accepto circa diametrum P S describitur, parallelum I O repræsentat. Eodemq; modo si sumantur puncta L & N æquè à Polo M, vel circulo F G distantia, iunganturque A L & A N, quæ H K secent in Q & R, erit descriptus circũ Q R, velut diametrũ circulus Eclipticæ repræsentando parallelus, parique interuallo a proiecto Polo Z vndique distractus, vt ex iam dictis patet. A B C D

Si per singulos gradus, aut alias quascumque partes, circuli ducendi sint Eclipticæ paralleli, secare oportebit quadrantes F M & G M in gradus, aut in partes postulatas, & loca sectionum æquè ab M, vel ab F & G distantia rectis lineis coniungere, perque harum extrema radios ab oculo A ducere, qui H K, communem scilicet intersectionem plani & circuli A B C O, secent: hæc inquam loca apparentes diametros parallelorum circulorum qui postulantur, intercipient.

Alia ratione ijdem paralleli Eclipticæ describentur, quæ à priore non longè absimilis est, nec minùs expedita. Diuidatur semicirculus proiectæ Eclipticæ H C K in partes æquales per puncta T, V, X, α, ι, quæ, vt priùs, arcus distinguant graduum 30. iunganturque puncta æquè ab H & K disiuncta rectis T ι, V α, ad quarum extrema rectæ ab A protendantur: dico has per eadem puncta P, Q, Z, R & S transire, in quæ sectiones semicirculi primitiui Eclipticæ F M G proijciuntur, ideoque & easdem apparentes diametros P S & Q R haberi, vt priùs. Quoniam enim A H & A T angulum continent ad vtriusque circuli A H C K & A F M G peripheriam constitutum, erunt arcus H T & F I similes per 40. lemma huius libri: eodem verò modo similis erit arcus K ι arcui G O: igitur A T per I, & A ι per O transit, & A I T, A ι O rectæ sunt lineæ: quare A T & A ι etiam per P & S incedunt, eamdemq; præbent apparentem diametrum P S, quam antè ex ductu linearum A I & A O inuenimus. Cumq, eadem sit in ceteris demonstratio, eam Lectoris industriæ colligendam relinquimus. E

Porrò ex eodem principio centra quoque vera circulorum Eclipticæ parallelorum nullo negotio inueniemus hoc pacto: A puncto σ vbi T ι ipsam X δ, (quæ per Eclipticæ proiectæ centrum diametro H K normalis ducta est) intersecat, recta ad oculum A destinetur: hæc inquam circuli P S centrum designabit. Cùm enim T ι ipsi P S sit parallela ex hypothesi, erit triangulum T A σ triangulo P A λ, itemque σ A ι triangulum triangulo λ A S æquiangulum per 4. lemma libri quinti: quare & proportionalia ipsorum latera per 4. sexti Euclidis, vtq; A σ ad A λ, sic T σ ad P λ, ac rursus vt A σ ad A λ, sic quoque σ ι ad λ S: ideoque per 11. quinti Euclidis vt T σ ad P λ, ita σ ι ad λ S, & permutando vt T σ ad σ ι, ita P λ ad λ S: sed T σ æqualis est ipsi σ ι per 3. tertij Euclidis, quòd scilicet X δ F

ipsam

A ipſam T ε ad rectos angulos ſecet: itaque & P λ ipſi λ S eſt æqualis: quocircà λ eſt circuli P S centrum. Eodem modo ducta A ρ ſecabit apparentem diametrum Q R in proprio centro Z, quòd videlicet Q R iuxtà ac V α per eamdem A ρ bifariàm diuidatur, vti iam iam eſt demonſtratum.

Placet hunc quoque modum adiungere quo paralleli Eclipticæ expeditè deſcribi poſſunt. Eſto A B C D, vt ſuprà, Æquator; A H C K verò Ecliptica, cuius diametrus H K ex diametro Eclipticæ F G orthographicè deſignata producitur, radijs ex A per F & G in H K procidentibus: deinde inuento Eclipticæ Polo Z per 99. huius lib. per A Z C circulus deſcribatur, cuius centrum repertum ſit ε, hic circulum ſphæræ repræſentabit per Eclipticæ Polos actum, ipſamq̃ue Eclipticam bipartitò ſecantem in A & C: igitur quoniam per æquales huius circuli portiones paralleli incedunt, ſecetur is in partes repræſentatione æquales, vel certe in eas per quas ducendi ſunt paralleli, & à centro ε ad ſectionum loca rectæ ducantur, quibus perpendiculares adiungantur, quæ circulum A Z C contingant; ſecent autem rectam H K: dico contingentium & lineæ H K communes interſectiones centra eſſe deſcribendorum parallelorum, ipſas autem contingentes eſſe parallelorum ſemidiametros.

E Exempli gratia, ab ε ad A recta ducatur ε A, huic verò perpendicularis adiungatur A Q quæ ipſam H K ſecet in Q: dico Q centrum eſſe, A Q verò ſemidiametrum Eclipticæ, quæ per A H C K deſcribitur, & Q æquè diſtare à punctis H & K, quæ ab F & G radijs A H & A K proijciuntur. Quoniam enim A Q circulum A Z C contingit, ipſiq̃ue A ε eſt perpendicularis per 18. tertij Euclidis, erit augulus Q A ε rectus: ſed & H A K angulus rectus eſt, vtpote in ſemicirculo, ſublata igitur communi portione Q A K, relinquetur angulus H A Q angulo K A ε æqualis: ſed eidem K A ε angulo æqualis eſt E A K angulus per 27. tertij Euclidis, quòd ſcilicet ambo æqualibus peripherijs A K & K C inſiſtant: igitur angulus H A Q angulo E A K eſt æqualis, additaque communi portione Q A E, erit rurſus angulus
F H A E angulo Q A K æqualis: ſed in triangulis F A E & Q A K, in quibus hi ipſi anguli æquales, ſunt etiam æquales inter ſe anguli A F E & A K Q, per ea quæ propoſitione 96. ſunt demonſtrata, vbi videlicet oſtenſum eſt coni H A K ſectiones H K & F G ſubcontrarias eſſe, atque idcircò triangula A H K & A F δ ſimilia eſſe & æquiangula: igitur & reliquus angulus A E F reliquo A Q K eſt æqualis: quocircà æquiangula ſimiliaque ſunt triangula F A E & Q A K: vt ergo A E ad E F, ita A Q ad Q K: eſt autem A E æqualis ipſi E F, vtpote eiuſdem circuli ſemidiametri: itaque & A Q, Q K ſunt inter ſe æquales. Rurſus quoniam à ſimilibus triangulis A F G & A K H ſimilia triangula A F E & A K Q detracta ſunt, reliqua A E G & A Q H relinquuntur ſimilia: quapropter vt A E latus ad latus E G, ita A Q ad Q H:

ſed A E ipſi E G æquale eſt per circuli definitionem: igitur & A Q ipſi Q H eſt æquale; A
quare & Q H, Q K inter ſe ſunt æqualia: ideoque Q eſt ipſius circuli A H C K centrum;
quod erat demonſtrandum.

Quod in maximi circuli proiectura A H C K particulari demonſtratione probaui-
mus, id in omnibus etiam non maximis vniuersè demonſtrari poteſt hoc pacto: Su- D
maotur ab A verſus C in proiecto ſemicirculo A Z C gradus trigiota vſque ad T, à T verò
recta ducatur T λ, quæ circulum A Z C contingat in T, vel ei quæ è centro ſ ad T ducitur,
ſit perpendicularis: dico λ centrum eſſe illius paralleli qui triginta gradibus ab Eclipti-
ca vndique diſtat: conſtat enim io primis hunc parallelum per ſignum T duci debere,
vt ſuprà oſtenſum eſt. Deinde deſcripto orthographicè parallelo I O, qui triginta gradi-
bus ab F & G diſtet, ductiſque radijs A I & A O, quæ ipſam H K ſecent in P & S, hoc et-
iam conſtat ex proximè demonſtratis, parallelum qui ab Ecliptica triginta gradibus di-
ſtat, per puocta quoque P & S tranſire: tria itaque habentur puncta T, P & S, per quæ du-
ctus circulus parallelum triginta gradibus ab Ecliptica diſiunctum repræſentat.

Itaque hoc ſolum demooſtrandum ſupereſt, rectam T λ quæ circulum A Z C in T con- E
tingit, vel ipſi T ſ quæ ex centro ſ ducitur, rectis adiungitur angulis, in centrum circuli
T P S cadere: id quod in hunc modum probatur: Si T λ circulum A Z C contingat, erit T ſ
quæ à contactu T ad centrum ſ ducitur, tangenti T λ perpeodicularis per 18. tertij Eucli-
dis: quocircà ſ T circulum T P S viciſſim contingit per 16. tertij Euclidis; ideoq́; per 19. ter-
tij Euclidis in T λ erit circuli T P S centrum: eſt verò & in H K eiuſdem circuli T P S cen-
trum, quemadmodū & reliquorum parallelorum: igitur centrum circuli T P S illud eſt
punctum lineæ H K, cui T λ circulum A Z C contingens incidit; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXXIV. PROBLEMA.

Ex eadem oculi conſtitutione Horarios circulos ſtereogra- F
phicè in planum tranſcribere.

ESTO vt ſuprà propoſitione 123. ſphæræ Polus E Borealis, circa eum
verò deſcriptus Æquator A B C D, & Tropicus Cancri H R T, Tro-
picus autem Capricorni F S Q: quoniam Horarij illi qui à Meridiano
principium horarum ducunt, per alterum quidem Polum E in quo
eſt oculus, per alterum verò littera ſignatum E tranſeunt; perſpicuum
eſt per 91. libri huius, illos omoes in rectas lineas hac oculi conſtitutiooe incidere: ince-
dunt

A dunt autem & per æquales portiones Æquatoris omniumque circulorum, qui ab Æquatore parallelo interuallo distant: igitur secto Aequatore A B C D, vel quocumque è parallelis in partes 24. æquales, rectæ quæ à centro E ad æquales hasce
B partes dirigentur, Horarios illos, qui à meridie vel media nocte inchoatas horas signant, repræsentabunt, quales hic sunt E F, E B, E Q, E G, & quæ has ordine consequuntur.



Nunc si per 92.
C propositionem huius libri accipiatur distãtia Poli ab Horizonte E L, erit B L D Horizontis proiectura; siquidem à Meridiano circulo in rectam lineam A C proiectum, portionem assumit E L eleuationi Poli repræsentatione æqualem, ipsumque Æquatorem bifariàm diuidit.

Itaque B L D primus est illorum Horariorum, qui ab ortu vel occasu seriem horarum
D auspicantur. Ergo centro E, interuallo autem E L circulus describatur, eritque is illorum parallelorum, qui semper apparent, maximus per præcedentem propositionem, & à rectis horarum Astronomicarum radijs in partes 24. æquales secabitur: itaque si per opposita horarum signa in Æquatore assumpta circuli ducantur, qui circulum L N O contingant, erunt hi illorum Horariorum proiecturæ, qui ab Horizonte initium horarum sumunt, qualis hic vno intermisso alter ab Horizonte est G N M, horam indicans secundam; quartus verò tertio prætermisso K O P, horam quartam signans, ac ceteri eodem sequentur ordine; qui si perficiantur, cùm sint inter se æquales, circulum quemdam in opposita parte contingent, eum scilicet qui semper delitescentium maximum repræsentabit.

E Porrò si circulus B L D in F incidat communem intersectionem Horarij E F & Tropici Capricorni (quod fortuitò euenire potest) necesse est eumdem circulum B L D etiam per H transire, communem scilicet intersectionem Horarij E Q & Tropici Cancri; quòd nimirum puncta F & H æquali graduum numero ab Horario E B distent: constat autem ex prænotatione 16. huius libri, hosce circulos, qui ab Horizonte horas inchoant, per æquales portiones omnium parallelorum incedere; quamobrem etiam circulus G N M per Q & R incedet, itemque circulus K O P per puncta S & T, vt non modò Æquatoris portiones B G & G K, verùm etiam vtriusque Tropici, nempe æstiui partes H R, R T, & brumalis F Q, Q S sint inter se æquales: sic itaque se habet Horariorum proiectio, aspectu in Polo mundi constituto.

F

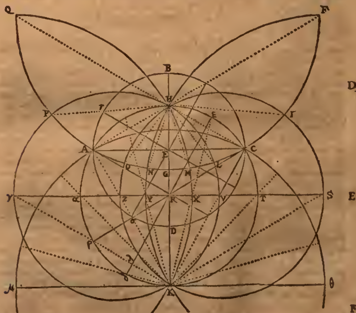
STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO ex vario oculi ſitu.

PROPOSITIO CXXV. PROBLEMA. B

Sphæræ mobilis circulos, Horarioſq́ue ex obliquo aſpectu in plano deſignare.

TRIBVS præcipuè modis ſpectari poſſunt hi circuli: vnus eſt, cùm oculus in Polo conſtituitur: quo pacto illos iam proximè deſcripſimus; alter eſt, cùm oculus in Aequatore collocatur, ſecundùm quem proiecti fuerunt propoſitione 110. & ſequentibus; tertius eſt, qui reliquam omnem varietatem complectitur: atque hunc in præſenti explicare intendimus.

Eſto maximus ſphæræ circulus A B C D ex directo aſpectu oculi in E ſigno Meridiani C
poſito deſcriptus; eſto item H mundi Polus gradibus ſexaginta ab oculo E diſiunctus,



D

E

F

K verò alter Polus tota diametro ab H diſſitus: & vt E H graduũ ſexaginta, ita fiat E O graduum triginta per 92. huius libri: ſic vt tota perpendicularis proiecturæ portio H G ſit graduum nonaginta: ſi itaque per A G C circulus deſcribatur, perſpicuum eſt hunc Æquatoris proiectam eſſe formam; ſiquidem quia A G C diametrum ſphæræ ambit, erit is de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum: diſtat autem ab H mundi Polo gradibus nonaginta: igitur ipſum Æquatorem repræſentat: reliqui autem eius paralleli, cùm omnes ad aſpectum obliqui ſint, eodem modo inuenientur, quo propoſitione 123.

Eclipti-

A Eclipticæ paralleli ſeu latitudinum circuli explanati fuere; quorum etiam hoc loco eadem eſt deſcriptionis ratio.

Superſunt Horarij, ac illi in primis qui Horas à Meridiano auſpicantur, qui hoc modo deſcribentur: Æquator A G C in partes æquales repræſentando diſtribuatur per 100. propoſ. huius, vt in F, I, C, L, M, G, N, O, A, P, Q, perque ſingula hæc diuiſionum puncta, ſimul & vtrumque Polum H & K circuli deſcribantur per 5. quarti Euclidis, erunt ij Horarij ex obliquo aſpectu in planum proiecti: nam per vtrumque apparentem Polum mundi, & per æquales partes Æquatoris incedunt. Per duarum porrò horarum ſpatia alternos dumtaxat exhibuimus, ne multitudo confuſionem pareret; eſt enim cetero-
B rum eadem ratio. Ex his ita deſcriptis H K ex vtraque parte infinitè protracta Meridianum circulum oſtendit ex perpendiculari aſpectu proiectum per 91. huius, deinde proximus huic H M K horæ decimæ vel ſecundæ circulus eſt; tum H L K horæ eſt octauę vel quartæ circulus; poſteà H C K circulus eſt horæ vtrimque ſextæ, atque eodem ordine ceteri qui deinceps ſequuntur.

Alio modo iidem Horarij deſcribentur, inuentis in vna eademque recta linea S γ ſingulorum centris, locisque per quæ tranſeunt: inuentis, inquam, vt ſuprà Polis H & K, per A H C K circulus deſcribatur, quem in primis conſtat circulum eſſe horæ ſextæ, quoniam Meridianum H K rectis angulis interſecat: deinde per circuli A H C K centrum R recta ducatur S γ normalis ipſi H K, circuloque A H C K in partes æquales diſtributo, ex K
C per ſingula diuiſionum puncta rectæ eiiciantur, quæ ipſam S γ ſecent in S, T, V, X, R, Y, Z, α, γ, eruntque horum ſignorum interualla ſecundùm aſpectum æqualia per 92. huius, quòd nimirum ab æqualibus primitiui circuli A H C K peripheriis obueniant. Quoniam igitur omnes proiecti horarum circuli per H & K tranſeunt, ſecatque S γ ipſam H K ad rectos angulos & biſariam, perſpicuum eſt omnium circulorum centra in recta linea S γ infinitè producta exiſtere. Si enim extra lineam S γ circulorum, qui per H K ducuntur, centra eſſe dicantur, erunt quæ à centris ad punctum R ducentur rectæ lineæ ipſi H K perpendiculares per 3. tertij Euclidis: at poſita eſt S γ ipſi H K perpendicularis ad idem punctum R: igitur cùm eidem lineæ ad idem punctum duæ perpendiculares excitari non poſſint, fieri nequit, vt circulorum qui per H & K ducuntur, centra extra lineam S γ
D excurrant.

Hîc aduerte Lector, non eumdem eſſe centrorum & circulorum ordinem; ſed circulorum vno interuallo lineæ S γ diſtantium centra duobus interuallis dimoueri. Exempli gratia, circuli quidem H T K centrum eſt R, proximi verò circuli H V K qui vno interuallo T V à priore diſiungitur, centrum non eſt Y punctum, ſcilicet quod ipſum R proximè ſequitur; ſed eſt Z, quod ab R duobus interuallis diſtrahitur. Eodem autem modo circuli H X K, qui vno interuallo circulum H V K ſequitur, centrum eſt γ, quod ab Z duobus interuallis diſtat, non verò α quod ipſi Z ordine proximum eſt; quod ex Geometriæ principijs in hunc modum poteſt demonſtrari: Eſto primùm circulus H V K ex illo proiectus primitiuo circulo, cuius diametrus C ρ, vnoque interuallo diſtat à T α: quoniam
E igitur per 98. huius proiecti circuli verum centrum in ea eſt recta linea, quæ ex K rectis ipſi C ρ angulis incidit; (vbi nimirum hæc producta ipſam S γ interſecat, hoc eſt in Z.) erunt anguli interſecantium ſeſe K Z & C ρ linearum ad σ recti: eſt verò & K R Z rectus ex conſtructione: igitur per 8. ſexti Euclidis ſimilia ſunt inter ſe triangula σ R Z & σ K R, & hi ipſi anguli per 5. ſexti Euclidis æquales: cùm ergo σ R Z ad centrum, σ K R verò ad circumferentiam circuli H T K α ſit conſtitutus, erit arcus A H, cui is qui ad circumferentiam inſiſtit, duplus ipſius α ρ cui inſiſtit is qui ad centrum conſtituitur, vt ex 20. tertij Euclidis colligi poteſt: quare Z centrum verum proiecturæ H V K duobus interuallis ab R diſtabit.

Rurſus ſit circulus H X K duobus interuallis X V & V T à circulo H T K diſiunctus, cuius
F primitiua diametrus ſit ε δ duobus item interuallis δ ρ & ρ α diſtans à T α: quoniam per iam citatam 98. propoſit. huius libri K λ, quæ ipſam ε δ rectis angulis interſecat, producta centrum verum circuli H X K attingit in γ, erunt per 8. ſexti Euclidis triangula λ R γ & λ K R inter ſe ſimilia, angulique λ R γ & λ K R, per 5. ſexti Euclidis æquales; hic verò cùm ad circumferentiam ſit circuli H T K α, ille autem ad eiuſdem circuli centrum, erit arcus H ρ duplus ipſius α δ: at α δ duo continet interualla ex hypotheſi; igitur H ρ continebit interualla quatuor: quocircà & γ centrum verum proiecti circuli H X K quatuor ſpatijs diſtabit ab R, duobus verò à Z, quod erat demonſtrandum.

Ex his perſpicuè elici poteſt modus Horarios ex obliquo aſpectu deſcribendi: ſecta

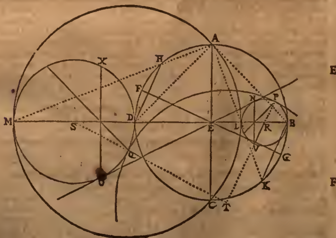
namque linea S γ io partes repræſentatione æquales, ſi in alternis punctis circini pes immobilis defigatur, altero autem pede ad H vel K extenſo circuli deſcribantur, erunt hi circuli Horariorum proiecturæ poſtulatæ. Nam vt iam oſtenſum eſt, proiectorum Horariorum centra io recta ſunt linea S γ, inque alternis ſigois earum diuiſionum quæ partes æquales repræſeotant. A

Si minùs accurata ſit radiorum ex K per æquales partitiooes circuli HTKα eiectio propter ſectioou obliquitatem, ducatur centro K, interuallo autem quocumque, ſemicirculus θ C A μ, iſque in totidem partes æquales diuidatur, in quot ſecandus erat circulus H T K α, & ex K ad ſingulas partes radij deſtineotur: hi inquam, cùm per æquales quoque partes circuli H T K α incedant, vt propoſitione 92. libri huius eſt demonſtratum, ſecabunt rectam S γ in eaſdem partes repræſentatione æquales, io quas ſecanda erat per radios ex K per æquales partes circuli H T K α tranſmiſſos. B

Rectè autem deſcriptos eſſe hoc pacto Horarios, ex eo facilè poteſt demonſtrari, quòd linea S γ vtrimque infinita circulum illum Æquatori ℇ E parallelum repræſentet, qui per Polum tranſit in quo eſt oculus, nempe A R: cùm ergo Horarij per omnium circulorum Aequatori parallelorum æquales portiones tranſeant, ſitque S γ ſecta io partes repræſentatione æquales, luce meridiana clarius eſt circulos qui per has partes lineæ S γ & vtrumque ſimul Polum H & K ducuotur, Horariorum genuinas proiecturas eſſe; quod erat oſteodendum.

Porrò Horarij illi qui ab ortu vel occaſu horas iodicant, cùm à deſcriptione Horizontis, illorumque circulorum, quorum alter ſemper apparentium, alter verò ſemper delitéſcentium maximus eſt, dependeant, his primò io planum proiectis, facile erit & ipſos Horarios aptè deſignare, ſi nimirum circuli ſemper apparentium ſemperque delitéſcentium maximi in partes æquales repræſentando diſtribuantur, & ab oppoſitis ſectionibus per vera circulorum centra rectæ ducantur: in harum enim congreſſione centrum erit, vnde deſcribi poterunt circuli, qui priores illos ſemper appareotium ſemperque oblitéſcentium maximos in oppoſitis ſectionibus contingant, qui proinde horas ab ortu vel occaſu in plano iodicabunt. C

Exemplo res fiet maoifeſta. Sit ſphæræ magnitudo ABCD, in eaque oculus ad ſignum A, Poli F & G, Horizoo B D ſecundùm Orthographiam propoſitus, cuius Stereographica proiectura A B C D per 94. huius: ſint item ex eadem Orthographia deſcripti duo D



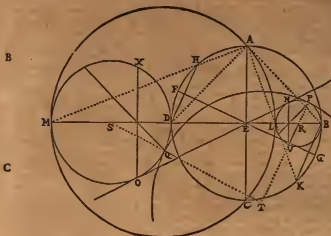
E

F

circuli, vnus D F H omnium ſemper apparentium maximus, cuius Stereographica proiectura D Q O M per 96. huius, alter verò B G K maximus omnium illorum qui perpetuò deli-

A delitescunt, cuius Stereographica descriptio B P N L. Si ergo hi circuli stereographicè primò quidem bifariàm diuidantur per B L & D M; deinde semicirculi rursus bifariàm in N & O; tum quadrantes B N & D O in P & Q iterùm bifariàm; erit primus quidem Hora-

B



C

rius, isque præcipuus A B C D, qui & Horizon vnde horarum series inchoatur. Huic

D deinde oppositus A L C M, qui horam indicat duodecimam, vtrumque circellum in oppositis locis contingens L & M: tum qui horam sextam ostendit recta est linea N E O, hic enim per oculum transit, cui similis est circulus horæ 18. qui & ipse per oculum incedit, ideoque & in rectam proijcitur lineam, quæ hîc quidem descripta non est, sed per V & X duci debet. Ad hæc tertiæ horæ circulus is est, qui vtrumque circellum in P & Q tangit, cuius descriptio ita se habet: Ex P per centrum R recta ducatur, itemq; ex centro S per punctum Q alia quæ priorem secet in T; centroque T, interuallo autem T P vel T Q circulus describatur; is inquam vtrumque circellum continget in P & Q, vt in simili casu propositione 120. à nobis est demonstratum. Ceterorum autem Horariorum circulorum proiectio circuli iam iam descripti proiectioni per omnia similis est: quare quo

E pacto ex hoc aspectu Horarij illi, qui ab Horizonte horas auspicantur, in plano designandi sint, perspicuè patet; quod explicandum erat.

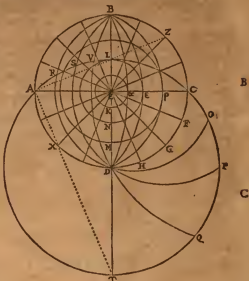
PROPOSITIO CXXVI. PROBLEMA.

Oculo in vertice constituto, Horizontem, eiusq; parallelos, & verticales, ac cælestium domorum positionumq; circulos in planum stereographicè consignare.

F CONSTAT in primis hac oculi constitutione, seu recta seu obliqua sit sphæra, non aliam esse mobilium circulorum proiecturam, quàm quæ hactenus abundè est explicata. Supersunt igitur circuli sphæræ immobilis, in quorum etiam descriptione quæ ab oculo fit in vertice constituto, nulla difficultas esse potest, cùm ex dictis perspicuum sit Horizontem, omnesque eius parallelos in circulos procidere; verticales autem in rectas lineas sese in centro proiecturæ, quod & verum & apparens est, intersecantes, vt propositionibus 92. & 94. ostendimus. Lubet tamen apposito schemate rem omnem dilucidiorem facere.

Esto A B C D Horizontis proiectura, eaque primùm diuidatur quadrifariàm, duabus dimetientibus sese in centro E ad rectos angulos decussantibus; harum altera B D Meridianum, altera A C verticalem primarium repræsentabit: deinde si reliqui quadran-

tes in partes item æquales secentur vt in F,G & H, quæ per centrum E ad sectionum loca recta producentur, reliquorum verticalium circulorum vicem gerent. A



Altitudinum verò circuli ita describentur: Secetur Meridianus BD, aut verticalis primarius, aut quiuis ceterorum in tot partes repræsentatione æquales, quot describendi sunt circuli altitudinum (quod fiet per 92. huius, ductis ex pūcto A, in quod reflectitur oculus ad F, G & H occultis radijs, qui semidiametrum E D secent in K, N & M) & centro E per harum diuisionum signa K, N & M, circuli decircinentur: hi inquam proiecturę erunt illorum circulorum, qui altitudines indicāt; nam & Horizonti sunt paralleli, & per datos altitudinum gradus incedunt. B

Si per communes intersectiones Meridiani & Horizontis, nempe B & D, itemque per α, ε, ρ, partes scilicet verticalis primarij repræsentatione æquales, circuli describantur B α O, B ε O, B ρ O, erunt hi similes illis qui domos cælestes distingunt, nisi malis ex Regiomontani sententia illos per B, O, & æquales portiones Aequatoris ducere: tum verò designandus primùm erit Aequator A L C T per 97. huius, repertoque ipsius Polo N per 99. huius, ex N per æquales portiones circuli A B C D ductæ occultæ lineæ secabunt Aequatorem A L C T in partes repræsentatione æquales ad signa O, P, Q, R, S, V, vt secundo modo propositionis 100. ostendimus: per hæc igitur ac per B & D si describantur circuli B V O Q, B S O P, B R O O, erunt hi similes illis qui domos cælestes discriminant, ex Regiomontani sententia. C D

His similes sunt positionum circuli tum essentia, tum descriptionis modo: nam quicumque per B & O incedit circulus, vnus est ex ijs qui Positionum circuli vocantur; siquidem positionum circuli per communes intersectiones Horizontis & Meridiani, & per quoduis aliud cæli punctum transeunt. E

PROPOSITIO CXXVII. PROBLEMA.

Visu in Horizontis & Meridiani communi intersectione collocato, cælestium domorum & positionum circulos stereographicè in planum proijcere.

HORIZON eiusque paralleli, & verticales circuli hoc casu ita ad aspectum se habent, quemadmodum superiùs oculo in communi intersectione Horizontis & alterius Aequinoctij constituto: proinde eadem est hos circulos describendi ratio ex proposita oculi constitutione, quæ superiùs oculo in communi Aequatoris & Horizontis intersectione collocato; quo aspectu Horizontem quidem propositione 115. altitudinum verò circulos propositione 116. crepusculi autem lineam propositione 117. verticales denique circulos propositione 118. in planum proiecimus. Soli ergo circuli, qui cælestes domos ac stellarum positiones indicant, peculiarem hoc loco habent designationem, minime tamen difficilem, cùm in rectas lineas procidant, è proiecturæ centro per datum cæli punctū eiectas. F

PRO-

A PROPOSITIO CXXVIII. PROBLEMA.

Ex obliquo aspectu Horizontem, eiusq; parallelos, item verticales, & cælestium domorum ac positionum circulos proiicere.



VM hoc casu Horizon eiusque paralleli eumdem situm ad aspectum habeant, nempe obliquum, quem propositione 123. Ecliptica & eius paralleli, qui latitudinum circuli vocantur, ad oculum in altero mundi Polo constitutum, erit quoque eadem Horizontis & parallelorum descriptio ex B præsenti oculi constitutione, quæ Eclipticæ & parallelorum ex oculo in Polo collocato. Quare in schemate eiusdem propositionis 123. solis mutatis nominibus, esto secundùm Orthographicã repræsentationem sphæra ABCD, in cuius fastigio oculus ad signum A, sitque Horizon FG, atque eius paralleli IO & LN, C omnes ad aspectum obliqui: erit igitur Stereographica Horizontis proiectura circulus circa diametrum HK; paralleli verò IO proiectura, qui circa diametrum PS descriptus est circulus: ac D tandem proiectura ipsius LN is cuius diametrus QR: ita ergo se habet Horizontis ad aspectum obliqui, & parallelorum descriptio.



Verticales autem, & domorum cælestium positionumque circuli eumdem habent proiectionis modum, quem Horarij qui à Meridiano horarum ordinem ducunt, propositione 125. descripti: nam quemadmodum Horarij in duobus sphæræ punctis tota E diametro oppositis congrediuntur, ita & verticales in summo imoque vertice, & cælestium domorum positionumque circuli in communibus locis Meridiani & Horizontis sese intersecant. Deinde vti Horarij à Polis ad æquales partes Aequatoris discedunt, ita verticales à Zenith in partes æquales Horizontis procumbunt, & domorum cælestium circuli per æquales partes verticalis primarij vel Aequatoris incedunt: igitur eadem est horum circulorum atque Horariorum proiectio. Exempli gratia, si in schemate propositionis 125. sit AGC Horizon in planum proiectus, eiusque Poli H & K, seceturque proiectura HGC in partes repræsentatione æquales, & per eas simul & Polos H & K circuli describantur, erunt hi verticalium proiecturæ, vt patet.

F PROPOSITIO CXXIX. PROBLEMA.

Omnes sphæræ circulos in vnum schema conscribere.



ROPOSITIONE 123. circulos omnes sphæræ mobilis, propositione verò 124. Horarios descripsimus ex oculi positione in altero mundi Polo: at Polus triplicem situm admittit: aut enim in vertice, aut in Horizonte, aut medio loco est constitutus. Igitur si oculus in altero mundi Polo collocetur, circuli quidem sphæræ mobilis, itemque Horarij illi qui à Meridiano horas auspicantur, eodem semper describuntur modo, ceteri autem non item: sed

sed si in vertice Polus existat, vt in summa Poli eleuatione, illorum proiectiones ex propositione 126. instituendæ erunt, & Horizon idem erit qui Aequator, diurnique paralleli ijdem qui & altitudinum circuli erunt: si verò in Horizonte sit Polus vt in sphæra recta, erunt illi ijdem circuli ex præscripto propositionis 127. in plano deformandi: at in obliqua sphæra propositionis 128. habenda erit ratio. A

E contrario, si in vertice oculus statuatur, aut in communi Horizontis & Meridiani intersectione, soli circuli sphæræ mobilis vnà cum Horarijs mutationem subibunt: nam siue vertex in Polum incidat, siue in Aequatorem, siue in locum qui inter Polum & Aequatorem interiacet, Horizon, eiusque paralleli, & verticales, & domorum cælestium positionumq; circuli eamdem habebunt proiectionis formam propositione 126. B explicatam: at reliqui circuli, vertice cum Polo concurrente in quo oculus, proijcientur, vt propositione 123. & 124. si verò vertex in Aequatore sit, ijdem circuli proijcientur vt propositione 110. & sequentibus. Rursus si oculus in communi sit Horizontis & Meridiani sectione, Horizon quidem eiusque paralleli, & verticales, cælestiumque domorum ac positionū circuli eam habebunt proiecturę formam, quam propositione 127. exposuimus: at circuli sphæræ mobilis, Horarijque non eamdem proiectionis figuram obtinebunt: nam si quidem Polus in communem Horizontis & Meridiani sectionem incidat in qua oculum constituimus, erunt horum circulorum descriptiones ex propositione 123. & 124. instituendæ; si verò per locum oculi Aequator incedat, ex propositione 110. & sequentibus; si demum alio quocumque situ sphæra mobilis aspectui C obuersetur, describendis eius circulis propositio 125. præsidio erit.

Sic ex ijs quæ hactenus tradita sunt, poterit sphæra omnifariàm exposita stereographicè describi: vnde eædem vtilitates colligi poterunt, quas superiùs tam in hoc genere proiectionis, quàm in Orthographia varijs consectarijs exposuimus. Vt si quocumque aspectu parallelus quispiam diurnus, itemque Horizon ad datam Poli altitudinem designetur, facile erit illius diei latitudinem ortiuam occiduamque cognoscere; horam item ortus atque occasus solis inuenire, ac diei noctisque quantitatem metiri; si nimirum vterque circulus, quà se mutuò repræsentando secant, ad primitiuum statum reducatur, & ambo in tempus conuertantur. Eodem modo si Æquator atque Ecliptica in D planum stereographicè proijciantur, oculo in communi vtriusque circuli sectione constituto; addatur verò Horizontis proiectura secundùm datam Poli sublimitatem, quot lubet gradibus ab oculi loco disiuncta; nullo negotio solis ascensiones cognoscentur, portionibus nimirum Æquatoris atque Eclipticæ, quæ inter oculi locum & Horizontis proiecturam interiacent, ad originem reuocatis. Crepusculi quoque magnitudo omni anni tempore siue in recta siue in obliqua sphæra compendio demonstrabitur, descripto crepusculari circulo, itemque Horizonte, ac diurno illo parallelo quem sol percurrit: nam reducta ad originem paralleli proiecti portio quæ inter Horizontem & circulum crepusculi intercipitur, magnitudinē crepusculi indicabit. Rursus si ex vertice spectatus Horizon, itemque Horarij ad datam Poli sublimitatem describantur, erit Horizontis E proiectura, quà in partes ab Horariis dispescitur, horolabium propria forma expressum, quod proinde ad libræ æqualitatem expositum, gnomonis vmbras signatis locis singulis horis excipiet. Ex Polo etiam, aut quouis alio loco spectati hi circuli proiectique horas dabunt in quouis plano, si plani proiectura, quà ab Horarijs intersecatur, ad originem reuocetur. Quæ omnia ex iis quæ hactenus crebrò repetita sunt, & perspicua & demonstrata relinquuntur.

Hæc de sphæræ proiectione dicta sufficiant; ex quibus promptum cuiuis erit vtrumque globum, cælestem scilicet ac terrenum, in planitiem redigere; hunc quidem quà in regiones atque æquorum spatia distribuitur; illum verò quà varij stellarum inerrantium characterismis insignitur. Porrò ne proiecturarum studiosi falsò sibi persuadeant, omnes illas terreni orbis descriptiones quæ passim extant, è proiecturis traxisse originem, monitos ipsos volui, rationes plurimas, quarum nonnullas videre est apud Ptolemæum libro primo Geographiæ cap. 24. & apud alios alias, nequaquam opticas esse, seu ex oculi aspectu desumptas, sed arbitrarias. Vnusquisque enim positis ad arbitrium legibus, Meridianos, & climatum latitudinumque circulos, ac totum denique F

telluris

A *telluris ambitum conuenienti ratione iuxta veritatem repræsentare in plano nititur, ac tum rem quàm optimè actam arbitratur, cùm plana forma rei veræ simillima est effecta. Eiusmodi ergo explanationum modi quandoquidem ad institutum nostrum minimè pertineant, ad Scenographicen, tertium proiectionis genus aggrediamur.*

DE SCENOGRAPHICE

B
TERTIO PROIECTIONIS GENERE EX IVSTO OCVLI INTERVALLO.

PRÆFATIO.

E tribus proiectionum generibus, quorum hactenus sæpenumerò mentionem fecimus, nullum profectò est, quod æquè ad viuum res spectandas in plano repræsentet, atque Scenographice: hæc siquidem
C *ex eo aspectu fit, quo res obiectæ quàm accuratissimè internoscuntur, nempe ex iusto oculi interuallo. Deinde quemadmodum ex immoderato oculi recessu minùs quidem perfectè res videntur quàm è propinquiori loco, at longè perfectiùs quàm ex ipsius oculi contactu: ita Orthographice formas in plano exhibet magis quidem rebus ipsis similes, quàm Stereographice; Scenographice autem omnium perfectissimè. Hæc illa est celeberrima nobilissimaque γράμμα, id est designatio, quam omnis antiquitas, ceu matrem Sculptoriæ Pictoriæque, & his similium artium, summo semper studio coluit. Est enim omnium velut inchoatum opus; & Pictoriæ*
D *quidem etiam substrata materia, ex qua varijs coloribus delibuta tamquam inducta forma picturæ constant: sculptor verò ad eius similitudinem signum facit, alius sigillum aut anaglyphum cælat, alius plasticum opus effingit, ac denique quotquot res viuas repræsentare nituntur, hi omnes rudioribus primùm lineamentis in plano id quod moliuntur graphidis seu designatricis ope adumbrant; deinde sensim expoliunt perficiuntque. Porrò rem actam agere videor, cùm de hoc proiectionis genere dicere instituo. Nam infinitus propemodum extat Scriptorum numerus, qui hoc argumentum*
E *prosecuti sunt, in quibus docti quidem pauci, indocti verò mechanicíq. homines in omni arte quamplurimi, pictores, cæmentarij, lignarij, statuarij, argentarij, qui sola radiorum opticorum consideratione praxes aliquas artis sunt assecuti, earumque vsum varijs in rebus ostenderunt: qui autem ex Geometriæ principijs, aut ex natura visionis quidquam demonstret, est nemo, præter Guidum Vbaldum è Marchionibus Montis, virum sanè in Mathematicis eruditum, qui hanc Optices partem sex libris complexus est; at exemplis potiùs quàm theorematibus aut regulis opus suum maiorem quàm necesse erat in modum amplificauit. Proinde nobis enitendum erit, primò quidem, vt*
F *paucissimis propositionibus rem omnem perstringamus: deinde, vt illarum principia atque originem demonstremus: tum denique, vt singularum vsum in paucis exemplis doceamus, iisque non fortuitò assumptis, aut ad speciem conquisitis, sed omnino talibus, ex quibus Lector similia colligere, & in re qualibet ad conficiendum propositum idoneas praxes extemplò adinuenire possit. Vt verò ad id quod nobis propositum est, propiùs accedamus, hæc præmittenda sunt velut præambula, huius proiectionis propria, atque ad eius explicationem pernecessaria.*

PRAECEPTIONES. A

I.



ANTE omnia, proposita re quapiam in plano designanda, statuendus est oculus rem intuens, qui iustam habeat à re *distantiam*, & *altitudinem* à terræ superficie, quam libuerit. Constat enim, si vel distantia vel altitudo oculi mutetur, vtrouis modo ipsius quoque proiecturæ formã variari: vt
si aream oculus è data sublimitate prospectet, quò hic remotior fuerit, eò B
illa contractior in tabula apparebit; & seruata distantia, quò oculus fuerit demissior, eò rursus areæ longitudo breuior in tabula videbitur: igitur oculi distantia & altitudo antè constituenda sunt, quàm res in planum transcribatur.

II.

PORRÒ cùm ea distantia, quæ in hoc proiectionis genere exigitur, nec iusto maior, nec iusto minor esse debeat, necesse est maximum ac minimum terminum *iusta distantia* definire, vltra quem citraque non liceat oculum constituere, nisi id vel locorum ratio deposcat, vel ad fallendum intuentes proiecturæ genus designandum
sit, quod ex iusto quidem interuallo spectatum nil præter confusum chaos repræsentet, C
è proximo autem rei alicuius veræ imaginem referat, cuiusmodi extant picturæ quædam ex oculo tabulam propemodum contingente descriptæ, de quibus ad calcem huius libri aliquid curiositatis gratia dicemus.

De iusto oculi interuallo Democritum & Anaxagoram scripsisse refert Vitruuius in præfatione libri septimi: *Quemadmodum* scilicet *oporteat ad aciem oculorum radiorumq; extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere, vti de incertare certa imagines ædificiorum in scenarum picturis redderent speciem; & quæ in directis planisq; frontibus sint figurata, alia abscedentia, alia prominentia esse videantur.* Nunc igitur iustæ distantiæ terminos constituamus. Maximus ille est, quem initio huius libri infinitum & Orthographices minimum esse diximus, vbi inquam oculi recessus infini-
tus primùm esse incipit, secundùm eam infiniti notionem, quam in præfatione Ortho- D
graphices explicauimus, ibi iusti interualli augmentum extrinsecè definitur; ita vt locus ille infinitè dissitus omnem quidem iustæ distantiæ metam excedat, at omne quod citra est spatium, illo excepto quod æquo propinquius est, iustæ distantiæ appellationem admittat. Hic sanè magnitudinis terminus neutiquam in indiuiduo positus est, vti nec is qui minimus est distantiæ infinitæ, quemadmodum initio Orthographices dilucidè ostendimus. est enim vnus idemque, terminus, infinitæ quidem distantiæ minimus, at iustæ distantiæ maximus, quo hæc primùm desinit, illa verò incipit: sed idem locus qui à magno visibili mediocri interuallo disiungitur, à minori obiecto subinde immoderatè distat, ita diuersorum obiectorum comparatione vna eademque intercapedo iusta esse
potest & infinita: non igitur iustæ distantiæ ratio indiuiduo magnitudinis termino defi- E
nitur, sed magnam admittit maioris & minoris diuersitatem.

At paruitatis seu minimæ distantiæ terminum faciliùs est exactè designare, etiam diuersissimorum obiectorum comparatione: nam minimum interuallum, quo res quælibet aptè concinneque cerni potest, & ad viuum in plano designari, illud est quo res visibilis cono optico continetur circa directum radium velut axem rectangulo: quæ enim extra procurrunt, ob nimiam aspectus obliquitatem minùs accurate videntur; quod de illo aspectu intelligi volumus, qui immotis fit oculis. Constat enim obiectum quodlibet distinctè enucleateque posse dignosci axibus per omnes eius partes delatis, quantumuis propè constituantur oculi: at non æquè perfectè immotis oculis res è pro-
pinquo atque ex iusto interuallo internoscitur: nam defixa in vnum aliquod obiecti F
punctum acie, id solùm distinctissimè videtur; cetera autem quæ circumstant, tantò imperfectiùs, quantò obliquioribus angulis radij in illa incurrunt: itaque cùm eiusdem obiecti, in cuius medium axis opticus immotus defigitur, extimæ partes è propinquiori loco obliquioribus angulis cernantur quàm è remotiori, necesse est aliquem esse locum adeò propinquum, vt extremæ obiecti partes ex eo imperfectiùs quàm deceat conspiciantur: hunc ergo locum vt à Scenographia excludamus, iustæ distantiæ terminum ea quam diximus nota rectè distinguimus.

Vt

A Vt si excelsa turris A B ex fronte cernatur, & eousque spectator absistat, vt directus radius C D cum illo radio qui ad A remotissimam obiecti extremitatem promittitur, angulum faciat A C D semirecto æqualem; erit B E communi omnium suffragio, minimum interuallum, quo altitudo A B ex C commodè spectari potest; quòd scilicet triangulum A C D circum C D velut quiescentem axem circumactum, conum opticum efficiat rectangulum, seu qui rectum habeat eum qui ad verticem est angulum A C F.

B Rursus si porticus directè obiiciatur longissimam habens columnarum seriem, & radius directè in eius planum incidens, cum illo radio qui ad remotissimam partem extenditur, semirectum angulum efficiat, erit is oculi locus minimo interuallo à re disiunctus, è quo res exactè cerni potest; atque eodem modo in ceteris: itaque in Scenographicis descriptionibus, minorem hac distantiam sumere non liceat, nisi, vt initio dixi, peculiaris aliqua causa ad id impellat; maiorem autem sumere non modò liceat, verùm etiam potius

C laudabiliusque habeatur.

Potest & hac nota iusti interualli minimus terminus designari, si tantum oculus à re abducatur, quantum ab axe optico distat pars obiecti remotissima: vt si opticus axis sit C D, pars verò obiecti à D remotissima A, sitque C D ipsi D A æqualis, dico C minimum esse iustæ distantiæ terminum. Cùm enim per 5. primi Euclidis sit angulus A C D angulo C A D æqualis, & A D C rectus sit, erit vterque reliquorum semirectus: quare vt suprà C D breuissimus iustæ intercapedinis terminus erit.

Vti maximus, ita & minimus iustæ distantiæ terminus ex iis est quæ ad aliquid di-

D cuntur: nam qui paruo visibili minimus est, is maioris obiecti comparatione iusto est minor. Quamobrem cùm ostensum iam sit minimam oculi distantiam C D ipsi A D æqualem esse, consequens est, vt aucto obiecto, minima quoque distantia oculi produci debeat: igitur minimus iustæ distantiæ terminus, eorum quæ spectanda offeruntur comparatione dicitur.

Ex dictis detegitur quorumdam error, qui minimum iusti interualli terminum ibi esse dixerunt, vbi angulus qui rem complectitur rectus est: quod ex particulari schemate, in quo axis opticus in medium obiecti incidit, absolute pronuntiarunt: exempli gratia, obiectâ lineâ A F, oculus eousque abscedat (nempe in C) vt radij ab oculo ad extremitates ipsius A & F proiecti angulum rectum A C F comprehendant, aiunt illi C iusti

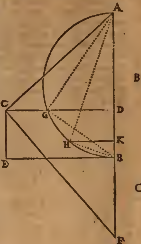
E interualli minimum terminum esse ipsius A F comparatione: idque ex eo probant, quòd ex loco C extremæ obiecti partes A & F perfectè satis, è propinquiori autem loco minùs quàm decet accuratè dignoscantur; quod Guidus Vbaldus lib. 1. Perspectiuæ alia confirmat ratione, ingeniosa quidem, at minùs solida: Oculus, inquit, cùm sit figuræ sphæricæ, visioque in centro pupillæ celebretur, si oculus C aciem in A conuertat, videbit nihilominùs signum F: nam cùm C A sit axis opticus, transibit is per oculi ac pupillæ centrum, & C F quæ ipsi C A normaliter adiungitur, oculi orbem in pupillæ centro continget per 16. tertij Euclidis: igitur axe optico in A conuerso signum F conspicuum erit, imò & quocumque sese oculus conuerterit, totum obiectum comprehendet; quod neutiquam accidet si oculus propinquiori loco collocetur, vbi extremi radij obtusum angu-

F lum cum axe optico efficient.

Hæc in speciem rectè dici videntur; at facilè conuelli ex dictis possunt: nam prior ratio tum solum locum habet, cùm ab oculo C in medium obiecti A F, puta D, axis proiicitur; non item verò cùm axis opticus propositum obiectum in partes inæquales diuidit: vt si obiectum sit A B idem quod prius, oculus autem in G constituatur, vnde emissi extremi radij G A & G B rectum angulum contineant, erit nihilominus is æquo propinquior, quòd pars A ab oculo cuius axis in D immotus defigitur, non satis accuratè propter obliquitatem videatur.

Nec Guidi ratio conuincit. Esto enim, videatur signum F ab oculo C axe optico in A

defixo; at non satis videtur enucleatè: neque agimus hoc loco de eo intuitu, qui fit oculo per omnes rei partes delato, vt paulò ante dicebamus: itaque nihil ad præsens negotium facit, quòd acie defixa in A nihilominùs F quoquo modo videatur, cùm id postulemus, vt etiam aptè concinneque cernatur. A



Præterea si terminus iustæ distantiæ minimus is esset, ad quem extremi radij angulum rectum constituunt, sequeretur eiusdem obiecti comparatione nullum esse iustæ distantiæ terminum minimum: nam si circa obiectum A B semicirculus describatur A G B, & dicatur DG minimus esse iusti interualli terminus, dico minorem illo dari posse, nempe K H: oculo enim in H posito erit extremorum radiorum H A & H B ad H rectus per 31. tertij Euclidis; & quoniam omnes qui in semicirculo anguli recti sunt, oculo in quauis parte semicirculi A G B cōstituto, iusta erit ipsius à re distantia licet minima: cumq; rectæ lineæ normales ipsi A B ad semicirculi peripheriam excitatæ, eò semper sint minores quò ab vmbilico seu centro remotiores per 15. tertij Euclidis, nec in his vlla dari queat minima, palàm est ex hac hypothesi nullū posse dari iustæ distantiæ terminum minimum, etiam vnius eiusdemque visibilis comparatione; quod sanè nemo concesserit: igitur rectè à nobis suprà minimus iustæ distantiæ terminus est definitus. B C

III.

STATVENDVM præterea inter rem & oculum perpendiculi fide erectum planum (quod in præsenti diaphanum finge ceu vitreum interseptum) per quod & res, & quæ vltra rem ipsam ad vsque Horizontem constituta sunt, liberrimè conspiciantur. Hoc planum instar *tabulæ* erit, in qua designabuntur quæcumque post ipsam existunt, sic vt quæ in plano notata erunt signa, rebus singulis secundùm aspectum respondeant. Et quoniam, vti initio huius libri diximus prænotatione nona, nihil interest sitne planum vltra an citra rem obiectam constitutum, rursus an propè sit an procul, cùm ex plani transpositione seruato situ, proiecturæ ratio non immutetur; liceat nobis tollendæ confusionis gratia tabulam vno semper in loco, eoque commodissimo, collocare, (quod & in superioribus proiectionibus obseruauimus:) nempe proximè ante rem ipsam, sic vt primam rei frontem contingat, sitque planum idem & rei obiectæ initium. D

IV.

IAM finge à pedibus videntis directè ad Horizontem vsque rectam lineam per terræ superficiem perreptare, quæ communem sectionem tabulæ solique subiecti rectis angulis peruadat: hæc *linea terræ* nuncupetur, quòd in terræ planitie existat, in eaque videntis à re distantiam metiatur. E

V.

FINGE etiam lineæ terræ parallelam emitti ab oculo, voceturque *radius principalis*, quòd in tabulam secundùm normam rectosque angulos incidat. Hæc linea tametsi priori reipsa parallela sit, non est tamen parallela quoad aspectum: nam qua ab intuentis loco ambę vnà discedunt, stringi semper magis ac magis videntur, quòd per 44. proposit. libri quarti illarum intercapedo quò à vidente remotior est, eò semper appareat minor: ob ingentem verò distantiam qua protenduntur, tandem in vnum aliquod punctum coire videntur; quod sanè punctum in apparente Horizonte existere necesse est, proptereà quòd linea terræ in Horizontem tandem terminetur. Porrò an terræ linea ad immotum principalem radium conscendat, an contrà ad immotam terræ lineam radius principalis deprimatur, an denique altera ad alteram inclinetur, ex iis quæ libro quarto docuimus haud erit arduum definire, tametsi prima fronte difficilis videatur hæc postulatio. Quoniam radius primarius ab oculo procedit, perspicuum est per 38. 39. & 40. proposit. libri quarti, omnes parallelas ad ipsum accedere: & illam quidem, F

A quæ inferior eſt, in ſublime paulatim efferri per 39. eiuſdem libri quarti: ex quo fit vt Horizon editiori loco appareat, quàm reuerà ſit: nam partes terreſtris lineæ quò remotiores ſunt, eò altiùs aſſurgere videntur: itaque Horizon qui remotiſſimus eſt, apparet altiſſimus, in eadem nempe altitudine cum radio principali, quem tranſcendere ſecundùm aſpectum non poteſt. Hinc fit etiam vt Horizon ſcenographicè proiectus in rectam tabulæ lineam incidat: nam cùm radius principalis & Horizon in vno appareant plano, vt iam oſtendimus, ſitque huius plani & tabulæ communis interſectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis, erit Horizontis proiecta forma recta linea.

B

VI.

QVARE in propoſita tabula deſignandum primo loco eſt punctum quoddam ad altitudinem oculi, ſeu eò loci vbi radius principalis tabulam peruadit. Hoc *punctum primarium* vocetur, tum quòd radij principalis ſit proiectura, tum quòd quæcumque deſcribenda occurrunt, eo ſeſe referant vniuerſa. Conſtat in primis radium principalem, quoniam ex oculo emicat, in punctum tabulæ procidere, at non in aliud quàm in id quod radio principali & tabulæ commune eſt, hoc eſt in quo principalis radius tabulam in tranſitu attingit: igitur primarium punctum nil aliud eſt, quàm ipſius radij principalis proiectura, quò ſpectant cetera omnia quæcumque circumſtant. Hoc punctum tametſi ſupra terræ ſuperficiem ſublime reipſa ſit, atque adeò ſupra ipſum
C etiam verum Horizontem; tamen punctum aliquod apparentis Horizontis ab aſpectu ſurripit; illud nimirum in quod terræ linea ad Horizontem terminatur: hoc enim propter longioquitatem cum ipſo principali radio congredi videtur, vt quinta præceptione oſtendimus. Cùm ergo & ipſe principalis radius in punctum prouiciatur, neceſſe eſt punctum primariũ, quod in tabula ſignatur, duorum ſimul vices ſubire, principalis ſcilicet radij qui in punctum proiicitur, & extremitatis lineæ terreſtris, quà in Horizontem definitur: hæc enim extremitas ſeu punctum Horizontis quoniam ſecundùm aſpectum cum principali radio conuenit, totuſque principalis radius in punctum tabulæ incidit, perſpicuè patet hoc punctum illud quoque punctum Horizontis obtegere, in quod terræ linea deſinit, & cum principali radio ſecundùm aſpectum congreditur.

D Primarij puncti comparatione *ſecundaria* non immeritò vocari poſſunt, quæcumque circumcircà deſignari poſſunt: quorum vſum ſuo loco inferiùs aperiemus, cùm de parallelarum in tabula apparentium congreſſionibus ex inſtituto agemus.

VII.

DEINDE ab eo loco, vbi linea terræ infernam tabulæ partem attingit, recta linea ad punctum primarium eſt perducenda: hæc eam portionem terrenæ lineæ repræſentabit, quæ à loco cui tabula inſiſtit ad Horizontem vſque protenditur, vt ex dictis conſtat: ſiquidem infernum punctum deſignatæ iam in tabula lineæ vtrique ſcilicet tabulæ & lineæ terrenæ commune eſt, ſupernum verò extremum exhibet ter-
E renæ lineæ terminum, quo in Horizonte deficit: igitur tota quæ ab ima tabulæ parte ad punctum primarium ducetur recta linea, eam repræſentabit terreſtris lineæ portionem, quæ à tabula ad Horizontem vſque protenditur.

VIII.

DENIQVE ſi huic alia adiungatur recta linea normalibus ad ſignum principale angulis, erit hæc ipſius Horizontis circularis ambitus in rectam tabulæ lineam proiectus: nam quinta præceptione oſtendimus Horizontis proiecturam recta linea in tabulam tranſcribi: cumque per ſextam præceptionem conſtet punctum primarium poncto cuipiam Horizontis obijci, manifeſtè ſequitur rectilinearem Horizontis de-
F ſcriptionem per punctum primarium in tabula traduci: at quemadmodum Horizon verus vndique libratus æqualem altitudinem habet ad intuentis oculum qui ipſum è medio loco ſeu centro circumſpicit, ita & proiectus in tabulam Horizon eandem vbique ſublimitatem à terra adquirit, ipſamque terræ lineam proiectam, quæ ad perpendiculum conſiſtit, normaliter ſecat. Quocircà cum Norma perpendiculum à Libra diſcriminet, erit quæ per primarium punctum terreſtri lineæ normalis ducitur, ipſius Horizontis proiectura.

Quæ hactenus recenſuimus, præcipuè circa expoſitam tabulam verſantur: nunc quædam ex ipſis quoque rebus ſunt prælibanda.

A

IX.

QVAECVMQVE certa lege describi possunt, vt lineæ, & quæ his continentur figuræ, ea necesse est in planis quibusdam existere: itaque ante omnia ipsa distinguenda sunt plana: deinde etiam lineæ quæ illis inscriptæ cernuntur. Plana igitur aut ad perpendiculum erecta consistunt, aut ad Horizontem librata extenduntur, aut obliquum situm obtinent. Quæ ad perpendiculum excitantur, aut directè aspectui obuertuntur, vt ædificiorum frontes, quæ ex aduerso intuentem respiciunt, ideoque *aduersa* nuncupentur; aut à spectatore Horizontem versus directò abscedunt, vt parietes qui aduersa plana rectis angulis secant, hæc autem *directa* vocentur. Ex ijs verò quæ Horizonti exæquantur, quædam supra, alia infra oculum sunt constituta: hæc inferna, illa superna, at omnia *Horizontalia* appellentur. Inferna sunt pauimenta, superna tabulata, & quæ his similia. Cetera autem *obliqua* sunt; ex quibus nonnulla perpendicularia quidem, at *declinantia*, vt perpendiculares parietes, qui nec ex aduerso spectantur, nec directò ad Horizontem procurrunt, sed ab vtrisque declinant, & in vnam vel in alteram partem deflectunt. Alia *inclinantia* sunt, quòd in alterum latus propendeant, vt tecta quæ aduersis aut directis parietibus insistunt: alia *declinantia simul & inclinantia* sunt, vt tecta quæ in obliquos recumbunt parietes. B

Sub his planorum appellationibus continentur illa quoque omnia, quæ cuiusque nominis plano sunt parallela: vt quæcumque in structuris primæ aduersæ fronti parallela sunt, aduersa nuncupantur, & directa, quæcumque ab vno planorum in directum abscedentium æquidistant: atque eodem modo in ceteris, propterea quòd parallela omnia, cuiuscumque nominis sint, plurimùm inter se cùm natura tum descriptionis modo conueniant. C

X.

VT planorum, ita & rectarum linearum quadrigemina partitio est. Sunt enim *directæ* quædam, eæ scilicet quæ directò ad Horizontem procurrunt, cuiusmodi in primis est radius principalis propria vocis significatione directus nuncupatus, deinde linea terræ, & quotquot radio principali sunt parallelæ. Aliæ *transuersæ* sunt, quæ nimirum ad Horizontem perlibratæ directas ad normam secant, è quibus vna quidem est communis terræ & tabulæ intersectio, ceteræ verò huic parallelæ. Aliæ sunt *perpendiculares*, quæ directis transuersisq; ad perpendiculum insistunt: è quibus illa quæ per primanũ punctum transit, *primaria perpendicularis* appelletur. Aliæ denique *obliquæ*, quæ a tribus iam nominatis quaqua versus deflectunt, omnemque reliquam varietatem complectuntur. Huius distributionis ratio tum ex corporum dimensionibus, tum ex positionum differentijs demonstrari potest. Cùm enim tres dumtaxat rectæ lineæ sese ad rectos angulos in eodem puncto secare possint, quæ tergeminam corporum dimensionem repræsentent, & ad sex positionum differentias porriguntur, erunt perpendiculares lineæ eæ, quæ a summo deorsum delapsæ ipsam indicant corporum longitudinem; transuersæ autem illæ, quæ dextram sinistramque petunt, velut in latitudinem extensæ; directæ denique illæ, quæ recta in anteriora procedunt, corporumque profunditati respondent; at obliquæ sunt omnes reliquæ ad medias positionum differentias protensæ. D E

XI.

DIRECTÆ lineæ reperiuntur in planis directis & Horizontalibus, ijsque quæ in directos parietes inclinãtur; non autem in aduersis neque in declinãtibus. Transuersæ lineæ primò in aduersis habentur planis, deinde in Horizontalibus, tum in ijs quæ in aduersa plana inclinantur; non autem in planis directis, neque in declinantibus. Perpendiculares denique lineæ, in aduersis, directis, & declinantibus; non autem in Horizontalibus vel inclinatis planis existunt: at obliquæ lineæ in omnibus inueniuntur planis: nam cùm ex propria naturæ conditione malæ sint, seu minùs excellentes, facilè omnia peruagantur. F

Nunc quo pacto hæ omnes lineæ in proposita tabula designari secundùm datam oculi altitudinem ac distantiam debeant; qua item ratione earum quæ in directum abeunt, interualla sensim constringi angustarique aptè possint; ac denique qua proportione transuersarum distantiæ seu intercapedines minuendæ sint, sequentibus propositionibus velut regulis explicandum est. His enim cognitis, omnia quæ ad Scenographices

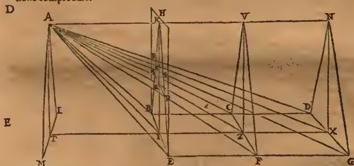
A phices institutum pertinent, abundè perspecta erunt. Est verò id ante omnia supponendum, quod in superioribus proiectionum generibus demonstrauimus: si res quæ obijcitur, fuerit punctum, id quod in tabula apparet, punctum esse; si linea, quandoque in punctum, quandoque in lineam incidere per 3. vndecimi Euclidis; si superficies, id aut solam lineam, aut superficiem occupare; si denique fuerit corpus, perpetuò in superficiem transcribi. Nunc ergo ad rem accedamus.

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

B *Directæ omnes lineæ ad punctum tabulæ primarium contendunt.*

QVEMADMODVM terræ linea, ita & ceteræ directæ lineæ, quæ radio principali parallelis interuallis assistunt, in immensum productæ cum ipso tandem principali radio cócurrere ad Horizontem videntur. Nam quoniam sunt tum principali radio, tum inter sese parallelæ, omnesq; ab aspectu in directum abeunt, necesse est illarum intercapedines secundum aspectum paulatim minui, ac ipsas proinde quæ in directum porriguntur lineas sensim adduci. Quoniam verò principalis ipse radius ex oculo emicat, ad ipsum ceteræ omnes lineæ, velut à circumferentia ad circuli centrum radij confluere videbuntur, per
C 38.39. & 40. propositionem libri quarti, & inferiores quidem assurgere, atque in altum efferri; superiores autem, tamquam ex editiori loco in subiectum principalem radium delabi; quæ denique à dextris, in sinistram; & quæ à sinistris, in dextram nonnihil deflectere: seque omnes ad principalem radium qui medium locum obtinet, pari inclinatione adiungent, donec cum illo omnes secundùm aspectum conueniant: at principalis radius in solitarium tabulæ punctum incidit, quod primarium suprà nominauimus: igitur directæ omnes lineæ in tabulam transfusæ primarium punctum petunt, & in id omnes protractæ vnà congrediuntur. Id quamuis ex dictis perspicuum esse videatur, lubet tamen maioris claritatis gratia eius veritatem Geometrica etiam demonstratione comprobare.

D

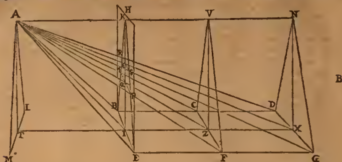


E

Oculo A duæ obijciantur directæ lineæ B D & E G infinitè protractæ, tabula verò B H ad vtramque B D & E G recta sit, in eaque primarium punctum K: dico directarum linearum B D & E G proiectutas ab extremis punctis B & E prodeuntes, in puncto primario K sibi mutuò occurrere. Quod vt palàm fiat, ducatur L M ipsi B E parallela, & A L, A M ab oculo promittantur, radius verò principalis A K versus K infinitè protendatur in N:
F his peractis, duo fingantur plana, vnum per L D & alterū per M G extensa, quæ sibi mutuò incidant ad communem lineam A N: ex his planis vnà cum plano in quo datæ existunt directæ lineæ B D & E G, Prisma constituitur triquetras habens bases A L M & N D G: hoc ergo si plano secetur B H, quod tabulæ loco est, fiet in eo sectio B K E triangulum, cuius latus B K ipsius B D infinitè productæ, & E K ipsius E G item productæ genuina authenticaque transumptio est. Nam cùm plana A L D N & A M G N per oculum transeant, erunt ipsa instar opticorum radiorum, quibus lineæ L D & M G conspiciuntur. Vbi itaque plana A L D N & A M G N tabulam in transitu intersecant, ibi linearum B D & E G proprias proiectutas exhibent, per commune proiecturarum axioma. Ostensum est autem

 tem

tem communes ſectiones tabulæ H B & planorum A L D N & A M G N eſſe B K & E K A
trianguli latera, K autem punctum eſſe primarium, quod radius principalis productus



B

in tabula ſignat: itaque directæ lineæ B D & E G, tabulæ inſcriptæ ad primarium punctum contendunt. Eadem porrò demonſtratio fiet in ceteris omnibus directis lineis, C
quocumque tandem in plano fuerint: igitur vniuerſe conſtat omnes lineas directò in anteriora productas, cùm tabulæ ſcenographicè inſcribuntur, ad ſignum primarium conuenire; quod demonſtrare oportebat.

Hæc quamuis perſpicua ſit demonſtratio, poteſt tamen & geometricè probari propoſitũ hoc alio modo: Fiant B D & E G æquales: erunt ergo D X & D O ipſis B I & B E æquales & parallelæ per 33. primi Euclid. quare per D G extendi poterit planum tabulæ B H E parallelum: hoc verò ſimul & tabula cùm ſecetur radioſa ſuperficie D A G, erunt communes ſectiones D G & R S parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quapropter ob ſimilitudinem triangulorum D A X & R A t erit vt D A ad A R, ita D X ad R t: eſt autem D A quàm A R maior: ergo & D X, hoc eſt B I eâdem R t maior erit: ideoque lineæ B R & I t D
productæ aliquando conuenient, nempe in K.

Quòd autem in punctum primarium incident, ſic probabitur: Quoniam B I & R t ipſi D X, ideoque & inter ſe ſunt parallelæ per 9. vndecimi Euclid. erit ob triangulorum B K I & R K t ſimilitudinem vt B K ad K R, ita B I ad R t: cumque ſit D X ipſi B I æqualis, eamdem habebit proportionẽ D X ad R t, quam B I ad R t per 7. quinti Euclid. vt verò D X ad R t, ita eſt D A ad A R; & vt B I ad R t, ita B K ad K R: erit igitur per 11. quinti Euclidis B K ad K R, vt D A ad A R; & diuidendo vt D R ad R A, ſic B R ad R K. Eſt porrò angulus A R K angulo D R B æqualis per 15. primi Euclidis: igitur per 6. ſexti Euclid. æquiangula ſunt triangula A R K & D R B, anguluſque K A R angulo B D R æqualis; ideoque A K parallela eſt ipſi B D per 28. primi Euclidis: quocircà erit A K radius principalis, & E
K, vbi B R & I t conueniunt, punctum primarium.

Supereſt vt oſtendamus ipſam quoque E S productam in idem punctum K incidere. Cùm ſit vt D A ad A R, ita B K ad K R, & vt D A ad A R, ita D G, hoc eſt B E ad R S, erit etiam vt B K ad K R, ita B E ad R S: quare per 41. lemma huius libri E S producta in K incidet, quæ omnia erant demonſtranda.

PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Lineæ tranſuerſæ, & perpendiculares, & quacumque demum directas ad normam ſecant, in parallelas tabulæ lineas tranſumptæ incidunt. F

SINT tranſuerſæ lineæ B E, C F & D G, earumque proiecturæ B E, O P, & R S: has dico parallelas inter ſe eſſe. Nam cùm tranſuerſæ omnes lineę parallelæ ſint inter ſe per 28. primi Euclidis, quòd nimirum directæ lineæ in illas rectis, hoc eſt æqualibus angulis incidant, poterunt per C F & D G plana quædam extendi tabulæ parallela. Eſto igitur per C F actum planum C V F parallelum ipſi B K E, vtrumque autem planum ſecet radioſa ſuperficies C A F, qua

C F aſpi-

A c f aſpicitur: perſpicuum eſt igitur per 16. vndecimi Euclidis, communes huius atque illorum planorum ſectiones o p & c f parallelas inter ſe eſſe. Simili verò ratione acto per d g plano d n g, quod tabulæ b k e æquidiſtet, conſpectaque d g per radioſam ſuperficiem dag quæ ad vtrumque planum pertineat, erunt communes huius & illorum ſectiones r s & d g parallelæ per eamdem decimam ſextam propoſ. vndecimi Euclidis: eodemque modo ſe res habet in cæteris: at b e, c f & d g ex peculiari conditione naturaque tranſuerſarum linearum oſtenſæ ſunt inter ſe parallelæ: igitur & b e, o p & r s ipſarum ſcilicet tranſuerſarum proiecturæ, parallelæ inter ſe erunt per nonam vndecimi Euclidis; quod oſtendendum fuit.

B Non alia eſt in perpendicularibus demonſtratio: conſtat enim poſſe per illas extendi plana quædam tabulæ æquidiſtantia; hæc ergo ſimul & tabulam dum ſecant, radioſæ illæ ſuperficies quæ ab oculo ad perpendiculares lineas euibrantur, ſectiones in tabula faciunt primitiuis perpendicularibus parallelas, quæ proinde & inter ſe parallelæ ſunt per 9. vndecimi Euclidis.

Tranſuerſis perpendicularibuſque lineis ſimiles quædam reperiuntur, medio inter vtraſque loco conſtitutæ, quæ proinde de genere obliquarum ſunt. Eiuſmodi videre in primis licet in aduerſis planis, quotquot nimirum obliquam quamcumque lineam ad rectos angulos ſecant, quæ omnes vti parallelæ reipſa ſunt, ita in parallelas tabulæ lineas tranſcribuntur. Cùm enim aduerſum planum à tabula æquè vndique diſtet, fient in

C vtriſque à radioſis ſuperficiebus ſectiones per decimam ſextam propoſitionem vndecimi libri Euclidis inter ſe parallelæ.

Deinde in tectis quæ directis nituntur parietibus, eiuſdem generis parallelæ inueniuntur, quæ videlicet à ſummo tecti faſtigio in imam baſin, quæ directa eſt linea, demittuntur: hæ inquam in parallelas tabulæ lineas, vti priores deſtinantur: quod & ſimili modo oſtendi poterit, ſi per ſingulas illarum plana quædam acta intelligas æquè à tabula vndique diſiuncta: igitur tranſuerſæ, & perpendiculares, & quæcumque demum directas ad normam ſecant, tabula exceptæ, parallelarum naturam retinent; quod erat demonſtrandum.

CONSECTARIVM.

D

Lineæ omnes libra perpendiculoq; expenſæ eumdem ſitum proiectæ retinent.

HINC ſanè perſpicuè colligi poteſt, omnes illas quæ ex tranſuerſis, & perpendicularibus, ſimilibuſque obliquis in tabula apparent, proiectas lineas, eumdem cum primitiuis ſitum habere, hoc eſt tranſuerſas in tabula iuxtà ac in rebus ad Horizontem libratas eſſe, & perpendiculares communi tabulæ ſolique interſectioni ad rectos angulos inſiſtere: nam omnes quidem illæ rectæ lineæ Horizonti æquantur, quæcumque vni ad Horizontem libratæ ſunt parallelæ: at oſtenſum eſt iam omnes tranſuerſarum

E proiecturas primitiuis parallelas eſſe: ſunt verò tranſuerſæ omnes lineæ ad Horizontem perlibratæ, vt ex ipſarum definitione conſtat: igitur & quæ in tabula illis reſpondent, libellæ æqualitatem retinent. Rurſus cùm radioſæ illæ ſuperficies quæ ab oculo ad perpendiculares deſtinantur, ad ſubiectum planum rectæ ſint per decimam octauam propoſitionem vndecimi Euclidis, ſitque & tabula ad idem planum recta ex hypotheſi, erunt per decimam nonam propoſitionem libri vndecimi Euclid. & communes ſectiones tabulæ ac radioſarum ſuperficierum ad ſubiectum planum rectæ: ſunt verò eæ communes interſectiones ipſarum perpendicularium conſpectarum tranſcriptę notę ac propriæ proiecturæ: igitur quæ in rebus perpendiculares ſunt, & in tabulam tranſumptæ perpendiculares ſubiecto plano erunt.

F Poteſt idem quoque in proiecturis perpendicularium linearum ex octaua propoſ. vndecimi Euclidis nullo negotio demonſtrari. Cùm enim perpendicularium proiecturæ primitiuis oſtenſæ ſint parallelæ, ſintque eæ quæ in rebus ad ſubiectum planum rectæ, erunt proiectæ quoque perpendiculares lineæ ad idem ſubiectum planum rectæ. Nam per eamdem octauam propoſitionem vndecimi libri Euclidis, ſi quotcumque ſint parallelæ rectæ lineæ, quarum vna ad rectos cuipiam plano ſit angulos, & reliquæ eidem plano ad rectos angulos erunt: igitur lineæ omnes perpendiculo expenſæ eumdem ſitum proiectæ retinent; quod oſtendiſſe oportuit.

PRO-

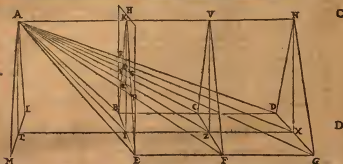
PROPOSITIO CXXXII. PROBLEMA. A

Apparentium in tabula parallelarum interualla secundùm datum aspectum contrahere.



SVPERIORE propositione ostendimus triplex parallelarum genus in parallelas tabulæ lineas consignari, nempe transuersas, perpendiculares, atque vniuersim obliquas illas omnes quæ directas secundùm normam secant: nunc in earumdem linearum transcriptionibus illud tantummodò desiderari videtur, vt ostendamus qua ratione plurium longa serie sese B subsequentium remotiora ab oculo interualla contrahi minuíque debeant: id sanè omnibus compertissimum est, æqualium spatiorum ea quæ ab oculo remotiora sunt in minores formas transcribi: ergo si plures parallelæ lineæ paribus interuallis disiunctæ vna post alteram longo ordine dispositæ spectentur, erunt remotiorum intercapedines in tabula minores; eæ verò maiores quæ propinquiores. Hæc porrò spatiorum decrementa quo pacto in tabula inueniri debeant, aperiendum est.

Sunto in plano L G exposita quotcumque transuersæ lineæ B E, C F & D G, A verò oculi locus, vnde perpendicularis in subiectum planum L G demittatur A T per 11. vn-



C

D

decimi Euclidis: hinc in eodem subiecto plano directa linea signetur T X, quæ linea terræ erit, siquidem L G horizontale est planum: præterea ipsi B E tabula rectis insistat angulis H B E lineam T X secans in puncto I, à quo perpendicularis erigatur I K per 12. vndecimi Euclidis: hæc proiectura est ipsius I X infinitè versus X productæ, punctaque omnia, quibus transuersarum intercapedines distinguuntur, in se recipit. Promissis igitur ab oculo ad I, Z & X opticis radijs, hi vbi lineam I K intersecant, ibi parallelarum B E, E C F & D G æquales intercapedines in tabula signant, per commune proiecturarum axioma.

CONSECTARIVM.

Vt data transuersæ lineæ distantia à vidente, ad eiusdem à tabula distantiam; ita oculi altitudo ad transuersæ sublimitatem in tabula apparentem.

EX demonstrato iam theoremate colligas, quemadmodum T Z composita ex oculi distantia T I, & parallelarum B E & C F interuallo I Z, se habet ad ipsum interuallum F I Z, ita se habere oculi altitudinem A T ad I α interuallum parallelarum apparens. Cùm enim sit A T ipsi α I parallela, erunt triangula A Z T & α Z I æquiangula per 4. lemma libri quinti; ac proinde proportionalia ipsorum latera per 5. sexti Euclidis: quare vicissim quoque vt T Z ad A T, sic I Z seu verum interuallum ad I α interuallum apparens.

Quod in horizontali plano inferiore ostendimus, idem & in superiore locum habet: cuius veritatis elucidandæ gratia nulla alia schematis delineatione opus esse video præter hanc ipsam inuersam: nec in transuersis modò, sed & in perpendicularibus, ac ceteris etiam omnibus quæ directas normaliter secant, eadem valebit demonstratio, si

ab

A ab oculo A ad planum in quo parallelæ propositæ lineæ existunt, perpendicularis agatur, quemadmodum suprà ad subiectum horizontale planum demissa fuit A T; ceteraque omnia eodem perficiantur modo.

Illarum autem parallelarum quæ vel in declinantibus planis sunt perpendiculares, aut in ijs quæ in anteriorem posterioremve partem inclinantur planis, cernuntur transuersæ, non multùm discrepat contractionis modus: in his siquidem solius plani, qua à directo processu deflectit, habenda est ratio. Exempli causa, esto vt suprà oculus A,
D eiusque ab horizontali plano altitudo A T, distantia verò à plano viso T I, quod ab Horizontis libramento inde ab I attolli versus X concedatur, ita vt B G planum exhibeat in anteriora inclinatum (de ceteris porrò quæ vel in posteriorem partem inclinantur, vel solum declinant, idem erit iudicium) in quo datæ sint transuersæ lineæ B E, C F & D G, quarum interualla secundùm oculi constitutiooem in A tabulæ inscribere, & iusta proportione contrahere oporteat. A puncto I, quod commune est terrenæ lineæ & tabulæ, recta agatur linea I X, quæ reliquas parallelas C F & D G ad normam secet in punctis Z & X, ad quæ ab oculo radij procidant tabulam secantes in α & ε. Per hæc ergo tabulæ puncta, si parallelæ ipsi B E ducantur O P & R S, perspicuum est per præcedentem propositionem has esse primitiuarum parallelarum C F & D G Scenographicas proiecturas: quare
E & interuallum I α ipsum I Z, & α ε ipsum Z X repræsentat; quod erat propositum.

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Fieri potest, vt non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas transcribantur.

SINT oculo A duæ propositæ rectæ lineæ B C & D E in horizontali plano ita dispositæ, vt radiosę superficies A B C & A D E, quibus datæ illæ lineæ videntur, ad pla-
F num rectæ sint: dico illarum transumptas B F & D G in tabula parallelas esse. Cùm enim ex hypothesi sit tabula quoque H K ad rectos horizontali plano angulos constituta, communes etiam tabulæ & radiosarum superficierum

rum A B C & A D E intersectiones B F & D G, ad rectos eidem plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: quare per 6. vndecimi Euclidis B F & D G ex non parallelis B C & D E transumptæ, parallelæ inter se erunt; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO CXXXIV. PROBLEMA.

Locum oculo designare, vnde non parallelæ datæ rectæ lineæ parallelis tabulæ lineis aspectu respondeant.

PRODVCANTVR datæ rectæ lineæ B C & D E, donec concurrant in L; & B ab L plano, in quo datæ rectæ lineæ non parallelæ existunt, perpendicularis excitetur L A: dico è quouis huius lineæ signo spectatas lineas B C & D E in parallelas tabulæ lineas transfundi. Esto enim oculus in A: quoniam igitur A L ad subiectum planum recta est, erunt & triangula A L C & A L E ad idem planum recta per 18. vndecimi Euclidis: sed radiosæ superficies A B C & A D E, quibus propositæ lineæ spectantur, in ijsdē sunt planis cum triangulis A L C & A L E: igitur illæ quoque ad subiectum planū rectæ erunt; atque idcircò illarum ac tabulæ communes intersectiones B F & D G ad rectos subiecto plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: vnde tandem efficitur per 6. vndecimi Euclidis, parallelas quoque inter se esse easdem B F & D G, quæ ex non parallelis B C & D E oculo in A posito in tabulam transportantur. Cumque hæc demonstratio omnibus punctis lineæ ex L ad perpendiculum excitatæ conueniat, perspicuè patet locum oculo repertum esse, vnde non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas deferantur, qui assignandus erat. C D

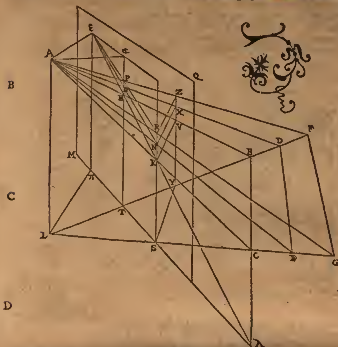
PROPOSITIO CXXXV. THEOREMA.

Parallelæ omnes lineæ, quæ directas obliquè secant, tabulâ exceptæ in vnum aliquod idemq́; punctum concurrunt.

DIRECTÆ lineæ ijs quibus ad rectos angulos incidunt, contrariè quodammodò opponuntur: hæ namque in tabulam traductæ parallelis spatijs E disiunguntur, nec punctum aliquod commune habent, vt propositione 131. demonstrauimus: illæ verò in punctum primarium, ceu directi aspectus vmbilicum, centrumque eorum omnium quæ in tabula spectantur, conueniunt: inter has mediæ consistunt illæ quæ in directas obliquis angulis incidunt: nam partim in anteriora procedunt, partim verò ad latera, sursumve aut deorsum deflectunt: quare huius generis parallelæ hoc quidem cum directis conueniunt, quòd in vnum aliquod punctum proiectæ congrediantur; hoc autem discrepant, quòd prius quàm coëant, longiùs quàm directæ excurrant, ac tantò profectò longiùs, quantò minùs directè in anteriora protenduntur; qua proprietate ad naturam illarum quæ directas normaliter secant, propiùs accedunt. Ex quo fit, vt puncta concurrentium F eiusmodi obliquarum parallelarum ipsum primarium punctum vndique circumstent, è quibus illa quidem propinquiora sunt in quæ illæ desiniuntur, quæ minùs obliquè in anteriora feruntur; illa autem remotiora, ad quæ obliquiores terminantur. Porrò qua arte punctum inueniri possit, ad quod datæ parallelæ lineæ in tabulam transcriptæ contendant, mox sequentibus propositionibus dicturi sumus: nunc id priùs vniuersè ostendendum sit, parallelas omnes quæ obliquis angulis directas secant, tabulâ exceptas in vnum aliquod idemque punctum conuenire: quod Geometricè demonstrabimus in hunc modum:

Sit oculus A, eiusque altitudo A L ab horizontali plano, in quo datæ sint quotcumque obliquæ

A obliquæ lineæ B C, D E & F G inter se quidem, at non ipsi transuersæ lineæ T S paralleæ, quarum proiecturæ sint H K, O N & P R in tabula Q M, quæ transuersæ lineæ M S se-



B

C

D

cundùm rectos horizontali plano angulos insistit: dico H K, O N & P R, in vnum quodpiam idemque tabulæ punctum productas concurrere; quod hoc modo licebit demonstrare: A puncto L duæ emittantur rectæ lineæ L F & L G; ab oculo verò A radij procidant A B & A C, item A D & A E; denique A F & A G: quoniam igitur puncta B, D & F apparent in punctis H, O & P, estque signum T tabulæ subiectoque plano commune,
E perspicuum est eam quæ per T, H, O, P ducitur, rectam lineam esse, atque ipsius T B D F proiecturam per 123. libri huius. Eodem modo recta ostendi potest linea S K N R, in quam proiecta S C E G incidit: cùm verò A L subiecto plano ad rectos sit angulos per constructionem, erunt radiosæ superficies A L F & A L G ad subiectum planum rectæ per 18. vndecimi Euclidis: sed tabula Q M ad idem subiectum planum recta est ex hypothesi: itaque per 19. vndecimi Euclidis T P & S R, communes scilicet sectiones tabulæ & radiorum A L F & A L G, subiecto plano sunt perpendiculares, ideoque & inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Si iam à puncto S recta ducatur datis obliquis lineis B C, D E & F G parallela, nempe S Y, ac per R S Y planum agatur, erit id quidem per 18. vndecimi Euclidis ad horizontale planum rectum, siquidem ostensa est R S ipsi subiecto
F plano perpendicularis; cùm verò sit A L F, radiosa nimirum superficies qua B F videtur, ad subiectum planum recta, erit & Z Y communis videlicet sectio plani R Y & A L F subiecto plano perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; atque idcircò erit Z Y ipsi quoque R S parallela per 6. vndecimi Euclidis: quare V K, X N & Z R erunt datarum parallelarum B C, D E & F G proiecturæ in plano R Y apparentes: at quoniam S Y parallela posita est ipsis B C, D E & F G, erunt & V K, X N & Z R tum inter se, tum ipsis B C, D E & F G parallelæ per 131. huius: sunt verò & Z Y & R S inter se parallelæ: igitur parallelogramma sunt R X & X K, quorum proinde opposita latera R N & Z X; item N K & X V per 34. primi Euclidis sunt inter se æqualia. Rursus quoniam æquidistantes ostensæ sunt

 Z Y &

Z Y & P T, erit in triangulis A X V & A X Z vt A X ad A O, ita X V ad O H, & X Z ad O P per A
4. sexti Euclidis, nimirum propter triangulorum similitudinem, quam nos lemmate 4. libri quinti ostendimus: est verò A O ipsâ A X minor vt pars totâ; igitur & O H & O P ipsis X V & X Z sunt minores: ideoque & ipsis N K & N R minores erunt, quòd hæ ipsis X V & X Z ostensæ sint æquales: quocircà R P, N O & K H nequeunt esse parallelæ; sed ad partes P, O & H productas congredi necessum est.

In vnum autem idemque punctum simul omnes contendere in hunc modum pos- B C D

sumus demonstrare: Esto ς punctum in quod duæ R P & N O productæ conueniant: di- E
co & tertiam K H in idem punctum ς protractam incidere: cùm enim æqualis sit R N ipsi Z X, habebit vtraque ad eamdem P O similem omnino rationem per 7. quinti Euclidis: sed R ς ita se habet ad P ς, vt R N ad P O; & Z A ad P A, vt Z X ad P O: igitur per 11. quinti Euclidis, vt Z A ad P A, ita se habet R ς ad P ς. Rursus cùm sit vt Z A ad P A, sic R ς ad P ς; sitque Z A ad P A vt Z V ad P H, erit & R ς ad P ς vt Z V, hoc est æqualis ipsi R K ad P H: quocircà per 41. lemma huius libri K H quoque si producatur, cum N ς & R ς in idem punctum ς incidet; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quæ directas obliquè secant parallelæ lineæ, in tabulam transcriptæ eo loci concurrunt vbi radius opticus primitiuis parallelis æquidistans tabulam inuadit. F

HÆC proprietas directis lineis manifestè inest: nam propositione 130. ostendimus eas tabula exceptas in punctum primarium conuenire: est verò is qui ab oculo ad punctum primarium ducitur radius, directis omnibus lineis parallelus: igitur omnes directæ lineæ in illud tabulæ punctum secundùm aspectum conueniunt, in quo radius opticus directis lineis parallelus tabulam in transitu attingit.

Non

A Non est autem hæc æquè perspicua veritas in cęteris parallelis, quæ proiectæ in vnum punctum conueniunt: quare in his quoque idem demonstrare nobis hoc loco proposi-tum esto. Reposito superiore schemate iungatur A ε, hancque ostendere oporteat primitiuis parallelis B C, D E & F G parallelam esse: quoniam in præcedentis propositionis demonstratione ostensum est vt Z A ad P A, ita esse R ε ad P ε, erit quoque diuidendo per 17. quinti Euclidis vt Z P ad P A, sic R P ad P ε: sunt verò & anguli his proportionalibus lateribus contenti Z P R & A P ε inter se æquales, vtpote ad verticem secantium sese linearum A Z & R ε per 15. primi Euclidis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula A P ε & Z P R, angulusque A ε P angulo Z R P æqualis: quocirca per 28. primi
B Euclidis parallelæ sunt A ε & R Z; est autem R Z parallela ipsi primitiuæ F G, vt ex præcedentis propositionis demonstratione constat: itaque & A ε ipsi F O ceterisque ab F G æquè distantibus est parallela per 9. vndecimi Euclidis, quod demonstrasse oportuit.

Iucundiùs autem, nec minùs solidè probari hæc propositio potest ex 38. 39. & 40. proposit. libri quarti: cùm enim A ε ex oculo prodeat, videbuntur non modò B C, D E, & F G, verùm etiam quæcumque ipsi A ε parallelæ sunt, in quocumque tandem plano existant, ad ipsam A ε propiùs semper accedere, quoad tandem in immensum protractæ cum illa exactè coire videantur: at tota A ε infinitè producta, apparet vt punctum, & in punctum ε proiicitur ob perpendicularem eius aspectum: igitur quotquot ipsi A ε sunt parallelæ, in punctum ε secundùm aspectum congrediuntur, ad quod nimirum ab oculo
C ducitur radius A ε qui primitiuis parallelis est parallelus.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

Cùm proiectæ parallelæ lineæ in vnum aliquod punctum coëunt, punctum concursus, & oculus à plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, æquè distant.

ESTO ε commune signum concurrentium linearum K H, N O & R P, quæ parallelas B C, D E & F G in tabula spectatas repræsentant: dico ε à plano, in quo primitiuæ existunt parallelæ, B C, D E & F G, æquè ac A disiunctum es-
D se, hoc est ε ψ & A L, quę rectis angulis in planum parallelarum incidunt, æquales inter se esse. Iungantur enim puncta A & ε per rectam A ε: quoniam igitur non semel ostensum iam est ita se habere A Z ad A P, vt se habet ε R ad ε P, erit diuidendo per 16. quinti Euclidis vt A P ad P Z, ita ε P ad P R; est verò & angulus A P ε angulo Z P R proportionalibus lateribus comprehenso æqualis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa A P ε & Z P R triangula, angulusque P A ε æqualis angulo P Z R: quocircà per 28. primi Euclidis parallela est A ε ipsi Z R: sed Z R iam sæpè ostensa est ipsi F G parallela: itaque A ε ipsi quoque F O, ac ceteris etiam omnibus quæ ab F G æquabili interuallo distant, est parallela per 9. vndecimi Euclidis. Si ergo per A ε duo plana extendi animo concipiantur, vnum plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, parallelum; al-
E terum ad idem illud planum rectum, faciet hoc quidem in parallelis illis planis communes sectiones A ε & L ψ parallelas per 16. vndecimi Euclidis: cùm verò A L & ε ψ ad planum in quo primitiuæ sunt parallelæ, rectæ sint ex hypothesi, erunt & ipsæ inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: quamobrem parallelogrammum erit A ε ψ L, ac eius proinde latera A L & ε ψ, quæ tibi mutuò ex aduerso respondent, æqualia per 34. primi Euclidis: ex quo fit tandem, puncta A & ε pari spatio à plano, in quo sunt primitiuæ parallelæ, distare.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

F *Parallelæ omnes lineæ quæ in vno plano ad varias partes ducuntur, si directas obliquæ secent, in vna etiam eademque linea concursuum loca nanciscuntur.*



HÆC adeò perspicua est veritas, vt vix probatione indigeat: ex eo tamen manifestè demonstratur, quòd planum ipsum, in quo primitiuæ parallelæ existunt, in rectam transcribatur lineam: in hanc igitur cadent parallelæ omnes quæ in ipso existunt plano, & directas obliquè secant. Si enim aliqua ex iis quæ in dato sunt plano extra eam tabulæ lineam procurreret, in quam ceteræ eiusdem plani lineæ incidunt, illius pars quidem in dato esset plano, pars

verò ab eo sublimis. Nam propositum quodcumque planum in sola recta linea tabulam secat per 3. vndecimi Euclidis: igitur quoduis punctum extra hanc communem lineam in tabula assumptum, etiam extra ipsum est planum: quocircà si quæpiam, ex iis quæ in plano sunt, linea ad punctum aliquod extra communem plani & tabulæ sectionem constiturum pertineat; liquidò patet eius lineæ partem quidem in daro plano existere, partem verò ab eo sublimem esse: quod cùm primæ propositioni vndecimi Euclidis aduersetur, consequens est, parallelas quascumque lineas, quæ in vno existentes plano directas obliquè secant, in vna eademq; recta linea concursuum loca obtinere. A

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA.

B

Quæ obliquioribus angulis directas intersecant parallelæ lineæ, propiùs puncto primario in tabulam transumptæ congrediuntur.



ROPOSITIONE 135. ostendimus, eas lineas quæ directis sunt perpendiculares, directis ipsis contrariè quodammodò opponi; inter quas scilicet ceteræ velut mediæ inseruntur. Vnde & illud nascitur illustre discrimen, quòd quę directis sunt perpendiculares, quantumuis protrahantur, nec inter se conuenite, nec in tabulam, licet productam, incidere vmquam possint: directæ verò ad punctum tabulæ primarium, quod oculo proximum est, congrediantur: igitur è reliquis eæ quæ directarum naturam propiùs æmulantur, ad loca puncto primario viciniora coëunt; quæ verò à directis maiore dissimilitudine discrepant, longiùs prouehuntur antè quàm congressionem faciant: vti ergo naturâ, ita & propriètare illæ ad directas, hæ ad eas quæ directis normales sunt, propiùs accedunt. Porrò illas directis similes magis esse dicimus, quæ obliquioribus angulis directas intersecant: nam quò intersecantium sese linearum anguli rectis sunt propinquiores, eò & lineæ cum iis, quas contrariè directis opponi dicimus, similitudinem gerunt maiorem. C

Si Geometricè idem confirmari postuletur, id ex 136. propositione huius libri perspicuè fiet hoc pacto: Ostensum est propositione 136. radium opticum, qui ab oculo ad punctum illud ducitur, quo apparentes in tabula parallelæ coëunt, primitiuis parallelis reipsa parallelum esse: igitur iisdem angulis hic radius principalem radium secat, quibus propositæ primitiuæ parallelæ secant directas: at radius principalis ad normam insistit tabulæ, ideoque omnium illorum qui ad tabulam pertinent radiorum breuissimus est; ceterorum autem qui ab oculo egressi similiorem recto angulum cum principali radio continent, ij longiùs à primario puncto in tabulam incurrunt: quocircà & primitiuæ parallelæ, quò propiùs rectis angulis directas intersecant, eò longiùs à puncto primario prouehuntur priùs quàm in vnum conueniant. D

Ex his quæ proximè dicta sunt, facilè est praxes aliquas adinuenire ad rem propositam vtiles, è quibus hic nonnullas tamquam consectaria adiungemus.

CONSECTARIVM I.

E

Dato oculo, punctum in tabula inuenire, in quod propositæ parallelæ secundùm aspectum conueniunt.

ESTO vt suprà propositione 135. oculus A, tabula verò M Q, at datæ in subiecto horizontali plano parallellæ lineæ B C, D E & F G, quæ cùm non sint parallelæ ipsi M S, seu tabulæ, transcriptæ occurrent in puncto quopiam, quod reperire oporteat. Ab oculo A ad subiectum planum demittatur perpendicularis A L per 11. vndecimi Euclidis: ab L verò agatur L π propositis parallelis æquidistans per 31. primi Euclidis: ac rursus ex π ducatur in tabula π ϵ subiecto plano perpendicularis per 12. vndecimi Euclidis, quæ proinde per 6. vndecimi Euclidis ipsi A L parallela erit: deniq; fiat π ϵ ipsi A L æqualis: dico ϵ punctum esse concursus postulatum. Iuncta enim A ϵ, quoniam A L & ϵ π æquales sunt & parallelæ, erit & A ϵ ipsi L π parallela per 33. primi Euclidis: quare & ipsis B C, D E & F G eadem A ϵ parallela erit per 9. vndecimi Euclidis; atque idcircò ϵ punctum est concursus postulatum per 136. propos. libri huius. F

CON-

A

CONSECTARIVM II.

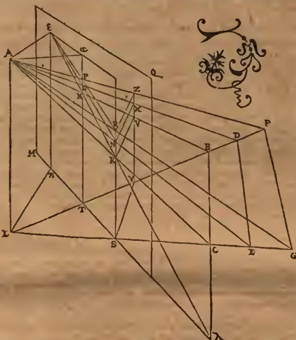
Si data recta linea producta tabulam secet, & à loco sectionis ad punctum concurrentium parallelarum recta ducatur; in hac necesse est datam rectam lineam apparere.

SIT data recta linea B C: hæc quoniam ex hypothesi non est ipsi tabulæ parallela, si producatur secabit tabulæ planum item productũ in signo quopiam, puta λ. Inuento

B

C

D



E

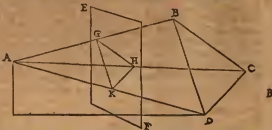
itaque puncto ε per præcedens consectariũ: dico in ε λ propositam lineam B C secundum oculum in A positum incidere: siquidem λ commune est vtriusque M λ & B C ex vna parte productæ punctum, & ε proiectura est extremitatis eiusdem B C versus B infinitè protractæ. Cùm ergo ε & λ sint in ipsius B C vtrimque protensæ proiectura, erit datæ lineæ B C proiectura in recta tabulæ linea ε λ: itaque si ducantur B L & C L quæ tabulam secent in T & S, ex T verò & S perpendiculares subiecto plano excitentur T H & S K quæ ipsam ε λ secent in H & K, perspicuum est H K ipsius B C proiecturam esse quæ erat postulata.

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

F *Quæcumque in aduersis sunt planis, eadem proportione in tabula describuntur, quam in rebus ipsis habent.*


VIVS propositionis ea est ratio, quòd tabula aduersumque planum æquidistent, eumdemque situm ad aspectum habeant, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij prædefiniuimus. Quocircà omnes vtriusque partes, quæ ijsdem radijs opticis comprehenduntur, eadem proportione augescunt vel minuuntur: vt si oculo A triangulum obijciatur B C D è regione ac directè spectatum radijs A B, A C & A D, qui opticam pyramidem constituant ad ver-

ticem A, hæc autem secetur aduerso plano E F, ceu tabula quæ eidem triangulo B C D A
sit parallela, cuius & pyramidis opticæ communis sectio triãgulum sit G H K: dico G H K triangulum primitiuo triãgulo B C D & simile esse & æquiangulũ. Cùm enim triangulum A B C in duo B incidat plana parallela, tabulã scilicet

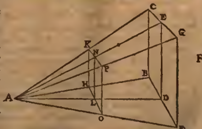


E F, & B C D triangulum, erunt communes intersectiones G H & B C parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt triangula A B C & A G H: eodemque modo triangula A C D & A H K æquiangula ostendentur: igitur per 4. sexti Euclidis, vt A C ad A H, ita est B C ad G H; & rursus vt A C ad A H, ita quoque C D ad H K: igitur per 11. quinti Euclidis, vt B C ad C D, ita se habet G H ad H K: sed per 10. vndecimi Euclidis angulus C H K angulo B C D est æqualis: itaque per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa B C D & G H K triangula, ideoque similia; siquidem per 4. sexti Euclidis æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ æqualibus angulis C
vel continentur vel subtenduntur. Quia verò in ceteris quibuscumque designationibus similis est demonstrandi ratio, palàm est transcriptas ex aduersis planis figuras eamdem in tabula proportionẽ retinere, quam in rebus ipsis habent; quod erat demonstrandum.

Ex quo patet, longas columnarum series arborumque ordines, si ex aduerso spectentur, æquali tum intercapedine tum magnitudine in tabula designari debere, vti & scalarum gradus, si illæ ad perpendiculum erectæ sint: qua in re celebres etiam pictores fœdè lapsos fuisse non semel deprehendimus, cùm superiores gradus, vtpote ab aspectu remotiores, spatijs angustioribus distinxerunt, aut aduersæ porticus remotiores columnas breuiores, earumque intercolumnia minora pinxerunt, aliaque eius generis D
quamplurima, quæ ex huius scientiæ ignoratione haud dubiè profluxerunt. Constat enim ex hac propositione, quæcumque in aduersis sunt planis, eadem proportione describenda esse, quam in rebus ipsis habent; hoc est transuersas lineas transuersim, perpendiculares verò ad perpendiculum, obliquas autem eadem, quam in rebus habent, obliquitate; ac vniuersè omnes quæ in rebus sunt parallelæ, parallelas in aduersa tabula ducendas esse.

Verùm eneruandum hoc loco superest quorumdam argumentum, quo etiam è peritioribus nonnulli occupati censuerunt æqualium magnitudinum remotiores à visu, minores omnino in tabula delineandas esse, quòd ob maiorem intercapedinem minores appareant, vt nos quoque libro quarto propositione 11. docuimus: at non ita rem se E
habere licet iam vniuersè demonstratum sit; tamen quia in sola triangulari forma propositum explicauimus, libet claritatis gratia etiam in magnitudinibus ordine dispositis idem prius ostendere, quàm propositam obiectionem diluamus.

Esto igitur oculus A, ipsique ex aduerso obiectæ tres magnitudines æquales, B C quidem oculo proxima, deinde D E & F G remotissima, quæ paribus interuallis B D & D F ab inuicem disiunguntur: harum verò proiecturæ in tabula K O propositis magnitudinibus parallela sunto H K, L N & O P: dico has æquales inter se esse, atque ipsarum etiam F
interualla H L & L O æqualia, nec obstare distantiæ ab oculo disparitatem. Nam cùm tabula K O, planumque C F æquidistent, quæ in ipsis fiunt sectiones, per radios opticos ab oculo A ad propositas magnitudines delatos, parallelæ erunt per 16. vndecimi Euclidis, hoc est B C ipsi H K, & D E ipsi L N, item F G ipsi O P, de-



A o p, denique b f ipsi h o: itaque ob triangulorum similitudinem vt a b ad a h, ita b c ad h k; rursus vt a d ad a l, ita d e ad l n: sed a b ad a h est, vt b d ad h l; & vt b d ad h l, ita a d ad a l: igitur per 11. quinti Euclidis eadem est ratio a b ad a h, quæ a d ad a l: ideoque & ratio b c ad h k eadem est quæ d e ad l n; & permutando vt b c ad d e, ita h k ad l n: sed b c ipsi d e est æqualis ex hypothesi: itaque & h k ipsi l n est æqualis. Eodemque modo ostendemus o p ipsi f g, & vniuersè ceteras omnes proiectas magnitudines primitiuis æquales: igitur quæ in aduersis planis sunt æquales magnitudines, & in tabulam transfusæ sunt æquales. Nec aliter æqualia ipsarum interualla b d & d f, in æqualia proiecturarum interualla h l & l o transcribi ostendemus. Cùm enim sit B h o ipsi b f parallela, erit propter triangulorum similitudinem vt a b ad a h, ita b d ad h l; & vt a b ad a h, ita b f ad h o: quare per 11. quinti Euclidis vt b d ad h l, ita b f ad h o: & alternatim vt b d ad b f, ita h l ad h o; diuidendo autem vt b d ad d f, ita h l ad l o: sed b d ipsi d f est æqualis ex hypothesi: igitur & h l ipsi l o est æqualis, eodemque modo in ceteris: quamobrem æquales magnitudines paribus interuallis dispositæ ex aduersis planis, in proiecturas æquales æqualibus interuallis distinctas producuntur.

Nunc propositæ obiectionis nodum dissoluamus. Cùm oculi distantia ad formas tabulæ inscriptas eam rationem habeat, quam ad res ipsas primitiuas: quemadmodum in his remotiores ab oculo minores videntur, ita quæ remotioribus in tabula respon-C dent proiecturæ, pro rata etiam minores apparent: quocircà si vt in rebus sunt, ita in tabula describantur, vno ambæ modo conspicientur, & qui designationem in tabula expressam aspiciet, rem ipsam videre se arbitrabitur; quòd ambæ similem omnino notionem in oculum intuentis ingerant. Itaque non quòd æqualium magnitudinum quæ remotiores sunt minores appareant, ideò minores in tabula sunt designandæ; aliter siquidem res obiectæ in seipsis spectantur, aliter in data tabula, vt initio huius libri diximus prænotatione 3. & ex eo manifestè patet quòd oculo obiectoque immutatis, quoties tabula in alium situm conuertitur, toties obiectum alia atque alia forma in tabula appareat, licet in se eodem semper modo spectetur.

D

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

Obliqua parallela, quæ in plano horizontali existunt, ad puncta horizontalis lineæ in tabula designata contendunt.



ORIZONTALIS linea quæ tabulæ inscribitur, communis est sectio tabulæ radijque optici ab oculo ad Horizontem proiecti: huic proinde parallelæ sunt, quotquot transuersæ vocantur. Nam vti transuersæ, ita & quæ in tabula Horizontem repræsentat recta linea, ad Horizontis æqualitatem libratur, & aliquam è directis secundùm normam secat. Cùm ergo directæ omnes lineæ parallelæ inter se sint, erit & horizontalis linea transuersis om-E nibus parallela per 28. primi Euclidis. Ex quo fit, vt omnia horizontalia plana, ad illud quod per oculum incedit, contendere quoad aspectum videantur. Quæ enim in inferiore sunt horizontali plano transuersæ lineæ, remotiores ab oculo assurgere videntur, ac illi, quod per oculum ducitur, propinquiores fieri; quæ verò in superiore sunt plano horizontali transuersæ lineæ ab oculo remotiores, decidere videntur, atque ad illud quod per oculum fertur, propiùs accedere: cumque parallelum semper situm retineant ad horizontalem lineam, in quam planum illud, quod per oculum transit, proijcitur, perspicuum est transuersas illas lineas, quę maxime ac propemodum infinite ab oculo absunt, secundùm aspectum eum horizontali linea congruere: itaque & horizontalia plana, quorum areas infinitæ transuersæ lineæ complent, ad hanc ipsam horizonta-F lem lineam, si infinitè protrahantur, quoad aspectum aliquando conuenient. Et quemadmodum punctum primarium communis est terminus omnium linearum, quæ principali radio per oculum ac punctum primarium incedenti sunt parallelæ; sic linea horizontalis communis terminus est omnium planorum, illi quod per oculum & horizontalem lineam incedit, parallelorum: at enim si horizontale quodcumque planum ad lineam horizontalem secundùm aspectum contendat, dico & lineas omnes obliquas quę in ipso existunt, ad horizontalem lineam pergere, si quantum opus est proferantur: alias enim pars earum in dato esset horizontali plano, pars verò à plano sublimis, quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur.

Hæc prolixiùs quàm fortè opus esset, dixisse placuit, vt non modò probatum sit, A
quod fuit propositum; verùm etiam quo id pacto contingat, velut ad oculum sit demonstratum: quare si quis Geometricum demonstrandi genus hoc loco requirat, facile, qui volet, ex propositione 130. & 137. id colliget in hunc modum: Propositione 130. ostendimus directas omnes lineas, tametsi in rebus sint parallelæ, tamen proiectas, in punctum tabulæ primarium, quod æquè atque oculus à plano horizontali distat, conuenire: rursus propositione 137. vniuersè probauimus ceteras omnes parallelas lineas (iis exceptis quæ directas ad normam secant) proiectas, in illud punctum tabulæ incidere, quod à plano in quo parallelæ existunt, pari atque oculus interuallo disiungitur: quocircà omnia puncta in quæ conueniunt horizontalis plani parallelæ lineæ, est ipsa horizontalis linea per primarium punctum in tabula designata: hæc siquidem in eadem est altitudine cum oculo, & quia ad Horizontem libratur, necesse est æqualem esse ipsius ab horizontali plano distantiam. B

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Quæcumque in directis planis sunt obliquæ parallelæ lineæ, proiectæ in tabulam ad primariam perpendicularem porriguntur.

HVIVS propositionis eadem omnino est explicatio, quæ præcedentis: solo C
namque mutato plani situ à libella in perpendiculum, quod antè horizontale erat, id nunc fiet directum: igitur & demonstratio vtriusque eadem erit. Quippe si planum quoddam per oculum ac primariam perpendicularem actum intelligatur, directò in anteriora protensum, erit hoc illi quodammodò simile, quod per oculum & horizontalem lineam ad Horizontem vsque extenditur, ideoque & similis vtriusque protectura, nempe recta linea, hoc solo discrimine, quòd vna perpendiculum, altera libellam exæquet. Vti ergo omnia horizontalia plana longissimè in anteriorē partem producta, ad illud quod per oculum extēditur, sensim sese propiùs adiunguntur: ita & directa omnia plana, ad id quod per oculum ducitur, paulatim accedunt, donec tandem omnino cum illo secundùm aspectum D
coëant: cumque, vti diximus, vtraque hæc plana quæ per oculum transeunt, in rectas tabulæ lineas transcribantur, ad has velut ad communes terminos reliqua plana illis parallela conuenient; quare & concurrentium parallelarum puncta in his lineis reperientur: quod etiam ex propositione 130. & 137. simili modo demonstrari poterit, quo in horizontalibus planis superiore propositione vsi fuimus.

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA.

Parallelæ obliquæ lineæ, quæ è planis in latera inclinatis transcribuntur, ad eam lineam concurrunt, quæ in primario puncto Horizontis proiecturam obliquè secat. E

NAM per ea quæ duabus proximis propositionibus demonstrata sunt, cùm planum quodcumque in latus inclinatum æquè ac directa plana in partem anteriorem rectà porrigatur, fit vt tandem cum linea aliqua ex iis quæ per primarium punctum traiiciuntur congredi videatur, cum illa inquam, quæ proposito obliquo plano parallela est, quæque planum illud quod per oculum punctumque primarium transit, velut propria imago in tabula repræsentat: igitur & quæ in eiusmodi plano inclinato existunt parallelæ obliquæ lineæ, eæ omnes cum in tabulam transcribuntur, ad eam contendunt lineam, quæ per punctum F
primarium ducitur proposito plano parallela: fieri siquidem nequit, vt pars aliqua illarū parallelarū in ipso sit plano, pars verò à plano sublimis, per primam vndecimi Euclidis.

Oportet autem lineam in tabula designatam, ad quam proiectæ parallelæ plani inclinati referuntur, eamdem inclinationem ad perpendicularem primariam habere, quam habet inclinatum planum ad planum directum cui incumbit: siquidem linea illa seu meta concurrentium parallelarum communi sectioni tabulæ & plani inclinati est parallela: igitur primaria perpendicularis vtramque obliquam lineam æqualibus secat obliquis angulis per 29. primi Euclidis.

PRO-

A PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA.

Linea obliqua parallela à planis in anteriorem vel posteriorem partem inclinatis, ad lineam horizontali linea parallelam destinantur.

VTI Horizon illorum planorum quæ perlibrantur, est index; ita horizontalis linea terminus est eorum, quæ libellæ exæquata in tabula cernuntur: igitur quæcumque plana in rebus ipsis supra libellæ statum altera B parte subleuantur, ea infinitè producta supra horizontalem lineam in tabula definiuntur; quæ verò infra libellam deprimuntur, ea in tabulam transportata sub Horizontis lineam terminantur.

Potest verò id etiam hoc modo ex dictis ostendi: Quoniam per 137. propositionem huius libri omnia puncta tabulæ, ad quæ congrediuntur obliquæ parallelæ plani cuiuscuis, eamdem quam oculus habent à dato plano distantiam, perspicuè sequitur, planum quod per oculum duci mente concipitur proposito æquidistans, in omnia illa puncta tabulæ incidere, ad quæ obliquæ parallelæ dati plani inclinati contendunt: igitur huius imaginarij plani & tabulæ communis intersectio, ea est linea in quam & propositum C inclinatum planum, & omnes quæ in ipso sunt obliquæ parallelæ transcriptæ terminantur. Est porrò hæc linea illi parallela, qua propositum planum tabulam secat per 16. vndecimi Euclidis; quòd nimirum primitiuum planum, idque quod per oculum actum concipitur, ex hypothesi sint parallela: quamobrem, cùm tabulę & plani in anteriorem vel posteriorem partem inclinati communis sectio sit vna è numero transuersarum, transuersę autem sint lineæ horizontali parallelę: erit & illa, ad quam omnes inclinati eiusmodi plani obliquæ lineæ in tabula terminantur, horizontali quoque lineæ parallela.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

D *A planis declinantibus transsumpta in tabulam obliqua parallela ad puncta linea, quæ primaria perpendiculari æquidistet, congrediuntur.*

NIL discrepat hæc propositio à præcedente; quod sanè ei perspicuum fiet, qui naturam declinantis & inclinantis plani penitiùs introspexerit. Idem namque planum, quod nunc declinans appellatur, sola inuersione situque mutato fiet inclinans: quocircà non est, quòd huius propositionis explanationi studiosiùs incumbamus, cùm ex ijs quæ sæpenumerò repetita iam sunt, constet ad vnam aliquam lineam omnes vniuscuiusque plani obliquas E parallelas contendere, eamque lineam proposito plano esse parallelam. Quoniam igitur planum declinans ad horizontale planum rectum est, erit & ea tabulæ linea, ad quam parallelæ declinantis plani conueniunt, horizontali lineæ perpendicularis: atque ea propter primariæ perpendiculari parallela per 28. primi Euclidis; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Si linea quæpiam horizontalem lineam extra punctum primarium obliquè secet, ad eam parallela plani inclinantis simul & declinantis conuenient.

F FINGE primò planum quoddam directum, atque in eo quotcumque directas lineas, hæ omnes, vt ex 130. propositione constat, transcriptæ in planum ad primarium punctum diriguntur: deinde si hoc planum conuerti intelligas, & seruata perpendiculi rectitudine in partem alteram obliquari, manebit quidem superiorum directarum linearum concursus in horizontali linea; at quantum planum à directo situ deflectit, tantum locus in quo simul concurrunt, à primario puncto recedet. Quoniam igitur hoc iam declinans planum ad horizontale planum rectum est, pergent cęteræ ipsius obliquæ lineæ ad eam lineam quæ rectis angulis horizontalem lineam in supradicto puncto secat per proposit. 145. huius:

hilius: si denique seruata declinatione, hoc est immutata communi sectione horizontalis & declinantis plani, propositum declinans planum in partem vnam inclinetur; ad idem quidem quod ante punctum horizontalis lineæ, contendent omnes illæ quæ primò directæ erant lineæ; at quæ per hoc punctum obliquis angulis ducetur linea, ceteras declinantis simul & inclinantis plani parallelas in tabulam profusas excipiet, vt ex dictis manifestè patet. A

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si perpendicularis primaria extra primarium punctum lineâ quapiam obliquè secetur, hæc puncta omnia concurrentium in tabula parallelarum plani in vtramque partem inclinati excipiet. B

Hæc propositio priori haud absimilis est: nam si planum quoddam horizontale animo concipias, atq; in eo directas quotcumque lineas, quæ proiectæ in punctum primarium dirigantur; si deinde fingas hoc idem planum supra libellam altera parte subleuari, vel infra eam deprimi, fiet ex horizontali inclinatum planum: quare eæ quæ antè directæ erant lineæ, nunc ad punctum tabulæ pergunt supra vel infra primarium punctum in perpendiculari primaria constitutum, ceteræ autem quæ in illo sunt obliquæ parallelæ, ad lineam concurrent, quę primariam perpendicularem supra vel infra primarium punctum normaliter secat per 144. huius; tandem si idem planum denuò mutari intelligas, & circa eam lineam quæ a prima constitutione directa erat inter ceteras media, velut circa quiescentem axem conuerti, fiet planum in duas iam partes inclinatum, omnesque illius lineæ quæ initio directæ erant, in idem quod antè punctum primariæ perpendicularis conspirabunt: ceteræ autem ad lineam proficiscentur quæ per idem punctum primariam perpendicularem obliquè secabit. C

Hoc planum quod in vtramque partem inclinatum diximus, idem reipsa est quod inclinans simul & declinans; & quæ horizontalem lineam extra primarium punctum obliquè secat recta linea, eadem obliquè secat & perpendicularem primariam: quia tamen hoc planum variè consideratum diuersos habet linearum respectus, placuit distinctis propositionibus vtramque rationem explanare. D

Quæ hactenus de variorum planorum obliquis parallelis proposita sunt, satis superque, vt opinor, ex dictis constant. Quare quod reliquum est huius instituti, Lectori contemplandum enucleandumque relinquo: priùs tamen, quàm ad illorum theorematum praxin veniamus, lubet istud quoque adiungere instar paradoxi ad rem quam agimus minimè alienum. E

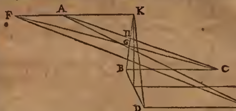
PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Fieri potest, vt oculo transmutato eædem æquidistantes lineæ ijsdem tabulæ proiecturis secundùm aspectum respondeant.

Paradoxvm fortasse videbitur hoc theorema, & non dico vulgi, sed etiam sapientium hominum opinionem excedens. Qui namque fieri potest, vt oculus à primo loco semel digressus plures parallelas lineas in ijsdem tabulæ lineis semper aspiciat? Sanè consequens videtur, vt si oculus situm aspectumque mutet, eius quoque quod in tabula apparet, quiescente obiecto, ac tabula immota, phantasia locum mutet: estque id vero ita simile, vt credi facilè posset, nisi contraria demonstratione reuinceretur, cui refragari est nefas: itaque quo id pacto contingat, ostendamus. F

Esto oculus A, & duæ spectatæ parallelæ B C & D E ad partes C & E infinitæ, quarum proiecturæ sint B K & D K in data tabula coëuntes ad signum K. Iuncta igitur K A, dico ita K A versus A infinitè producatur, è quouis eius lineæ puncto primitiuas parallelas D C & D E in eisdem tabulæ lineis B K & D K spectari. Transferatur enim oculus in F: quoniam

A niam igitur datæ parallelę B C & D E, ab A in tabula conspectę, conueniunt ad signum K, erit A K iisdem primitiuis parallelis æquidistans per 136. huius. Rursus quoniam & F K iisdem primitiuis B C & D E est parallela, erit & K punctum, ad quod parallelæ ipsæ ex F in tabula visæ contendũt, per eamdẽ 136. huius. Atque



B eodem modo è quocumque signo lineæ K A infinitè protractę spectentur B C & D E, semper erit K punctum, in quod secundùm aspectum congredi in tabula videntur. Cùm ergo ex B & D ad K aliæ atque aliæ rectæ lineæ duci non possint, ne aduersus communem notionem spatium comprehendant, necesse est vt primitiuæ parallelæ B C & D E, è quouis loco lineæ K A infinitè productæ, in iisdem tabulæ lineis B K & D K semper appateant; quod erat probandum.

Alia etiam ratione non minùs solida demonstrari potest propositum ex 7. vndecimi

C Euclidis. Sumatur in linea B C infinita punctum quodcumque C: dico punctum C è quouis loco lineæ infinitæ K A in lineam B K transcribi. Radij namque ad C ex A & F procidant: quoniam igitur per 136. huius parallelæ sunt K A & B C, erit B K in vno cum illis plano per 7. vndecimi Euclidis: sunt verò & A C, F C cum eisdem parallelis in vno plano per eamdem 7. vndecimi Euclidis: igitur ambæ A C & F C ipsam B K intersecant, hæc quidem in G, illa verò in H. Cumque eodem modo ostendi possit, quoduis punctum infinitæ lineę B C è quouis puncto lineæ K A item infinitæ in linea B K videri, itàque in ceteris parallelis, demonstratum relinquitur fieri posse, vt oculo transmutato eædem æquidistantes lineæ iisdem tabulæ proiecturis secundùm aspectum respondeant; quod demonstrasse oportuit.

D Hoc sanè diffitendum non est, si primitiua aliqua parallela puncto quopiam terminetur, vt B C puncto C, hoc punctum mutato oculo per lineam K A infinitam, in aliud semper atque aliud punctum proiectæ B K incidere. Sic ergo tota quidem linea B C infinita ex quouis loco lineæ K A etiam infinitæ spectata in lineam B K procidit; at secundùm partes, mutato oculo, ipsa pariter proiecturam mutat.

Hucusque sigillatim ostendimus, quo pacto quælibet lineæ cuiusuis plani in tabula appareant: iam verò qua ratione eædem practicè in tabulam transcribi debeant; quo item pacto, quæ ex his ceu primis elementis constant rectilineæ figuræ cùm planæ tum

E *solidæ, varia praxi in tabulam scenographicè consignandæ sint, ostendemus. Id quod non repræsentando, vt hactenus, sed reipsa faciendum erit. Nam superiora Paradigmata non secundùm Lectoris oculum rem in tabula designatam exhibent, sed à latere; sic vt is qui paginam intuetur, rem, oculumque, & tabulam simul obliquè aspiciat, & rei proiecturam non in se primò, sed velut in altera tabula expressam contempletur: ita sanè in hisce rebus exponendis magna persæpe opus est industria, dum in vno eodemque plano duæ occurrunt exhibendæ figuræ, quarum altera obiectum ostendat in proprio plano, altera eius in tabula proiecturam. Hactenus igitur pagina pro plano*

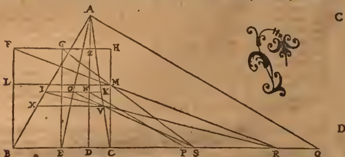
F *fuit, in quo tabulam obliquè repræsentauimus; in posterum pagina pro tabula erit ex fronte spectata, in qua rei proiecturam exhibebimus. Porrò quoniam in proiecturis inuestigandis non rarò innumeras propemodum lineas ducere oportet, quarum aliæ aliis ita implicantur, vt mutuas congressiones ac digressiones internoscere facilè nequeas, necesse subinde erit tollendæ confusionis gratia illarum aliquas in diuersas partes abducere (quod in superioribus quoque proiectionum generibus à nobis est factitatum) ac tum præsertim, cùm aliquæ huius proiectionis praxes Ichonographicam obiecti designatio-*

gnationem exposcent: sæpè enim ex ijs quæ in plano constituentur apparentes in tabula formas elici necessum erit: quare non minore diligentia ac studio elaborandum censeo in commoda Ichnographicæ formæ designatione, quàm in eius transcriptione, ne linearum multiplicitas ac frequens concursus occursusque vtrumque schema implicet, & obscurum reddat. A

PROPOSITIO CXLIX. PROBLEMA.

Datas quascumque directas lineas in tabulam traducere. B

Esto tabulæ & plani communis intersectio B C, datumque in tabula primarium punctum A, cuius altitudo à linea B C æqualis sit illi distantiæ, qua oculus à plano sublimis exsistit: sint etiam datæ quorcumque directæ lineæ B F, E G & C H, quas in tabulam transferre oporteat: iungantur B A, E A & C A: dico igitur datas initio directas lineas, in his quæ ad punctum A porriguntur, oculo, cuius à plano sublimitas A D, apparere. Quod sanè ex propositione 130. liquidò constat, vbi ostensum est directas omnes lineas ad punctum primarium



secundùm aspectum contendere. Cùm ergo signa B, E & C tam primitiuis quàm proiectis hisce lineis communia sint, necesse est eas quæ à punctis B, E & C ad primarium punctum A destinantur, ipsarum B F, E G & C H directarum vicarias esse in tabulam transfusas: ita vt B A ipsam B F, E A verò ipsam E G, ac denique C A ipsam C H repræsentet, quà scilicet primitiuæ ipsæ lineæ versus F, G & H infinitè protenduntur. C D

PROPOSITIO CL. PROBLEMA. E

Transuersas, ac perpendiculares, easque omnes quæ in directas normaliter incidunt, in tabulam consignare.

Qvoniam per 131. propositionem huius libri lineæ omnes parallelis interuallis à tabula disiunctæ (cuiusmodi eæ sunt quas modò enumeraui-mus) in parallelas tabulæ lineas transcribuntur, perspicuum est, repertis in tabula primitiuarum interuallis, si per illorum terminos rectæ ducantur lineæ communi sectioni tabulæ ac plani parallelæ, confectum esse propositum: hæ namque illas quæ in plano sunt dato oculo repræsentabunt. F

Tametsi verò earum parallelarum, de quibus nunc agimus, interualla pluribus modis in tabula designari possint, tamen duos solummodò ex omnibus afferemus, quorum prior is est, quem propositione 132. tradidimus, sola radiorum profusione propositum exhibens. Alter verò non absolutè, sed ex hypothesi rem peragit: supposita namque extrema parallela in tabulam proiecta, reliquas facillimo negotio inuenire docet. Extrema autem illa parallela quamuis ex propositione 132. transcribi in tabulam possit; lubet tamen hanc quoque eius inuestigandæ praxim adiungere non minùs expeditam.

Sit

A Sit extrema parallela in plano data F H, cuius proiecturam inuenire in tabula oporteat: demittatur à puncto principali ipſi B C perpendicularis A O, & B C producatur verſus C infinite, fiatque O P ipſi O Z parallelarum B C & F H interuallo æqualis; ſit verò P Q oculi diſtantia: iuncta ergo A Q, ducatur à P ipſi A Q parallela P N, quæ ipſa in A D ſecet in N: denique per N parallela ipſi B C ducatur I K: hanc dico ipſius F H proiecturam eſſe ex oculi altitudine O A, diſtantiaque P Q ſpectatam. Conſtat enim ex demonſtratis in conſectario propoſitionis 132. diſtantiam oculi Q P vnà cum parallelarum B C & F H interuallo O P, hoc eſt totam D Q ad oculi altitudinem D A ita ſe habere, quemadmodum primitiuum parallelarum interuallum O P ſeu O Z ſe habet ad interuallum
B apparens: at quoniam P N poſita eſt ipſi A Q parallela, erunt triangula A D Q & N D P æquiangula per 4. lemma libri quinti: igitur per 5. ſexti Euclidis proportionalia erunt ipſorũ latera, nempe vt D Q ad O A, ita D P ſeu D Z verum parallelarũ B C & F H interuallum ad D N interuallum apparens: erit itaq. O N ipſi O Z repræſentatione æqualis, & punctum I ipſius F, punctum verò K ipſius H vicarium: quocircà I K ipſius eſt F H proiectura.

Habitâ iam I K quæ ipſam F H in tabula repræſentet, intermediæ parallelę inter B C & F H conſtitutę vt L M facillime inuenientur in tabula, hoc modo: iuncta F M producatur vſque in R, ac inde ad I reducta ſecet A C in V: dico actam per V parallelam V X ipſius L M proiecturam eſſe. Nam punctum R commune vtrique eſt lineæ F R & I R, puncta verò I & F vnum idemque ſunt repręſentatione: igitur linea I R ipſi F R aſpectu re-
C ſpondet; ac eodem modo A C ipſi H C: quamobrem neceſſe eſt V, communem ſcilicet interſectionem I R & F R cum puncto M aſpectu conuenire, cum ſecantes ſeſe in M lineæ F R & H C ipſis I R & A C aſpectu congruant.

Si punctum R longius forte procurrat quàm poſtuletur, ſecetur F H bifariàm in G, demiſſaque perpendiculari G E, recta ab E ad punctum primarium A deſtinetur E A, ID qua cùm G E appareat per 131. huius, erit & I K in O repræſentando ſecta bifariàm: quare ſi G M producatur vſque in S, indeque reducatur in O, ſecabit S O ipſam A C in eodem puncto V, quemadmodum ſuprà. Atque in hunc modum quotquot intra B C & F H parallelæ conſtituentur, nullo negotio in tabulam tranſcribi poterunt.

Alia quoque ratione inuenietur extrema parallela linea propoſitæ areæ B E F C, quæ
D ſic ſe habet: Sit communis areæ & tabulæ interſectio B C, oculus autem idemque punctum principale A, per quod recta agatur A M ipſi B C parallela, & B C producatur, fiatq́;
E B G areæ profunditati B E æqualis: ex G porrò excitetur G L ſecundùm rectos ipſi B G angulos, quæ oculi erit altitudo; ab L verò ſumatur oculi diſtantia L M: iuncta B M quæ ipſam G L ſecet in N, ductaque N H ipſi B G parallela, dico H I ipſius B F proiecturam eſſe ſecundùm oculi altitudinem G L & diſtantiam L M. Nam cum parallelæ ſint L M & B G, erit per 12. lemma libri quarti vt L M ad G B, ita L N ad N G; & componendo vt L M vnà cum G B ad G B, ita L G ad N G; hoc eſt vt oculi diſtantia L M vnà cum B G ſeu B E extremæ parallelæ ac tabulæ interuallo ad hoc ipſum interuallum, ita oculi altitudo G L ad extremæ parallelę altitudinem apparentem G N: itaque per conſectarium propoſitionis 132. G N totius areæ B F eſt contractura,
F quæ fuerat poſtulata.

Rurſus fiat A D diſtantiæ oculi æqualis, B G verò vt priùs æqualis profunditati areæ B E, iunganturque A G & B O, quæ ſeſe ſecent in K, & per K ducatur H K ipſi B G parallela, quæ ipſam A C ſecet in I: dico ſpatium inter H I & B C comprehenſum ipſius areæ contracturam eſſe, & H puncti E, I verò puncti F proiecturam. Nam per proximè citatum 12. lemma libri 4. vt A O ad G B, ita ſe habet A K ad K G, & componendo vt A D vnà cum G B, hoc eſt oculi diſtantia vnà cum longitudine areæ, ad eamdem areæ longitudinem B G, ita eſt A G ad K G: ſed vt A G ad K G, ita eſt L G ad N G, hoc eſt oculi altitudo ad areæ contracturam: igitur per 132. propoſitionem huius libri H I ipſius E F eſt pro-

 iectura,

iectura, spatiumque B H I G propositam aream B E F C scenographicè repræsentat. A

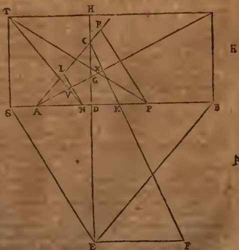
Iam si proposita area B F secetur vtcumque lineâ P R ipsi B C parallelâ, fiat B V ipsi B P æqualis, & A V secet ipsam B D in O; dico eam quæ per O ducitur à B D æquidistans ipsius P R proiecturam esse. Nam vt A D vnà cum B V, B hoc est oculi distantia cum interuallo B P ad idem interuallum B P seu B V, ita se habet A V ad O V: igitur O V ipsi B P est repræsentatione æqualis.

Ex his patet, posse quoque cognita altitudine distantiaque oculi, & primitiuæ areæ longitudine ipsius contracturam regulæ proportionum beneficio nullo negotio inueniri. Cùm enim sit vt oculi distantia A D vnà cum B G profunditate areæ ad eamdem B G, ita oculi altitudo L G ad areæ contracturam N G: si A D oculi distantia sit palmorum triginta, areæ verò longitudo B E palmorum viginti, item oculi altitudo palmorum quindecim, perspicuum est per regulam proportionum apparentem areæ contracturam fore palmorum sex: nam vt triginta vnà cum viginti, hoc est quinquaginta ad viginti, ita quindecim se habet ad sex. Hæc ratio inueniendi profunditatum contracturas, locum subinde habere potest in magnis proiectionibus, quibus sæpè locus deest ad quem tam amplæ designationes extendi possint. C

PROPOSITIO CLI. PROBLEMA.

Datam obliquam lineam, quæ tabulæ parallela non sit, scenographicè transcribere.

Esto horizontalis plani & tabulæ communis intersectio A B, atque in eodem horizontali plano obliqua quædam data recta linea A R acutum angulum cum A B faciens R A B, quam secundùm datam oculi distantiam & altitudinem in tabula scenographicè designare oporteat. A quouis puncto datæ obliquæ lineæ, puta C, perpendicularis ipsi A B ducatur C D, quæ D versus D producatur, sitque in ea accepta oculi distantia D E: vel certè si datum sit punctum E, in quod demissa ab oculo perpendicularis incidit, ducatur ab E ad rectos ipsi A B angulos E D quę producta ad partem D secet obliquam lineam A R in puncto C: sit verò F oculi altitudo: igitur ab F in C radius procidat opticus, qui lineam A B secet in K, perspicuum est per 132. propositionem huius libri D K ipsius esse D C contracturam: quamobrem si fiat D G ipsi D K æqualis, & A G iungatur, erit A C ipsius A C Scenographica descriptio, & angulus B A G angulo B A C repræsentatione æqualis. Nam in triangulis D A G & D A C latus A D commune vtrique est; D G verò ipsius est D C contractura: igitur & reliquum A G, reliquo secun-



A secundùm aspectum est æquale: quare inuenta est in tabula obliqua linea, quæ fuerat postulata.

Si iam fiat O H ipsi E F æqualis, erit H punctum tabulæ primarium, & quæ per H parallela ipsi A B ducetur, erit horizontalis linea, ad quam si producatur A G concurrens cum ea in O, erit O punctum illud, ad quod omnes primitiuæ lineæ ipsi A C reipsa parallelæ, cùm in tabulam transcribuntur, pariter conueniunt.

Quod in horizontali plano ostendimus, id æquè in directo plano locum habet. Sola namque schematis conuersione fiet A B ex transuersa perpendicularis, communisque sectio tabulę & directi plani, sic vt A C data obliqua linea in directo sit plano, einsq; in eo B proiectura A G angulū continens cum A B angulo C A B repręsentatione æqualem. Quocircà cùm E F sit oculi altitudo, si ei æqualis fiat O H, erit H punctum tabulę primarium, & quæ per H ducitur ipsi A B parallela, erit perpendicularis primaria, ad quam per 142. omnes obliquę parallelæ conueniunt. Protracta igitur A G in O, erit O punctum concursus, ad quod proiectę contendunt primitiuæ omnes quę ipsi A C reipsa sunt parallelę.

Eadem omnino praxi quæ in ceteris obliquis planis dantur obliquæ lineæ, in tabula reperientur, si, vti propositione 132. docuimus, distantia puncti C à communi sectione plani & tabulæ A B in tabula secundùm datam oculi constitutionem contrahatur. Habebis enim in tabula duobus signis, altero A, & G altero, per quæ proiecta obliqua linea incedere debeat, si per hæc ducatur recta quædam linea, ea ostendet in tabula obliquam C lineam quæ fuit proposita.

Est & alia huius problematis praxis, quam suggerit consectarium alterum propositionis 139. Datâ oculi distantiâ D E, & altitudine E F, fiat O H æqualis ipsi E F, & per H recta ducatur ipsi A B æquidistans, quæ infinitè vtrimque protendatur: deinde ab E parallela ipsi A C agatur E B; à B verò ipsi A B perpendicularis excitetur B O, & A O iungatur: dico A O ipsius A C infinitè versus C protensę proiecturam esse. Quod quamuis ex consectario 2. propositionis 139. manifestè constet, potest tamen paucis hoc pacto demonstrari: nam cùm per 136. propositionem huius, ea quæ ab oculo ad punctum concursus porrigitur, sit primitiuæ lineæ parallela, erit & E B, quæ demissas ab oculo F, & à puncto concursus O in subiectum planum perpendiculares connectit recta linea, eidem D primitiuæ datæ lineæ A C parallela: igitur per operationis reciprocationem, si E B fiat parallela ipsi A C, & B O ad rectos ipsi A B angulos excitetur, erit O punctum concursus, ad quod A C in tabulam translata secundum datam oculi distantiam D E, & altitudinem E F contendit.

Si exposita obliqua linea sit ex vtraque parte finita, sic vt neque tabulam neque Horizontem attingat, qualis hic est L R, extrema eius R & L in infinita proiectura A O reperientur hoc modo: Ex R & L educentur duæ parallelæ qualescumque R P & L N, quarum alteri parallela constituatur E S, & ab S ipsi S B perpendicularis excitetur S T: erit ergo T punctum concursus, in quod parallelæ R P & L N in tabulam transcriptæ coëunt per ea quæ proxime sunt demonstrata: quare si P T & N T iungantur, in has ipsæ P R & N L E proiectæ incident; atque idcircò puncta X & V, in quibus P T & N T secant proiectam lineam A O, datæ prius obliquæ lineæ L R extremitates repræsentabunt, ac tota V X totius L R proiectura erit, quæ erat inuestiganda.

Alio modo propositum confici poterit, si ab extremitatibus datæ lineæ R & L ad E rectæ ducantur lineæ, à locis verò vbi ex ipsam A B intersecant, perpendiculares eidem A B excitentur: hæ namque in transitu lineam A O in punctis X & V postulatis intersecabunt, vt constat ex altero consectario propositionis 139.

PROPOSITIO CLII. PROBLEMA.

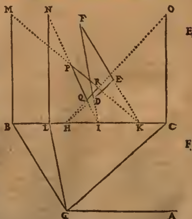
F *Datam rectilineam figuram dato oculo in tabula repræsentare.*



CVM rectilinearum figurarum latera genere aliquo ex ijs, quæ initio huius proiectionis recensuimus, contineri necesse sit; omnium verò linearum iam traditi sint proiectionum modi, promptum cuiuis ac facile ex dictis esse potest omne rectilinearum figurarum genus in tabulam ex dato oculi loco consignare. Si enim figuræ oblatæ rectilineæ, quædam sint transuersa latera, aut perpendicularia, aut quouis modo tabulæ parallela, eorum transcriptio ex propositione 131. & 132. petenda erit; si autem nonnulla obliqua sint, & quæ producta cum tabula concurrant, in his propositio 151. præsidio erit; atque in hunc modum

designatis in tabula lateribus, ipsa quoq; figura in tabulam transumpta habebitur, quod A
fieri postulatur. Id porrò tametsi factu haud difficile ex dictis esse videatur, lubet tamen maioris claritatis gratia exemplum apponere, atque in triangulo, quod solis obliquis lateribus constet (hæc enim difficillimam habent descriptionem) rem propositam demonstrare; duplici etiam ad id assumpto schemate, quorum alterum speculatiuum magis tabulam ex latere spectandam exhibet; alterum verò ex fronte, quod magis ad praxin est accommodatum.

Esto A oculus in sublimi datus, eiusque altitudo A G à plano in quo sit datum triangulum D E F, quod in tabulam, cuius & plani communis sectio sit B C, transcribere oporteat. B
Producantur trianguli latera donec communi sectioni tabulæ ac plani B C occurrant in H, I & K; iisdemque trianguli lateribus parallelæ ducantur à puncto G, in quod demissa ab oculo in planum perpendicularis incidit, nimirum G B parallela ipsi E F, & G L ipsi D F, ac denique G C ipsi D E: à locis autem lineæ B C, quibus hæ parallelæ accidunt, perpendiculares erigantur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarũ summitates C
ipsis K, I & H iungantur rectis M K, N I & O H, sic vt illa inter se puncta cõiungantur, quæ à parallelis in plano designatis proueniunt, vt M & K, quorum alterum M à linea prouenit G B, alterum K à linea F E, quæ duæ G B & F E ex constructione sunt parallelæ; atque ita in ceteris. Vbi ergo tres lineæ M K, N I, & O H sese intersecant, ibi triangulum efficiunt P Q R ipsius primitiui trianguli F D E proiecturam. Nam per consectarium alterum propositionis 139. constat primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, latusque F D in linea N I, latus denique E D in linea O H: itaque punctum P, vbi scilicet M K & N I sese intersecant, ipsius F est proiectura, vbi primitiuæ lineç E F & D F mutuo occursu iunguntur; sic Q ipsius D est proiectura, quòd quemadmodum D in mutuo existit concursu primitiuarum F D & E D, ita Q apparentes copulet N I & O H; qua etiam ratione ostendetur R ipsum E primitiuum punctum repræsentare: quamobrem P Q R dati trianguli F D E imago est dato oculo in tabula apparens, quæ fuerat postulata. D



Nunc practicè, quod initio polliciti sumus, rem propositam in aduersa tabulæ dispositione ostendamus. Esto inquam ex alio situ B C eadem quæ suprà, tabulæ ac plani communis intersectio, oculi verò altitudo A G; G autem locus in quem perpendicularis ab oculo ad planum demissa incidit: denique triangulum datum esto D E F, quod in tabulam secundùm datam oculi constitutionem transcribere oporteat. Producantur singula trianguli latera, vsque dum communi intersectioni tabulæ ac plani B C occurrant ad signa H, I & K: deinde ex puncto G ad eandem B C rectæ E F

A rectę ducantur singulis trianguli lateribus parallelæ; nimirum G B parallela ipsi E F, & G L ipsi D F, denique G C ipsi D E. A locis autem B, L & C, in quæ iam ductæ parallelæ incidunt, perpendiculares excitentur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarum summitates M, N & O illis punctis iungantur, in quę trianguli latera producta cadunt, lineis ex G emissis parallela, vt quoniam F K parallela est ipsi G B, iungantur M K, eodemq; modo N I & O H: tres potrò hæ lineæ mutua interfectione triangulum complectuntur P Q R, quod dico primitiui trianguli F D E apparentem in tabula formam esse. Nam per 148. huius constat, primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, atque eodem modo latus F D primitiui trianguli in linea N I spectari, ac D E in linea O H: vbi itaque

B lineæ M K, N I & O H, sese intersecant, ibi puncta signant, in quæ primitiui trianguli extantes anguli proijciuntur: quocircà triangulum P Q R ipsius est primitiui trianguli F D E spectata forma, quæ in tabula designari postulabatur.

ALITER.

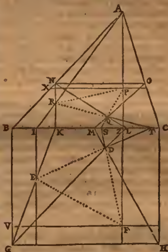
MODVS describendi in tabula apparentem figuram rectilineam, quem proximè explicauimus, ex intima proiectionis natura depromptus est: hic autem quem in præsenti tradere constituimus, externis quibusdam vtitur adminiculis. Ne verò linearum frequens concursus rei, quam elucidare intendimus, tenebras offundat, figurà primitiuà ad vnum lineæ B C latus ichnographicè primùm designatà, eius dein apparen-

C tem imaginem in alterum latus scenographicè proiecimus.

Esto inquam primarium punctum A, communis verò plani ac tabulæ intersectio B C, datumque triangulum D E F ad vnum lineæ B C latus ichnographicè descriptum, quodque in tabulam proijcere scenographicè oporteat: circa datum triangulum describatur parallelogrammum B G H C, cuius duo latera B G & C H directa sint, ideoque per 149. propositionem huius libri proiecta in tabulæ lineas B A & C A incidant; reliquum verò G H transuersum sit, atque idcircò per 150. huius in tabulam translatum respon-

D deat lineæ N O parallelæ ipsi B C, & quæ ipsas B A & C A secet in punctis N & O: erit ergo punctum N ipsius G, & punctum O ipsius H in tabula vicarium, figuraque B N O C ipsius B G H C parallelogrammi apparens imago. His ita constitutis, propositum sit puncta D, E & F duarum intersecantium sese linearum beneficio pluribus modis in tabula inuenire: sic enim confectum erit Problema. Nam si transcriptæ punctorum for-

E mæ rectis iungantur lineis, hæ triangulum dabunt in tabula postulatum.



Ac primò quidem per E duæ agantur lineæ, altera directa E I, quæ proiecta in lineam I A incidet per 130. huius; altera obliqua ex G excita G K, quæ in lineam K N transferetur, quòd nimirum N ipsius G sit proiectura: quare punctum R in quo sese I A & K N intersecant proiectura erit ipsius E. Vti enim proiectæ lineæ I A & K N cum primitiuis I E & K G secundùm aspectum sunt eædem, ita & intersectionis commune punctum R puncto E, in quo sese primitiuæ li-

F neæ I E & K G secant, aspectu respondet.

Deinde alio modo transcribendum sit punctum D. Ex G & H rectæ per D trajciantur lineæ G L & H M, quæ à punctis L & M ad ipsorum G & H apparentia puncta N & O reuocentur, factumque erit propositum. Nam L N & M O in communi intersectione Q punctum exhibent ipsius D in tabula vicarium; quod eadem ratione, qua supra, potest demonstrari. Cum enim sit N ipsius G, & O ipsius H proiectura; sintque puncta L & M tam primitiuis lineis G L & M H, quàm proiectis L N & M O communia, perspicuum est totam L N ipsius L G, & M O ipsius M H proiecturam esse: quare & punctum Q apparentibus in tabula lineis L N & M O commune, puncto D aspectu congruit, quod primitiuis lineis L G & M H est commune.

Rurſus punctum F in tabula reperiemus hoc tertio modo: Ducantur per F duæ lineę, A
vna directa F Z, altera tranſuerſa F V; & hæc quidē per 150. huius in lineam P X, illa verò
per 149. huius in lineam Z A traducatur:
erit ergo, vt priùs, linearum P X & Z A
mutua interſectio P eadem ſecundùm aſpe-
ctum quæ primitiuarum F Z & F V, nem-
pe F: quod eadem demonſtratione qua in
ſuperioribus vſi fuimus, confirmari poteſt.

Præter tres hoſce modos innumeri alij
excogitari poſſunt: nam quacumque de- B
mum ratione duæ primiuiuæ lineæ per da-
tum punctum actæ in tabulam tranſcri-
buntur, in harum ſemper mutua interſe-
ctione, id quod quęritur punctum in tabula
repertum erit, illi nimirum ſecundùm
aſpectum congruens, in quo ſeſe primitiuæ
lineæ interſecant. Quamuis hic ampliſſi-
mus ſeſe offerat nouarum inuentionum
campus, placet tamen hunc vnicum mo- C
dum quarto loco ſuperioribus adiungere,
per quem vno dato in tabula figurę puncto,
ex ijs quæ in laterum congreſſu ſunt, reli-
qua facillimè in tabula inueniri poſſunt,
vnius dumtaxat adſcititiæ lineæ beneficio.
Qui modus promptitudine & compen-
dio linearum ceteros omnes facilè antecellit: nam vnum figuræ latus alterius adſci-
ſcendæ locum ſupplet, nec vt in ſuperioribus parallelogrammi deſcriptione eſt opus.

Quartus itaque modus ſic ſe habet: Dato per 151. huius libri puncto Q ipſius D proie-
ctura, producatur vnum figuræ latus, pura F D in S, & ab S per Q recta agatur S P; itaque D
figuræ latus D F in linea S P apparebit: quare ſi per F ducatur linea quædam directa F Z,
eaque à puncto Z reuocetur ad punctum primarium A, hæc ſecans S P dabit punctum P
ipſi F primitiuo in tabula reſpondens. Eodem modo ſi E D producatur in T, & T Q iun-
gatur, in hac protracta exiſtet punctum ipſius E vicarium: igitur ſi per E directa agatur E I
& I A iungatur, hæc in linea T Q producta ſignabit punctum R poſtulatum, illud ſcilicet
quod puncto E in tabula ſecundùm aſpectum reſpondet.

Hos omnes modos ad eamdem metam contendentes eo conſilio propoſuimus, vt ſi
vnus minùs commodus ſit ad effectum conſequendum, alter ſubſidio eſſe poſſit. Fit
enim non rarò, nec vna ex cauſa, vt lineæ, quarum adminiculo opus habemus, longiùs
quàm par eſt excurrant priùs quàm congrediantur; aut ita propè inter ſe conueniant, vt E
interſectionum loca officiant potiùs, quàm ad rem optatam conducant. Nunc verò da-
tis pluribus hiſce modis, locus electioni relinquitur, & facultas datur eligendi quod
cuique magis arridet.

Perfrequens eſt in Scenographicis proiecturis dubitandi occaſio, ſintne rectè inſtitu-
tæ, nec ne; quod ſanè nulla alia ratione inueſtigari poteſt, quàm conſtructionis analyſi,
diſſoluendo ſcilicet quod factum eſt, & velut iiſdem veſtigiis ad principium redeundo,
vt perſpecta operationis probitate proiecturæ ipſæ retexendo in priſtinam reſtituantur
integritatem. Hanc ob rem paucis oſtendere decreui, quo pacto proiecturæ ad primam F
reuocentur originem, ſeu qua ratione dato oculi ſitu ex proiectura res vera elici poſſit:
itemque dato prototypo, eiuſque in tabula tranſumptá formá, quo pacto ex oculi altitu-
dine diſtantiam colligere liceat; & è conuerſo, ex diſtantia oculi ſublimitatem.

PRO-

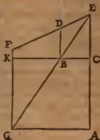
A

PROPOSITIO CLIII. PROBLEMA.

Apparens in tabula signum dato oculo ad primitiuum signum reuocare.

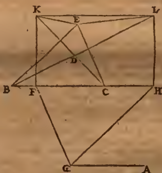


ESTO A G oculi altitudo, G verò locus, in quem demissa ab oculo A in planum perpendicularis incidit: B C autem communis tabulæ & plani interfectio, parallela ipsi G A: denique in tabula datum sit punctum
B D, quod ad primitiuum punctum reuocari postulatur, hoc est ad punctum illud, quod dato oculo in puncto D appareat: à D ad B C perpendicularis demittatur D B, cui æqualis fiat B C, A C verò & G B producantur donec sibi mutuò occurrant in E: dico E punctum illud esse, quod oculo dato apparet in D. Vti enim B C est æqualis ipsi B D, ita fiat G F ipsi G A æqualis, & G F ad perpendiculum plano insistat, sicut & B D: erunt ergo B D & G F parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: cùm verò ex hypothesi sint quoque B C & G A inter se parallelæ, erunt triangula A E G & C E B æquian-
C gula per 4. lemma libri quinti, ideoque & per 5. sexti Euclidis vt G E ad B E, ita se habet G A ad B C: sed G F æqualis est ipsi G A, & B D ipsi B C æqualis: igitur vt G E ad B E, ita quoque est G F ad B D: quare per 43. lemma huius libri si F D producatur, in E incidet. Finge itaque in F oculum constitutum esse, à quo radius per tabulam eiectus pertingat ad planum, is in E incidens signabit punctum illud quod à dato oculo in tabula spectatur ad signum D, quod erat postulatum.



ALITER.

SIT rursus G locus, in quem demissa ab oculo in planum perpendicularis incidit, oculique altitudo G A; B C autem ta-
D bulæ ac plani communis interfectio: propositum denique in tabula punctum D, cuius primitiuum in plano postulatur. Constituatur K L ipsi B C parallela interuallo ipsius G A à B C disiuncta, & per D vtcumque agantur duæ lineæ B L & C K, quæ parallelæ K L occurrant ad signa K & L, vnde perpendiculares in ipsam B C productam, si opus fuerit, incidant K F & L H, iunganturque F G & H G: his si pa-
E rallelæ ducantur à punctis B & C, nempe B E ipsi G H, & C E ipsi G F; dico in harum congressione punctum existere postulatum, hoc est E punctum illud primitiuum esse, quod puncto D in tabula secundùm aspectum datum respondet. Quod ex propositione 151. demonstrari facilè potest: ex ea namque constat lineam B E in linea B L, & C E in C K dato oculo apparere: quare quæ vtrisque com-
F munia sunt puncta D & E, sibi mutuò secundùm datum aspectum respondent: est ergo E ipsius proiecti puncti D primitiuum; quod erat inuestigandum.



Ex his facilè patet apparentem in tabula rectam lineam ac rectilineam figuram posse nullo negotio ad primitiuam formam, ex qua illa transumpta fuerat, reduci: nam repertis per hoc problema primitiuis apparentium laterum congressionibus, si ex rectis lineis iungantur, confectum erit propositum.

PROPOSITIO CLIIII. PROBLEMA. A

Si datum sit in tabula punctum apparens, eiusq́, in plano prototypum, ex oculi distantia altitudinem, & contrà ex distantia ipsius sublimitatem explorare.

SIT punctum D in tabula apparens, cuius prototypum E; sit etiam tabulæ ac plani communis intersectio B C: ex D perpendicularis ipsi B C adiungatur D B, fiatque B C ipsi B D æqualis, & ex E per B & C rectæ duæ lineæ traiectæ in infinitum protrahantur: perspicuum est igitur per præcedentem propositionem, in altera earum, nempe E C, oculi locum existere, in altera verò E B punctum illud in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa procidit. Quare si hoc punctum incidentis perpendicularis datum sit, puta G, quod distantiam oculi indicat, ductâ A G parallelâ ipsi B C, erit G A ipsius oculi sublimitas postulata; si verò oculi altitudo detur, fiat ei æqualis C K, & ex K parallela ipsi E C producta cõstituatur K G ipsam E B producta secans in G, erit G oculi distantia, hoc est punctum in quod recta illa linea incidit quæ ab oculo in planum secundùm normam demittitur; quod fuerat postulatum. B C

PROPOSITIO CLV. PROBLEMA.

Dato oculo, inscriptaq́, tabulæ recta linea, aliam ei rectam lineam adiungere, quæ angulum cum ea efficiat dato angulo repræsentatione æqualem. D

SIT communis tabulæ & plani intersectio B C, & oculi distantia G, altitudo verò G A, deturque in tabula recta linea B D, cui adiungere oporteat alteram rectam lineam D C, quæ angulum cum ipsa efficiat dato angulo repræsentatione æqualem: designetur in tabula ipsius B D primitiua linea B E per consectarium propositionis 153. eique adiungatur E C angulum faciens dato angulo ipsi æqualem, quæ in tabulam transcripta per 151. cadat in C D: palàm igitur est ex ipsa constructione, angulum B D C angulo B E C secundùm aspectum æqualem esse. Cùm enim lineæ B D & D C lineis B E & E C aspectu respondeant, angulus B D C angulo B E C non modò æqualis, verùm etiam idem esse videbitur. E

Rursus quoniam K & L puncta sunt, in quibus ipsarum C E & B E parallelæ proiectæ conueniunt, nempe parallelæ ipsius C E in K, ipsius verò B E parallelæ in L per consectarium primum propositionis 139. perspicuè constat D K & E K in K congredientes primitiuas parallelas lineas repræsentare, atque eodem modo quæ ex D & E ad L porriguntur: igitur angulus K E L angulum quemdam aspectui exhibet angulo B D C æqualem. Nam is qui lateribus K E L continetur angulus, alicui respondet, cuius latera lateribus D C & D B sunt parallela, qui proinde ipsi quidem B E C reipsa æqualis erit, ipsi verò B D C sola repræsentatione. F

Ex

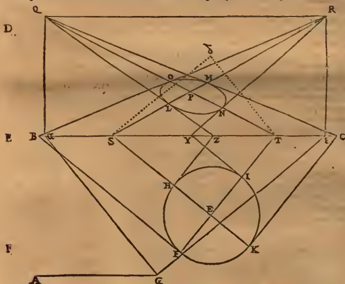
A Ex quo fit, vt si à quocumque puncto præter D in tabula accepto, puta E, ad K & L rectę destinentur lineæ, his contentum angulum primitiuum quemdam angulum repræsentare illi, quem angulus B D C aspectui exhibet reipsa æqualem. Cùm igitur B D C & B E C anguli æqualium angulorum sint proiecturæ, necesse est illos secundùm aspectum æquales inter se esse.

Hæc quæ de rectilineis figuris dicta sunt, licet pauca, satis tamen esse arbitror ad perfectam omnium cognitionem facilè assequendam: de curuilineis verò vt circulis, aliisque incerto ambitu comprehensis, quamuis non ita certæ leges sanciri queant, vt re- B *ctilinearum, id tamen vniuersè dici potest, earum figurationem ex rectilinearum figurarum designatione pendere. Sumptis enim in circumferentia circuli quotcumque punctis, si ea in tabula repræsententur, & per eorum proiecturas curua linea firma manu ducatur, habebitur in tabula ipsius circuli proiecta forma: & quò plura eiusmodi puncta in circuli peripheria accepta fuerint, eò certior erit proiecturæ designatio. Nunc circuli transcriptionem exemplo ostendamus.*

PROPOSITIO CLVI. PROBLEMA.

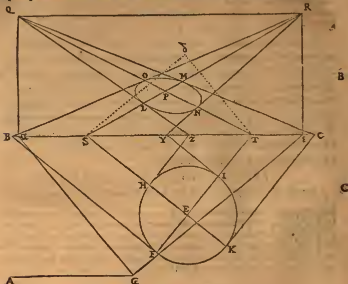
C *Datum circulum in obiecta tabula scenographicè repræsentare.*


Esto oculi altitudo A G, G verò punctum, in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa incidit, ipsius oculi distantiam repræsentans: esto item B C communis tabulæ & plani intersectio, darusque in plano circulus F H I K ex centro E ichnographicè decircinatus, quem in tabulam transferre secundùm datam oculi constitutionem oporteat. Ducantur per centrum E dimetientes F I & H K vtcumque, producanturque in S & T; ex G au-



tem ducantur G α & G ι, ita vt angulus G α T angulo E T α, & angulus G ι S angulo E S T sit æqualis; & ex α & ι perpendiculares excitentur α Q & ι R altitudine ipsius A G: dico Q & R puncta illa esse, ad quæ dimetientes F I & K H in tabulam proiectæ contendunt; totamque F T in T Q & K S in S R apparere. Cùm enim primitiuus circulus F H I K ad vitandos linearum concursus citra tabulam sit constitutus, qui vltra tabulam esse debuerat, finge

finge trianguli s δ t latera s δ & t δ, lateribus s e & t e singula singulis æqualia: erit ergo δ ipsius primitiui circuli centrum e in alteram tabulæ partem repansum, totumque A



B

C

triangulum s δ t toti triangulo s e t æquilaterum & æquiangulum per 8. primi Euclidis: est verò ex constructione angulus g α t angulo e t α æqualis: igitur & angulo δ t α angulus g α t est æqualis, ac proinde t δ ipsi α g parallela per 28. primi Euclidis: quocircà per 151. huius t δ seu quæ eadem est t e in t q spectatur: eodem verò modo ostendi poterit s e seu s δ in s r apparere: itaque q & r puncta illa sunt in quæ proiectæ dimetientes f i & k h secundùm datum aspectum incidunt: quapropter per 135. huius ceteræ omnes quæ ipsi f i reipsa sunt parallelæ, vt h z & k c, & reliquæ, in illis spectantur lineis, quæ à communibus tabulæ ac plani intersectionibus z & c ad punctum q porriguntur: vti parallelæ ipsi k h nempe f b & i y ac reliquæ, in lineis apparent b r & y r. D

Repertis ad hunc modum in tabula lineis quæ primitiuas repræsentant, per quarum mutuas intersectiones datus circulus incedit, perspicuè patet punctum l ipsius h, & o puncti f, m verò puncti k, denique n ipsius i proiecturas esse, per quæ proinde designata figura l o m n datum primitiuum circulum h f k i scenographicè repræsentat, cuius centrum in proiectura apparens p esse conuenit, in communi scilicet diametrorum l m & o n intersectione existens. E

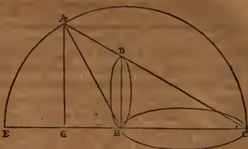
Quamuis proiectum circuli schema l o m n plurimùm sit ellipsis, vt propositione 66. libri quarti est demonstratum; tamen aliquando etiam circulus esse potest, cùm nimirum tabula conum opticum, cuius basis est spectatus in plano circulus, subcontranè secat, vt lemmate 28. ostendimus: igitur quo pacto id contingat pretium operæ est ostendere.

PROPOSITIO CLVII. PROBLEMA. F

Data oculi distantia, altitudinem ipsius definire, è qua datus in plano circulus in circulum scenograhicè proÿciatur.

DATVS sit circulus b c, distantiaque oculi b g; per g & circuli centrum recta agatur c g, à g verò recta excitetur g a subiecto plano perpendicularis, in qua locum oculo assignare oporteat, è quo circulus b c in erecta tabula vt circulus appareat. Fiat per 13. sexti Euclidis g a inter c g & c b proportione media: dico ex a datum circulum b c in erecta tabula vt circulum spectari. Intelligatur enim conus opticus ab oculo ad datum in plano circulum

A culum profusus, cuius triangulum per axem A B C, quod in eodem erit plano cum triangulo A G C, propterea quod G C recta sit linea; cumque A G ad subiectū planum recta sit, erit etiam per 18. vndecimi Euclid. triangulū ipsum A G C ad idem subiectum planum rectū: B sed tabula quoque recta est ad subiectum planum ex hypothesi: igitur B D subiecto plano est perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; quapropter A G & B D sunt inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis.



His ita comparatis, propositum concludemus hoc modo: Quoniam angulus A G C vtrique triangulo A G C & A B G communis est lateribus proportionalibus septus (est enim per constructionem reperta A G eam proportionem habens ad G C, quam habet C B G ad eamdem A G) erunt ipsa triangula æquiangula per 6. sexti Euclidis: est ergo angulus B A C angulo A C G æqualis: sed angulo B A G æqualis est angulus A B D per 29. primi Euclidis: igitur A C B angulus angulo quoque A B D est æqualis: est verò angulus B A C vtrique triangulo A B D & A C B communis: itaque & reliquus A D B reliquo A B C relinquitur æqualis, ipsaque triangula æquiangula, & similia; quocircà B D ipsius trianguli A B C subcontraria est sectio, quæ proinde figuram in tabula gignit primitiuæ B C similem, hoc est circulum, per 28. lemma huius libri.

ADDITIO.

D MEDIA autem proportionalis O A inter C G & G B compendio inuenietur ad hunc modum: Producta C G fiat G E æqualis ipsi G B, & circum E C velut diametrum semicirculus describetur qui G A secet in A: erit ergo per 2. lemma huius libri A G media proportionalis inter G E & G C: sed G E æqualis est posita ipsi G B: igitur A G inter G B & G C proportione media est, quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CLVIII. PROBLEMA.

Data oculi altitudine distantiam inuenire, vnde datus in plano circulus circuli instar in tabula appareat.

E SIT in superiore schemate A G oculi altitudo, datusque in plano circulus B C, oporteat verò distantiam inuenire B C, ita vt sublimis ei insistens oculus A propositum circulum in tabula erecta B D vt circulum videat: per 44. lemma huius inueniatur B G, quæ iuncta B C eam rationem habeat ad G A, quam eadem G A ad applicitam G B, factumque erit propositum. Nam per propositionem proximè antecedentem in ea data linearum proportione conus opticus A B C cuius basis datus circulus, à tabula secatur subcontrariè: igitur in sectione circulum gignit: quare B G distantia oculi est postulata.

F *Descriptis huc vsque figuris planis, haud erit difficile solidas formas quæ ex planis constant, in tabulam consignare. Hoc enim veræ scientiæ proprium est, vt cognitis principijs cetera velut consectaria nullo negotio inferantur. Neque verò propositum nobis fuit instrumentorum præsidio (quod Albertus Durerius, alijque fecerunt) figuras in tabula apparentes inuenire: sed ex ipsius Optices primoribus causis Geometricas praxes texere, ac velut imaginariè fabricando, loca in tabula reperire, in quæ puncta ac lineæ à quacumque primitiua figura siue plana siue solida transumptæ cadant. Quæcumque autem*

autem de corporum regularium ac irregularium proiectionibus Euclidis & Pappi elementis adiuti in medium afferre possemus, exempla potius sunt eorum quæ hactenus diximus, quàm noua huius scientiæ documenta. Quapropter ne circa ea, quàm par est, diutiùs immoremur, ijs prætermissis, vno dumtaxat corporeæ proiecturæ exemplo contenti, mox ad vmbrarum proiectiones progrediemur. Nobis enim satis atque abundè esse debet ea tradidisse, ex quibus hæc, ac cetera etiam omnia, quæ eiusdem sunt generis solo ingenij acumine colligi possunt. Cœptum ergo prosequendo ordinem, ostendamus quo pacto instituendæ sint solidorum corporum proiecturæ. A B

PROPOSITIO CLIX. PROBLEMA.

Datum Prisma octogonas habens bases secundùm datam oculi constitutionem scenographicè in tabulam transcribere.



ESTO vt suprà primarium punctum A, oculi vicem subiens, communisque tabulæ ac plani intersectio B C, datumque Prisma octangulas habens bases, quarũ ima ichnographicè descripta hîc notatur literis D E F G H I K L, in qua duo quidem latera sunt directa F G & L K; duoque transuersa D E & I H, reliqua autem obliqua. Vt ergo Prisma huic insistens basi in tabulam transferatur, primò basin ipsam transferre in tabulam oportet. Id verò quamuis per propositionem 152. commodè perfici possit, tamen quia succinctè admodum de planarum figurarum proiectionibus ea propositione est actum, spero haud ingratum Lectori fore, si huius octogoni productio ab origine hîc repetatur. C



D E F

Lineæ K L & G F vsque ad communem sectionem plani ac tabulæ B C producantur, sintq; congressionum puncta R & Q; ex D verò & E ipsis K R & G Q parallelæ ducantur D P & E S, quæ cum D I & E H rectas lineas efficiunt. Hæ omnes, quoniam directæ sunt lineæ, à communibus punctis R, P, S & Q ad primarium punctum A destinentur: igitur linea K L in R A, & G F in Q A; eodemq́ue modo I P in P A, & H S in S A spectantur per 130. propositionem libri huius: quocircà in hisce quatuor lineis R A, P A, S A & Q A, omnes

A nes totius octogoni prominentes anguli secundùm apparentiam existunt. Vno igitur illorum, puta D, in tabula reperto ad signum T per 151. vel 153. proposit. libri huius, ceteri nullo negotio inuenientur. Nam ductâ in primis T V ipsi B C parallelâ, erit T V ipsius D E proiectura, & V puncti E in tabula vicarium: deinde L D in O protensâ, & O δ per T actâ, erit T X apparens forma ipsius D L; ac eodem modo producta F E, (quæ nunc quidem fortè in idem punctum O incidit) actáque O γ per V, erit V Y proiectura ipsius E F: rursus protractis I K & H G in B & C, iunctísque B γ & C δ, erunt X Z & Z M primitiuarum L K & K I transumptæ formæ, vti Y N & N α ipsarum F G & G H: quare iuncta tandem M α, quæ ipsam I H repræsentabit, proiectum erit octogonum, ac numeris omnibus in tabu-
B la absolutum.

Qua in re hoc in primis apparet, transuersas D E & I H, in parallelas lineas T V & M α transcribi, quod propositione 131. necessarium esse ostendimus: deinde lineas directas L K & F G in lineis spectari X Z & Y N, quæ ad primarium punctum A diriguntur per 130. huius: denique ex obliquis eas quæ reipsa parallelæ sunt, vt D L & C H, itemque E F & K I, cùm in tabulam transcribuntur, ad vnum aliquod idemque punctum concurrere per 135. nimirum T X & N α ad punctum δ; V Y verò & Z M ad punctum γ: quæ quidem puncta δ & γ & in horizontali linea existunt per 141. (quòd videlicet Prismatis basis D H Horizonti æquilibris sit) & pari interuallo à puncto primario A distant, quòd scilicet D L & E F, itemque K I & G H æqualibus angulis à directis deflectant; quæ omnia ex
C dictis manifestam habent demonstrationem.

Descripta hunc in modum ima basi, suprema ex lineis quæ ab angulis infernæ basis ad perpendiculum excitantur, iisque quæ in δ, A & γ congrediuntur, peruestiganda erit. A puncto R, itemque à singulis proiectæ imæ basis angulis X, Z, M, α, N, Y, V & T rectæ excitentur subiecto plano perpendiculares, quæ omnes in tabulæ superficie parallelæ inter se erunt: fiatque R n veræ altitudini Prismatis æqualis, & n A iungatur: ergo perpendiculares ab X & Z excitatæ, cum n A concurrentes designant latus $\lambda\sigma$ summæ basis quod lateri X Z imæ basis eminet, ipsique repræsentatione & parallelum est & æquale: deinde ex δ per λ recta ducatur $\delta\epsilon$, quæ perpendicularem insistentem puncto T secet in ϵ: ex σ verò recta ducatur $\sigma\gamma$ perpendiculari M t occurrens in t: tum ex ϵ & t paralle-
D læ ipsi B C ducantur, quæ perpendicularibus ex V & α occurrant in m & u: ac rursus ab m ad γ, & ab u ad δ rectæ destinentur, quæ perpendiculares ex Y & N secent in θ & ρ: denique $\theta\rho$ iungatur: erit ergo descripta Prismatis summa basis, ac ipsum Prisma in tabulam consignatum, quod erat faciendum.

Ad hunc modum facilè quilibet ceteras omnes corporum formas in tabula describet: quare ne exemplis recensendis immoremur, vmbrarum proiectiones aggredimur.

DE
E
VMBRARVM SCENOGRAPHICIS PROIECTVRIS.

N ON *minùs vmbrarum, quàm ceterarum rerum proiectiones huic nostro instituto congruere videntur: siquidem quod non semel diximus, luminosum corpus instar oculi est, quodque ab eo profunditur lumen, velut opticus radius, id verò cùm in opacum impingit transitu prohibitum vmbram à tergo facit, ceu quamdam intuitus priuationem, quæ ad planum vsque*
F *protensa obscurum quemdam locum complet, qui diffuso circumcircà fulgore cingitur. Quare de vmbrarũ productionibus nonnulla ex Scenographices institutis proponenda sunt, quod & in superioribus proiectionum generibus fecimus, vt nosse quis possit, quorsum, & quousque à datis corporibus, luminíque obiectis, vmbrarum processus in subiecto plano protendantur. Id porrò in illis obseruari cupimus, vt lumen altiùs à plano subleuetur, quàm corpus propositum, vt scilicet tota in subiectum planum vmbra excipi possit. Nam siue demissius sit, siue in eadem sublimitate cum corpore vmbroso*

constitutum, semper in infinitum vmbra abscedit, vt cuilibet rem attentiùs conside- A
ranti patet: quamuis in his etiam casibus, ex ijs quæ dicemus, non sit futurum inuentu difficile, quantum sese vmbra hinc inde expandat.

PROPOSITIO CLX. THEOREMA.

Figura plana in subiectum parallelum planum similem sibi vmbram profundit. B

ESTO signum radiosum A, eique obiecta figura quæpiam plana, quæ nunc quidem circulus sit B C D, centrum habens L, cuius vmbra in parallelum planum consignata figuram reddat E F G: hanc dico circulum esse. Producatur enim A L in O, & L D, O G iungantur: quoniam parallela plana B C D & E F G secantur plano A O G, erunt communes illorum sectiones L D & O G inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur æquiangula sunt A L D & A O G triangula per 4. lemma libri quinti: quapropter per 4. sexti Euclidis, vt A L ad A O, sic se habet L D ad O G. Eodem verò modo ostendi potest vt A L ad A O, ita esse L C ad O F: itaque per 11. quinti Euclidis vt L D ad O G, ita L C ad O F; & alterna ratione per 16. quint Euclidis, vt L D ad L C, ita O G ad O F: sed L D & L C sunt inter se æquales per circuli definitionem: sunt ergo & O G, O F inter se æquales. Cumque eadem sit demonstrandi ratio in ceteris, quæ ex O ad proiectæ vmbræ peripheriam educuntur, sequitur per circuli definitionem vmbram quoque parallelo plano exceptam circularem esse; quod demonstrasse oportuit. C D

Sit deinde figura, quæ de se vmbram fundit, rectilinea B C D, tribus constans lateribus B C, C D & D B: quoniam his parallela sunt E F, F G & G E per 16. vndecimi Euclidis proxime citatam, erunt & hæc illis proportionalia per 4. sexti Euclidis, ob triangulorum quæ ad verticem A terminantur similitudinem: sunt verò & anguli vnius, alterius angulis pares per 10. vndecimi Euclidis: igitur per 1. definitionem libri 6. Euclidis figura E F G figuræ B C D similis est: at eadem est demonstrandi forma in ceteris figuris rectilineis: palàm igitur, vmbram à figura plana in parallelum planum transfusam primitiuæ figuræ similem esse; quod erat probandum.

PROPOSITIO CLXI. THEOREMA. E

Possibile est à figura non æquilatera in planum non parallelum vmbram proijci æquilateram.

DEMONSTRAT hoc Franciscus Maurolycus in suis Photismis postumis theoremate 9. in hunc modum: Construatur pyramis æquilateram habens basin, seceturque pyramis plano quopiam ad basin obliquo: erit ergo hæc sectio nequaquam æquilatera: quocircà si in summo pyramidis fastigio luminosum signum constituatur, & ab obliqua sectione, in subiectam basin vmbra profundi intelligatur, perspicuum relinquitur proiectæ vmbræ formam æquilateram esse, quòd basi exactè congruat. F

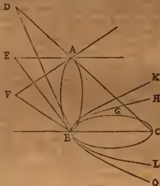
Hac sanè ratione fieri omnino potest, vt non modò triangulum isosceles, verùm etiam scalenum in triangulum isopleuron transcribatur; item vt quadrangulum altera parte longius, & rhombus, rhomboidesque schema, necnon trapezium, cuiuscumque tandem sit generis, in quadratum quod æquis lateribus atque angulis constet, commutetur: si nimirum radiosæ pyramidis sectio ita institui intelligatur, vt illi sit similis, quæ in pyramide basin habente æquilateram accidere potest.

A

PROPOSITIO CLXII. THEOREMA.

Circuli vmbra plano obliquo excepta est vel circulus, vel Ellipsis, vel Parabola, vel Hyperbole.

HOc in primis constat, luminis radium à signo luminoso per circuli ambitum transfusum efficere coni superficiem, cui circulus illustratus ceu basis subtenditur, conumque absoluit. Hic ergo conus si plano secetur subcontrario, erit eius & coni communis sectio, in quam scilicet vmbra cadit,
B
circulus, per 28. lemma huius libri: si verò plano secetur non subcontrario, quod tamen vtrumque coni latus secet, erit vmbra hoc plano excepta Ellipsis per 13. primi Conicorũ Apollonij: si autem planum in quod vmbra profunditur, alterum tantùm coni latus secet, alteri verò sit parallelum, Parabolam gignet apparens vmbra; vt patet ex 11. primi Conicorũ Apollonij: denique si planum vtrumque coni latus non secet, nec sit alteri lateri parallelum per 12. primi Conicorum Apollonij, hyperbolicam
C
vmbram producet.

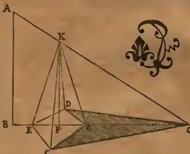


Ex his colligi potest; si circulus A B plano cuipiam B C ad normam insistat, sitque luminosum signum D sublimiori loco quàm circulus constitutum, fieri posse vt B G C vmbra in planum proiecta sit circulus, si nimirum A B & B C conum D B C subcontrariè secent; sin autem, Ellipsin esse; rursus si luminosum E in eadem fuerit cum circulo altitudine, ita vt parallelæ inter se sint A E &
D
D B C, vmbram H B L Parabolam esse: denique si luminosum F puncto A humilius sit, vmbram K B O esse Hyperbolem: quæ omnia ex coni sectionibus perspicua sunt.

PROPOSITIO CLXIII. PROBLEMA.

Dato lumine, vmbram pyramidis, cuius basis in subiecto sit plano, inuestigare.

SIT datum lumen A, eiusque à plano sublimitas A B normæ beneficio accepta; sitque data pyramis C D K, cuius basis C D in subiecto sit
E
plano, vertex autem K sublimè erectus: oporteat verò pyramidis vmbram in subiecto plano designare. A puncto K perpendicularis in subiectum planum demittatur K F per 11. vndecimi Euclidis; perque F & K rectæ ducantur B F & A K, quæ protractæ conueniant in O:
F
erit ergo O puncti K vmbra: at punctorum C & D vmbræ in ipsis sunt C & D punctis, quòd hæc in subiecto sint plano; ideoque pyramidi planoque communia: igitur iunctis C O & D O, erit locus, qui lateribus C G D O continetur, opacus; qui erat inuestigandus.



 A

PROPOSITIO CLXIV. PROBLEMA.

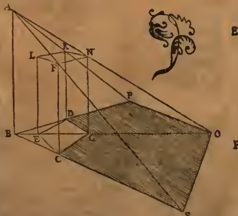
Dato lumine, profusam à cono recto umbram in subiecto plano definire.

ESTO vt suprà lumen A; B verò locus, in quem perpendicularis à lumine in planum demissa procidit, luminis sublimitatem repræsentans: sit præterea datus conus, cuius basis C G D in subiecto existat plano, vertex autem K sublimis; oporteatque coni vmbram in plano definire: ex K in subiectum planum perpendicularis demittatur K F, & per F ex B recta agatur ad partem F infinité prorracta; à lumine autem A per coni verticem K rectus profusus radius cum BF producta cõueniat in O: denique ab O duæ rectæ lineæ ducantur, B C quæ coni basin contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: dico spatium C G D O opacum esse. Ductis enim K C & K D, perspicuum est coni superficiem excepta basi in duas partes diffecari, eamque quæ lumine perfunditur CEDK ab illa quæ in opaco est CGDK, triangulo dirimi quod sectio C K D progignit: igitur C O vmbra est lineæ C K, & D O ipsius D K vmbra: quocircà tota coni vmbra in planum proiecta lineis C O & D O, itemque circulatis perimetri portione C G D continetur; quæ erat definienda.

PROPOSITIO CLXV. PROBLEMA.

Dato lumine recti Prismatis umbram in subiecto plano inuenire. D

SIT iterùm lumen A, eiusque à plano sublimitas A B, & B punctum illud, in quod perpendicularis à lumine demissa incidit: sit denique datum Prisma C K rectangula habens latera, basesque quadrangulas, quarum ima in subiectu sit plano, & Prisma secundum normam constitutum: oporteat verò in subiecto plano dati Prismatis vmbram inuenire. A puncto B per puncta C, G & D imæ basis rectæ eijciantur B C, B G & B D, quæ infinite producantur; atque à puncto A per puncta F, N & K summæ basis radij procidant, qui producti cum illis quæ ex B lineis congrediantur ad signa S, O & P; concurrent autem per lemma 14. libri 5. quoniam lumen A altiùs quàm Prisma supra planum eminet, maiorque proinde est parallelis est A B quam F C, vel G N, vel K D. Iunctis itaque C S, S O, O P & P D, erit qui his lineis continetur plani locus opacus: nam cùm C F in ipso sit A B S triangulo, erit eius portio C F S lumine destituta, obsistente eius profluentiæ linea C F; sic & portiones D K P & G N O; vti ergo C F in C S, & D K in D P: ita F N & N K in S O & O P vmbram



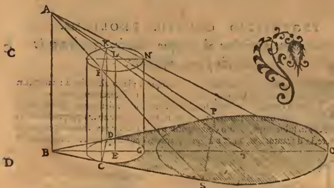
A vmbram profundant; quocircà Prismatis vmbra plano excepta vna quidem parte Prismatis soliditate, altera verò lineis C S, S O, O P & P D terminatur, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO CLXVI. PROBLEMA.

Dato lumine, datóque cylindro recto, cuius basis in subiecto sit plano, eum plani locum, in quem vmbra cylindri incidit, determinare.

B IDEM quod suprà repositum sit lumen A, eiusque altitudo à subiecto plano vt suprà A B; sit præterea datus cylindrus rectus C K, cuius ima basis C G D in subiecto sit plano: oporteat verò in plano locum illum designare, qui lumine destituitur obiectà cylindri crassitie. A puncto B rectæ ducantur B C & B D, quæ peripheriam imæ basis contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: ex C verò & D aliæ duæ excitentur C F & D K axi cylindri E L parallelæ, quæ

C



D

proinde vti & axis B L ad subiectum planum rectæ erunt per 8. vndecimi Euclidis: denique à puncto A radij per F, K & N procidant qui eum B C, B D & B G protractis conueniant ad signa S, P & O: perspicuum est igitur vmbræ terminum per puncta C, S, O, P, D incedere. Itaque si per S, O & P circuli peripheria describatur, hæc vna cum rectis C S & D P lineis, eaque imæ basis portione, quæ litteris C G D notatur, vniuersum vmbræ locum comprehendet. Quòd autem S O P portio sit circularis perimetri ex 4. primi Co-

E nicorum Apollonij, & ex propositione 160. huius libri patet. Luminosa namque superficies, quæ à puncto A ceu vertice ad basin F N K pertinet, si producatur, altero plano secabitur S O P ipsi F N K parallelo. Quare per iam citatam 4. primi Conicorum Apollonij & 160. huius vtraque sectio similem figuram exhibebit: est verò F N K circulus: igitur & S O P circulus erit. Quare sufficiet ex A per L supremæ basis centrum rectam lineam ducere quæ cadat in T, & centro T, interuallo autem T O circulum describere S O P. ex quo constat propositi cylindri vmbram duabus circulorum portionibus C G D & S O P, ac duabus præterea rectis lineis C S & D P contineri.

PROPOSITIO CLXVII. PROBLEMA.

F *Dato lumine, vmbram obliqui coni reperire, cuius basis in subiecto sit plano.*

OBLIQVVS iam sit is qui lumini obijcitur conus, vt C G D K, lumenque vt suprà A, ac eius altitudo à subiecto plano A B; non erit absimilis proiectæ vmbræ inuestigatio ab illa, quam propositione 164. in cono recto explicauimus. Demissa enim à vertice coni K in subiectum planum perpendiculari K P, productaque B P donec promisso à luminari A per K verticem coni radio occurrat in O, duæ rectæ lineæ ab O ducantur, quæ coni basin contin-

contingant in C & D per 17. tertij Euclidis, factumque erit quod postulatur. Nam lineæ C K vmbra est C O, & D O vmbra lineæ D K, quòd nimirum verticis K vmbra in O procidat: est verò ea basis pars, quæ tangentibus O C & O D continetur, in opaco: igitur locus C G D O vmbrosus est. A

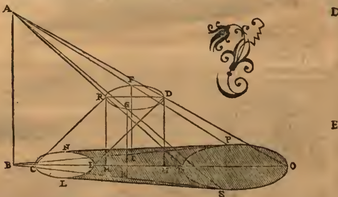


Eadem porrò ratio erit obliquæ pyramidis: inuenta siquidem, vt iam iam ostensum est, verticis vmbra, ab ea ad prominentes hinc inde basis angulos rectæ ducantur, eritque locus plani his comprehensus opacus, qui postulatur. B

PROPOSITIO CLXVIII. PROBLEMA.

Lumine dato profusam ab obliquo cylindro vmbram in subiecto plano designare. C

SIT sursùs expositum lumen A, eiusque à plano altitudo A B: sit etiam obliquus cylindrus C D, cuius ima basis C E in subiecto sit plano: oporteat verò cylindri vmbram in planum transfusam designare: sumantur in summa basi tria puncta vtcumque D, F & G, atque ab his perpendiculares in subiectum planum demittantur D H, F I & G K: ex B autem per puncta H, I & K, rectæ ducantur B H, B I & B K, quæ quantum opus est productæ cum radijs ab D



E

A per D, F & G procidentibus congrediantur in O, P & S: dico si per O, P & S portio circularis perimetri decircinetur, hac vmbram summæ basis in plano terminari. Nam cùm summa basis parallela sit subiecto plano, erit per 4. primi Conicorum Apollonij, & per 160. huius vtraque coni luminosi sectio G N F & S O P similis: at G D F circulus est: igitur & S O P circulus erit: quocircà si per 17. tertij Euclidis rectæ ducantur S L & P N, quæ imam cylindri basin contingant in L & N, erit is plani locus, qui duabus rectis lineis S L & P N, ac duabus prætereà circulorum portionibus L E N & S O P continetur, opacus. F

In Prismate obliquo, cuius ima basis in subiecto sit plano, eadem ratio & praxis obseruanda erit. Inuentis enim, vt iam sæpè dictum est, & præcipuè propositione 165. vmbris, quæ ab angulis supremæ basis in subiecto plano proueniunt, si ab his ad angulos

imæ

A imæ basis, qui superioribus respondent rectæ lineæ protendantur, repertus erit vmbrosus plani locus, qui postulabatur.

PROPOSITIO CLXIX. PROBLEMA.

Dato lumine, corporis in sublimi pendentis vmbram in plano describere.

ESTO iterùm lumen A vt suprà, eiusque altitudo A B, expositaque in sublimi pyramis C D E K, cuius vmbrâ in subiecto plano describere oporteat. Ab extremitatibus, quæ quidem lumini obijciuntur, vt sunt C, D & K, perpendiculares in subiectum planum demittantur C G, D H & K F; perque incidentiæ puncta rectæ ducantur lineæ B G, B H & B F, quæ protractæ, radijs ab A per C, D & K emissis occurrât in S, O & P. Quoniam igitur S puncti C, & P ipsius D, O denique verticis K vmbra est, iunctis S O, S P & P O, patet locum plani vmbrosum figura S O P contineri: nam S O ipsius C K, & P O ipsius D K, S P denique ipsius C D est proiectura. Ab E K autem nulla vmbra extra spatium S O P effunditur, quòd ipsa sit in opaco: igitur totius pyramidis vmbra in planum recepta lateribus S O P comprehenditur.

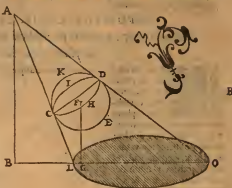
Simili modo Prismatum, Conorum, ac Cylindrorum sublimium vmbræ in plano reperientur: omnibus enim id commune est, aliquot priùs punctorum vmbras inuestigandas esse, ac posteà per proiecta in planum puncta lineas vel rectas, vel curuas ducendas, quæ vmbrosum locum comprehendant. Hæc quamuis abundè dicta sufficiant de vmbrarum proiecturis: placet tamen claritatis gratia etiam sphæræ vmbram attexere.

PROPOSITIO CLXX. PROBLEMA.

Sphæra vmbram, dato lumine, in planum consignare.

RESTITVTO lumine A, eiusque altitudine A B, ac datâ sphęrâ in sublimi C D E, eius vmbram in subiectum planum consignare propositũ sit. Quoniam ex 50. libri quinti constat sphæræ partem illustratam circulo contineri, finge à luminoso A radiosam quamdam superficiê ad sphæram produci, quæ ipsam vndique ambiat, tangatq; in circulo C H D I qui partem illustratam ab opaca dirimit. Quæ igitur ad hunc circulum pertinet radiosa superficies ab A profusa, conum facit, cuius basis sit idem diremptor circulus C H D I, vertex autem luminare A: hic verò

luminosus conus longiùs productus, dum plano occurrit, sectionem ostendit, quæ A quidem & ipsa circulus erit, si quæ à luminoso A in subiectum planum perpendicularis procidit, centrum sphæræ pertranseat; sin autem, vel Ellipsin gignit, si nimirum luminare A quàm sphæra altius fuerit, vt in præsenti designatione; vel Parabolam, si luminare A eâdem cum sphæræ fastigio altitudinem habuerit; si denique demissius fuerit, Hyperbolen: quæ omnia ex Conicis Apollonij, & propofit. 162. huius libri perspicuè patent. Vt autem hæ sectiones in subiecto plano inueniatur, recta è sphæræ centro F demittatur F G subiecto plano perpendicularis per 11. vndecimi Euclidis, iunctaque B G producatur in O. C



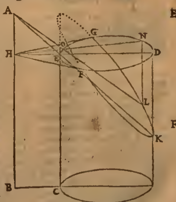
Porrò cùm A B & F G sint subiecto plano perpendiculares, erunt ipsæ inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Quare B O, quæ vtramque secat, in eodem erit cum ipsis plano per 7. vndecimi Euclidis, & planum quod per A B O extenditur sphæram per centrum secat. Sit ergo eius & sphæræ communis intersectio circulus maximus C K D E per 6. primi Sphæricorum Theodosij, per cuius contactum D recta agatur A D per 17. tertij Euclidis, producaturque donec cum B G etiam producta conueniat ad signum O, (conueniet autem, quoniam ambæ A O & B O in eodem sunt plano, & angulos faciunt B A O & A B O duobus rectis minores.) itaque triangulum A B O ad rectos angulos secans circulum C H D I, qui partem luminosam ab opaca distinguit, & bifariàm ipsum secabit per 13. primi Sphæricorum Theodosij: quocircà C D, communis scilicet vtriusquè sectio, circuli C H D I dimetiés est, per cuius extremitates profusi luminosi radij dum plano D occurrunt ad signa O & L lineæ B O, maximam vmbræ dimetientem exhibent L O ex qua per ea quę lẽmate 22. huius sunt demonstrata, facilè vmbrosi loci perimetrus inuenietur, si nimirũ data coni sectio, vt eo loci docuimus, in propria forma descripta exhibeatur.

PROPOSITIO CLXXI. PROBLEMA.

Dato lumine, datoq; cylindro recto, vmbram à basis ambitu profusam, caua cylindri superficiei inscribere.



SIT datum lumen A, eiusque altitudo A B; cylindrus autem C D basin habens sublimem E F D G, à cuius ambitu F E G profusam vmbram in caua cylindri superficie designare oporteat. Per centrum basis recta agatur linea D E, quæ producta lineam A B secet in H: ab H verò duæ excitentur rectæ lineæ H F & H G, quæ basin contingant in F & G per 17. tertij Euclidis. His ita constitutis, perspicuum in primis est per lemmation ad propofit. 115. libri 4. demonstratum, radios A F & A G cylindrum quoque in F & G contingere. Quare caua basis portio F E G in opaco est, ab eaque sola in cauam cylindri superficiem vmbra proijcitur: reliqua autem à lumine radios suscipit, vmbramque extra cylindrum effundit. Deinde si cuiuslibet puncti, puta E, in peripheria F E G dati vmbra in caua cylindri parte expetitur, ea inuenietur hoc modo: A puncto H per



E

F

A H per E recta agatur H E, quæ in alteram cylindri partem producta incidat in punctum D, & à D recta per cylindri superficiem ducatur D K axi parallela, radiusque ab A per E procidat A E: hic sanè productus concurret cum D K, propterea quòd O K & A B parallelæ sint, ideoque in eodem cum D H plano per 7. vndecimi Euclidis: at A K in eodem est plano, in quo A B & D H: igitur & cum D K in eodem est plano: quocircà A K cùm secet alteram parallelarum A B, producta secabit & reliquam D K per 10. lemma libri 4. Sit verò sectionis punctum K: patet igitur K puncti E vmbram esse. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti vmbra inuenietur: vt si puncti O vmbra postuletur, ab H per O recta ducenda erit H N; ab N verò parallela axi cylindri demittenda N L, quæ proinde B & ipsi A B parallela erit: deinde per O radius ab A eijciendus, qui cum N L concurrat in L (concurret autem ob eamdem iam dictam causam) itaque L vmbra erit puncti O dati, quæ postulabatur. Quæ ratio si in ceteris punctis peripheriæ F E G obseruata fuerit, tandem tota vmbra in cylindri cauitate descripta habebitur F K L G, quod fecisse oportuit.

Porrò obseruandum hoc loco est, vmbram in caua cylindri superficie descriptam, Ellipseos peripheriam esse: omnium enim punctorum, quæ in portione basis F E G existunt, vmbræ in idem planum incidunt, quod cùm obliquè cylindrum secet, Ellipsin in sectione exhibet.

PROPOSITIO CLXXII. PROBLEMA.

C *Dato lumine, profusam ab hemisphærij ambitu vmbram in caua ipsius superficie adnotare.*


SIT vt suprà lumen A, datumque hemisphærium C G D, cuius sectio circulus C E D F, à quo profusam vmbram in caua hemisphærij superficie inuestigare oporteat. A corpore luminoso A perpendicularis in planum circuli C E D F productum demittatur A B per 11. vndecimi Euclidis, & ex B ducantur B E & B F, quæ circulum C E D F contingant in E & F per 17. tertij Euclidis: erit ergo E C F ea circuli portio quæ lumini D proximè obiecta in cauum hemisphærij vmbram profundit: quare punctum in peripheria E C F assumatur quodcumque, puta C, atque ex B per C recta traijciatur B C, quæ in oppositam E hemisphærij parté protendatur ad signum D, perque C & D circulus describatur C G D, cuius diametrus sit C D,



immobili scilicet pede circini in peripheria C F D vel C E D constituto, eo loci, vbi ea secatur bifariàm: ac tandem radius ab A per C in circulum C G D cadat: hic inquam puncti C vmbram in G exhibebit. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti, exempli gratia O, vmbra inuenietur, si ex B per O recta educatur B N, sectoque arcu O F N bifariàm, in F medio diuisionis signo pes circini immobilis defigatur, & altero pede circumacto circulus decircinetur O L N: ad extremum autem radius ab A per O decidat, qui puncti O vmbram proijciat in L; atque ita fiat in ceteris.

Cùm verò ea quæ ab hemisphærij ambitu in cauam superficiem profunditur vmbra sit sphæræ sectio, patet eam circulum esse: quare repertis tribus eius punctis E, G & F, si circulus per ea describatur, factum erit propositum.

DE

 A

DE SCENIS.

SCENARVM repræſentatio non minimam partem ſuſceptæ contemplationis ſibi vindicat: à ſcenis namque velut à præcipua huius ſcientiæ materia, Scenographices nomen acceptum eſt. Cùm verò lineis planiſque ſuperficiebus, ac ſolidis partibus, luminibus item vmbriſque variè compoſitis, ſcenæ effingi ſoleant, hæcq́; abundè ſint pertractata, ſuperuacaneum meritò videbitur plura addere: ſiquidem quæcumque in ſcenis repræſentandis neceſſarię ſunt praxes, ex ſuperioribus propoſitionibus tamquam ex communibus principijs de- B
ſumi poſſunt. Verùm ne ieiunè nimis explicatum hoc caput, vel etiam omnino prætermiſſum eſſe videatur, pauca quædā huic operi corotudis loco ſummatim adiungemus.

In primis in omni ſcenarum repræſentatione data communi ſectione plani ac tabulæ, mox primarium punctum eſt conſtituendum ſecundùm datam oculi altitudinem: huc enim omnes directæ lineæ, ſiue in horizontalibus ſiue in directis ſint planis, porriguntur; quod in porticibus animaduertere licet, cùm eas non ex aduerſo, ſed ſecundùm longitudinem inſpicimus: tum enim omnium columnarum ſummitates, capitulorumq́ue ac baſium, necnon epiſtyliorum, & coronicum directiones ad primarium punctum, quod oculi loco eſt, contendunt. Huc etiam communes illæ lineæ pertinent quibus pauimenta ac tabulata, & quæcumque demum ad Horizontis libramentum conſtituta C
ſunt, directis parietibus committuntur.

Deinde cùm plurimum momenti in oculi altitudine poſitum ſit, non parui ingenij erit opera, quo loco primarium punctum aptè collocetur; altè, an demiſſè, an medio loco? Hinc verò omnem cernendi modum in Opticam, Anopticam, & Catopticam diſtributum legimus, vt eſt apud Cælium Rhodiginum lib. 15. cap. 4. qui Opticam vocauit illam videndi rationem, qua aciem directè in Horizontem intendimus; Anopticam verò illam qua ſuſpectamus; Catopticam denique illam qua deſpectamus.

Ergo cùm hiſtoria quæ repræſentari in plano poſtulatur, in illa eſt ſuperficie quæ per oculum & Horizontem ducitur, ſcenæ deſcriptio ex Optica eſt inſtituenda; cùm verò hiſtoria ſupra oculi lineam eminet, ex Anoptica; ex Catoptica denique, cùm hiſtoria D
oculi linea inferior eſt. Anopticæ vſus eſt in iis rebus deſignandis, quæ vel in montibus, vel in ſublimi æthere, vel in ſuperioribus domorum contignationibus exiſtunt: has enim ſuſpectando ab imo intuemur. Catoptica verò res illas exhibet quæ in vallibus, aut ſub terra, aliiſve inferioribus locis ſunt, cùm nos eas è ſuperioribus locis deſpectamus. Quæ autem medio loco ſunt conſtituta, ad Opticam pertinent: in qua duplex iterùm diſcrimen reperitur. Aut enim oculi altitudo humanam ſtaturam exæquat, aut ab ea ſuperatur: ſi exæquat, perſpicuum eſt omnium erectorum hominum capita in eam rectam lineam quæ Horizontis proiectura eſt, incidere oportere: ſi verò inferior eſt oculus, altiores videbuntur homines propinqui remotioribus. Hunc verò modum quo hiſtoriæ è medio loco inter elatum & depreſſum ſpectantur, probari à peritioribus atque E
etiam vſurpari animaduerto, quibus calculum adiicio, quòd plurimum ſupra humanam altitudinem pictæ tabulæ collocari ſoleant.

Ex his omnibus Scenographicarum proiectionum modis quamuis nullus ſuapte natura ceteris præſtantior ſit, ſed perfecti omnes, ſi ex artis præſcripto inſtituantur; tamen pro locorum diuerſitate in quibus ſtatuuntur, vel è quibus ſpectantur, fit ex accidenti, vt non æquè intuentium oculis placeant: nam ſi immiſſum lumen ex ea parte proueniat qua depictę ſunt vmbrę, imago oculos offendet, cùm neceſſe ſit vmbras lumini aduerſas eſſe: ruſus ſi facta ſecundùm Catopticam imago ex inferiore loco videnda proponatur, non eam oſtendit venuſtatem, quam ſi è ſuperiore loco conſpiciatur; atque eodem modo quæ ſecundùm Anopricam facta eſt, ſi ex alto deſpiciatur, minùs ap- F
paret perfecta: tum verò pictura intuentium oculis facit ſatis, cùm eum ſitum habet ſecundùm quem eius deſignatio eſt inſtituta. Similis fallacia contingit, cùm ex obliquo aſpicitur id quod ex directo intuitu eſt deformatum. Vnde videre licet imagines quaſdam ſecundùm lateralem ſeu obliquum aſpectum deſignatas, quæ ex aduerſo quidem ſpectatæ nihil repræſentant, at ex obliquo viſæ, radio per exile foramen tranſmiſſo ne extra regionem primæ inſtitutionis vagetur, rem propria ac naturali forma exhibent.

Tametſi planæ imagines numquam perfectiùs appareant quàm cùm ex præſtituta oculi diſtantia atque altitudine videntur, tamen non quantum à proprio loco oculus intuentis

A Intuentis dimouetur, tantum expressa imago à veri similitudine aberrat. Nam nisi ad perpendicularem tabulæ respectum proximè accedas, quocumq. te vertas, eadem semper rei pictæ dispositio ac partium responsus sese offert: quod sanè fit occulta quadam vi ac proprietate, quam explicare est perdifficile. Vnde etiam illa reperta est ratio, qua humanus vultus ita exprimitur, vt intuentem, quocumque loco steterit, defixa semper acie contueatur, haud secùs ac si mobiles imago haberet oculos, quos ad omnem locum, quò se spectator conuertit, propria virtute circumferat: id verò tum euenire necesse est, cùm pictor se intuentem humanum vultum ad viuum imitatur: ita siquidem expressa effigies oculis sequi intuentem quocumque videtur.

B Vti prima præcipuaque cura in scenarum descriptionibus circa principale punctum versari debet, ita secunda in constituendis punctis secundariis ad quæ obliquæ lineæ contendunt, est collocanda. Nihil enim ad hanc artem tantum præsidij adfert, quantum ea puncta ad quæ parallelæ omnes lineæ se recipiunt. Nam quæcumque rectis lineis continentur, vt ædes, peristylia, atque horum partes, sine punctorum illorum cognitione in planitiem extendi scenographicè non possunt. De his porrò consulenda est propositio 141 huius libri & sequentes; ex quibus liquidò constat, obliquas omnes lineas in quibuscumque planis existant, præter aduersum, ad secundarium quodpiam punctum ducendas esse.

Rursus circularibus formis in tabulam transcribendis adiumento erit propositio 156. C huius libri, vti etiam ea quæ de coni sectionibus tum hoc libro, tum libro quarto sæpe à nobis proposita sunt ac demonstrata: siquidem conus est is qui à circulo directè vel obliquè proposito ad oculum distenditur radius; hic igitur qua tabulam in transitu inuadit, figuram exhibet ex coni sectione ortam, quam proinde in tabula descriptam necesse est primitiuo circulo respondere.

Denique ceteræ curuæ lineæ quæ nulla certa lege constant, nulla etiam definita arte in tabulis repræsentari possunt, vt non semel monuimus: quare designatis primùm in tabula quotcumque punctis per quæ ex necessitate incedunt, sinuosæ quædam lineæ firma manu ducendæ sunt, quæ primitiuis, si non verissimè, certè vero proximè congruant.

D Hucusque ea quæ ad Graphidin spectant; cetera ad Pictoriam pertinent, quæ factis designationibus lumen vmbrasque adhibet, ac subinde etiam proprios cuiusque rei colores. Cùm verò, vti initio diximus, ea omnia quæ in scenarum descriptionibus vsu venire solent, vel rectæ sint lineæ, vel circuli, vel obtorti sinus nulla certa lege curuati, sintque iam horum omnium explicatæ rationes, perspicuum est nulla alia te opus esse ad propositas scenas hoc proiectionis genere explanandas.

Igitur vt lumina in proiectas iam formas aptè ducantur, primò id admonendum censeo, in quo plurimos video halucinari, aliter à lucernis, aliter à sole effusos radios luminis admitti; non vno item modo illustrari ea quæ in aperto sunt aëre, & quæ fenestris obiiciuntur in concluso; alia denique ratione à pluribus luminaribus, alia ab vno lumen E suscipi. Nam quæ à lucernis, aut suscepto per fenestras lumine in concluso illustrantur, secundùm Scenographicen sic exprimi debent, vt lumine quidem parciùs, vmbris verò vberiùs perfundantur: quæ autem directos solis radios admittunt, orthographicè sunt designanda: ita vt parallelis radiis ex æquo lumen vmbramque descriptæ formæ participent. Denique quæ in aperto sunt aëre pari vndique lumine circumfusa exhiberi debent, vtpote quæ omni propemodum parte vmbram excludunt.

Hoc prætereà sedulò est adnotandum quod ad Opticen spectat, si pictura in pictura exhibenda sit, non secundùm eum intuitum quo antè facta est, illam designari oportere, sed vt in præsenti aspicitur: qua in re pictores plurimi haud vulgares, at rerum opticarum imperiti fœdè labuntur, cùm nimirum eis sancti Lucæ argumentum proponitur F Dei matrem cum Iesu filio in tabula exprimentis: ij namque expressam à S. Luca Virginis effigiem ita transcribunt, quemadmodum à S. Luca Virgo cum puero cernebatur, cùm potiùs secundùm proprium aspectum eam repræsentare debuissent: siquidem Virginis simulachrum quod sancto Lucæ ectypum erat, ipsis archetypum est, eo proinde situ exprimendum quo aspectui ipsorum offertur.

Quæ toto hoc proiectionis genere tradita sunt, de æquabili plano sunt intelligenda: fiunt verò in quibusdam etiam infractis planis laboriosæ potius quàm ingeniosæ designationes, quarum ratio ex Optices principiis constat.

Eiusmodi in primis ex sunt quæ in sulcatis tabulis exhibentur: spectatæ namque ex vno

vno latere vnam reddunt imaginem, ex alio autem aliam, quod mirum planè iis videtur qui nihil eiusmodi vnquam sunt experti, & causam mutatæ apparentiæ ignorant; ita profectò in ceteris naturæ effectis rei insulentia & causæ ignoratio admirationem pariunt. Res autem sic se habet: Lignea tabula sulcis perpetuis sibiq; cohærentibus excauatur, atque in porcarum lateribus hinc vnum, inde aliud simulachrum propriis lineamentis coloribusque exprimitur, sic vt qui tabulam obliquè intueantur, ab vno latere vnam, ab altero aliam videant imaginem. A

Si porrò ducti iam sulci aliis transuersim incidantur, atque in horum rursus parte ima vna imago, in summa alia depingatur, ac supra tabulam speculum pronum dependeat, vnde ad intuentis oculos forma redeat, quatuor videre licebit imagines, tres quidem recto aspectu, quartam verò à speculo repercussam. B

Simile quiddam in porticibus videre licet, cùm columnarum scapis figuræ quædam sic inscribuntur, vt omnium lineamenta simul ex obliquo spectata perfectam quamdam imaginem oculis reddant; è directo autem nullius rei speciem præ se ferant. Quo genere practici quidam homines simpliciorum oculos perstringunt, ac summa admiratione captos tenent: fieri namque haud posse credunt, vt certo oculi situ imago quædam appareat, quæ nusquam in rebus existit.

Denique huius quoque generis sunt designationes illæ, quæ in cameris fornicatisque testudinibus ostentationis causa figurari solent ad fallendum aspectum comparatæ. Fit enim vt cùm ea loca multis angulis intracta sint, planisque constent è quibus alia antrorsum prouolant, alia introrsum recedunt, in latera alia obliquantur, formæ quoque ipsæ ex vno dumtaxat aliquo loco perfectè videantur, quem vbi mutas, ob diuersum partium adspectum incondita colorum atque linearum permixtio visui sese offert. Quare qui eiusmodi opus faciunt certo loco constituti, oculoque immoto, rudem primùm formæ delineationem imprimunt oblongi radij beneficio, cuius extremitati hæreat adstrictus carbo; vel certè noctu lucernam in oculi vicem substituunt, eiq; formam, quam describere moliuntur, minore modulo efformatam obijciunt eo situ atque interuallo, vt vmbra illius in oppositam testudinem profundatur; hanc proinde vt fortè in varia loca incidit carbone designant, ac tandem perfectæ designationi colores inducunt. C

His infiniti alij adijci possent huius scientiæ effectus, quos tamquam naturæ miracula imperitum vulgus admirari solet; sed quia eorum omnium rationes & causæ abundè sunt explicatæ, libenter eius generis ludicra agyrtis relinquimus, quorum hoc proprium est institutum, vt popularis auræ ac lucri gratia vanis præstigiis ignorantium hominum oculos ludificent. Tu verò amice Lector, iis quæ ad veram scientiam Optices illustrandam hoc volumine à nobis tradita sunt, fruere, ac studium erga te nostrum æqui boniq́ue consule, & Vale. D





INDEX.

INDEX
IN
OPTICORVM
LIBROS VI.

B.

C.

C.[illegible]

 gra-

Currum

D.

Discretio

E.

Ellipsis

F.

Falla-

G.

Hora

I.

Lumen

Mare

Nocte

P.

Q.

R.

S

V.

ERRATA.

Pag. 22. D. 1. Itaque *lege* Ita.
Pag. 29. F. 6. contingere *leg.* contingit.
Pag. 38. B. 3. ceteris *leg.* ceteri.
Pag. 45. F. 8. polyedres *leg.* polyedri.
Pag. 47. B. 7. obumbulantis *leg.* obambulantis.
Pag. 53. C. 8. disignare *leg.* designare.
Pag. 54. C. 8. inxta lumen *leg.* iuxtà ac lumen.
Pag. 59. C. 6. obsistat *leg.* absistat.
Pag. 86. E. 3. præcepta *leg.* percepta.
Pag. 88. D. 4. *lege* Visio enim ex præcedente scientia est.
Pag. 185. C. 5. *leg.* presenti agimus, sed non de eo.
Pag. 192. B. 5. Quò porrò *leg.* Quà porrò.
Pag. 197. D. 1. multæ quædam partes. *dele* (quædam)
Pag. 234. A. 5. ex prima *leg.* ex praua.
Pag. 243. D. 6. *lege* Ac primò obiectum motum, quamuis oculus loco consistat.
Pag. 314. D. 5. Prop. cxv. *leg.* xcv.
Pag. 312. B. 1. qualis inest *leg.* qualis est in.
Pag. 443. A. 1. ea quæ *leg.* eaque.
Pag. 559. C. 4. hentagonis *leg.* pentagonis.

APPROBATIO SVPERIORVM.

EGO FRANCISCVS FLERONTINVS Prouincialis Societatis IESV per Belgium, poteſtate ad hoc mihi facta à R^{do} admodum P. N. CLAVDIO AQVAVIVA Generali Præpoſito, facultatem concedo, vt OPTICA Patris FRANCISCI AGVILONII eiuſdem Societatis IESV, ſex libris comprehenſa, ac deſignatorum Patrum eiuſdem Societaris IESV iudicio approbata typis euulgentur. In cuius rei fidem has litteras nomine noſtro ſubſcriptas, & ſigillo noſtro munitas dedimus. Antuerpiæ Anno Domini M. DC. XII. Ianuarij die XV.

Franciſcus Flerontinus Pro^{lis}, vt ſuprà.

APPROBATIO CENSORIS.

HÆC OPTICA Auctore R. Patre FRANCISCO AGVILON Societatis IESV Presbytero ſex libris comprehenſa nihil habent noſtræ Religioni contrarium. Quocirca vtiliter admodum imprimentur, vt ſint in vſum Philoſophorum iuxtà ac Mathematicorum. Quod cenſuit IX. Decemb. Anno M. D. XI.

Egbertus Spitholdius S. T. L. Canonicus & Plebanus Antuerpienſis.

SVMMA PRIVILEGII.

ALBERTI & ISABELLÆ CLARÆ EVGENIÆ, Archiducum Auſtriæ, Ducum Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Sereniſſimorum Belgicæ Principum Priuilegio cautum eſt; ne quis FRANCISCI AGVILONII E SOCIETATE IESV OPTICORVM LIBROS SEX præter Martinæ Plantinæ viduæ & Balthaſaris & Ioannis filiorum Ioannis Moreti p. m. voluntatem, intra decennium imprimat, aut alibi terrarum impreſſos in has Inferioris Germaniæ ditiones importet, venaléſve habeat. Qui ſecùs faxit, confiſcatione librorum & alia graui pœna mulctabitur, vti latiùs patet in litteris datis Bruxellæ, XX. Ianuarij, M. DC. XII.

Signat.

Buſchere.


LABORE ET CONSTANTIA